

THÈSE

Présentée devant

L'ÉCOLE NATIONALE D'INGÉNIEURS DE SFAX

et

L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir le grade de

DOCTEUR

Spécialité : Génie Mécanique

par

Ahmed SAMET

Contribution à l'identification des sources vibratoires et à la détection des défauts par approche énergétique

Soutenue le 08 décembre 2017 devant le jury composé de :

Président	Mohamed Slim ABBES	(Professeur, ENIS, Tunisie)
Rapporteur	Nabil GMATI	(Professeur, ENIT, Tunisie)
Rapporteur	Walid LARBI	(Maître de conférences-HDR, CNAM, France)
Membre	Abdelmalek ZINE	(Maître de conférences-HDR, ECL, France)
Directeur	Tahar FAKHFAKH	(Professeur, ENIS, Tunisie)
Directeur	Olivier BAREILLE	(Maître de conférences-HDR, ECL, France)
Co-encadreur	Mohamed ICHCHOU	(Professeur, ECL, France)
Co-encadreur	Mohamed BEN SOUF	(Maître assistant-HDR, ENIM, Tunisie)
Co-encadreur	Mohamed HADDAR	(Professeur, ENIS, Tunisie)

Résumé

L'identification des efforts vibratoires agissant sur les structures et la détection des défauts à partir des mesures opérationnelles sont des sujets d'actualité et constituent une attention particulière dans les milieux académiques et industriels. Le choix de l'outil ou de la méthode utilisée dépend de la bande de fréquences d'étude puisqu'il existe des approches appropriées pour chaque domaine fréquentiel. Une méthode énergétique appelée la méthode énergétique simplifiée (MES) est utilisée pour prédire la répartition de la densité d'énergie vibro-acoustique en moyennes et hautes fréquences. L'objectif de ce mémoire est d'étendre cette méthode pour résoudre les problèmes vibro-acoustiques inverses pour identifier d'une part les sources de vibration et d'autre part pour détecter les défauts. La formulation MES inverse (IMES) est numériquement validée pour des systèmes continus basés sur le couplage tel que le cas d'un système comportant plusieurs plaques couplées et celui d'un système composé d'une cavité acoustique couplée avec une plaque. En plus, une nouvelle méthodologie numérique est proposée, dans le but d'étendre cet outil d'identification IMES pour la détection des défauts. Une analyse paramétrique est effectuée pour le cas d'un modèle présentant des défauts afin de tester la robustesse et l'efficacité de cette approche. Finalement, une étude expérimentale est effectuée pour valider la technique IMES afin d'identifier et localiser les charges exercées pour plusieurs cas, et détecter les défauts.

Mots-clé:

Identification des sources vibratoires, Méthode Énergétique Simplifiée Inverse (IMES), Structure complexe, Problème vibro-acoustique, détection des défauts, moyennes et hautes fréquences.

Abstract

The identification of inputs forces acting on structures and the detection of defects from operating measurement have been important topics in both academic and industrial projects. The choice of the used tool or method depends on the frequency band of study since there are appropriate approaches for each frequency domain. An energetic method so called the simplified energy method (MES) is used to predict the distribution of the vibro-acoustic energy density in the medium and high frequency band. The objective of this thesis is to extend this energy method to solve inverse vibro-acoustic problems and to identify the sources of vibrations on one hand and to detect the defects on the other hand. The inverse MES formulation (IMES) is numerically validated for continuous coupling-based systems such as the case of a system composed with several coupled plates and the case of a system composed of an acoustic cavity coupled with a plate. In addition, a new numerical methodology is proposed to extend this IMES identification tool for the detection of defects. A parametric analysis is performed in the case of plate with defects in order to test the robustness and the efficiency of this approach. Finally, an experimental study is carried out to validate the IMES technique to identify and locate the input loads for several scenarios, and detecting the defects.

Keywords:

Vibration source identification, Inverse Simplified Energy Method (IMES), Complex structure, Vibro-acoustic problem, Damage detection, medium and high frequencies.

Remerciements

Ce travail de recherche a été réalisé dans le cadre d'une cotutelle entre l'École Nationale d'Ingénieurs de Sfax (Tunisie) et l'École Centrale de Lyon (France), au sein du Laboratoire recherche de Mécanique, Modélisation et Productique (LA2MP) et du Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes (LTDS).

Tout d'abord, je voudrais remercier M. Tahar FAKHFAKH et M. Olivier BAREILLE pour avoir proposé, et encadré ce travail de thèse pendant ces trois années ainsi que pour leur soutien pendant les moments difficiles. Je remercie vivement M. Mohamed Amine BEN SOUF, M. Mohamed HADDAR et M. Mohamed ICHCHOU, pour leur encadrement, leur encouragements et leur conseils durant toute cette période de travail.

Je remercie vivement M. Mohamed Slim ABBES, Professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Sfax, qui m'a fait l'honneur d'accepter d'être le président de ce jury. Je remercie sincèrement M. Nabil GMATI, Professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Tunis et M. Walid LARBI, Maître de conférences-HDR, au Conservatoire National des Arts et Métiers pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail en acceptant d'être rapporteurs de ce mémoire. Je remercie également M. Abdelmalek Zine, Maître de conférences-HDR à l'École centrale de Lyon pour avoir accepté d'être membre du jury.

Je remercie tous mes amis et collègues pour les moments qu'on a partagé ensemble. Enfin, un grand merci à mes parents, frères et soeurs pour leur soutien, leur patience et leur amour durant tout mon parcours éducatif et professionnel.

Table des matières

Introduction générale	1
1 Etude bibliographique	5
1.1 Définition d'un problème vibro-acoustique inverse	5
1.1.1 Principe des problèmes inverses	6
1.1.2 Conditionnement du problème	7
1.1.3 Régularisation du problème	9
1.1.4 Régularisation TSVD	9
1.1.5 Régularisation de Tikhonov	11
1.1.6 Choix des paramètres de régularisation	12
1.2 Revue des méthodes inverses en Vibro-acoustique	14
1.2.1 Holographie vibratoire	15
1.2.2 Méthode des éléments finis inverse (IFEM)	17
1.2.3 Méthode des éléments de frontières inverse (IBEM)	19
1.2.4 Résolution Inverse Filtrée et Fenêtrée (RIFF)	20
1.2.5 La fonction de la réponse en fréquence inverse (IFRF)	23
1.2.6 L'analyse statistique de l'énergie (SEA)	24
1.2.7 Méthode Énergétique Simplifiée (MES)	28
1.3 Conclusion	32
2 Identification des sources vibratoires d'une structure complexe par MES Inverse	34
2.1 IMES pour des structures complexes	35

2.1.1	Présentation du système	35
2.1.2	Solution par la méthode de collocation	36
2.1.3	Formulation inverse	37
2.2	Validations numériques	40
2.2.1	Validation de la MES Inverse	41
2.2.2	Application sur deux plaques couplées excitées par trois forces	43
2.2.3	Application sur trois plaques couplées excitées par deux forces	44
2.2.4	Effet de la répartition des capteurs : Simulation MES/IMES	45
2.2.5	Effet de la répartition des capteurs : Simulation FEM/IMES	47
2.3	Conclusion	49
3	Identification des sources vibratoires pour un problème vibroacoustique par MES Inverse	51
3.1	IMES pour un problème vibro-acoustique	52
3.1.1	Présentation du système	52
3.1.2	Rayonnement du système	53
3.1.3	Résolution énergétique du système	57
3.1.4	Formulation inverse	58
3.2	Validations numériques	61
3.2.1	Validation de la MES Inverse	62
3.2.2	Effect de la répartition de microphones: Simulation MES/IMES	64
3.2.3	Effect de la répartition de microphones: Simulation FEM/IMES	66
3.3	Conclusion	68
4	Détection des défauts par MES Inverse	69
4.1	Revue sur les méthodes de détection des défauts	69
4.2	IMES pour la détection des défauts	71
4.3	Validations numériques	73
4.3.1	Détection d'une fissure carrée	76

4.3.2	Détection d'une fissure rectangulaire	78
4.3.3	Détection de plusieurs défauts	80
4.4	Conclusion	82
5	Etude expérimentale	84
5.1	Dispositif expérimental	84
5.2	Plaque sans défaut	85
5.2.1	Localisation de la source d'excitation	86
5.2.2	Effet de la distribution des capteurs	88
5.2.3	Quantification et localisation des sources vibratoires	89
5.3	Plaque avec défaut	94
5.3.1	Etude d'une plaque en acier	94
5.3.2	Etude d'une plaque en polypropylène	97
5.4	Conclusion	99
	Conclusion et perspectives	101
	Bibliographie	103
A	Coefficient de réflexion et de transmission: couplage de plaques	113
B	Caractéristiques du matériel d'essai	117
B.1	Système d'acquisition	117
B.2	Tête d'impédance	118
B.3	Amplificateur de puissance	118
B.4	Pot vibrant	119

Table des figures

1 Etude bibliographique	5
1.1 Schéma de résolution d'un problème direct.	6
1.2 Schéma de résolution d'un problème inverse.	7
1.3 Forme typique de la fonction GCV.	13
1.4 Allure de la courbe en L.	14
1.5 Schéma du principe de l'holographie vibratoire [13].	17
1.6 Maillages intérieurs et extérieurs pour un problème traité avec la FEM [94].	18
1.7 Dispositif de mesure à l'intérieur de la maquette (a) et le modèle EF de la cavité (b) [97].	18
1.8 Maillages extérieurs (a) et intérieurs (b) pour un problème traité avec la BEM [94].	19
1.9 Répartition des k sources et m points de mesure.	23
1.10 Structure d'un système composé par trois sous-systèmes modélisée par SEA.	25
1.11 Temps de réverbération.	27
1.12 Bilan d'énergie sur un élément de volume.	29
1.13 Description de la source.	32
2 Identification des sources vibratoires d'une structure complexe par MES Inverse	34
2.1 Bilan de puissance à l'interface entre la plaque i et j	35
2.2 Interaction élément/élément.	38
2.3 Conditions aux limites.	41

2.4	Diagramme de la méthodologie numérique.	41
2.5	Répartition des points de mesure (■ point de mesure).	42
2.6	Simulation MES/IMES.	42
2.7	Simulation FEM/IMES.	42
2.8	Simulation MES/IMES: 2 plaques excitées par 3 forces.	43
2.9	Simulation FEM/IMES: 2 plaques excitées par 3 forces.	43
2.10	Simulation MES/IMES: 3 plaques excitées par 2 forces.	44
2.11	Simulation FEM/IMES: 3 plaques excitées par 2 forces.	44
2.12	Simulation MES/IMES (■ point de mesure) pour $m=100$ (a), $m=81$ (b), $m=25$ (c), $m=16$ (d).	45
2.13	Courbe de la sensibilité à la quantification (a) et à la localisation (b) en fonction de μ pour les plaques 1 et 2.	46
2.14	Simulation FEM/IMES pour $m = 9$ et $d = 0.33$ m.	47
2.15	Simulation FEM/IMES pour $m=9$ et $d=0.15$ m.	48
2.16	Simulation FEM/IMES pour $m=9$ et $d=0.1$ m.	48
2.17	Erreur de la puissance estimée pour la plaque 1 et 2.	49
3	Identification des sources vibratoires pour un problème vibroacoustique par MES Inverse	51
3.1	Décomposition du système.	52
3.2	Radiation au point d'excitation.	54
3.3	Réflexion au bord.	55
3.4	Interaction point de mesure/source.	59
3.5	Interaction point de mesure/élément de bord.	60
3.6	Conditions aux limites.	61
3.7	Diagramme de la méthodologie numérique.	62
3.8	Répartition des sources (rouge) et microphones (gris).	62
3.9	Simulation MES/IMES.	63

3.10	Simulation FEM/IMES.	63
3.11	Simulation MES/IMES (■ point de mesure) pour $n_{M_a} = 100$ (a), $n_{M_a} = 64$ (b), $n_{M_a} = 25$ (c), $n_{M_a} = 9$ (d).	64
3.12	Courbe de la sensibilité à la quantification (a) et à la localisation (b) en fonction de μ	65
3.13	Simulation FEM/IMES pour $d_x = 0.33$ m et $d_y = 0.26$ m	66
3.14	Simulation FEM/IMES pour $d_x = d_y = 0.09$ m.	67
4	Détection de défauts par MES Inverse	69
4.1	Première itération: identification de source d'excitation et du défaut.	72
4.2	Deuxième itération: localisation de la position du défaut.	73
4.3	Modèle de la plaque sans défaut.	74
4.4	Méthodologie de la simulation numérique.	74
4.5	Stratégie de la localisation des défauts.	75
4.6	Répartition des points de mesure.	75
4.7	Localisation du défaut.	76
4.8	Simulation FEM/IMES (Détection de la source d'excitation et de la source secondaire).	77
4.9	Simulation FEM/IMES (Détection de la forme du défaut).	77
4.10	Localisation du défaut.	78
4.11	Simulation FEM/IMES (Détection de la source d'excitation et de la source secondaire).	79
4.12	Simulation FEM/IMES (Détection de la forme du défaut)	79
4.13	Localisation de multiple défauts.	81
4.14	Simulation FEM/IMES (Détection de la source d'excitation et de les sources secondaires).	81
4.15	Simulation FEM/IMES (Détection de la forme des défauts).	82

5 Etude expérimentale	84
5.1 Dispositif expérimental.	85
5.2 Schéma de flux du signal expérimental.	85
5.3 Répartition de points de mesure (100 points): 10 points séparés par d_x situés sur la longueur L_x , 10 points séparés par d_y situés sur la largeur L_y	86
5.4 Vitesse (m/s) au point ($X = 0.75$ m, $Y = 0.75$ m).	87
5.5 Extraction expérimentale de la source-localisation (IMES).	87
5.6 IMES Extraction expérimentale de la source-localisation pour la position 1.	88
5.7 IMES Extraction expérimentale de la source-localisation pour la position 2.	88
5.8 Répartition des points de mesure: (a) plaque sans défaut, (b) position des points de mesure.	90
5.9 Extraction expérimentale de la source: localisation et quantification (IMES).	90
5.10 Répartition des points de mesure: (a) plaque plastique sans défaut, (b) position des points de mesure.	92
5.11 Réponse fréquentielle de la vitesse aux points: (a) P1: ($X = 0.4$ m, $Y = 0.328$ m), (b) P2: ($X = 0.169$ m, $Y = 0.104$ m).	92
5.12 Extraction expérimentale de la source localisation-quantification (IMES) pour (a) $f_{c1} = 650$ Hz et (b) $f_{c2} = 1500$ Hz.	93
5.13 Plaque en acier avec défaut.	94
5.14 Extraction expérimentale de la source-identification et défaut-localisation (IMES) (a) plaque en acier sans défaut, (b) plaque en acier avec défaut.	95
5.15 Effet de la variation de la fréquence centrale pour (a) $f_c = 1500$ Hz et (b) $f_c = 1680$ Hz.	96
5.16 Plaque plastique avec défaut.	97
5.17 Extraction expérimentale de la source-identification et défaut-localisation (IMES) (a) plaque en plastique sans défaut, (b) plaque plastique en avec défaut.	98
5.18 Amortissement de l'énergie suivant: (a) points de mesure, (b) Axe des X et (c) Axe des Y	99

Annexe A	113
A.1 Couplage plaque - plaque: ondes incidents et réfléchies ou transmises à la jonction [99].	113
A.2 L'évolution des coefficients de réflexion et transmission en fonction de l'angle à la jonction, à 10 kHz.	116
Annexe B	117
B.1 Système d'acquisition.	117
B.2 Tête d'impédance.	118
B.3 Amplificateur de puissance.	119
B.4 Pot vibrant.	119

Liste des tableaux

1 Etude bibliographique	5
2 Identification des sources vibratoires d'une structure complexe par MES Inverse	34
2.1 Caractéristique de plaques.	40
3 Identification des sources vibratoires pour un problème vibroacoustique par MES Inverse	51
3.1 Erreur de la puissance estimée.	67
4 Détection de défauts par MES Inverse	69
4.1 Caractéristiques de la plaque étudiée.	73
4.2 Les résultats d'identification pour un défaut carré.	78
4.3 Résultats d'identification pour un défaut rectangulaire.	80
5 Etude expérimentale	84
5.1 Caractéristiques de la plaque testée.	89
5.2 Caractéristiques de la plaque polypropylène étudiée.	91
Annexe A	113
Annexe B	117

Introduction générale

L'identification des efforts vibratoires agissant sur les structures à partir des mesures opérationnelles est un sujet qui continue à requérir de l'importance dans le milieu industriel en général et en aéronautique en particulier et à susciter l'intérêt des chercheurs et académiciens. La localisation des sources vibratoires et acoustiques excitant les structures et les cavités acoustiques par estimation directe basée sur la mesure de certaines grandeurs accessibles telles que les accélérations, les vitesses, les déplacements et la pression acoustique sont extrêmement difficiles. Pour cette raison, une démarche inverse pour estimer la source d'excitation est souvent utilisée pour résoudre ce problème.

Depuis plusieurs décennies, de nombreuses méthodes ont été utilisées dans le domaine vibro-acoustique pour localiser et quantifier les sources suivant les variables étudiées et suivant l'étendue de la classe fréquentielle. Parmi ces méthodes, on trouve la technique d'analyse forcée (FAT), également connue sous le nom RIFF (Résolution Inverse Filtrée et Fenêtrée), qui a été introduite il y a quelques années par Pezerat *et al.* [67, 70]. La méthode RIFF est une méthode expérimentale permettant d'identifier les efforts excitateurs s'appliquant sur une structure. Les premiers développements de la méthode RIFF ont été réalisés sur une structure dont l'équation analytique est connue (poutre [68, 69], plaques [71], coque cylindrique [19, 20]). Par la suite, la méthode a été étendue à l'identification des efforts [14] et a aussi été adaptée aux structures plus complexes, grâce à l'utilisation d'un opérateur éléments finis [74, 78]. La méthode peut aussi être utilisée pour la détection des défauts [101], la caractérisation des matériaux complexes [1], ainsi que l'identification du comportement dynamique d'une structure [78].

D'autres méthodes sont également utilisées dans la littérature pour fournir un résultat précis, telles que l'holographie acoustique (NHA). Cette méthode a d'abord été utilisée par Maynard *et al.* [57, 93, 98] pour identifier les sources d'entrées. L'idée consiste à définir la source acoustique à travers la mesure du champ de pression acoustique sur un hologramme entourant la source.

Une hybridation entre les méthodes RIFF et NHA a été utilisée pour identifier les sources de vibration à partir des mesures du bruit rayonné [72]. Récemment, une autre méthode basée sur le même principe que l'holographie acoustique, appelée l'holographie vibratoire a été appliquée dans le domaine vibratoire. Elle consiste à localiser et reconstruire le champ vibratoire produit par une force [13].

On trouve dans la littérature d'autres méthodes telles que la méthode des éléments finis inverse (IFEM) et la méthode des éléments de frontières inverse (IBEM). Ces méthodes sont également utilisées par les chercheurs pour estimer les sources de vibration dans la plage des basses fréquences [36, 50, 53]. Cependant, ces techniques nécessitent un maillage plus fin et les calculs sont trop lourds lorsque la fréquence augmente, précisément en moyennes et hautes fréquences.

Il faut noter que la majorité des sujets de recherche les plus proposés dans la littérature était limitée dans la bande des basses fréquences caractérisées par une faible densité modale et un faible facteur de recouvrement modal. La plupart des méthodes devient inefficace lorsque la fréquence augmente, c'est-à-dire précisément en moyennes et hautes fréquences. La plus grande limitation de ces méthodes provient de la sensibilité aux incertitudes liées aux matériaux, à la géométrie et l'augmentation excessive des degrés de liberté. Généralement, dans cette bande de fréquences, l'utilisation de ces méthodes nécessite beaucoup de temps et nécessite des coûts de calcul très élevés.

La limitation au domaine des basses fréquences de ces méthodes classiques d'analyse qui se basent sur les variables cinématiques (déplacement, vitesse, pression..) et qui utilisent la phase et l'amplitude, a incité à l'apparition d'une deuxième classe de méthodes énergétiques basée sur des variables énergétiques (densité d'énergie, intensité, puissance,..) valable en moyennes et hautes fréquences. L'utilisation de ces approches selon l'application présente quelques avantages tels que l'insensibilité de la relation puissance énergie aux petites variations des paramètres, la facilité de moyenner les quantités énergétiques et le plus souvent le calcul des quantités énergétiques telles que la densité d'énergie vibratoire et/ou acoustique et l'intensité.

L'analyse statistique de l'énergie (SEA) [51] est l'une de ces approches. Elle consiste à subdiviser le système en sous-systèmes connectés et en supposant que les champs d'énergie sont diffusés, afin de déterminer une estimation globale de la distribution d'énergie moyennée dans chaque sous-système. Plusieurs recherches ont été développées pour améliorer la SEA. En effet, elles ont essayé, non seulement de prédire la densité d'énergie, mais aussi d'estimer les champs de flux de puissance et la distribution d'énergie à l'intérieur des systèmes. Parmi ces

développements, la formulation énergétique locale a été proposée par Nefske et Sang [61] et développée par Bernhard *et al.* [7, 100] et a également été discutée dans [32, 46]. Ces développements conduisent en outre à la méthode énergétique simplifiée (MES) pour la bande des moyennes et hautes fréquences qui est la base théorique de notre recherche. La formulation directe a été appliquée dans divers domaines, y compris les poutres [33], les membranes et les plaques [28, 32] et quelques applications acoustiques [5]. Une formulation inverse de cette approche (la méthode énergétique simplifiée inverse: IMES) a été développée pour identifier les sources d'excitation dans les cavités acoustiques [12] et les structures [11], mais elle reste pour des applications spécifiques et simples.

