2°. *Lorsque deux nombres sont premiers entre eux, leurs puissances quelconques sont premières entre elles.* Soient les nombres 22 et 15 qui sont premiers entre eux, les puissances 22^3 et 15^2 seront aussi premières entre elles. En effet, s'il n'en était pas ainsi, 22^3 et 15^2 admettraient un diviseur premier commun (**104**) qui diviserait dès lors à la fois 22 et 15.

109. III. *Tout nombre premier avec les facteurs d'un produit est premier avec ce produit; réciproquement, tout nombre premier avec un produit, est premier avec les facteurs de ce produit.*

Soit un produit $P = ABC$. Si N est premier avec les facteurs A, B, C, il sera premier avec leur produit P; car s'il admettait avec lui un diviseur premier commun, ce diviseur devrait diviser au moins l'un des facteurs A, B, C (**108**), qui dès lors ne seraient plus tous premiers avec N.

Réciproquement, si N est premier avec le produit P, il le sera avec tous les facteurs A, B, C; car s'il admettait avec A, par exemple, un diviseur premier commun, ce diviseur diviserait P qui est un multiple de A; P ne serait donc plus premier avec N.

110. IV. *Lorsqu'un nombre est divisible séparément par plusieurs nombres premiers entre eux deux à deux, il est divisible par leur produit.*

Soit le nombre N, divisible séparément par les nombres a, b, c, premiers entre eux deux à deux. Si l'on effectue la division de N par a, on trouve un quotient exact q, et l'on peut poser $N = aq$. N est divisible par b, le produit aq doit donc l'être; mais b est premier avec a, il devra donc diviser q. Si l'on effectue la division de q par b, on trouve un quotient exact q' et l'on peut poser $q = bq'$, c'est-à-dire $N = abq'$. N est divisible par c, le produit abq' doit donc l'être; mais c étant premier avec a et avec b, le sera avec leur produit ab (**109**); c divisant le produit abq' ou $ab \times q'$ et étant premier avec le facteur ab, devra diviser q'. Si l'on effectue la division de q' par c, on trouve un quotient exact q'', et l'on peut poser $q' = cq''$, c'est-à-dire $N = abcq''$. N est donc un multiple du produit abc.

111. Le théorème qui précède permet de combiner entre eux les caractères de divisibilité déjà obtenus. Supposons qu'on cherche quelles conditions doit remplir un nombre divisible par 66. On remarquera que $66 = 2 \times 3 \times 11$. Les nombres 2, 3 et 11 étant premiers entre eux, tout nombre divisible séparément par ces trois nombres sera divisible par 66. Donc, pour