Le premier objectif de mémoire, est l'identification des sources vibratoires appliquées sur une structure complexe composée par un assemblage de plaques à partir de quelques mesures de la densité d'énergie vibratoire. Le deuxième objectif de ce rapport est de développer une approche inverse basée sur la formulation énergétique de la MES qui permet d'identifier les sources vibratoires à partir d'une mesure acoustique de la densité d'énergie pour un problème vibro-acoustique. Le troisième objectif est d'appliquer cette méthode inverse dans le domaine de la surveillance des structures (*Structural health monitoring*: SHM). En effet, l'existence d'un défaut dans la structure entraîne une modification de la répartition de la densité d'énergie vibratoire. Par conséquent, la IMES conduit, en premier lieu, à identifier les sources d'excitation et en second lieu, à localiser et détecter les défauts dans la structure.

Le mémoire est composée de 5 chapitres: Le premier chapitre traite les différentes méthodes d'analyse des problèmes inverses. Le principe d'un problème vibro-acoustique inverse, ainsi que les éléments théoriques permettant le conditionnement et la régularisation de la solution d'identification obtenue sont présentés dans ce chapitre. Les méthodes d'identification existantes sont détaillées et classées selon le domaine d'application vibratoire ou acoustique, les variables qui peuvent être cinématiques (IFEM, IBEM, Holographie vibratoire...) ou bien énergétiques (SEA, MES, EFEM...), et selon le domaine fréquentiel de validation.

Le deuxième chapitre s'attarde sur l'application de la IMES à une structure complexe dans le but d'identifier les sources vibratoires s'appliquant sur un système modélisé par des assemblages de plaques. Les hypothèses de la méthode et la formulation directe sont présentées. Ensuite, la nouvelle formulation inverse de la MES pour des plaques couplées est proposée. Finalement, les résultats numériques sont détaillés pour valider l'efficacité de la méthode à identifier les sources vibratoires.

Dans le troisième chapitre, l'utilisation de la IMES pour l'identification des sources vibratoires à partir des mesures acoustiques pour un système composée par une plaque couplée à une cavité acoustique est traitée. La formulations inverse ainsi que les résultats numériques sont données. Une étude sur l'effet de la distribution des microphones est abordée permettant de présenter l'avantage de la MES au niveau de l'identification des sources vibratoires par un minimum nombre de mesures.

Le quatrième chapitre se focalise sur l'utilisation de la MES pour la détection des défauts. Une nouvelle stratégie et démarche numérique-expérimentale est adoptée en présentant la formulation énergétique, la méthodologie de détection et les résultats d'identification obtenus pour des types des défauts différents. La MES Inverse est mise à profit dans ce chapitre en réalisant une application industrielle. Cette application permet d'identifier les défauts en alimentant la formulation inverse de la MES par des mesures de la densité d'énergie vibratoire.

Finalement, un dernier chapitre présente une étude expérimentale de l'outil d'identification des efforts vibratoires et la détection des défauts IMES. Les démarches des chapitres précédents sont adaptés en présentant les résultats d'identification obtenus pour les sources vibratoires et les défauts. Ces expériences permettant de valider la capacité de la technique IMES à identifier et localiser les charges d'entrées pour différentes positions du pot vibrant et du nombre de points de mesure, et aussi à détecter les défauts.

Chapitre 1

Etude bibliographique

Récemment, plusieurs méthodes numériques sont développées dans le but de localiser et identifier les sources vibratoires et acoustiques dans les structures et cavités. Ces méthodes permettent de déterminer l'intensité des sources vibro-acoustiques à partir de la connaissance du déplacement et de la pression répartie en certains endroits de l'environnement. Dans ce chapitre, on présente un état de l'art relatif aux méthodes d'identification vibro-acoustique existantes. Le chapitre est organisé comme suit: nous présentons la définition d'un problème vibro-acoustique inverse. Tout d'abord, nous présentons le principe d'un problème inverse. Ensuite, nous présentons les éléments théoriques permettant le conditionnement et la régularisation de la solution d'identification obtenue. Enfin, nous présentons une revue des méthodes d'identification des sources dans le domaine acoustique et vibratoire.

1.1 Définition d'un problème vibro-acoustique inverse

Un problème vibro-acoustique consiste, en connaissant les efforts appliqués et le milieu, à décrire les variables mesurables en des équations mathématiques précises définissant et modélisant le phénomène et les résoudre numériquement. Ce type de traitement constitue un problème direct, puisqu'il calcule l'effet d'une cause donnée. D'autre part, l'identification des efforts appliqués à une structure ou une cavité acoustique constitue un problème inverse, puisqu'il détermine les causes du problème à partir de la connaissance de leurs effets et du modèle fournis par l'étude du problème direct. Dans cette partie, on va définir le principe de base des problèmes

vibro-acoustiques inverses et la problématique du conditionnement et de la régularisation du problème.

1.1.1 Principe des problèmes inverses

Un problème vibro-acoustique inverse consiste à déterminer les sources à partir de la connaissance des effets. Ce type de problème est généralement mal conditionné. Tikhonov *et al.* [90] définissent ce problème comme un problème qui ne vérifie pas les exigences suivantes:

- l'existence de la solution,
- l'unicité de la solution,
- la stabilité du problème.

Ce problème est l'inverse du problème dit direct, consistant à déduire les effets à partir de la connaissance des sources, ce à quoi nous sommes plus souvent habitués, comme le montre la figure (1.1).

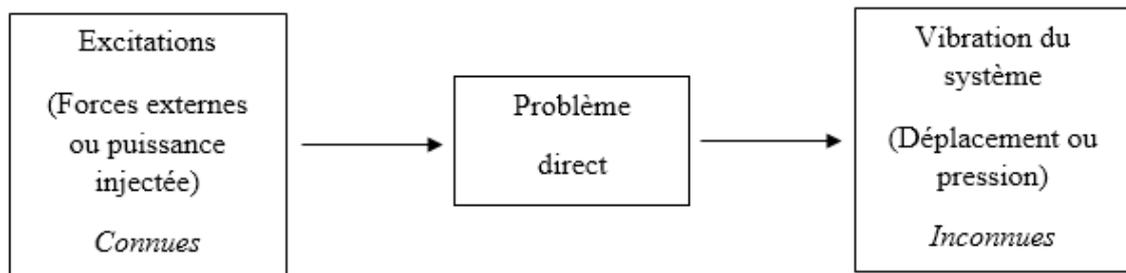


FIG. 1.1: Schéma de résolution d'un problème direct.

La résolution d'un problème vibro-acoustique direct peut être vue sous l'angle du calcul de réponse R (déplacement, vitesse, pression acoustique) à des sollicitations F (force, source acoustique). La résolution directe peut s'exprimer par l'expression matricielle suivante:

$$R = HF \quad (1.1)$$

où F est le vecteur représentant l'excitation appliquée au système, R est le vecteur représentant la réponse du système et H est la matrice de transfert entre la réponse du système et les excitations. Par contre, la résolution d'un problème inverse consiste à déterminer les efforts F appliqués au système à partir de réponse R en certain nombre de points comme la représente la figure (3.3).

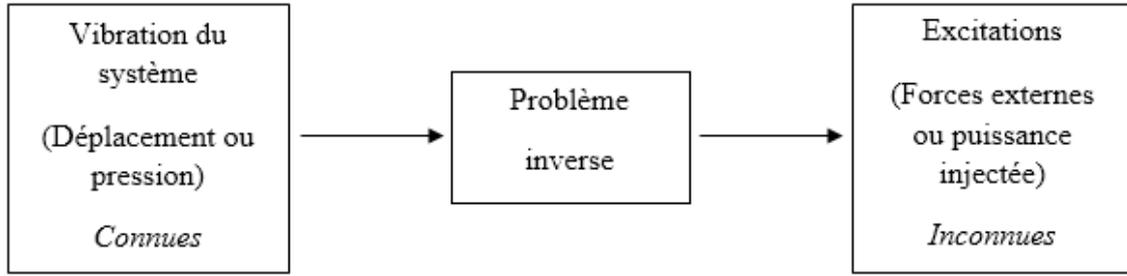


FIG. 1.2: Schéma de résolution d'un problème inverse.

Afin de simplifier le principe et pour obtenir F , il faut inverser la matrice H qui doit être pour cela soit possible une matrice carrée [2] et donc potentiellement inversible. Mais, en général dans certains cas cette matrice H est rectangulaire et alors a priori non inversible. Pour cela, il convient d'utiliser la méthode des moindres carrés pour approcher au mieux l'inversion de la matrice H . Cette méthode revient à calculer le pseudo inverse H^+ de la matrice de transfert H qui s'écrit de la manière suivante:

$$H^+ = (H^* \cdot H)^{-1} H^* \quad (1.2)$$

où H^* désigne la transposée hermitienne de la matrice H . Dans ce cas, l'inverse de l'équation (1.1) est de la forme:

$$F = H^+ R \quad (1.3)$$

Cette équation permet de fournir une solution F au sens des moindres carrés. C'est-à-dire que cette solution n'est pas la solution exacte de l'équation (1.1). Le problème consiste à déterminer F tel que $R = H \cdot F$ doit être reformulé au sens des moindres carrés puis, il s'agit de déterminer F en minimisant la quantité $\|R - H \cdot F\|$.

Enfin, il faut que la matrice $[H^* \cdot H]$ soit inversible pour obtenir F et résoudre le problème, ce qui conduit à parler du conditionnement et régularisation du problème.

1.1.2 Conditionnement du problème

Afin de résoudre le problème comme il a été décrit plus haut, l'inversibilité de la matrice $[H^* \cdot H]$ garantit l'existence et l'unicité de la solution au sens des moindres carrés. Par contre, si elle n'est pas inversible, le problème doit être résolu. Généralement, une matrice de transfert H obtenue

à partir des mesures expérimentales est une matrice rarement inversible puisque généralement l'invisibilité peut être due aux différences entre le nombre de sources et le nombre de mesures aussi que du bruit.

Pour vérifier si la matrice de transfert est bien conditionnée ou non, on calcule le nombre de conditionnement $k(H)$, qui représente une notion liée à la sensibilité d'un système linéaire aux erreurs de mesure. Il est défini comme suit:

$$k(H) = \|H\| \|H^{-1}\| \quad (1.4)$$

$\|H\|$ et $\|H^{-1}\|$ peuvent être écrite en termes de décomposition en valeurs singulières sous la forme suivante:

$$\|H\| = \delta_{max} \quad (1.5)$$

$$\|H^{-1}\| = \frac{1}{\delta_{min}} \quad (1.6)$$

avec δ_{max} est la valeur singulière maximale et δ_{min} la valeur singulière minimale de la matrice H . Le calcul du nombre de conditionnement est un bon indice pour estimer la confiance à accorder à la solution. Ce nombre de conditionnement est compris entre 1, et l'infini.

Dans le cas où le nombre de conditionnement de la matrice de transfert est très élevé mais fini, deux interprétations peuvent être faites: (i) le système est inversible mais mal conditionné, (ii) le système est non inversible et les plus faibles valeurs singulières sont nulles, mais rendues non nulles par les erreurs de mesure. Dans ce cas, le problème ne possède pas de solution unique.

En cas d'un mauvais conditionnement pour une matrice de transfert mesurée expérimentalement, plusieurs causes provoquant la non-invisibilité du système, soit:

- les points de mesure sont très proches,
- les signaux mesurés sont semblables,
- le rang de la matrice est inférieur à sa dimension.

Suite à ces observations, certains travaux [48] ont permis d'établir des critères permettant d'assurer un bon conditionnement du problème de mesure indirecte d'efforts et peuvent être résumés en trois points:

- le nombre de points de mesure doit être supérieur au nombre de points d'excitation, et ils doivent être uniformément répartis sur la structure,

- les excitations recherchées doivent être suffisamment espacées pour produire des réponses différentes,
- le nombre des modes participant à la réponse de la structure doit être supérieur ou égal au nombre d'efforts recherchés.

Dans le but d'améliorer le conditionnement de la matrice de transfert, plusieurs méthodes numériques ont été développées en se basant sur la régularisation du problème. Pour cela, il existe plusieurs méthodes plus ou moins efficaces et dépendantes du type du problème traité.

1.1.3 Régularisation du problème

Plusieurs méthodes de régularisations ont été développées [59, 62, 63] dans le but de baisser l'hypersensibilité de la solution aux variations des données d'entrées. Certaines techniques consistent à ajouter un critère de choix sur l'ensemble des solutions potentielles afin d'aboutir à une solution plus proche. Il existe deux types pour ce critère ajouté [21]. Un critère peut être physique, comme une contrainte sur le signe de la solution par exemple, comme il peut traduire un compromis, par exemple un paramètre à minimiser. Deux techniques ont été expérimentées en mesure indirecte d'efforts: la TSVD *Truncated Singular Value Decomposition* et la régularisation de Tikhonov. Ces deux méthodes se basent sur le fait que l'hypersensibilité du problème est due à l'existence de multiples pseudo-solutions potentiellement admissibles.

1.1.4 Régularisation TSVD

Une méthode courante de régularisation qui n'est autre qu'une variante de la décomposition en valeurs singulières des opérateurs se nomme TSVD. Cette méthode est l'une des méthodes utilisées pour améliorer le conditionnement du problème inverse.

Afin de décrire mathématiquement l'effet de ce type de régularisation, on introduit la décomposition en valeurs singulières de la matrice de transfert. Cette décomposition s'écrit comme donnée en [18, 24] sous la forme suivante:

$$H_{mm} = U_{mm} \Sigma_{mn} V_{nn}^T \quad (1.7)$$

avec $m > n$, U_{mm} est une matrice de dimension (m, m) dont les colonnes comprennent les vecteurs singuliers gauches de la matrice H telle que $U_{mm}^* \cdot U_{mm} = I_{mm}$ et V_{nn} est une matrice

de dimension (n, n) dont les colonnes comprennent les vecteurs singuliers droits de la matrice H telle que $V_{nn}^* \cdot V_{nn} = I_{nn}$. Soit r le rang de la matrice H , $\Sigma_{[1:r,1:r]}$ est la matrice diagonale contenant les r valeurs singulières de la matrice H classées par ordres décroissants.

$$\Sigma_{mn} = \begin{bmatrix} \Sigma_{[1:r,1:r]} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

La solution matricielle du problème s'écrit alors:

$$F = H^+ R = (U \Sigma V^T)^+ R = (V \Sigma^+ U^T) R \quad (1.9)$$

avec

$$\Sigma_{mn}^+ = \begin{bmatrix} \Sigma_{[1:r,1:r]}^{-1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

Le but de TSVD consiste à réduire la dimension de l'espace des solutions en tronquant ces valeurs [37, 95] en considérant une solution approchée f^p de la forme:

$$f^p = \sum_{i=0}^p \frac{u_i^T R}{\delta_i} v_i \quad (1.11)$$

où $p < r$ est le paramètre de régularisation. Le pseudo inverse de la matrice H s'écrit alors:

$$H_{mn}^+ = V_{np} \Sigma_{pp}^+ U_{mp}^T \quad (1.12)$$

La technique TSVD est donc assez sensible à la détermination du paramètre de régularisation p . Des méthodes existent pour optimiser la valeur de ce paramètre de régularisation et cherchent à résoudre les problèmes engendrés par les valeurs singulières les plus petites de la matrice H . Il faut noter que même lorsqu'un problème inverse est mal conditionné, une solution peut encore être trouvée en utilisant la régularisation. Cette méthode dépend uniquement du système et non de la solution à estimer ce qui est la différence avec les techniques de régularisations classiques comme la régularisation de Tikhonov.

1.1.5 Régularisation de Tikhonov

La technique de régularisation de Tikhonov permet, comme la méthode TSVD, d'ajouter un critère sur la norme de la solution. Elle consiste à ajouter un paramètre de régularisation β qui vient altérer les valeurs singulières de la matrice H [91, 92]. Rappelons la formulation du problème au sens des moindres carrés qui consiste à déterminer F à partir de R et H , en minimisant la quantité $\|R - H.F\|$.

Au sens de Tikhonov, la formulation du problème des moindres carrés, exprimée dans [90] consiste à déterminer F à partir de R et H en minimisant la quantité $\|R - H.F\| + \beta\|F\|$.

Le paramètre de régularisation β est un réel positif qui permet d'accorder plus ou moins d'importance lors du processus de minimisation à la norme de la solution $\|F\|$.

La régularisation de Tikhonov ne nécessite pas l'utilisation de la décomposition en valeurs singulières, comme dans la régularisation TSVD. Donc, elle est décrite par le système suivant:

$$F = (H^*H + \beta I)^{-1}H^*R. \quad (1.13)$$

Comme le montre l'équation (1.13), le paramètre de régularisation β renforce la diagonale de la matrice $(H^*.H)$ permettant de faciliter son inversion.

Comparaison de la régularisation de Tikhonov à la méthode TSVD Dans le but d'étudier précisément l'impact de la régularisation de Tikhonov et la méthode TSVD, les deux techniques sont comparées. Pour cela, en exprimant l'équation (1.13) en remplaçant H par sa décomposition en valeurs singulières:

$$F = (V.\Sigma^2.V^* + \beta.I)^{-1}.V.\Sigma.U^*.R \quad (1.14)$$

Sachant que

$$\beta.I = \beta.V.V^*.I.V.V^* = \beta.V.I.V^*,$$

l'équation (1.15) devient:

$$F = V.(\Sigma^2 + \beta.I)^{-1}.\Sigma.U^*.R = V.\Sigma_{bis}^{-1}.U^*.P \quad (1.15)$$

avec $\Sigma_{bis}^i = \Sigma_i + \beta.\Sigma_i^{-1}$ pour la i^e valeur singulière.

Par conséquent, la régularisation de Tikhonov est une opération d'altération des valeurs singulières [6]. On peut voir qu'avec le paramètre de régularisation β , les valeurs singulières sont remplacées par des valeurs régularisées. Lorsqu'une valeur singulière est petite, le paramètre de régularisation β va la rehausser. Au contraire, lorsqu'une valeur singulière est importante, la correction sera minime. Donc, la régularisation de Tikhonov est différente de la méthode TSVD. Elle rehausse les valeurs singulières responsables de l'hypersensibilité de manière à diminuer leurs effet néfaste, au lieu de les tronquer, ce qui a un effet plus important sur la stabilité du système.

1.1.6 Choix des paramètres de régularisation

Le choix du paramètre de régularisation est une phase importante et délicate lorsque l'on utilise la méthode TSVD ou la régularisation de Tikhonov.

Pour la régularisation TSVD, le paramètre de régularisation est un seuil au-dessous duquel les valeurs singulières sont négligées. Ce paramètre peut être ajusté par rapport à la plus forte valeur singulière. Dans les travaux de Romano et Lopez [76], les valeurs singulières inférieures à 10% sont rejetées par rapport la plus grande valeur. Une autre méthode plus précise est donnée dans les ouvrages suivants [34, 35, 73, 89]. Elle consiste à régler le seuil en fonction du niveau du bruit présent dans la matrice de transfert.

Pour la régularisation de Tikhonov, la détermination du paramètre de régularisation β est plus difficile. Certaines méthodes existent pour ajuster ce paramètre. Deux d'entre elles présentées ci-après, sont les méthodes les plus utilisées.

Méthode GCV (Generalised Cross Validation) La validation croisée généralisée (GCV) est une méthode qui permet de déterminer le paramètre β_{GCV} adapté qui minimise la fonction GCV donnée par l'équation (1.16) [43, 47].

$$GCV(\beta) = \frac{\frac{1}{m} \| [I - H(H^*.H + \beta.I)^{-1}.H^*].R \|^2}{[\frac{1}{m} tr(I - H(H^*.H + \beta.I)^{-1}.H^*)]^2} \quad (1.16)$$

où m est le nombre des points de mesure et tr est la trace d'une matrice. Le dénominateur de l'équation (1.16) quantifie la perturbation causée par l'addition de β au critère d'erreur. Le numérateur quant à lui, exprime la somme carrée des résidus de la solution régularisée des sources.

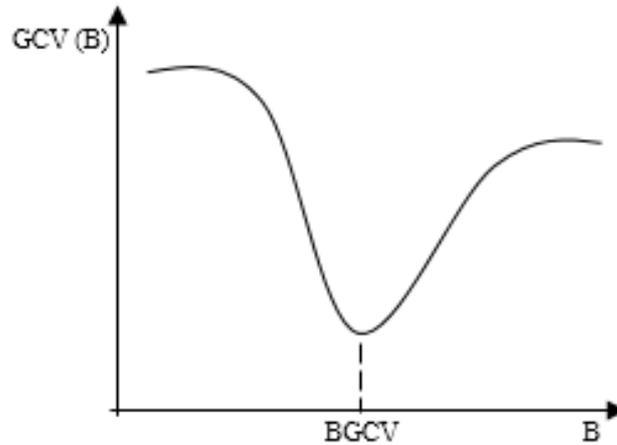


FIG. 1.3: Forme typique de la fonction GCV.

Donc, le but est de trouver le paramètre optimal β qui permet d'avoir de bons résultats inverses du problème, comme le montre la figure (1.3).

Méthode de la courbe en L (L-Curve) La méthode de courbe en L est une autre méthode présentée ici pour déterminer le paramètre de régularisation [25, 44, 75], pour la technique de Tikhonov.

Cette méthode consiste à tracer l'évolution de la norme de F : $\eta(\beta) = \|F\|$ en fonction du résidu $\rho(\beta) = \|R - H.F\|$ pour différentes valeurs du β . L'introduction du paramètre β permet d'effectuer un accord entre la minimisation de $\|F\|$, et celle de $\|R - H.F\|$. La figure (1.4) représente l'évolution de η en fonction de ρ_n , en échelle logarithmique.

Cette figure présente deux zones distinctes, dont la première partie presque horizontale qui correspond à une augmentation de ρ_n pendant que η diminue. Alors que, la partie verticale correspond à une chute de η pendant que ρ_n n'augmente pas.

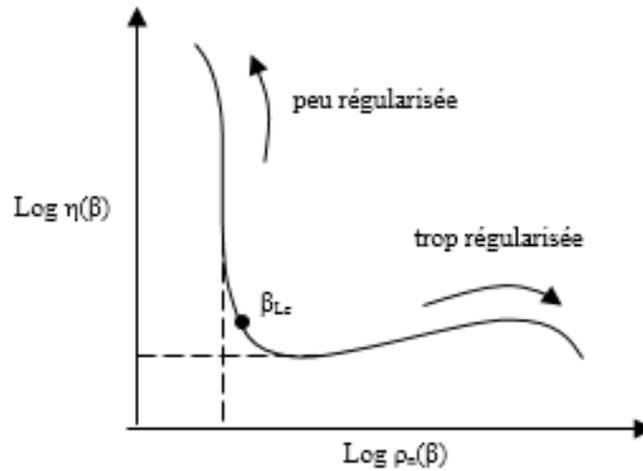


FIG. 1.4: Allure de la courbe en L.

La partie verticale de cette courbe illustre que l'erreur de régularisation, dominée par l'erreur due aux imperfections du second membre, est faible. Par contre, dans la partie horizontale, les solutions (l'erreur de régularisation) sont prédominées par l'erreur due à la perturbation du second membre. Afin d'équilibrer ces deux types d'erreurs, il existe une valeur optimale de β pour un second membre donné, qui se situe à l'intersection de la partie horizontale et verticale de la courbe en L.

1.2 Revue des méthodes inverses en Vibro-acoustique

La localisation des sources est un des problèmes fondamentaux dans le domaine vibro-acoustique. L'identification des sources d'excitation à partir des mesures vibratoires ou acoustiques du système étudié est évoluée suivant les variables étudiées et suivant l'étendue de la classe fréquentielle.

Les méthodes inverses peuvent être classées en fonction de la bande fréquentielle. On trouve celles destinées pour les basses fréquences telles que l'holographie acoustique et la méthode des éléments finis, d'autres destinées pour les moyennes et hautes fréquences telle que la méthode MES et d'autres pour étendre la classe des hautes fréquences telle que la RIFF et la SEA. Les méthodes inverses peuvent être aussi classées en fonction des variables constituant la base de la méthode. La première classe concerne les variables cinématiques tels que le déplacement, la vitesse et la pression. Les méthodes les plus utilisées de cette classe sont les méthodes

(IFEM) et (IBEM). L'autre classe concerne les variables énergétiques telles que la densité d'énergie, l'intensité et la puissance injectée. On peut citer parmi ces méthodes la (SEA), la méthode énergétique simplifiée (MES).

1.2.1 Holographie vibratoire

L'holographie vibratoire (*structural holography*) est une méthode basée sur le même principe que l'holographie acoustique développée par Williams et Maynard [57, 93] dans les années 1980, appliquée dans le domaine vibratoire. Elle consiste à localiser et reconstruire le champ vibratoire produit par une force [13].

Le contexte théorique de l'holographie vibratoire est basé sur la théorie de la flexion des plaques. Pour les plaques minces, la théorie de Kirchhoff donne des résultats précis. Selon la théorie de Kirchhoff, la vibration de flexion forcée est régie par l'équation différentielle du quatrième ordre [49] suivante:

$$\frac{Eh^3(1+j\eta)}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial x^2 \partial y^2} \right) + \rho h \frac{\partial^2 w(x,y,t)}{\partial t^2} = F(t) \delta(x,y), \quad (1.17)$$

où h est l'épaisseur de la plaque, E est le module d'Young, η représente l'amortissement, ν est le coefficient de Poisson, $w(x,y,t)$ le déplacement transverse et $\delta(x,y)$ la distribution de Dirac dans l'espace. Considérons l'exemple d'une force ponctuelle $F(t)$ située à $(0,0)$ exprimée dans l'équation (1.17) afin que la distribution de la force soit nulle ailleurs. Donc, l'équation (1.17) peut être réécrite en régime harmonique $e^{j\omega t}$:

$$\nabla^4 \varpi(x,y) - k_f^4 \varpi(x,y) = 0, \quad (\forall y \neq 0), \quad (1.18)$$

avec $\varpi(x,y)$ représente le déplacement transverse en régime harmonique de pulsation ω , $k_f^4 = \frac{\omega^2 \rho h}{D}$ avec D est la rigidité de la structure.

La transformée de Fourier spatiale (SFT) est appliquée à l'équation (1.18) dans la direction x pour obtenir une équation différentielle de 4^{me} ordre:

$$\frac{\partial^4}{\partial y^4} W(k_x, y) - 2k_x^2 W(k_x, y) + (k_x^4 - k_f^4) W(k_x, y) = 0, \quad (1.19)$$

qui admet la solution générale:

$$W(k_x, y_i) = C_{eva}^B(k_x)e^{k_x^+ y_i} + C_{eva}^F(k_x)e^{-k_x^+ y_i} + C_{mix}^B(k_x)e^{k_x^- y_i} + C_{mix}^F(k_x)e^{-k_x^- y_i}, \quad (1.20)$$

avec $k_x^+ = \sqrt{k_x^2 + k_f^2}$, $k_x^- = \sqrt{k_x^2 - k_f^2}$ et y_i est la position de reconstruction sur la plaque. Cette solution comporte quatre coefficients qui ne dépendent que du nombre d'ondes k_x . Les coefficients C_{mix}^F et C_{eva}^F caractérisent les ondes allers, et les deux autres, C_{mix}^B et C_{eva}^B représentent des ondes retours. C'est la principale différence avec le domaine acoustique où les ondes de propagation sont représentées par un seul coefficient ainsi que les ondes se propageant en retours. Les coefficients C_{eva}^B et C_{eva}^F caractérisent des ondes purement évanescentes pour toutes les valeurs de k_x . Les coefficients C_{mix}^F et C_{mix}^B définissent les ondes de propagation pour $k_x \leq k_f$ et les ondes évanescentes pour $k_x > k_f$. L'objectif de l'holographie vibratoire est d'identifier ces quatre inconnues pour reconstruire tout le champ de déplacement de la plaque. Ainsi, l'holographie vibratoire nécessite quatre hologrammes 1D pour identifier les 4 inconnues de l'équation (1.20). En effet, l'équation (1.20) à quatre positions des hologrammes conduit au système suivant de quatre équations:

$$\begin{pmatrix} e^{k_x^+ y h_1} & e^{-k_x^+ y h_1} & e^{k_x^- y h_1} & e^{-k_x^- y h_1} \\ e^{k_x^+ y h_2} & e^{-k_x^+ y h_2} & e^{k_x^- y h_2} & e^{-k_x^- y h_2} \\ e^{k_x^+ y h_3} & e^{-k_x^+ y h_3} & e^{k_x^- y h_3} & e^{-k_x^- y h_3} \\ e^{k_x^+ y h_4} & e^{-k_x^+ y h_4} & e^{k_x^- y h_4} & e^{-k_x^- y h_4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{eva}^B(k_x) \\ C_{eva}^F(k_x) \\ C_{mix}^B(k_x) \\ C_{mix}^F(k_x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W(k_x, y h_1) \\ W(k_x, y h_2) \\ W(k_x, y h_3) \\ W(k_x, y h_4) \end{pmatrix} \quad (1.21)$$

où $W(k_x, y h_i)$, avec $i=1,4$ est le spectre des nombres d'ondes sur l'hologramme i à la position y_{hi} sur l'axe y . La résolution de l'équation (1.21) permet de déterminer les quatre coefficients et ensuite de calculer le spectre du nombre d'ondes sur la plaque en utilisant l'équation (1.20) avec différentes valeurs de position y . Enfin, en appliquant la Transformée de Fourier Spatiale Inverse (ISFT) au spectre des nombres d'ondes, on obtient le champ de déplacement:

$$\varpi(x, y) = ISFT[W(k_x, y)] = \int W(k_x, y) e^{-k_x x} \frac{dk_x}{2\pi}. \quad (1.22)$$

Pour résumer, quatre étapes doivent être suivies pour reconstituer le déplacement sur la plaque par l'holographie vibratoire et sont schématisées dans la figure (1.5):

- Mesurer les déplacements,

- appliquer le STF sur les hologrammes pour identifier les coefficients,
- calculer les spectres des nombres d’ondes $W(k_x, y)$ sur la plaque,
- appliquer des TFSI sur les spectres des nombres d’ondes pour reconstruire le déplacement $\varpi(x, y)$.

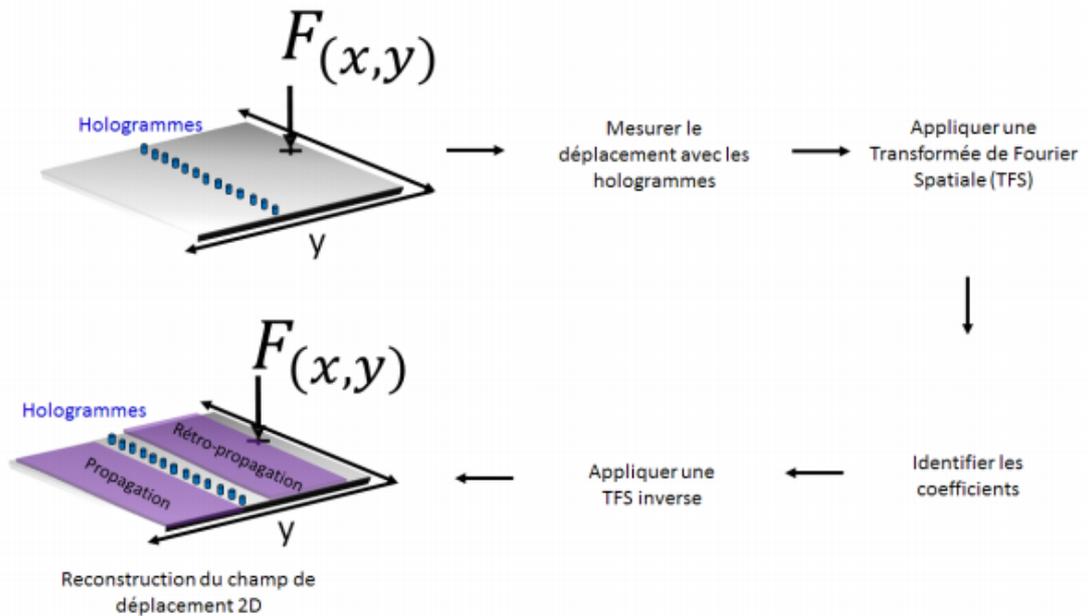


FIG. 1.5: Schéma du principe de l’holographie vibratoire [13].

Il faut attirer l’attention sur le fait que la solution donnée par l’équation (1.18) n’est valable que dans les zones où aucune force externe n’est appliquée. En conséquence, la rétropropagation est limitée par la position de la force. Contrairement aux méthodes classiques, l’holographie vibratoire n’est pas dédiée à l’estimation de la distribution de la force en mesurant le déplacement sur toute la surface de la structure mais permet de reconstituer les champs de déplacement avec seulement 2 ou 4 lignes de mesure (hologrammes).

1.2.2 Méthode des éléments finis inverse (IFEM)

La modélisation directe par la méthode des éléments finis (FEM) a été largement utilisée pour la simulation acoustique à l’intérieur des cavités [3, 65], en particulier dans l’intervalle des basses fréquences [85, 87]. Elle est basée sur les variables cinématiques comme la pression et la vitesse. La méthodologie consiste à discrétiser le domaine à des éléments finis de volume, comme le montre la figure (1.6).

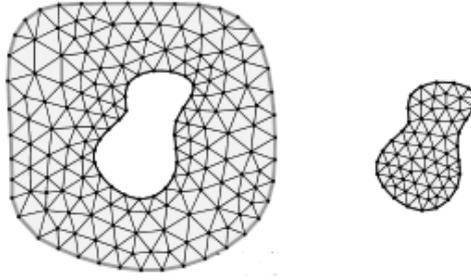


FIG. 1.6: Maillages intérieurs et extérieurs pour un problème traité avec la FEM [94].

La modélisation inverse de cette méthode permettant de localiser les sources acoustiques dans les cavités. Weber *et al.* [96, 97], l'ont utilisée dans le domaine de l'aéronautique pour localiser les sources sonores appliquées sur un fuselage d'avion. La figure (1.7) représente la maquette ainsi que le maillage utilisé.

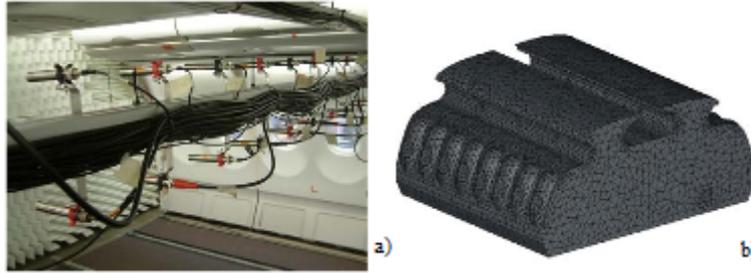


FIG. 1.7: Dispositif de mesure à l'intérieur de la maquette (a) et le modèle EF de la cavité (b) [97].

La méthode FEM inverse pour un problème en acoustique comme présenté dans [97], repose sur l'équation d'Helmholtz suivante:

$$\Delta p(X, \omega) + k^2 p(X, \omega) = 0 \quad (1.23)$$

où $X = (x, y, z)$, Δ est le Laplacien, p est la pression acoustique et k le nombre d'ondes défini par:

$$k = \frac{2\pi f}{c} \quad (1.24)$$

Les conditions aux limites correspondantes sont données par les conditions de Dirichlet pour la pression acoustique et par les conditions de Neumann pour la composante normale de la vitesse des particules. La discrétisation de l'équation (1.23) en utilisant la méthode des éléments finis conduit au système suivant [97]:

$$\mathbf{K}.p = v \quad (1.25)$$

avec \mathbf{K} est la matrice de raideur, p est le vecteur de pressions et v est le vecteur proportionnel à la vitesse des particules dans le champ acoustique. L'écriture inverse de ce système nous permet de prédire la distribution de la pression dans la cavité.

La FEM est un outil puissant et largement utilisée pour localiser les sources sonores dans une cavité acoustique. Cependant elle souffre de quelques défauts: (i) elle nécessite des éléments de maillage assez fins par conséquent un temps de calcul très important, (ii) le maillage dépend de la fréquence, (iii) elle est limitée pour les basses fréquences.

1.2.3 Méthode des éléments de frontières inverse (IBEM)

La méthode des éléments de frontières inverse (IBEM) est une méthode de résolution des problèmes de rayonnement acoustique basée sur la BEM directe, dédié pour les basses et moyennes fréquences. Cette dernière se base sur la modélisation des éléments de frontières de l'objet rayonnant comme le montre la figure (1.8).

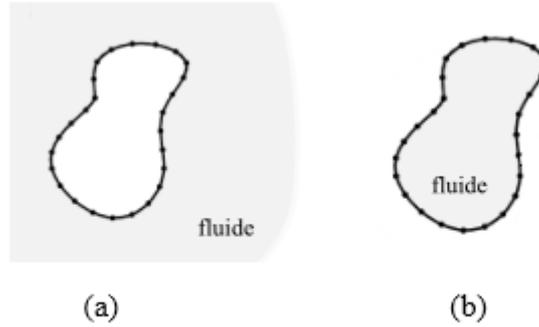


FIG. 1.8: Maillages extérieurs (a) et intérieurs (b) pour un problème traité avec la BEM [94].

La méthodologie consiste à définir une source surfacique S et à créer le maillage en fonction du champ qu'on veut déterminer. La formulation comme présentée dans [38] est exprimée à la base de l'équation de Helmholtz intégrale, et relie le champ de la pression en un point N avec la pression et la vitesse normale en un point Q :

$$\gamma_0(N)p(N) = \int_S \left\{ \frac{\partial G(r)}{\partial n} p(Q) + j\omega\rho G(r)v_n(Q) \right\} dS \quad (1.26)$$

où $\gamma_0(N)$ est le rapport de l'angle solide défini par 4π , r est la distance entre N et Q et $G(r)$ est la fonction de Green définie par:

$$G(r) = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \quad (1.27)$$

D'après [38], l'équation (1.26) est appliquée aux points constituant la surface S , puis discrétisée, ce qui donne une relation matricielle entre le vecteur des pressions p_s sur la surface S et le vecteur des vitesses normales v_s :

$$Ap_s + Bv_s = 0 \quad (1.28)$$

avec A et B sont les matrices contiennent les termes relatifs aux intégrales sur la surface de la fonction de Green et de sa dérivée normale.

Pour tout point N du champ on obtient:

$$p_N = A^N p_s + B^N v_s \quad (1.29)$$

où p_M est le vecteur des pressions du champ, A^N et B^N sont les matrices contenant tous les termes relatif aux intégrales sur la surface S de la fonction de Green et de sa dérivée normale du champ. Combinant les équations (1.28) et (1.29) déterminées par la BEM directe, on obtient la formulation inverse (1.30) qui s'écrit:

$$p_N = (-A^N(A^{-1}B + B^N)v_s = Hv_s \quad (1.30)$$

Cette équation établit la relation souhaitée entre le vecteur des pressions et le vecteur des vitesses.

La IBEM est un outil puissant et largement utilisée pour identifier les sources dans une cavité acoustique. Cependant elle souffre de quelques défauts: (i) elle nécessite de mailler toute la surface de la cavité et par conséquent un temps de calcul très important, (ii) le maillage dépend de la fréquence, càd l'erreur augmente avec la fréquence, (iii) elle est limité pour les basses et moyennes fréquences.

1.2.4 Résolution Inverse Filtrée et Fenêtrée (RIFF)

La méthode RIFF (Résolution Inverse Filtrée et Fenêtrée) est une méthode expérimentale permettant d'identifier les efforts excitateurs s'appliquant sur une structure [66]. Le principe consiste à injecter les valeurs du champ de déplacement dans l'équation du mouvement de la structure pour y calculer les efforts externes. La formulation du problème s'écrit sous la forme suivante:

$$F(x,y,\omega) = D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2}\right)w - \rho\omega^2 h w \quad (1.31)$$

où F est le vecteur force d'excitation, ω est la fréquence angulaire, w est le vecteur des déplacements, ρ est la masse volumique, h est l'épaisseur de la structure et $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ est la rigidité de la structure plaque.

La distribution de la force F peut alors être calculée à partir de la connaissance des déplacements et de leurs quatrièmes dérivées spatiales. Contrairement au travail de Zhang *et al.* [104, 105], les dérivées spatiales sont calculées avec la méthode des différences finies plutôt que par la méthode de transformée de Fourier car la méthode peut être utilisée localement sur des parties de la structure. Le principe consiste à discrétiser le champ spatial par des mailles régulières où les mesures sont effectuées en ses points. L'approche des différences finies utilisée est basée sur des schémas centrés correspondant à chaque dérivée spatiale et développé au premier ordre [23]. Pour le cas d'une plaque, les expressions sont de la forme:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \Rightarrow \delta_{i,j}^{4x} = \frac{1}{\Delta_x^4} (w_{i+2,j} - 4w_{i+1,j} + 6w_{i,j} - 4w_{i-1,j} + w_{i-2,j}) \quad (1.32)$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \Rightarrow \delta_{i,j}^{4y} = \frac{1}{\Delta_y^4} (w_{i,j+2} - 4w_{i,j+1} + 6w_{i,j} - 4w_{i,j-1} + w_{i,j-2}) \quad (1.33)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \Rightarrow \delta_{i,j}^{2x2y} = \frac{1}{\Delta_x^2 \Delta_y^2} & (w_{i+1,j+1} - 2w_{i+1,j} + w_{i+1,j-1} - 2w_{i,j-1} + 4w_{i,j} \\ & - 2w_{i,j-1} - 2w_{i-1,j} + w_{i-1,j+1} + w_{i-1,j-1}) \end{aligned} \quad (1.34)$$

où Δ_x , Δ_y sont les distances entre deux points dans les directions x et y , i et j sont les indices des points de la grille de maille, et $w_{i,j}$ est l'amplitude complexe du déplacement transversal au point (i,j) . En utilisant les déplacements de la structure, on peut ensuite calculer la répartition de la force discrétisée à partir de l'équation du mouvement (1.31) et les équations (1.32, 1.33 et 1.34) de l'approche des différences finies:

$$F_{i,j} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} (\delta_{i,j}^{4x} + \delta_{i,j}^{4y} + 2\delta_{i,j}^{2x2y}) - \rho\omega^2 h w_{i,j} \quad (1.35)$$

Le calcul d'une amplitude de la distribution de force nécessite la prise en compte des déplacements vibratoires en 13 points pour les plaques. Bien sûr, lorsque la distribution de la force est

calculée à un autre endroit proche de celle-ci, la plupart des déplacements mesurés peuvent être utilisés à nouveau. Cette approche présente un grand problème de sensibilité aux incertitudes sur les déplacements mesurés. Les petites erreurs dans les mesures introduisent un niveau de bruit très élevé sur la reconstruction de la force car les erreurs sont amplifiées par les quatrièmes dérivées. L'application directe de la procédure précédente n'est donc pas possible avec des données de déplacement corrompus, de sorte que le problème doit être régularisé. Donc, une étape de régularisation, basée sur un filtrage en nombres d'ondes est toutefois nécessaire pour s'affranchir des effets d'amplifications du bruits de mesure. Pour une plaque rectangulaire, on utilise la fenêtre globale $2D$ suivante:

$$\psi_{2D}(x,y) = \psi(x)\psi(y) \quad (1.36)$$

où $\psi(x)$ (de même pour $\psi(y)$) correspond à une demi-fenêtre de longueur α aux limites du domaine de mesure, 1 dans le domaine de mesure et 0 sinon. $\psi(x)$ est égale:

$$\begin{cases} \psi(x) = 0.5(1 - \cos\frac{\pi x}{\alpha}) & \text{pour } x < \alpha \\ \psi(x) = 1 & \text{pour } \alpha \leq x \leq L - \alpha \\ \psi(x) = 0.5(1 - \cos\frac{\pi(x-L+2\alpha)}{\alpha}) & \text{pour } x > L - \alpha \end{cases} \quad (1.37)$$

Pour l'étape de filtrage, la technique consiste à utiliser deux filtres dans deux directions. Les directions x et y sont les plus simples à mettre en œuvre. Le filtrage correspond alors au produit à double convolution:

$$F_{i,j}^{filtered} = \Delta_x \Delta_y \sum_{k=i-\frac{2\pi}{k_c \Delta_x}}^{i+\frac{2\pi}{k_c \Delta_x}} \sum_{l=j-\frac{2\pi}{k_c \Delta_y}}^{j+\frac{2\pi}{k_c \Delta_y}} F_{kl} H((i-k)\Delta_x, (j-l)\Delta_y) \quad (1.38)$$

où la fonction H est définie par:

$$\begin{cases} H(x,y) = \frac{1}{4\pi^2 xy} (1 + \cos\frac{k_c x}{2})(1 + \cos\frac{k_c y}{2}) \sin(k_c x) \sin(k_c y) & \text{pour } x \text{ et } y \in [-\frac{2\pi}{k_c} : \frac{2\pi}{k_c}] \\ 0 & \end{cases} \quad (1.39)$$

On peut noter d'après cette expression que les deux filtres possèdent le même nombre d'ondes de coupure k_c . Ce choix provient du fait que le nombre optimal d'ondes de coupure dépend principalement du nombre d'ondes de flexion libre de la structure, qui est indépendant de la direction des plaques isotropes.

Les premiers développements de la méthode RIFF ont été réalisés sur une structure dont l'équation analytique est connue (poutre [68, 69], plaques [71], coque cylindrique [19, 20]). Par la suite, la méthode a été étendue à l'identification des efforts [14] et a aussi été adaptée aux structures plus complexes, grâce à l'utilisation d'un opérateur éléments finis [74, 78]. La méthode peut aussi être utilisée pour la détection des défauts [101], la caractérisation des matériaux complexes [1], ainsi que l'identification du comportement dynamique d'une structure [78].

1.2.5 La fonction de la réponse en fréquence inverse (IFRF)

La localisation ainsi que l'identification des sources acoustiques en mesurant la pression acoustique forment la base d'un problème acoustique inverse. La méthode de la fonction de la réponse en fréquence inverse (IFRF) est l'une des méthodes les plus utilisées dans ce domaine. La IFRF consiste à placer des sources de références dans le système et à mesurer la pression acoustique résultante en différents endroits, [29, 44, 63] comme le montre la figure (1.9).

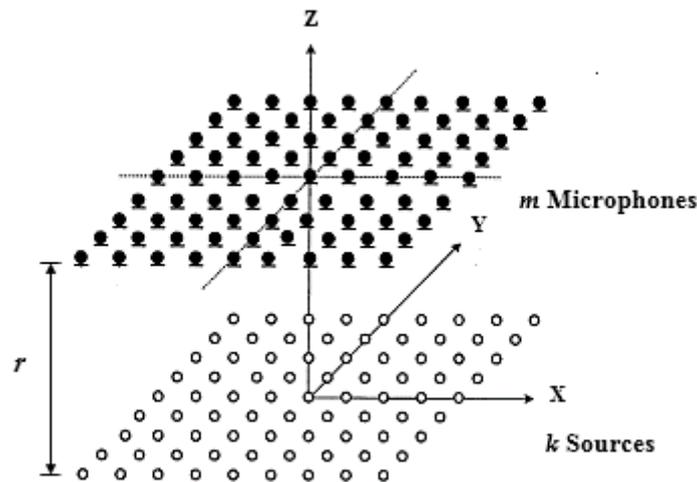


FIG. 1.9: Répartition des k sources et m points de mesure.

En d'autres termes, cette méthode inverse consiste à déterminer les vitesses de surfaces dans les directions normales q à partir des mesures de la pression acoustique p . Cela est en pratique réalisée à partir de l'inversion de l'équation suivante :

$$p = H.q \quad (1.40)$$

où H est une matrice de dimension (m, k) avec m est le nombre de mesures et k est le nombre de sources. Cette matrice de transfert représente l'équivalent discret de l'équation intégrale d'Helmholtz et chaque élément est calculé en utilisant l'équation suivante:

$$H = j\rho\omega \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \quad (1.41)$$

avec k est le nombre d'ondes, ρ est la masse volumique du fluide et r la distance source-microphone.

La matrice H contient donc les données relatives à la propagation du son dans la cavité pour les points sources. La grande difficulté que présente cette méthode est que cette matrice est généralement mal conditionnée. Pour résoudre ce problème deux méthodes de régularisation peuvent être utilisées soit la technique TSVD ou bien la méthode de Tikhonov.

1.2.6 L'analyse statistique de l'énergie (SEA)

Théorie L'analyse statistique de l'énergie (SEA) est une méthode d'identification vibroacoustique dédiée pour les moyennes et hautes fréquences. Elle s'intéresse à la détermination de l'énergie dans les systèmes mécaniques, en le décomposant en sous-systèmes possédant chacun une énergie propre, et sur l'analyse des énergies échangées entre eux. Cette approche est développée par Lyon et Maidanik [52], qui démontrent que le flux d'énergie entre deux oscillateurs couplés est proportionnel à la différence entre leurs énergies actuelles. Depuis, de nombreuses publications traitent les principes de la SEA, les différentes hypothèses requises et les techniques utilisées. On citera comme référence l'ouvrage édité par Maidanik *et al.* [55], et réédité par Lyon *et al.* [51], la récente synthèse proposée en [8, 56] et encore les critiques de Fahy *et al.* [22].

Pour obtenir les équations de la SEA, un certain nombre d'hypothèses ont été effectuées. Keane *et al.* [39] donne une liste de ces hypothèses:

- la méthode détermine l'énergie mécanique moyenne dans chaque sous-système,
- les grandeurs sont déterminées sur une bande fréquentielle répartie autour d'une fréquence centrale,
- les sous-systèmes sont élastiques, linéaires, bornés et couplés linéairement,
- les sous-systèmes sont excités de manière homogène par des sources décorréelées,

- la bande de fréquences est caractérisée par une forte densité modale,
- l'énergie est équirépartie sur ces modes,
- ces modes sont répartis uniformément sur la bande de fréquences considérée,
- le facteur de dissipation de chaque sous-système est faible, et constant sur la bande de fréquences,
- le couplage entre les sous-systèmes est conservatif,
- le couplage entre les sous-systèmes est faible et constant sur la bande de fréquences,
- les forces d'excitations sont large-bande, et décorrélées entre elles.

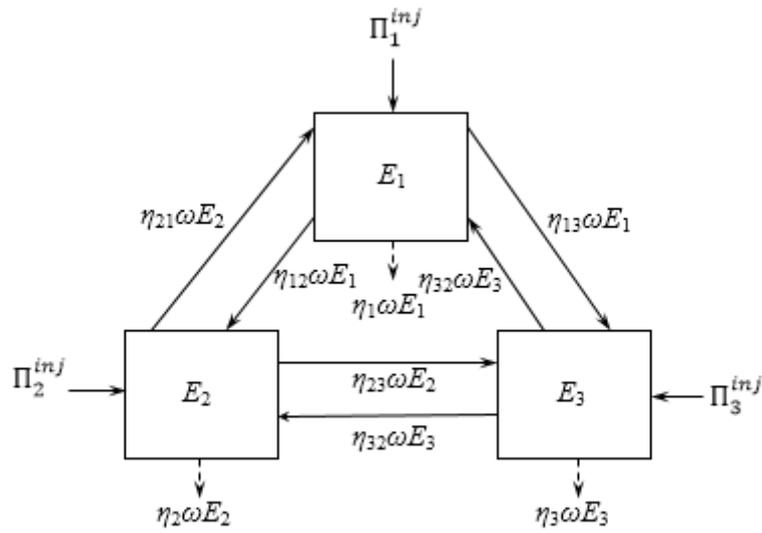


FIG. 1.10: Structure d'un système composé par trois sous-systèmes modélisée par SEA.

Dans cette méthode, les grandeurs quadratiques sont considérées et l'énergie sur chaque sous-système est moyennée en fréquence. Les variables d'entrées sont les puissances injectées en chaque sous-système et les inconnues sont les énergies des sous-systèmes [54].

La figure (1.10) illustre un exemple de système composé par trois sous-systèmes. Π_1^{inj} , Π_2^{inj} , et Π_3^{inj} sont les puissances injectées, E_1 , E_2 , et E_3 sont les énergies en chaque sous-système et η_1 , η_2 et η_3 sont les facteurs de perte internes. Finalement, η_{12} le facteur de perte par couplage de 1 vers 2, η_{13} celui de 1 vers 3, η_{21} celui de 2 vers 1, η_{31} celui de 3 vers 1, η_{23} celui de 2 vers 3 et η_{32} celui de 3 vers 2.

Étant donné un système constitué de N sous-systèmes, les puissances injectées Π_i^{inj} ($i \in 1..N$) sont les variables d'entrées, les énergies E_i dans chaque sous-système i sont les inconnus. Pour les déterminer, il faut disposer des facteurs de perte internes η_i pour chaque sous-système i ,

et des facteurs de perte par couplage η_{ij} entre ceux-ci [54]. En régime stationnaire, l'équation énergétique au sein de chaque sous-système s'écrit comme suit:

$$\Pi_i^{inj} = \eta_i \omega E_i + \sum_j \eta_{ij} \omega E_i - \sum_j \eta_{ji} \omega E_j \quad (1.42)$$

La formulation matricielle de l'équation (1.42) est donnée par:

$$\begin{bmatrix} \Pi_1^{inj} \\ \Pi_2^{inj} \\ \vdots \\ \Pi_N^{inj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_{11} & -\eta_{21} & \dots & -\eta_{N1} \\ \eta_{12} & -\eta_{22} & \dots & -\eta_{N2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \eta_{1N} & -\eta_{2N} & \dots & -\eta_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega E_1 \\ \omega E_2 \\ \vdots \\ \omega E_N \end{bmatrix} \quad (1.43)$$

avec $\eta_{ii} = \eta_i + \sum_{k=1, k \neq i}^N \eta_{ik}$.

La détermination des facteurs de perte par couplage η_{ij} constitue l'une des principales difficultés lors de l'application de cette méthode.

Lien avec la théorie de Sabine Le modèle de Sabine est un modèle de prédiction acoustique dans une cavité fermée aux parois réfléchissantes, développé pour l'acoustique des salles; ses hypothèses présentent de nombreuses similitudes avec la SEA. La théorie de Sabine s'applique pour une cavité fermée de volume V , dont les différentes parois de surface S_i ont un coefficient moyen d'absorption énergétique α_{S_i} . On note A l'aire d'absorption équivalente qui caractérise le pouvoir absorbant d'un local complet:

$$A = \sum_i \alpha_{S_i} S_i \quad (1.44)$$

En se référant sur l'ouvrage de Schmitt *et al.* [84] et en tenant compte de l'hypothèse d'uniformité du champ et d'équipartition angulaire et de décorrélation des ondes, la densité d'énergie W et l'intensité I_{sab} sont liés par l'équation (1.45):

$$I_{Sab} = \frac{c_0}{4} W \quad (1.45)$$

avec c_0 désigne la célérité du son dans l'air et I_{Sab} est dite l'intensité efficace de Sabine traversant une surface élémentaire définie dans la cavité en provenance d'un des demi-espaces délimités par cette surface.

Les hypothèses du champ diffus impliquent que le vecteur intensité est nul en moyenne en tout point de la cavité. Si l'on considère une surface élémentaire dS de coefficient d'absorption α_S sur la paroi de la cavité, l'intensité efficace de Sabine nous permet de quantifier la puissance dissipée Π_{diss} . On obtient la relation suivante:

$$\Pi_{diss} = \alpha_S \cdot I_{Sab} \cdot dS \quad (1.46)$$

En absence d'échange avec d'autres systèmes, le bilan d'énergie s'écrit alors:

$$\Pi^{inj} = V \frac{dW}{dt} + \frac{Ac_0}{4} W \quad (1.47)$$

Dans le cas stationnaire, la densité d'énergie acoustique est reliée d'une manière simple aux paramètres d'entrées du modèle:

$$W_{Sab} = \frac{4\Pi^{inj}}{c_0 A} \quad (1.48)$$

L'extinction de la source entraîne l'évolution de la densité d'énergie et de l'intensité régie par les équations (1.49) et (1.50).

$$W(t) = W_{Sab} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (1.49)$$

$$I(t) = \frac{\Pi^{inj}}{A} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (1.50)$$

où $\tau = \frac{4V}{Ac_0}$ la constante du temps.

Le temps de réverbération TR est défini comme le temps nécessaire pour que la pression acoustique soit une diminution de 60dB du niveau de pression initiale (voir la figure (1.11)).

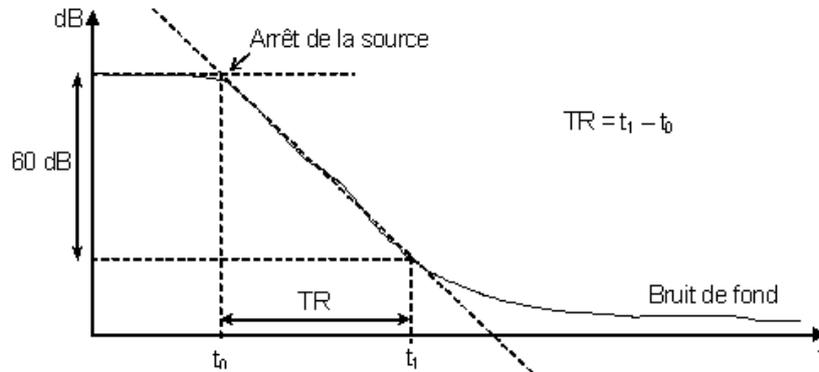


FIG. 1.11: Temps de réverbération.

La formule de Sabine donne le temps de réverbération en fonction du volume V de cavité et

l'aire d'absorption équivalente A :

$$TR_{60} = \frac{0.16V}{A} \quad (1.51)$$

Cette relation possède un autre avantage qui est celui de caractériser le coefficient d'absorption sans connaître la puissance acoustique injectée dans la cavité. En plus, l'équation (1.48) donnant la densité d'énergie acoustique en régime stationnaire peut être appliquée pour identifier la puissance de la source, ou l'absorption de la cavité. Le modèle de Sabine constitue alors la base de la plupart des méthodes d'analyse des salles basées sur l'énergie.

L'application de la théorie de Sabine présente une limite puisqu'elle est valable juste dans le cas d'une cavité réverbérante excitée de manière homogène. Cependant, en réalité la source est souvent ponctuelle. Dans ce cas, la formulation de Sabine peut être améliorée en tenant compte du champ direct. Ainsi, la relation (1.48) est augmentée d'un nouveau terme lié à la distance r à la source:

$$W_{Sab} = \frac{4\Pi^{inj}}{c_0 A} + \frac{\Pi^{inj}}{4\pi r^2 c_0} \quad (1.52)$$

Cette relation permet de définir l'expression de rayon acoustique r_a comme la distance à la source à laquelle les champs direct et réverbéré sont de niveau égal:

$$r_a = \sqrt{\frac{A}{50}} \quad (1.53)$$

La théorie de Sabine est applicable si l'hypothèse de champ diffus est validée, c'est-à-dire si $r_a \ll L$ (où L est la dimension caractéristique de la cavité) puisque le champ direct n'aura d'importance que dans un volume très limité. Donc, cette méthode s'applique à des cavités très réverbérantes avec des diffuseurs dans les coins et des parois non parallèles. En plus, la densité d'énergie doit être évaluée loin de la source à une distance $d \gg r_a$ et loin des parois pour bien retrouver la puissance injectée. Le domaine de validité et d'application de cette méthode reste limité, puisqu'elle permet seulement de déterminer la puissance acoustique de la source sans de la localiser.

1.2.7 Méthode Énergétique Simplifiée (MES)

La méthode énergétique simplifiée (MES) est une méthode de calcul vibro-acoustique en moyennes et hautes fréquences, basée sur une analyse propagatrice des ondes. Plusieurs recherches ont été développées durant ces récentes années [27, 32, 33], dont la formulation diffère en fonction

des phénomènes pris en compte, et de la manière de les simuler.

1.2.7.1 Hypothèses

La méthode énergétique simplifiée est basée sur la description des variables énergétiques locales: la densité d'énergie W est définie comme une somme de la densité d'énergie cinétique et potentielle, et du vecteur densité de flux ou intensité I . Cette méthode se place dans la lignée de la SEA en utilisant le même type de quantités énergétiques quadratiques mais s'en distingue en considérant l'aspect local de ces quantités. Pour écrire l'équation de base de l'approche énergétique simplifiée et le bilan de puissance élémentaire d'une portion du système, nous nous plaçons sous les hypothèses suivantes:

Hypothèse sur les systèmes étudiés (H1) La MES est appliquée pour les systèmes linéaires, isotropes et élastiques qui évoluent en régime permanent, forcé à la pulsation ω , dont le cadre d'application est défini dans [4, 10, 15, 26, 31, 84]. L'équation (1.54) présente le bilan d'énergie s'appliquant à un élément de volume dV , comme présenté à la figure (1.12).

$$\Pi^{inj} = \Pi^{diss} + \vec{\nabla} \cdot \vec{I} \quad (1.54)$$

Π^{inj} et Π^{diss} sont respectivement les puissances injectées et dissipées dans le volume.

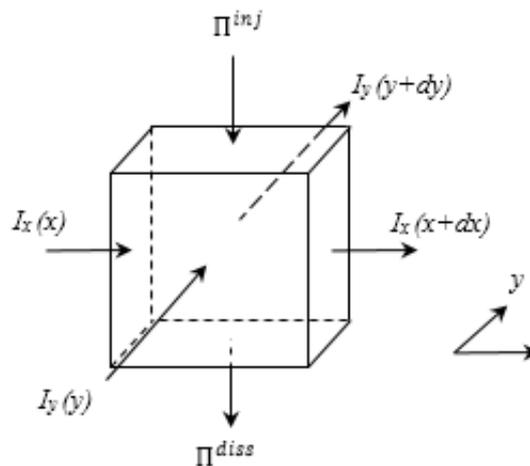


FIG. 1.12: Bilan d'énergie sur un élément de volume.

Hypothèse du modèle d'amortissement hystérétique (H2) La MES adopte le même modèle d'amortissement que la SEA sauf qu'elle présente l'intérêt de permettre une description spatiale

de la dissipation. Considérants:

a- L'amortissement volumique élémentaire, représenté en tout point M du système par le terme $\Pi^{diss}(M)$ dans le bilan de puissance de l'équation (1.54), qui est considéré proportionnel à la densité d'énergie $W(M)$, à l'amortissement du milieu η et aussi à la pulsation ω :

$$\Pi^{diss} = \eta\omega W(M) \quad (1.55)$$

Il existe deux types d'amortissement dont la dissipation est reliée à l'énergie cinétique dans le cas visqueux, et à l'énergie potentielle dans le cas hystérétique. Ces deux énergies sont égales loin des singularités du système, ce qui suppose que le modèle de l'équation (1.55) n'est valide qu'en un point, si les ondes sont majoritairement des ondes de champs lointains où la réverbération est importante. Cela implique que la MES n'est valide que si l'énergie associée au champ réverbéré est assez importante devant le champ direct, et si l'amortissement est faible.

b- L'amortissement d'une frontière dissipative, dont le flux d'intensité dissipé $I^{diss}(P)$ en tout point P de la frontière est proportionnelle au flux d'intensité incidente $I^{inc}(P)$ par le biais du coefficient d'absorption local α de la frontière :

$$I^{diss}(P) = \alpha I^{inc}(P) \quad (1.56)$$

Hypothèse d'ondes propagatives (H3) Pour un champ proche, les ondes évanescentes sont négligeables, mais restent nécessaires pour quantifier précisément les transferts énergétiques. Seules les ondes propagatives sont donc prises en compte. Pour une onde plane progressive, la relation fondamentale qui relie le flux d'intensité $\vec{I}(M)$ à la densité d'énergie $W(M)$ par le biais de la vitesse de groupe c_g du milieu est donnée par :

$$\vec{I}(M) = c_g W(M) \vec{n} \quad (1.57)$$

où \vec{n} désigne le vecteur unitaire dans la direction de propagation.

Hypothèse de non prise en compte des interférences entre les ondes (H4) C'est la dernière et la plus importante hypothèse de la MES, elle consiste à supposer que les ondes sont décorré- lées, ce qui revient à négliger les effets de phase, qui sont primordiales pour la description du comportement modal des systèmes. Par conséquent, la MES ne fournira pas d'information mo-

dale, mais d'un point de vue pratique, elle permet de sommer simplement les différents champs d'énergie.

1.2.7.2 Formulation énergétique

La formulation énergétique de la MES applique l'hypothèse de la décorrelation des ondes propagatives. Ces ondes sont symétriques et correspondent aux champs de propagation d'une source ponctuelle s dans l'espace de dimension nD . Par conséquent, les champs ne dépendent que de la distance r entre la source s et le point de mesure m . Donc, le bilan énergétique peut être écrit comme suit:

$$\frac{1}{r^{n-1}} \frac{\partial}{\partial r} (r^{n-1} \vec{I}) + \eta\omega W \vec{n} = 0 \quad (1.58)$$

où n est la dimension de l'espace ($n=1D, 2D$ ou $3D$).

En plus, cette équation peut être aussi écrite en remplaçant dans l'équation (1.58) du bilan énergétique par l'équation (1.57), de sorte que:

$$\frac{1}{r^{n-1}} \frac{\partial}{\partial r} (r^{n-1} W) + \frac{\eta\omega}{c_g} W = 0 \quad (1.59)$$

Les solutions de cette équation en termes de densité d'énergie et d'intensité active sont exprimées par G et H , respectivement:

$$G(s, m) = \frac{1}{c_g} \frac{e^{-(\eta\omega/c_g)r}}{2\pi r}, \quad \vec{H}(s, m) = \frac{e^{-(\eta\omega/c_g)r}}{2\pi r} \vec{u}_{sm} \quad (1.60)$$

où $r = \|\vec{sm}\|$ est la distance entre la source s et le point de mesure m et \vec{u}_{sm} est le vecteur unitaire de m vers s .

Le champ d'énergie totale est construit comme la superposition d'un champ direct (source primaire) provenant de la puissance injectée dans la surface du système Ω et d'un champ réverbérant (sources secondaires) provenant des sources fictives localisées dans les limites du système $\partial\Omega$, comme le montre la figure (1.13).

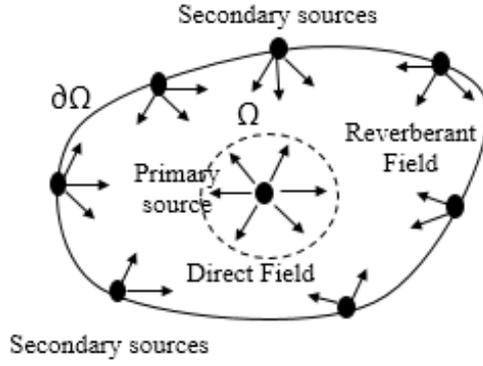


FIG. 1.13: Description de la source.

Toutes ces considérations résument les relations suivantes:

$$W(r) = \int_{\Omega} P^{in}(s)G(s,m)ds + \int_{\partial\Omega} \sigma(p) \vec{u}_{sm} \cdot \vec{n}_p G(p,m)dp \quad (1.61)$$

$$\vec{I}(r) = \int_{\Omega} P^{in}(s)\vec{H}(s,m)ds + \int_{\partial\Omega} \sigma(p) \vec{u}_{sm} \cdot \vec{n}_p \vec{H}(p,m)dp \quad (1.62)$$

où σ est la source secondaire située aux frontières et P^{in} est la puissance injectée provenant de la solution de plaque mince infinie [16] et s'écrit comme suit:

$$P^{in} = \frac{F^2}{16\sqrt{D \cdot h \cdot \rho_s}} \quad (1.63)$$

avec F est la force appliquée, D est la rigidité de la plaque et ρ_s est la masse volumique. En conclusion, la méthode énergétique simplifiée a été utilisée dans de nombreuses applications, y compris les applications vibratoires [28], [46], et les applications acoustiques [5] afin de prédire la répartition de la densité d'énergie dans la bande des moyennes et hautes fréquences.

1.3 Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons présenté en premier lieu la définition d'un problème vibroacoustique inverse. Tout d'abord, nous avons présenté le principe et la problématique du conditionnement pour ce type de problème. Ensuite, nous avons présenté les éléments théoriques permettant le conditionnement et la régularisation de la solution d'identification obtenue. Enfin, nous avons détaillé les différentes méthodes de localisation des sources dans le domaine acoustique et vibratoire, les problèmes rencontrés par chacune d'elles ainsi que les

améliorations à prévoir et nos attentes sur l'identification dans la bande des moyennes et hautes fréquences.

En conclusion, nous avons choisi d'utiliser la méthode énergétique simplifiée (MES) qui est dédiée pour les moyennes et hautes fréquences, et qui sera la base de notre travail. Dans les chapitres suivants de ce rapport, cette méthode énergétique sera présentée pour le cas vibroacoustique. Ses résultats d'identification d'une part des efforts dans le cas des assemblages de plaques et de plaque couplée à une cavité acoustique, et d'autre part des défauts seront détaillés avec d'autres méthodes et validés avec des essais expérimentaux.

Chapitre 2

Identification des sources vibratoires d'une structure complexe par MES

Inverse

Le choix de la bonne méthode est très important pour obtenir des résultats de qualité avec un minimum d'effort et de coût. Des méthodes numériques classiques bien connues comme la méthode des éléments finis (FEM) et la méthode des éléments de frontière (BEM), que nous avons cités dans le chapitre précédent, présentent des limites de mesure lorsque la fréquence augmente. Contrairement à ces méthodes classiques d'analyse qui se basent sur des variables cinématiques (pression, vitesse,...), il existe une deuxième classe de méthodes qui se basent sur des variables quadratiques (densité d'énergie, intensité, puissance,...), proposant une alternative adaptée en moyennes et hautes fréquences. La méthode de la classe énergétique la plus reconnue est la SEA (Statistical Energy Analysis). L'hypothèse d'uniformité de l'énergie reste la limite la plus stricte de cette méthode. Pour cela des nombreuses approches ont tenté de répondre à ces limitations, parmi lesquelles la méthode énergétique simplifiée (MES).

Ce deuxième chapitre s'attarde sur l'application de la MES pour des structures complexes (couplage des plaques) dans le but d'identifier les sources vibratoires à partir d'une mesure directe de la densité d'énergie vibratoire.

2.1 IMES pour des structures complexes

La méthode énergétique simplifiée inverse est un outil predictive destiné pour identifier la source d'excitation en moyennes et hautes fréquences. Les différentes hypothèses de la méthode et la formulation énergétique sont décrites dans le premier chapitre. Dans cette partie on va appliquer cette technique d'identification pour des structures complexes composées par des assemblages de plaques.

2.1.1 Présentation du système

Considérons deux systèmes homogènes Ω_i et Ω_j couplés le long d'une frontière commune $\partial\Omega_i \cap \partial\Omega_j$ comme le montre la figure (2.1). Sur la limite du système, deux sources secondaires σ_i sont impliquées. La source secondaire $\sigma_{i,A}$ située à l'interface entre deux plaques est caractérisée par un coefficient de réflexion r_i et un coefficient de transmission t_i , et la source secondaire $\sigma_{i,B}$ située au bord du système i , qui est caractérisée par un coefficient de réflexion uniforme $r_i=1$ (bords libres, simplement supportés ou encastés). Les coefficients de réflexion et de trans-

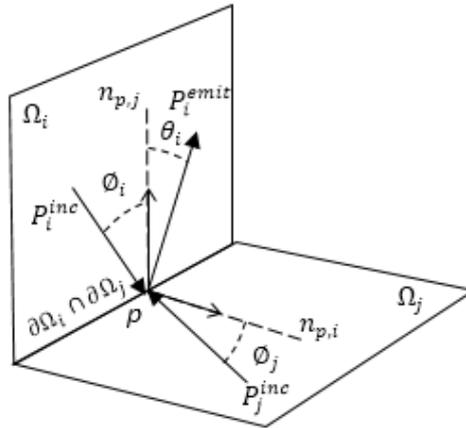


FIG. 2.1: Bilan de puissance à l'interface entre la plaque i et j .

mission r_i et t_i sont respectivement définies comme le rapport de la puissance réfléchie à la puissance d'incidence et de la puissance transmise à la puissance d'incidence. Ces valeurs sont entièrement déterminées dans l'annexe A. Suivant la notation de la figure (2.1), en tout point p de l'interface, le bilan énergétique prend la forme:

$$P_i^{emit} = r_i(\phi_i)P_i^{inc} + t_j(\phi_j)P_j^{inc} \quad (2.1)$$

où P_i^{emit} et P_i^{inc} sont respectivement la puissance émise et incident à p , ϕ_i l'angle d'incidence de la plaque i , ϕ_j l'angle d'incidence de la plaque j et θ_i l'angle d'émission.

Ensuite, en intégrant l'équation (2.1), les sources secondaires $\sigma_{i,A}$ et $\sigma_{i,B}$ en tout point p situé à l'interface et le bord du système i sont respectivement présentés comme suit:

$$\frac{1}{\pi}\sigma_{i,A}(p) = \left[\int_{\Omega_i} r_i(\phi_s)P_i^{in}(s)\vec{H}_i(s,p)ds + \int_{\partial\Omega_i} r_i(\phi_q)\sigma_i(p')\vec{u}_{p'p}\cdot\vec{n}_{p'}\vec{H}_i(p',p)dp' \right] \vec{n}_{p_i} \quad (2.2)$$

$$+ \left[\int_{\Omega_j} t_j(\phi_s)P_j^{in}(s)\vec{H}_j(s,p)ds + \int_{\partial\Omega_j} t_j(\phi_q)\sigma_j(p')\vec{u}_{p'p}\cdot\vec{n}_{p'}\vec{H}_j(p',p)dp' \right] \vec{n}_{p_j}$$

$$\frac{1}{\pi}\sigma_{i,B}(p) = \left[\int_{\Omega_i} P_i^{in}(s)\vec{H}_i(s,p)ds + \int_{\partial\Omega_i} \sigma_i(p')\vec{u}_{p'p}\cdot\vec{n}_{p'}\vec{H}_i(p',p)dp' \right] \vec{n}_{p_i} \quad (2.3)$$

avec ϕ_s est l'angle d'incidence à p de s et ϕ_q est l'angle d'émission à p de p' .

Ces équations seront résolues avec une méthode de collocation comme détaillées dans la partie suivante.

2.1.2 Solution par la méthode de collocation

La solution de collocation pour les équations (2.2) et (2.3) consistent à subdiviser chaque bord des plaques en un nombre limité de segments $\partial\Omega_i^l$ de même dimension et à calculer les sources fictives $\sigma_i^l(p)$ au milieu de chaque élément p_l . Par conséquent, l'équation (2.2) pour un élément l situé à l'interface entre deux plaques devient:

$$\sigma_{i,A}^l(p_l) = \pi \left[\int_{\Omega_i} r_i(\phi_s)P_i^{in}(s)\vec{H}_i(s,p_l)\vec{u}_{sp_l}\cdot\vec{n}_{p_l}d\Omega_i \right. \quad (2.4)$$

$$+ \sum_l \sigma_i^l(p_l) \int_{\partial\Omega_i^l} r_i(\phi_q)\vec{u}_{p'p_l}\cdot\vec{n}_{p'}\vec{H}_i(p',p_l)\vec{u}_{p'p_l}\cdot\vec{n}_{p_l}d\partial\Omega_i^l \left. \right]$$

$$+ \pi \left[\int_{\Omega_j} t_j(\phi_s)P_j^{in}(s)\vec{H}_j(s,p_l)\vec{u}_{sp_l}\cdot\vec{n}_{p_l}d\Omega_j \right.$$

$$+ \sum_l \sigma_j^l(p_l) \int_{\partial\Omega_j^l} t_j(\phi_q)\vec{u}_{p'p_l}\cdot\vec{n}_{p'}\vec{H}_j(p',p_l)\vec{u}_{p'p_l}\cdot\vec{n}_{p_l}d\partial\Omega_j^l \left. \right]$$

Les premiers termes entre crochets correspondent à la puissance réfléchié de la plaque i et les seconds termes correspondent à la puissance transmise de la plaque j vers i . Par suite, pour un

élément k situé sur le bord de la plaque i , l'équation (2.3) s'écrit comme suit:

$$\begin{aligned} \sigma_{i,B}^k(p_k) = \pi \left[\int_{\Omega_i} P_i^{in}(s) \vec{H}_i(s, p_k) \vec{u}_{sp_k} \cdot \vec{n}_{p_k} d\Omega_i + \right. \\ \left. \sum_k \sigma_i^k(p'_k) \int_{\partial\Omega_i^k} \vec{u}_{p'_k p_k} \cdot \vec{n}_{p'_k} \vec{H}_i(p'_k, p_k) \vec{u}_{p'_k p_k} \cdot \vec{n}_{p_k} d\partial\Omega_i^k \right] \end{aligned} \quad (2.5)$$

Après avoir déterminé les sources secondaires, la densité d'énergie W est calculée à partir de la version discrète de l'équation (1.61), qui se présente comme suit:

$$\begin{aligned} W_i(r) = \int_{\Omega_i} P_i^{in}(s) G_i(s, m) d\Omega_i + \sum_l \sigma_{i,A}^l(p_l) \int_{\partial\Omega_i} \vec{u}_{p_l m} \cdot \vec{n}_{p_l} G_i(p_l, m) d\partial\Omega_i + \\ \sum_l \sigma_{i,B}^k(p_k) \int_{\partial\Omega_i} \vec{u}_{p_k m} \cdot \vec{n}_{p_k} G_i(p_k, m) d\partial\Omega_i \end{aligned} \quad (2.6)$$

Dans cette expression, le premier terme est le champ d'énergie directe provenant de la puissance injectée et les autres termes sont les champs réverbérés provenant des sources secondaires situées sur les frontières du système.

Dans la partie suivante, on va présenter la nouvelle formulation énergétique inverse développée dans le but d'identifier les efforts agissant sur une structure complexe modélisée par des assemblages de plaques.

2.1.3 Formulation inverse

Cette partie se concentre sur le développement d'une formulation inverse de la méthode énergétique simplifiée pour des plaques connectées, en appliquant le format discret de l'équation (2.6). Pour cela, nous avons d'abord défini $T_{B,ij}^k$ comme étant la matrice d'interaction géométrique (n_B, n_B) entre n_B éléments de bords libres pour chaque plaque k ou l . Elle est déterminée par la formule suivante en se référant à la figure (2.2):

$$T_{B,ij}^k = 2c_{g,k} - c_{g,k} \int_{\partial\Omega_{k,i}} \int_{\partial\Omega_{k,j}} \frac{e^{-(\eta_k \omega / c_{g,k}) P b_j^k P b_i^k}}{P b_j^k P b_i^k} \vec{u}_{P b_j^k P b_i^k} \cdot \vec{n}_{P b_j^k} d\partial\Omega_{k,i} d\partial\Omega_{k,j}. \quad (2.7)$$

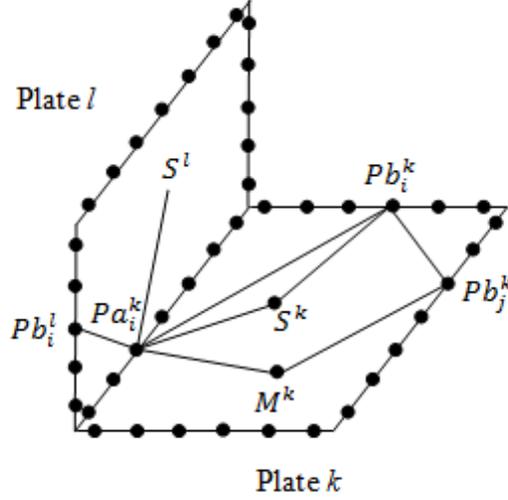


FIG. 2.2: Interaction élément/élément.

Ensuite, et en se référant à la même figure, nous définissons une matrice de dimension (n_B, N) appelée $Q_{B,ij}^k$ correspondant à l'interaction géométrique entre n_B éléments de bords libres et N sources dans chaque plaque k . Elle est déterminée par l'équation suivante:

$$Q_{B,ij}^k = \int_{\Omega_k} \frac{e^{-(\eta_k \omega / c_{g,k}) S_j^k P b_i^k}}{S_j^k P b_i^k} \vec{u}_{S_j^k P b_i^k} \cdot \vec{n}_{P b_i^k} d\Omega_k. \quad (2.8)$$

Alors, le vecteur de la puissance secondaire $\sigma_{B,ij}^k$ situé sur les bords libres de chaque plaque peut être exprimé en fonction du vecteur de la puissance injectée P_{inj}^k comme suit:

$$\sigma_{B,ij}^k = (T_{B,ij}^k)^{-1} \cdot Q_{B,ij}^k \cdot P_{inj}^k. \quad (2.9)$$

Ensuite, nous définissons deux matrices de dimensions (N, n_A) nommés $Q_{RA,ij}^k$ et $Q_{TA,ij}^k$ correspondant respectivement aux matrices de réflexion et de transmission entre n_A éléments de la jonction et N sources dans la plaque k . Ces matrices sont exprimées respectivement:

$$Q_{RA,ij}^k = \int_{\Omega_k} r(S_i^k, P a_j^k) \frac{1}{4 \pi c_{g,k}} \frac{e^{-(\eta_k \omega / c_{g,k}) S_j^k P a_i^k}}{S_j^k P a_i^k} \vec{u}_{S_j^k P a_i^k} \cdot \vec{n}_{P a_i^k} d\Omega_k \quad (2.10)$$

$$Q_{TA,ij}^l = \int_{\Omega_l} t(S_i^l, P a_j^l) \frac{1}{4 \pi c_{g,l}} \frac{e^{-(\eta_l \omega / c_{g,l}) S_j^l P a_i^l}}{S_j^l P a_i^l} \vec{u}_{S_j^l P a_i^l} \cdot \vec{n}_{P a_i^l} d\Omega_l \quad (2.11)$$

En se référant à la figure (2.2), une autre matrice de dimension (N, m) est définie et appelée ici $V_{i,j}^k$. Cet opérateur représente l'intersection géométrique entre N sources et m points de

mesure. Elle est écrite de la manière suivante:

$$V_{i,j}^k = \int_{\Omega_k} \frac{1}{2\pi c_{g,k}} \frac{e^{-(\eta_k \omega / c_{g,k}) S_j^k M_i^k}}{S_j^k M_i^k} d\Omega_k \quad (2.12)$$

Après, nous définissons deux matrices appelées $Rb_{i,j}^k$ et $Ra_{i,j}^k$ représentant respectivement l'interaction géométrique entre les points de mesure m et n_B éléments de bords libres et l'interaction géométrique entre m et n_A éléments de la jonction entre deux plaques. Elles sont définies comme suit:

$$Rb_{i,j}^k = \int_{\partial\Omega_k} \frac{e^{-(\eta_k \omega / c_{g,k}) Pb_i^k M_j^k}}{Pb_i^k M_j^k} \vec{u}_{Pb_i^k M_j^k} \cdot \vec{n}_{Pb_i^k} d\partial\Omega_k \quad (2.13)$$

$$Ra_{i,j}^k = \int_{\partial\Omega_k} \frac{e^{-(\eta_k \omega / c_{g,k}) Pa_i^k M_j^k}}{Pa_i^k M_j^k} \vec{u}_{Pa_i^k M_j^k} \cdot \vec{n}_{Pa_i^k} d\partial\Omega_k \quad (2.14)$$

Enfin, deux autres matrices de réflexion et de transmission sont définies comme suit:

$$T_{RA,ij}^k = \int_{\partial\Omega_{k,i}} \int_{\partial\Omega_{k,j}} \frac{1}{2} r(Pb_j^k, Pa_i^k) \frac{e^{-(\eta_k \omega / c_{g,k}) Pb_j^k Pa_i^k}}{Pb_j^k Pa_i^k} \vec{u}_{Pb_j^k Pa_i^k} \cdot \vec{n}_{Pb_j^k} \vec{u}_{Pb_j^k Pa_i^k} \cdot \vec{n}_{Pa_i^k} d\partial\Omega_{k,i} d\partial\Omega_{k,j} \quad (2.15)$$

$$T_{TA,ij}^l = \int_{\partial\Omega_{l,i}} \int_{\partial\Omega_{l,j}} \frac{1}{2} t(Pb_j^l, Pa_i^l) \frac{e^{-(\eta_l \omega / c_{g,l}) Pb_j^l Pa_i^l}}{Pb_j^l Pa_i^l} \vec{u}_{Pb_j^l Pa_i^l} \cdot \vec{n}_{Pb_j^l} \vec{u}_{Pb_j^l Pa_i^l} \cdot \vec{n}_{Pa_i^l} d\partial\Omega_{l,i} d\partial\Omega_{l,j} \quad (2.16)$$

Ces opérateurs représentent respectivement l'interaction géométrique entre les éléments d'interface n_A et les éléments de bord libre n_B . Ensuite, en combinant toutes les équations (2.7, 2.8, 2.9, 2.10, 2.11, 2.12, 2.13, 2.14, 2.15 et 2.16), le vecteur de la densité d'énergie W^k pour chaque plaque peut s'écrire sous la forme suivante:

$$W^k = S_{kk} P_k^{in} + S_{kl} P_l^{in} \quad (2.17)$$

avec S_{kk} et S_{kl} sont deux matrices qui s'écrivent:

$$S_{kk} = V_{i,j}^k + Rb_{i,j}^k \cdot (T_{B,ij}^k)^{-1} \cdot Q_{B,ij}^k + Ra_{i,j}^k \cdot Q_{RA,ij}^k + Ra_{i,j}^k \cdot T_{RA,ij}^k \cdot (T_{B,ij}^k)^{-1} \cdot Q_{B,ij}^k \quad (2.18)$$

$$S_{kl} = Ra_{i,j}^k \cdot Q_{TA,ij}^l + Ra_{i,j}^k \cdot T_{TA,ij}^l \cdot (T_{B,ij}^l)^{-1} \cdot Q_{B,ij}^l \quad (2.19)$$

Pour des raisons de simplicité, l'équation matricielle de la MES pour deux plaques couplées peut

alors être écrite de la manière suivante:

$$\begin{bmatrix} W^k \\ W^l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{kk} & S_{kl} \\ S_{lk} & S_{ll} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_k^{in} \\ P_l^{in} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

La formulation IMES vise à inverser la formulation matricielle de l'équation (2.20). La puissance injectée dans chaque plaque peut ensuite être estimée et localisée par la connaissance de la densité d'énergie vibratoire. Alors, la formulation IMES est exprimée comme suit:

$$\begin{bmatrix} P_k^{in} \\ P_l^{in} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{kk} & S_{kl} \\ S_{lk} & S_{ll} \end{bmatrix}^+ \begin{bmatrix} W^k \\ W^l \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

où $+$ est le pseudo inverse.

La matrice S peut être bien conditionnée, mais elle est souvent mal conditionnée, ce qui va perturber les résultats. Dans les parties suivantes, nous allons étudier l'effet de l'inversion de la matrice S sur les résultats numériques.

2.2 Validations numériques

Cette partie traite des essais numériques avec différents cas afin de valider la formulation proposée. Le système utilisé ici est une structure qui se compose de plaques couplées dont les caractéristiques sont déjà indiquées dans le tableau (2.1).

Paramètre	Unité	Valeur
Module de Young E	Pa	72.10^9
Coefficient de Poison ν		0.3
Masse volumique ρ	Kg/m ³	2800

TAB. 2.1: Caractéristique de plaques.

Chaque plaque est de forme carré (1m×1m) d'épaisseur $h= 2.10^{-3}$ m, d'un facteur d'amortissement $\eta= 1\%$, encadrée sur les côtés parallèles à la jonction et simplement supportée sur les autres côtés. Chaque plaque est excitée par une puissance injectée $P_1^{in} = P_2^{in} = 3.6.10^{-3}$ W/m², calculée par l'équation (1.63), aux points S_1 et S_2 respectivement dont les coordonnées sont donnés par (0.15 m, 0.75 m, 0) et (0, 0.55 m, 0.55 m) comme le montre la figure (2.3).

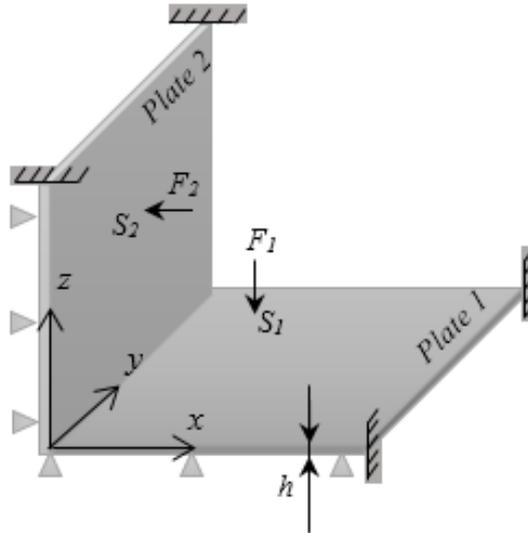


FIG. 2.3: Conditions aux limites.

La méthodologie de la simulation numérique présentée dans la figure (2.4) consiste à mettre en oeuvre l'approche énergétique inverse IMES en utilisant un ensemble de prédiction de la densité d'énergie vibratoire basé dans le premier cas sur la méthode énergétique simplifiée directe (simulation MES/IMES), et dans le second cas sur la méthode des éléments finis (FEM) en utilisant le logiciel COMSOL multiphysics (simulation FEM/IMES).

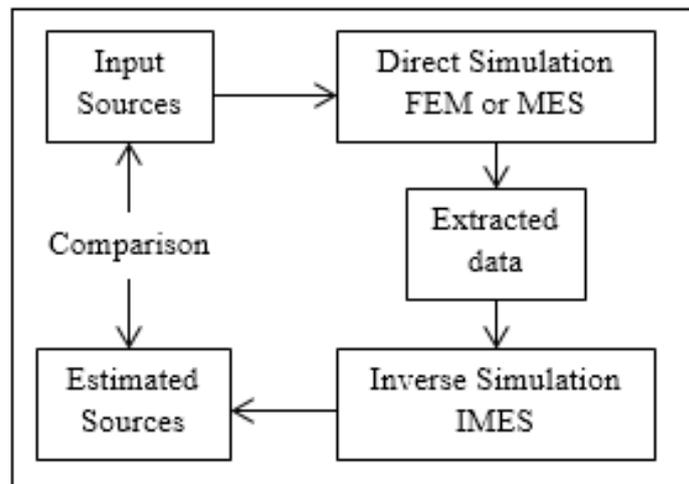


FIG. 2.4: Diagramme de la méthodologie numérique.

2.2.1 Validation de la MES Inverse

L'analyse présentée dans cette section a été réalisée afin de valider la formulation IMES. Dans cet exemple, nous avons considéré les mêmes plaques couplées avec les mêmes dimensions et

caractéristiques.

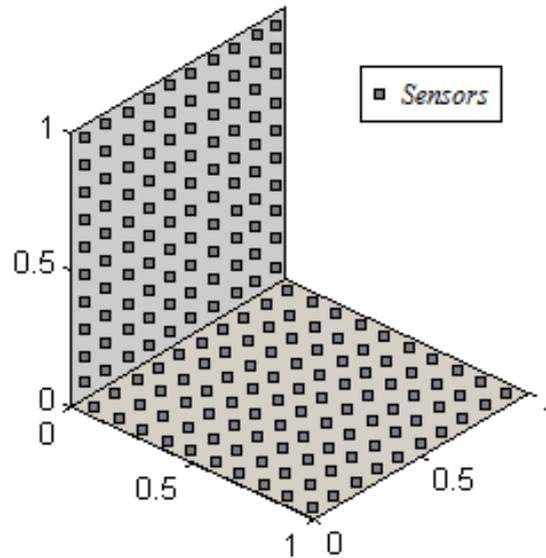


FIG. 2.5: Répartition des points de mesure (■ point de mesure).

La première étape consiste à déterminer les données de mesure du champ de la densité d'énergie à l'aide de $m = 100$ capteurs répartis sur chaque plaque, comme le montre la figure (2.5). Dans la deuxième étape, les résultats des forces fournis par les simulations MES/IMES et FEM/IMES sont comparés aux valeurs exactes des charges d'entrées. Il faut noter que les puissances d'entrées ont été calculées à l'aide de l'équation (2.20) et les résultats présentés dans les figures (2.6) et (2.7) sont calculés à une bande d'octave avec une fréquence centrale $f_c = 10$ kHz, où la densité modale est très importante et l'utilisation de quantités d'énergie est essentielle.

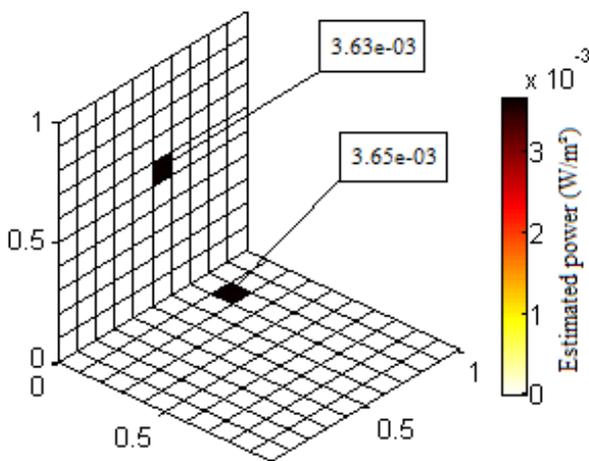


FIG. 2.6: Simulation MES/IMES.

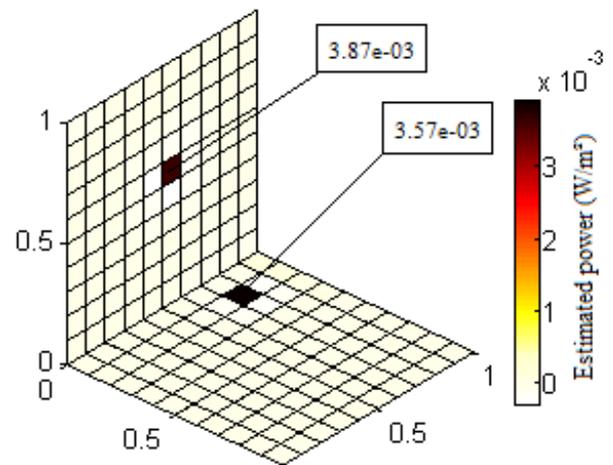


FIG. 2.7: Simulation FEM/IMES.

Les résultats de la figure (2.6) montrent que l'inversion de la matrice S est bien validée puisque

nous avons obtenu une bonne estimation de l'emplacement et de bons niveaux pour les sources d'excitation. De même, les résultats FEM/IMES ont été comparés aux valeurs exactes. En effet, le calcul IMES est traité en utilisant W calculée par le logiciel des éléments finis et moyennée fréquemment et spatialement. Les résultats de la figure (2.7) montrent que les sources ont été correctement identifiées pour les positions et les niveaux, ce qui confirme la validation de la technique d'identification IMES.

2.2.2 Application sur deux plaques couplées excitées par trois forces

Dans cette partie, nous cherchons à valider l'application de la IMES pour différents angles à la jonction entre les plaques. Dans cet exemple, une deuxième application de multi-plaques couplées avec un angle $\alpha = 135^\circ$ est présentée afin de vérifier la sensibilité de la méthode IMES en ce qui concerne les changements d'angle entre l'assemblage des plaques, et pour plusieurs sources d'excitation. En effet, la même méthodologie (les mêmes paramètres que dans le tableau (2.1) et le même nombre de mesures) a été adoptée comme pour le première exemple. Rappelons que la structure est excitée par trois forces harmoniques à une fréquence centrale $f_c = 10$ kHz, données par $S_1: (0.15 \text{ m}, 0.75 \text{ m}, 0), S_2: (0.55 \text{ m}, 0.55 \text{ m}, 0)$ et $S_3: (0.39 \text{ m}, 0.55 \text{ m}, 0.39 \text{ m})$, et la densité d'énergie W a été calculée avec la formulation MES directe et la méthode des éléments finis.

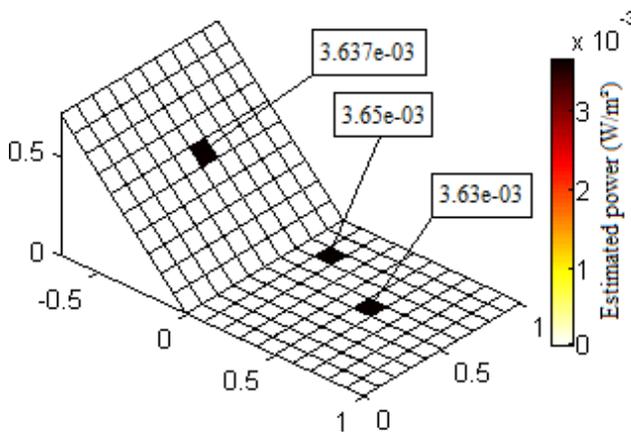


FIG. 2.8: Simulation MES/IMES: 2 plaques excitées par 3 forces.

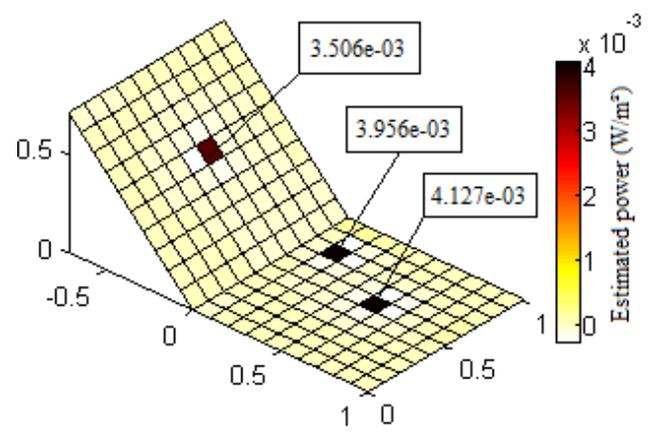


FIG. 2.9: Simulation FEM/IMES: 2 plaques excitées par 3 forces.

Les résultats de la répartition de la puissance estimée sont présentés dans les figures (2.8) et (2.9). On peut observer que les trois efforts appliqués sont correctement localisés et ont des valeurs

de puissance proche par rapport à la puissance d'entrée pour les deux types de simulation, ce qui prouve l'aptitude de la méthode IMES à identifier les charges extérieures pour différents angles de la jonction entre les plaques et pour différentes positions des efforts.

2.2.3 Application sur trois plaques couplées excitées par deux forces

Cette partie traite une application de trois plaques assemblées avec un angle $\alpha = 135^\circ$, dans le but de généraliser l'application de la IMES pour des structures complexes. La structure est excitée par deux puissances injectées de $3.6 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$ localisées respectivement en (0.15 m, 0.75 m, 0) et (1.39 m, 0.55 m, 0.39 m). Les plaques sont encastées sur les côtés parallèles à la jonction et simplement supportées sur les autres côtés.

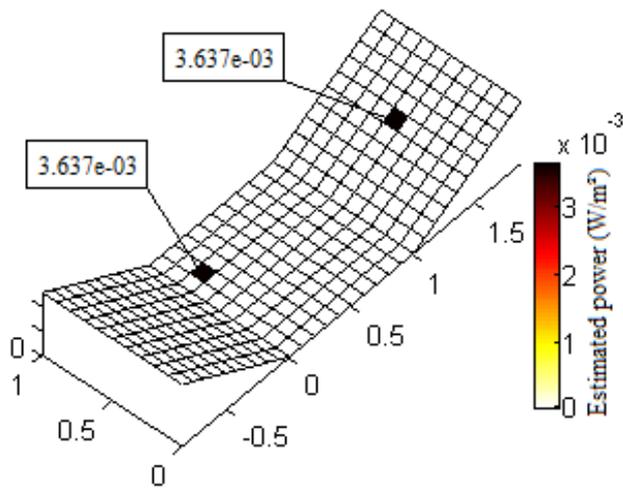


FIG. 2.10: Simulation MES/IMES: 3 plaques excitées par 2 forces.

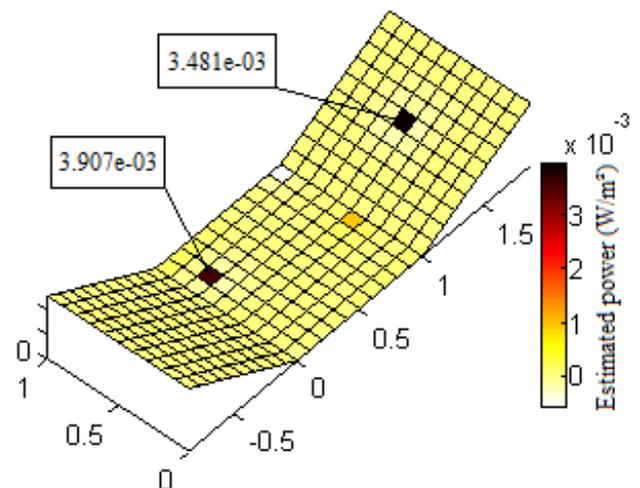


FIG. 2.11: Simulation FEM/IMES: 3 plaques excitées par 2 forces.

La comparaison des résultats obtenus avec les simulations MES/IMES et FEM/IMES est présentée dans les figures (2.10) et (2.11). Ces résultats représentent la distribution de la puissance estimée sur la structure. Les charges d'entrées apparaissent clairement dans les positions exactes avec des valeurs similaires à celles des puissances d'entrées, ce qui prouve l'aptitude de la méthode proposée à prédire les puissances injectées pour une structure complexe composée par des assemblages de plaques.

2.2.4 Effet de la répartition des capteurs : Simulation MES/IMES

Dans ce qui suit, un certain nombre d'essais numériques ont été effectués afin de montrer l'impact de la répartition des capteurs sur l'identification des sources vibratoires. Un test de simulation MES/IMES a été réalisé pour analyser l'influence de la distribution des points de mesure sur la détection de la puissance d'entrée et l'inversion de la matrice S . Dans cette application, le nombre de mesures m a été modifié. Pour illustrer leur effet, nous avons répété les simulations MES/IMES en diminuant m et nous avons obtenu les résultats affichés sur la figure (2.12).

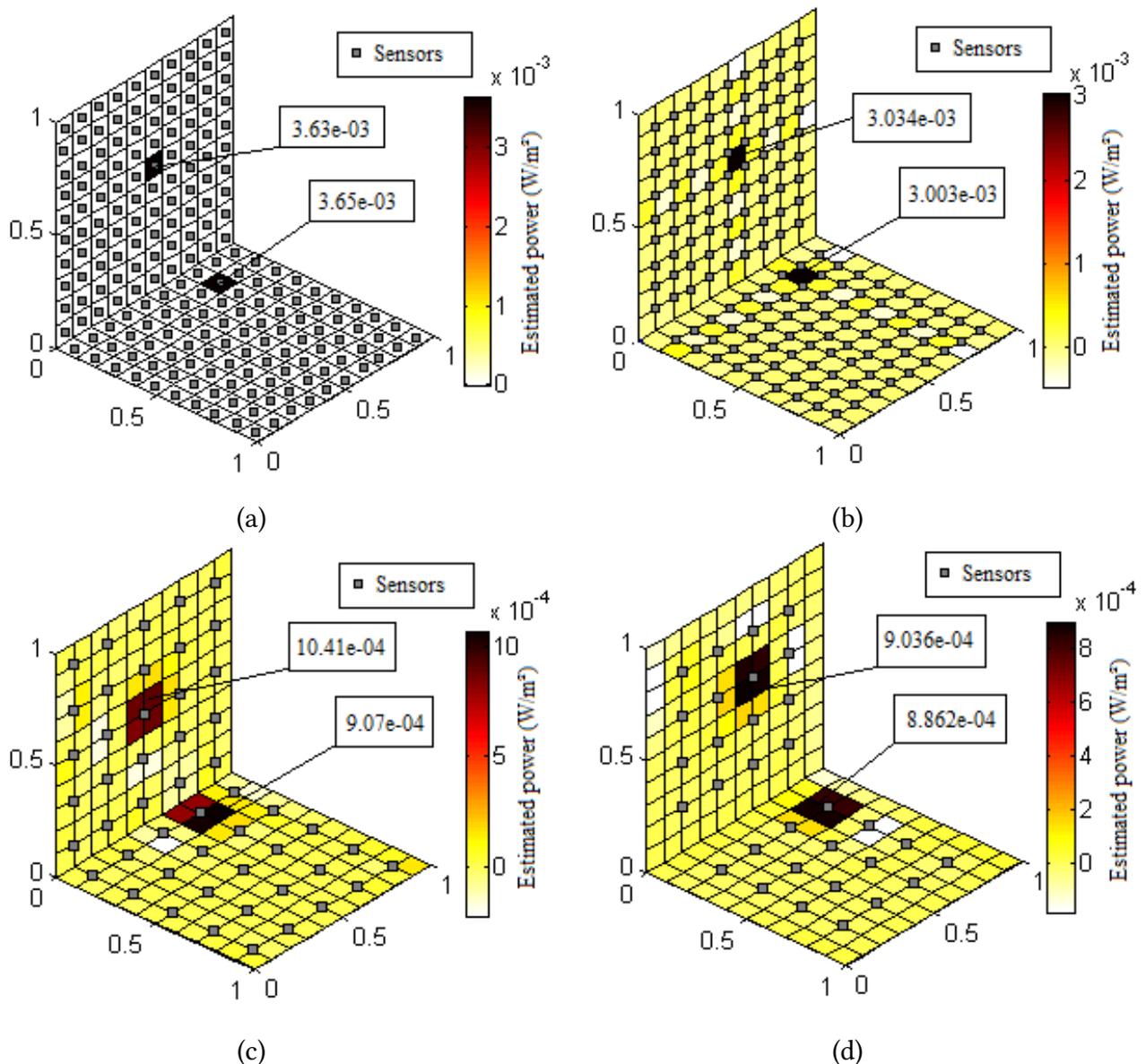


FIG. 2.12: Simulation MES/IMES (■ point de mesure) pour $m=100$ (a), $m=81$ (b), $m=25$ (c), $m=16$ (d).

On définit ensuite le facteur $\mu = m/N$ pour quantifier l'efficacité de la méthode. $\mu = 1$ ($N = m$)

correspond à la matrice carrée à inverser, alors que $\mu < 1$ correspond à un nombre de mesure inférieur à celui des source N . Il est clair qu'en augmentant les points de mesure m répartis sur chaque plaque correspondant à $m=16$ ($\mu=0.16$), $m=25$ ($\mu=0.25$), $m=81$ ($\mu=0.81$) et $m=100$ ($\mu=1$) respectivement, les sources sont bien identifiées. Par exemple, dans la plaque 1, la puissance estimée est égale à $8.86 \cdot 10^{-4}$ W/m² pour $m=16$, $9.07 \cdot 10^{-4}$ W/m² pour $m=25$, $3.03 \cdot 10^{-3}$ W/m² pour $m=81$ et $3.65 \cdot 10^{-3}$ W/m² pour $m=100$, mais elle devrait être égale à $3.6 \cdot 10^{-3}$ W/m². Par conséquent, le résultat correct de la puissance d'entrée est atteint pour les valeurs de m les plus élevées.

La figure (2.13) représente respectivement la sensibilité à la quantification Q_T et la sensibilité à la localisation L_T . Ces termes sont donnés par les équations suivantes:

$$Q_T = \sqrt{\frac{(P^{source} - P^{exact})^2}{(P^{exact})^2}}, \quad L_T = \frac{\sum_{i=1}^N (P^i - P_{exact}^i)^2}{N} \quad (2.22)$$

où P_{exact}^i et P^i sont respectivement le vecteur puissance injectée exacte et le vecteur puissance estimée. Il est clair que les valeurs de Q_T et L_T augmentent lorsque la valeur de $\mu = m/N$ diminue, ce qui signifie que la méthode énergétique simplifiée inverse est validée avec une bonne précision pour un nombre de mesure m élevé. Nous observons que les bons résultats sont obtenus à partir de $\mu = 1$, ce qui correspond à $m = N$.

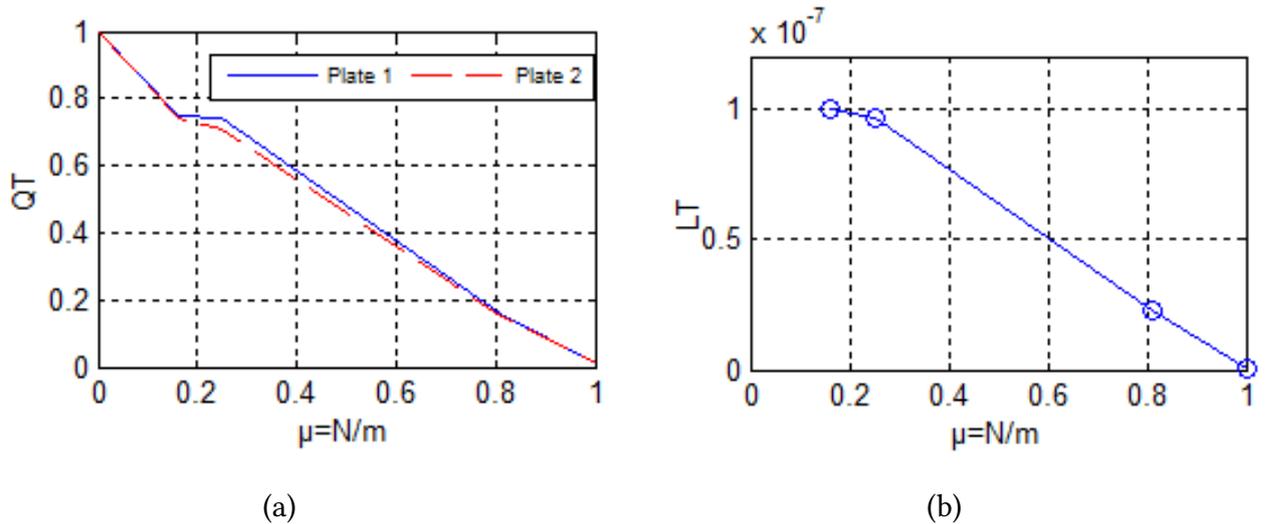


FIG. 2.13: Courbe de la sensibilité à la quantification (a) et à la localisation (b) en fonction de μ pour les plaques 1 et 2.

On peut donc conclure que la formulation IMES est capable d'estimer la puissance injectée correctement lorsqu'on augmente le nombre de mesures obtenues avec la formulation MES

directe. Dans la partie suivante, On va montrer l'influence de la répartition des capteurs sur les résultats.

2.2.5 Effet de la répartition des capteurs : Simulation FEM/IMES

Dans cette partie, une nouvelle méthodologie numérique a été présentée pour étudier plus en détail l'influence de la répartition des capteurs sur l'identification et la quantification des efforts appliqués sur la structure en utilisant la FEM. Un test plus réaliste a ensuite été envisagé. La première étape consiste à subdiviser chaque plaque en 9 surfaces et à placer un capteur au milieu de chacune. En effet, les $m=9$ capteurs ont été répartis sur chaque plaque avec une interdistance égale à $d=0,33$ m comme le montre la figure (2.14. b).

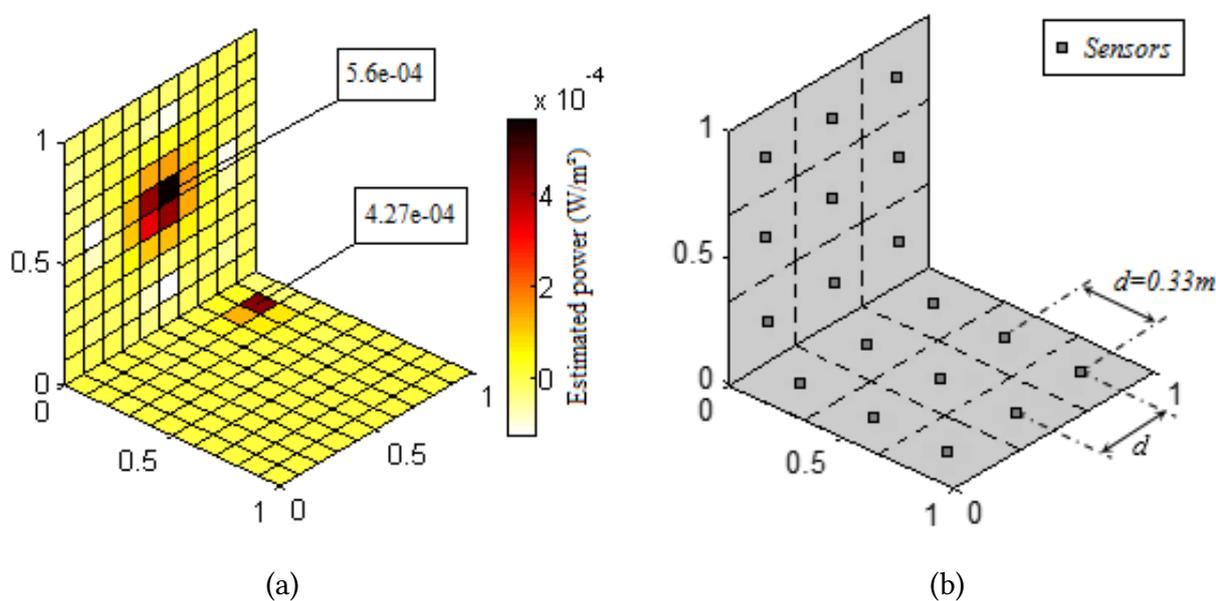


FIG. 2.14: Simulation FEM/IMES pour $m = 9$ et $d = 0.33$ m.

La répartition de la puissance estimée sur les deux plaques est présentée dans la figure (2.14. a). A première vue, on a estimé deux puissances élevées dans la structure, la première dans la plaque 1 avec une valeur égale à $4,27 \cdot 10^{-4} \text{ W/m}^2$ et la seconde dans la plaque 2 avec une valeur égale à $5,6 \cdot 10^{-4} \text{ W/m}^2$. L'étape suivante consiste à distribuer le même nombre de capteurs dans les surfaces de puissance les plus élevées avec une distance égale à $d=0,15$ m, comme le montre la figure (2.15. b). Il est clair que les sources ont été correctement localisées, mais une différence apparaît entre les valeurs estimées et les valeurs injectées. En effet, cette différence dépend généralement de la distance entre les capteurs.

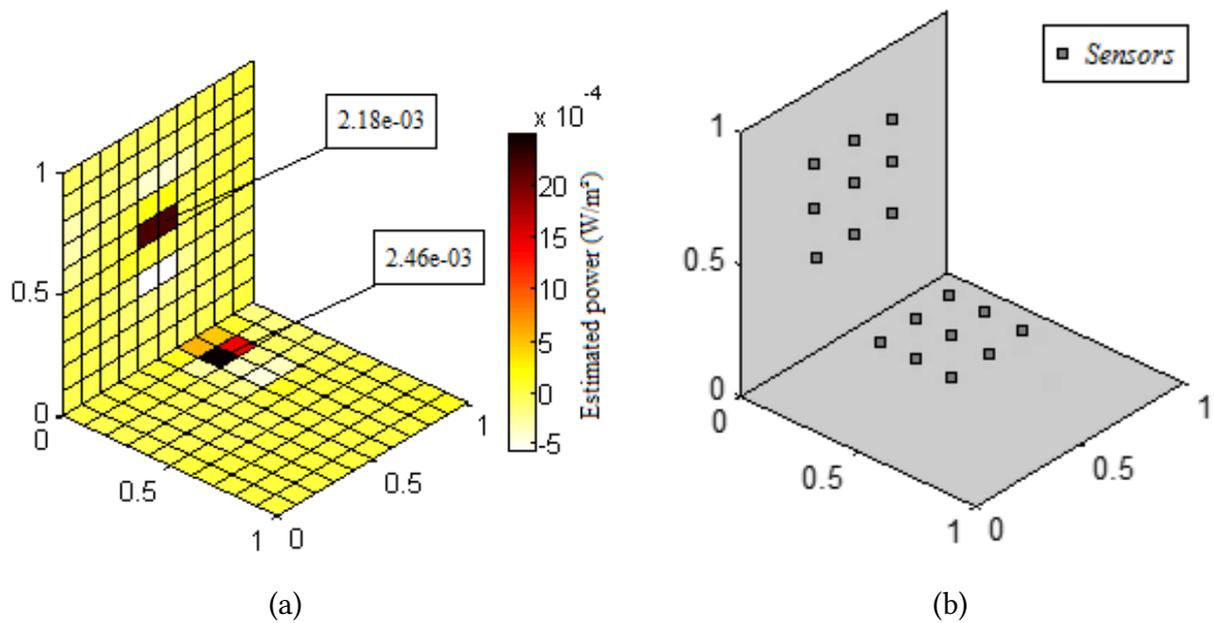


FIG. 2.15: Simulation FEM/IMES pour $m=9$ et $d=0.15$ m.

Dans la troisième étape, nous avons gardé le même nombre de capteurs, et nous avons juste changé la répartition avec une interdistance entre les capteurs égale à $d=0.1$ m comme le montre la figure. (2.16. b).

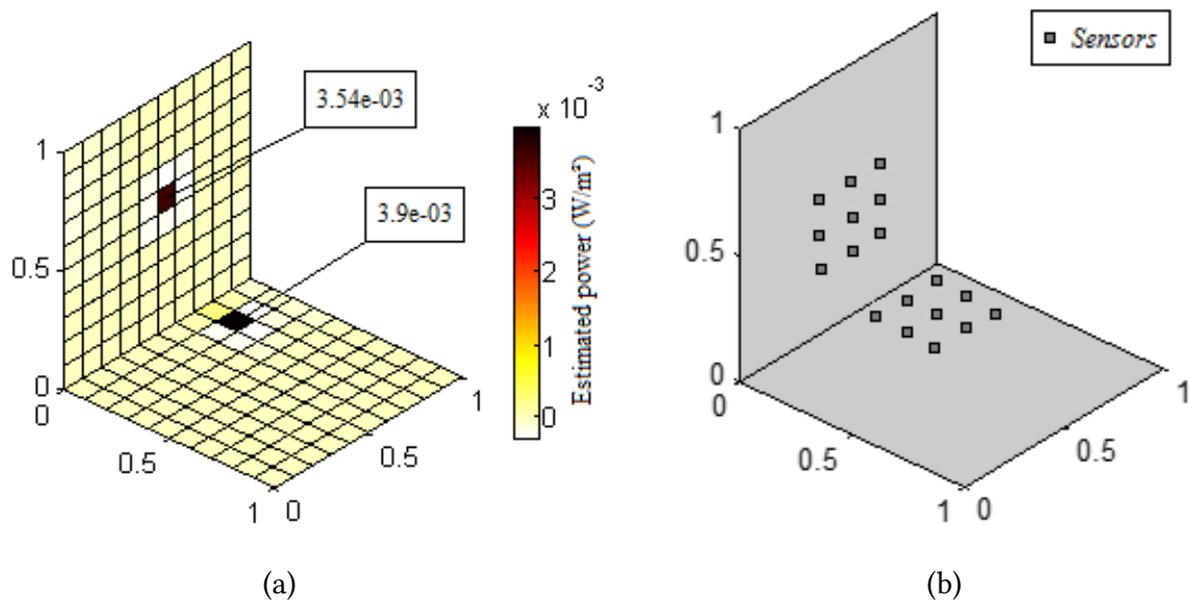


FIG. 2.16: Simulation FEM/IMES pour $m=9$ et $d=0.1$ m.

Comme on le voit sur cette figure, une bonne identification de la puissance injectée est observée. Il convient de noter que, dans la figure (2.16. a) les sources ont été correctement estimées à la fois du point de vue de la localisation ainsi que la quantification.

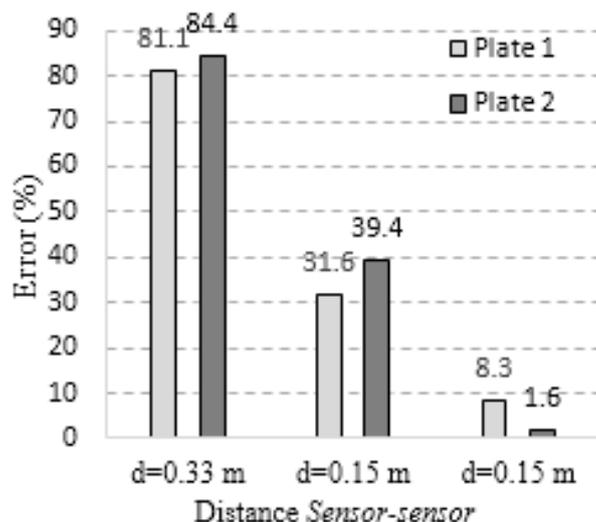


FIG. 2.17: Erreur de la puissance estimée pour la plaque 1 et 2.

Les erreurs de la puissance estimée dans la plaque 1 et 2 sont résumés dans la figure (2.17). Il convient de noter que la quantité d'information de la source estimée diminue lorsque les points de mesure sont loins de la source. Par conséquent, il est préférable que les distances entre la source et les points de mesure soient plus proches et aussi courtes que possible. En outre, il semble que le choix d'une bonne disposition des capteurs est très important pour estimer les forces d'entrées.

On peut conclure à ce niveau de l'étude que la présente méthode peut estimer les forces d'entrées appliquées sur une structure complexe modélisée avec des assemblages de plaques pour quelque nombre de capteurs, et peut-être appliquée pour des problèmes industriels, tels que les industries aéronautique ou automobile.

2.3 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons développé la méthode énergétique simplifiée inverse dans le but d'identifier les sources d'excitation appliquées sur un assemblage de plaques en hautes fréquences à partir d'une mesure directe de la densité d'énergie. Plusieurs essais impliquant différents paramètres de la structure, des points de mesure et des forces externes ont été considérés. Les solutions inverses ont été initialement comparées aux résultats obtenus par les simulations MES et FEM directes. Les comparaisons des résultats exacts et estimés ont montré que l'approche proposée estime exactement les forces d'excitation.

Dans le chapitre suivant, nous allons développer la méthode énergétique simplifiée inverse pour un cas plus complexe composé d'une plaque couplée à une cavité acoustique afin d'identifier et localiser les efforts appliqués sur une structure à partir des mesures acoustiques.

Chapitre 3

Identification des sources vibratoires pour un problème vibroacoustique par MES Inverse

Nous avons abordé au chapitre précédant l'application de la méthode énergétique simplifiée inverse pour une structure complexe composée par plusieurs plaques. Nous avons traité plusieurs essais impliquant différents paramètres de la structure, des points de mesure et des forces extérieures.

Dans ce chapitre, nous allons présenter une méthode inverse, toujours basée sur les équations de la MES, permettant de déterminer les sources vibratoires à partir des mesures de la densité d'énergie acoustique pour un système plus complexe composé par une plaque couplée à une cavité acoustique.

Ce chapitre est organisé comme suit: nous présentons en premier lieu la formulation directe de la MES pour un problème vibro-acoustique. Tout d'abord, nous présentons la description du système ainsi que le problème canonique étudié. Ensuite, nous présentons la formulation inverse développée. Enfin, nous allons étudier la validité de cette méthode d'identification pour différents paramètres y compris le nombre de microphones et les points d'excitation.

3.1 IMES pour un problème vibro-acoustique

La méthode énergétique simplifiée inverse est destinée à identifier les sources d'excitation vibratoire ou acoustique. Les différentes hypothèses de la méthode ainsi que la formulation énergétique ont été décrites dans le premier chapitre. Dans cette partie on va présenter cette technique d'identification pour un système plaque couplée avec une cavité acoustique (problème vibro-acoustique).

3.1.1 Présentation du système

Considérons une plaque excitée par une force ponctuelle F , couplée avec une cavité acoustique. Dans le but de prédire le champ d'énergie vibratoire et acoustique, ces champs sont conçus en plusieurs ondes du type décrit ci-dessous. Pour simplifier le problème, on suppose que la plaque peut être considérée comme rigide pour les ondes acoustiques, ce qui signifie que la puissance acoustique transmise à la plaque est négligeable, ce qui correspond à l'hypothèse du fluide léger.

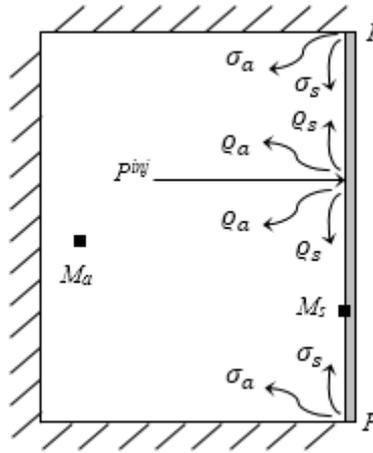


FIG. 3.1: Décomposition du système.

La densité d'énergie W_s de la structure est définie comme la somme de la source primaire ϱ_s provenant du point d'excitation S , et les sources secondaires σ_s provenant de la frontière P de la structure comme le montre la figure (3.1). Par conséquent, l'énergie vibratoire W_s pour tout point M_s peut être écrite de la manière suivante:

$$W_s(M_s) = \int_{\Omega_s} \varrho_s(S) G_s(S, M_s) dS + \int_{\partial\Omega_s} \sigma_s(P) \vec{u}_{SM_s} \cdot \vec{n}_P G_s(P, M_s) dP. \quad (3.1)$$

La densité d'énergie acoustique W_a rayonnée de la plaque est décrite de la façon suivante: Pour le cas des ondes supersoniques, le rayonnement de la puissance acoustique est situé au point d'excitation S et aux frontières de la plaque P . En outre, selon l'hypothèse où les ondes propagatives sont décorréliées, la densité d'énergie acoustique W_a en tout point M_a à l'intérieur de la cavité est la somme de la densité d'énergie W_a^{exci} rayonnée au point d'excitation et la densité d'énergie W_a^{bord} rayonnée à l'extrémité de la plaque,

$$W_a(M_a) = W_a^{exci}(M_a) + W_a^{bord}(M_a) \quad (3.2)$$

où

$$W_a^{exci}(M_a) = \int_{\Omega_s} \varrho_a(S, \vec{u}_{SM_a}) G_a(S, M_a) dS, \quad (3.3)$$

et

$$W_a^{bord}(M_a) = \int_{\partial\Omega_s} \sigma_a(P, \vec{u}_{PM_a}) G_a(P, M_a) dP. \quad (3.4)$$

Pour obtenir la densité d'énergie vibratoire et acoustique, les grandeurs des sources ϱ_a , ϱ_s , σ_a et σ_s sont maintenant résolues. Le système complet est ensuite détaillé dans la partie suivante.

3.1.2 Rayonnement du système

Cette partie traite le problème du rayonnement d'une plaque excitée par une force ponctuelle couplée à une cavité acoustique. On va présenter les formules utilisées dans notre application en se basant sur [15] auquel on va appliquer la formulation inverse que nous avons développé afin d'identifier les sources vibratoires.

3.1.2.1 Rayonnement au point d'excitation

L'objectif de cette partie est de calculer le bilan de puissance au niveau de l'excitation d'une plaque couplée à un fluide. Pour une excitation ponctuelle avec une force F , le champ de pression s'exprime en fonction de l'impédance Y , avec la transformée de Hankel suivante [15]:

$$p(r, z) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_a \omega^2 \frac{Y(\gamma)}{(k_a^2 - \gamma^2)^{1/2}} H_0^1(\gamma r) \gamma e^{-j(k_a^2 - \gamma^2)^{1/2} z} d\gamma \quad (3.5)$$

avec z correspond à la coordonnée normale à la structure, $k_a = \frac{\omega}{c_a}$ désigne le nombre d'onde acoustique, $\omega = 2\pi f$ désigne la pulsation propre et Y représente le ratio d'un déplacement sur

une force, exprimée par:

$$Y(\gamma) = \frac{F(k_a^2 - \gamma^2)^{1/2}}{D(\gamma^4 - k_s^4)(k_a^2 - \gamma^2)^{1/2} - j\rho_a\omega^2}. \quad (3.6)$$

La puissance vibratoire est calculée en exprimant le flux structural porté par les ondes de déplacement propagatives. En utilisant l'expression asymptotique de fonction de Hankel, la puissance vibratoire s'écrit [15]:

$$P^{struc} = \frac{\omega|F|^2}{16Dk_s^2} \left| 1 - j\frac{\rho_a\omega^2}{4D} k_s^{-2} (k_a^2 - k_s^2)^{-3/2} \right|^{-2} \quad (3.7)$$

où $k_s = (\rho_s h \omega^2 / D)^{1/4}$ désigne le nombre d'ondes de flexion, h l'épaisseur de la plaque et D la rigidité de la plaque.

La puissance totale fournie au système est la somme de la puissance injectée dans la structure (équation (3.7)) et de la puissance rayonnée correspondant à l'intégrale du flux de puissance diffracté sur la demi-sphère entourant le point d'excitation:

$P^{inj} = P^{struc} + P^{Ray}$ avec P^{ray} défini par

$$P^{ray}(\beta) = \Gamma_{exci}(\beta) P^{inj} \quad (3.8)$$

où

$$\Gamma_{exci}(\beta) = \frac{\rho_a \omega k_a}{4\pi^2 P^{inj}} |Y(k_a \sin \beta)|^2 \quad (3.9)$$

et β l'angle avec la normale à la plaque.

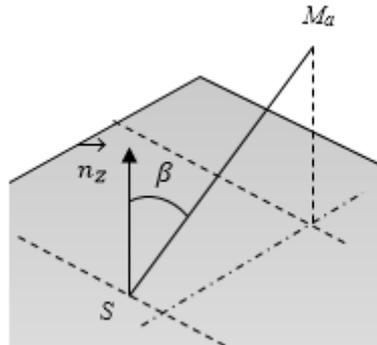


FIG. 3.2: Radiation au point d'excitation.

3.1.2.2 Rayonnement aux frontières

Cette section a pour objectif de calculer le flux de puissance rayonnée à l'extrémité d'une plaque couplée avec une cavité acoustique (les notations sont définies sur la figure (3.3)). Partant du champ de déplacement dû à une onde de flexion plane, incidente avec l'angle θ_s sur le bord d'une plaque, nous cherchons à déterminer l'intensité de la puissance rayonnée. D'après [15] pour une structure est placée en $x < 0$, et la frontière en $x = 0$. Le champ de déplacement est définie en $x > 0$ par: $u(x,y) = u(x)e^{-jk_s \sin \theta_s y}$ avec $u(x) = u_i(e^{-jk_s \cos \theta_s x} + r.e^{jk_s \cos \theta_s x} + r_e.e^{k_s \cos \theta_s x})$ comprenant le terme incident et les termes réfléchis propagatifs et évanescents. Pour une plaque encastrée, les valeurs de r et r_e sont: $r = -1$ et $r_e = 0$ [17].

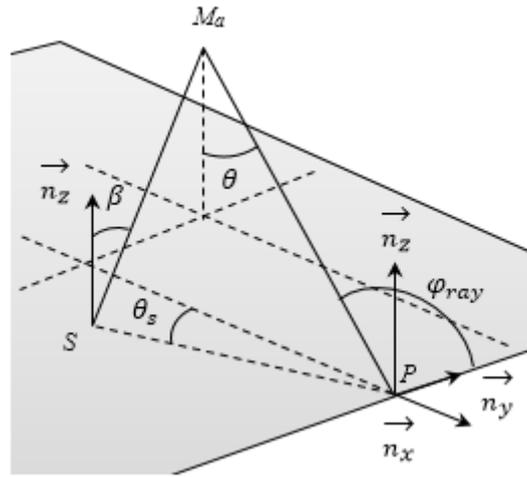


FIG. 3.3: Réflexion au bord.

Le fluide est maintenant introduit en considérant la pression acoustique sous la forme, $p(x,y,z) = p(x,z)e^{-jk_s \sin \theta_s y}$. La pression $p_2(x,z)$ est définie par:

$$p_2(x,z) = p(x,z) \frac{j\rho_a \omega^2}{\sqrt{k_a^2 - k_s^2}} e^{-j(k_s x + (k_a^2 - k_s^2)^{1/2} z)}. \quad (3.10)$$

En se basant maintenant sur l'équation de Helmholtz sur p définie par: $(\Delta + k_a^2)p = 0$. La pression p_2 est vérifié par l'équation suivante:

$$\frac{\partial^2 p_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_2}{\partial z^2} + K^2 p_2 = 0 \quad \text{avec} \quad K^2(\theta_s) = k_a^2 - k_s^2 \sin^2 \theta_s \quad (3.11)$$

et les conditions de couplage:

$$\begin{aligned}\frac{\partial p_2}{\partial z}(x, z=0) &= \rho_a \omega^2 u_r(x) & x < 0 \\ \frac{\partial p_2}{\partial z}(x, z=0) &= -\rho_a \omega^2 u_i(x) & x > 0.\end{aligned}\quad (3.12)$$

Le calcul de la pression p_2 est effectué au moyen des transformées de Fourier spatiales sur x définies comme suit:

$$P_2^+(\gamma, z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} p_2(x, z) e^{j\gamma x} dx \quad P_2^-(\gamma, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^0 p_2(x, z) e^{j\gamma x} dx \quad (3.13)$$

où $P_2 = P_2^+ + P_2^-$. En se basant sur l'équation (3.11), la pression s'écrit sous la forme:

$$P_2(\gamma, z) = P_2(\gamma, 0) e^{-j(K^2 - \gamma^2)^{1/2} z} \quad (3.14)$$

La transformée de Fourier de p_2 au bord de la plaque en $z=0$ s'écrit alors [15]:

$$P_2(\gamma, 0) = \frac{j\rho_a \omega^2}{(\gamma - K)^{1/2}} \left[\frac{1}{(\gamma + k_s \cos \theta_s)(k_s \cos \theta_s - K)^{1/2}} + \frac{j r}{(\gamma - k_s \cos \theta_s)(k_s \cos \theta_s + K)^{1/2}} + \frac{j r_e}{(\gamma - k_s \cos \theta_s)(j k_s \cos \theta_s + K)^{1/2}} \right] \quad (3.15)$$

On note θ l'angle entre la direction du rayonnement et la normale à la plaque et φ_{ray} l'angle entre le bord et la direction du rayonnement. Le flux de puissance rayonné dans la direction (θ, φ_{ray}) est exprimée en fonction du flux de puissance structurale incident \vec{I}_s par la relation suivante [15]:

$$P_{ray}(\theta, \varphi_{ray}) = \Gamma_{bord}(\theta_s, \theta) \delta(\varphi - \varphi_{ray}(\theta_s)) \vec{I}_s \cdot \vec{x} \quad \text{avec}$$

$$\Gamma_{bord}(\theta_s, \theta) = \frac{4\pi}{k_a} \frac{|P_2(K \sin \theta, 0)|^2 |K \sin \theta|^2}{\Re(D(k_s^3 + k_s^2 k_s^*)) \cos \theta_s}. \quad (3.16)$$

Afin de respecter le bilan de puissance en tenant en compte la partie de la puissance diffractée, le coefficient de réflexion énergétique structural s'écrit comme suit:

$$R_s(\theta_s) = 1 - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \Gamma_{bord}(\theta_s, \theta) d\theta \quad (3.17)$$

3.1.2.3 Rayonnement des ondes supersoniques

Cette partie traite le problème de rayonnement des ondes supersonique. En utilisant un calcul simple du déplacement et de la pression pour une plaque couplée avec un fluide infini, l'intensité directionnelle spécifique peut être exprimée comme suit en termes de flux de puissance structurale I_s [15]:

$$P_{rad}(\varphi) = \Gamma_{surf} \delta(\varphi - \varphi_{rad}) I_s \quad avec \quad \sin \varphi_{rad} = k_s/k_a \quad (3.18)$$

où φ_{rad} est l'angle avec la normale à la plaque, et Γ_{surf} indique l'efficacité de rayonnement de surface:

$$\Gamma_{surf} = \frac{\rho_a \omega}{c_s \rho_s h} (k_a^2 - k_s^2)^{-1/2} \quad (3.19)$$

Cette relation proportionnelle montre que le couplage structure-fluide génère une perte d'énergie pour les ondes vibratoires, avec un d'amortissement équivalent [15]:

$$\eta_{rad} = c_s \Gamma_{surf} / \omega \quad (3.20)$$

où c_s est la vitesse de groupe de la structure.

3.1.3 Résolution énergétique du système

La résolution du système consiste à calculer la densité d'énergie acoustique totale W_a .

3.1.3.1 L'énergie acoustique rayonnée à partir de la source d'excitation

La densité d'énergie acoustique est décrite par l'intégrale sur les sources secondaires σ_a situés sur la bord de la structure Ω_s :

$$W_a^{exci}(M_a) = \int_{\Omega_s} \sigma_a(S, \vec{U}_{SM_a}) G_a(S, M_a) dS \quad avec \quad G_a(S, M_a) = \frac{e^{-\frac{\eta_a \omega S M_a}{c_a}}}{\gamma_0 c_a S M_a} \quad (3.21)$$

En exprimant la puissance située dans le point d'excitation de la structure $\sigma_a(S, \vec{U}_{SM_a})$ par l'expression suivante:

$$\sigma_a(S, \vec{U}_{SM_a}) = \Gamma_{exci}(\theta_a) \gamma_0 P^{inj}(S) \quad (3.22)$$

La densité d'énergie acoustique rayonnée à partir de la source d'excitation est écrite comme suit:

$$W_a^{exci}(M_a) = \int_{\Omega_s} \Gamma_{exci}(\theta_a) \gamma_0 P^{inj}(S) G_a(S, M_a) dS \quad (3.23)$$

3.1.3.2 L'énergie acoustique rayonnée par l'extrémité de la structure

La résolution énergétique de l'énergie acoustique rayonnée par l'extrémité est faite comme suit: la densité d'énergie vibratoire est tout d'abord calculée en tenant compte du coefficient de réflexion structurale $R(\theta_s)$ provenant de l'équation (3.17) et la puissance diffractée dans le milieu acoustique. Ensuite, la valeur de la source acoustique σ_a située à l'extrémité de la plaque est d'abord résolue avec l'expression suivante:

$$\sigma_a(P, \vec{u}_{PM_a}) = \gamma_0 \frac{\Gamma_{bord}(\vec{u}_s^{ray}, \theta)}{\sin \varphi_{PM_a}} \vec{I}_s(P, \vec{u}_s^{ray}) \cdot \vec{n}_P \quad (3.24)$$

En introduisant la valeur de la source acoustique σ_a dans l'intégrale de l'équation (3.20), la densité d'énergie acoustique à l'extrémité est écrite de la façon suivante:

$$W_a^{bord}(M_a) = \int_{\partial\Omega_s} \Gamma_{bord}(\vec{u}_s^{ray}, \theta) \frac{e^{-(\eta_a \omega / c_a) PM_a}}{c_a PM_a \sin \varphi_{PM_a}} \vec{I}_s(P, \vec{u}_s^{ray}) \cdot \vec{n}_P dP \quad (3.25)$$

où

$$\vec{I}_s(P, \vec{u}_s^{ray}) = \int_{\Omega_s} P^{struc}(S) \vec{H}_s(S, P) dS + \int_{\partial\Omega_s} \sigma_s(P) \vec{H}_s(P', P) dP \quad (3.26)$$

est le flux de puissance structurale incident.

3.1.4 Formulation inverse

Cette section se concentre sur le développement d'une formulation MES inverse pour une plaque couplée à une cavité acoustique, en appliquant un format discret de l'équation (4.2) de la densité d'énergie acoustique. Dans cet objectif, nous définissons tout d'abord une matrice appelée $S_{a,ij}^{exc}$ qui présente la matrice d'interaction entre les sources n_S et les points de mesure

acoustique M_a (voir la figure 3.4). Cette matrice de dimension $(n_{M_a}^2, n_S^2)$, où n_S est le nombre de sources vibratoires et M_a est le nombre de mesures acoustiques.

$$S_{a,ij}^{exci} = \int_{\Omega_s} \Gamma_{exci} \gamma_0 P^{inj}(S_j) \frac{e^{-(\eta_a \omega / c_a) S_j M_{a,i}}}{\gamma_0 S_j M_{a,i} c_a} dS_j. \quad (3.27)$$

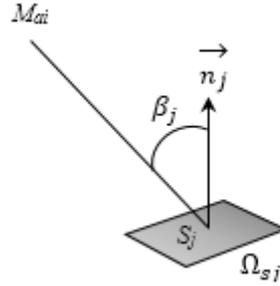


FIG. 3.4: Interaction point de mesure/source.

Deuxièmement, nous avons défini T_{ij} comme la matrice d'interaction géométrique (n_P, n_P) entre n_P éléments de bord. Elle est déterminée par la formule suivante:

$$T_{ij} = 2c_s - c_s \int_{\partial\Omega_i} \int_{\partial\Omega_j} \frac{e^{-((\eta_s + \eta_{rad})\omega / c_s) P_j P_i}}{P_j P_i} \vec{u}_{P_j P_i} \cdot \vec{n}_{P_j} dP_i dP_j \quad (3.28)$$

Nous définissons une matrice de dimension (n_P, n_S) appelée Q_{ij} qui correspond à l'interaction géométrique entre les n_P éléments de bord et les n_S sources. Elle est déterminée par l'équation:

$$Q_{ij} = \int_{\Omega_i} \frac{e^{-((\eta_s + \eta_{rad})\omega / c_s) S_j P_i}}{S_j P_i} \vec{u}_{S_j P_i} \cdot \vec{n}_{P_i} dP_i. \quad (3.29)$$

Ensuite, une matrice appelée V_{ij} représentant l'interaction géométrique entre les sources n_S et les n_P éléments de bord est définie. Cette matrice de dimension (n_P, n_S^2) , est présentée comme suit:

$$V_{ij} = \int_{\Omega_s} \frac{e^{-((\eta_s + \eta_{rad})\omega / c_s) S_j P_i}}{2\pi \cdot S_j P_i} \vec{u}_{S_j P_i} \cdot \vec{n}_{P_i} dS_j. \quad (3.30)$$

En se référant à la figure (3.5) une autre matrice de dimension $(n_{M_a}^2, n_P)$ est définie et appelée R_{ij} . Cet opérateur représente l'interaction géométrique entre les points de mesure acoustique n_{M_a} et les n_P éléments de bord. Elle s'écrit comme suit:

$$R_{ij} = \int_{\Omega_i} \Gamma_{bord} \frac{e^{-(\eta_a \omega / c_a) P_i M_{a,j}}}{c_a P_i M_{a,j} \sin \varphi_{P_i M_{a,j}}} dP_i \quad (3.31)$$

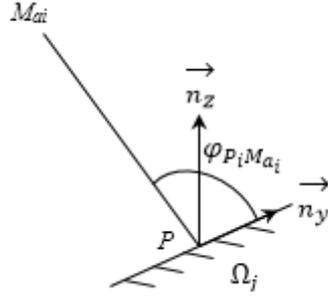


FIG. 3.5: Interaction point de mesure/élément de bord.

B_{ij} est une matrice de dimension (n_P, n_P) représentant l'interaction géométrique entre les n_P éléments de bord. Elle est déterminée par la formule suivante:

$$B_{ij} = \int_{\partial\Omega_i} \int_{\partial\Omega_j} \frac{1}{2\pi} \frac{e^{-((\eta_s + \eta_{rad})\omega/c_s)P_j P_i}}{P_j P_i} \vec{u}_{P_j P_i} \cdot \vec{n}_{P_j} dP_i dP_j. \quad (3.32)$$

De plus, nous définissons une matrice S_a^{edge} en combinant les équations (3.28, 3.29, 3.30, 3.31, 3.32). Elle est déterminée par l'équation suivante:

$$S_a^{edge} = R_{ij} \cdot V_{ij} + R_{ij} \cdot B_{ij} \cdot T_{ij}^{-1} \cdot Q_{ij} \quad (3.33)$$

La IMES vise à inverser la formulation matricielle de l'équation (3.33). La force vibratoire appliquée sur la plaque peut ensuite être estimée et localisée à partir d'une mesure de la densité d'énergie acoustique. Elle s'exprime comme suit:

$$P^{struc} = S_a^+ \cdot W_a \quad (3.34)$$

avec $+$ est le pseudo inverse, $W_a = W_a^{exc} + W_a^{edge}$ et $S_a = S_a^{exc} + S_a^{edge}$.

La matrice S_a peut être bien conditionnée, mais elle est souvent mal conditionnée, ce qui perturbe les résultats. Dans les parties suivantes, nous allons étudier l'influence de la matrice S_a sur les résultats numériques.

3.2 Validations numériques

Cette section traite des essais numériques des différents cas afin de valider la formulation présentée. Le système étudié est un système qui se compose d'une plaque ($\rho_s = 7800 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 0.3$, $E = 210 \cdot 10^9 \text{ Pa}$) couplée à une cavité acoustique ($\rho_a = 1,3 \text{ kg/m}^3$, $c_a = 340 \text{ m/s}$). La structure est une plaque rectangulaire, de longueur $L = 1 \text{ m}$, de largeur $l = 0.8 \text{ m}$, d'épaisseur $h = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ et de facteur d'amortissement $\eta_S = 0.01$, fixée à ses extrémités. La cavité acoustique est non amortie et avec les dimensions suivantes ($L = 1 \text{ m}$, $l = 0,8 \text{ m}$, $H = 0,3 \text{ m}$) comme le montre la figure (3.6). La plaque est excitée avec une puissance d'entrée $P^{in} = 1.551 \text{ W/m}^2$ calculée par l'équation (3.7), au point S de coordonnées $(0.45 \text{ m}, 0.45 \text{ m}, 0)$.

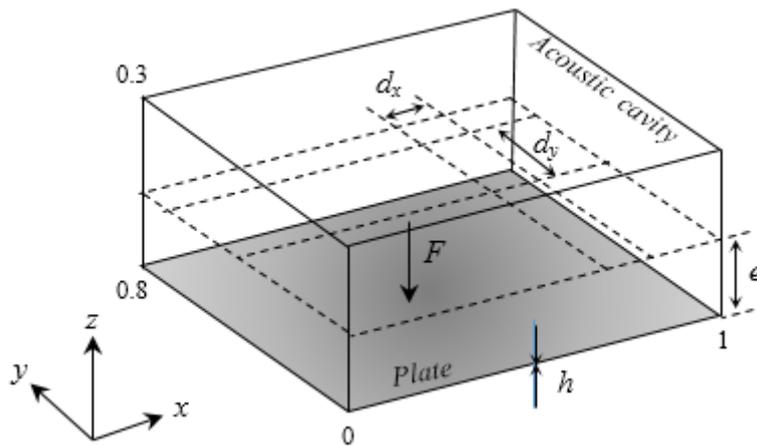


FIG. 3.6: Conditions aux limites.

La figure (3.7) représente la méthodologie de simulation numérique qui consiste à mettre en œuvre l'approche IMES en utilisant un ensemble de prédiction de la densité d'énergie acoustique basé pour le premier cas sur la méthode énergétique simplifiée directe (simulation MES/IMES) et dans le deuxième cas sur la méthode des éléments finis (simulation FEM/IMES) en utilisant le logiciel COMSOL multiphysique.

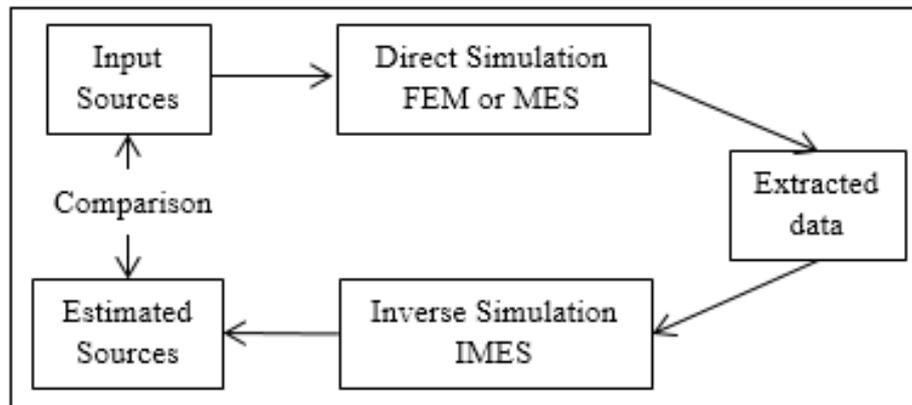


FIG. 3.7: Diagramme de la méthodologie numérique.

3.2.1 Validation de la MES Inverse

Une analyse sera présentée dans cette section pour valider la méthode IMES. La première étape consiste à déterminer les données de mesure du champ de densité d'énergie acoustique à l'aide de $n_{Ma} = 100$ réparties sur un plan parallèle à la plaque avec une distance $e = 0,05$ m, comme le montre la figure (3.8).

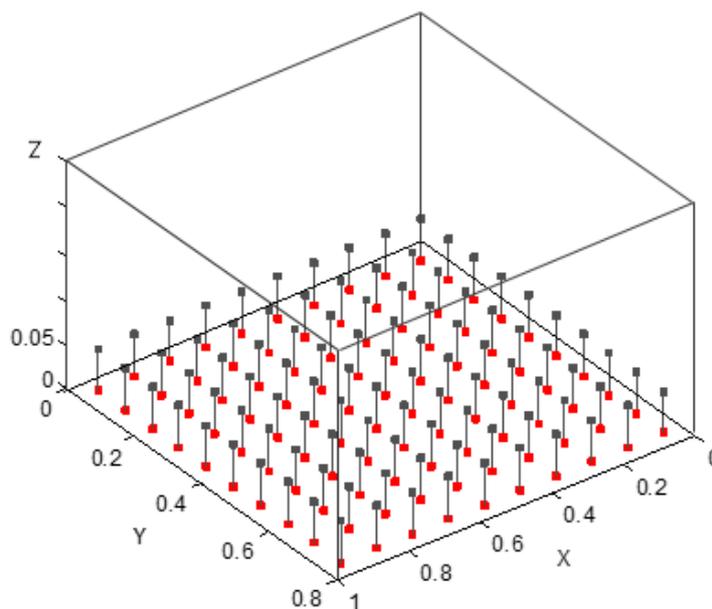


FIG. 3.8: Répartition des sources (rouge) et microphones (gris).

La deuxième étape consiste à comparer les forces obtenues par la simulation MES/IMES et FEM/IMES avec la valeur exacte des charges d'entrées. Pour vérifier la sensibilité de la mé-

thode IMES pour plusieurs efforts, la plaque est également excitée dans l'exemple suivant avec deux puissances d'excitation $P^{in} = 1,551 \text{ w/m}^2$ en deux points de coordonnées (0.25 m, 0.55 m, 0) et (0.65 m, 0.25 m, 0). Les résultats affichés sont calculés dans une bande d'octave avec une fréquence centrale $f_c = 15 \text{ kHz}$, où la densité modale est très importante et l'utilisation de quantités d'énergie est essentielle.

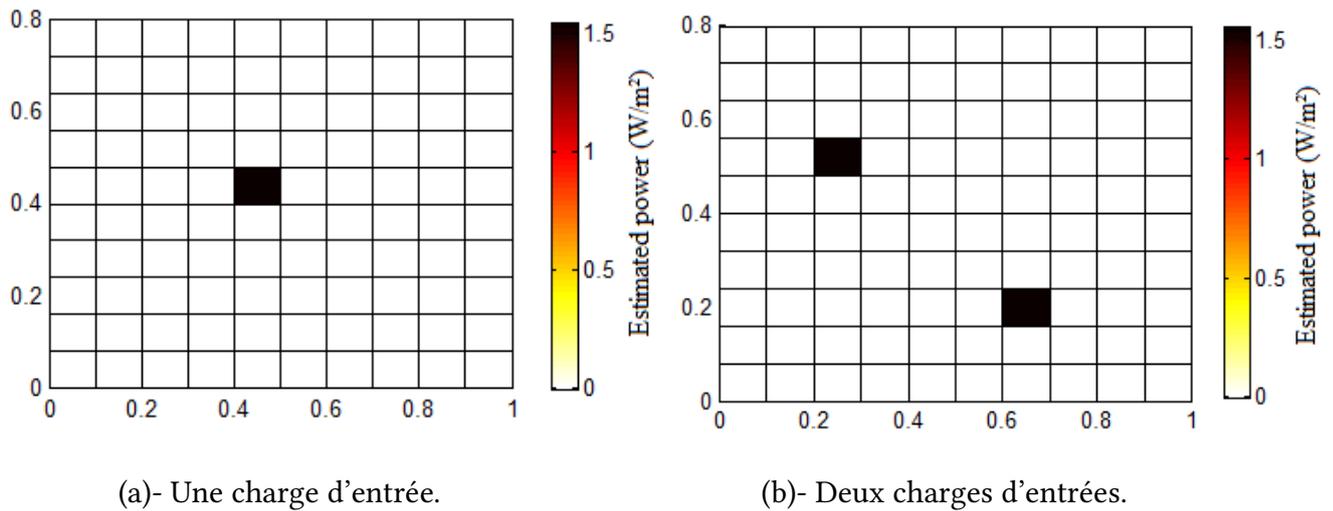


FIG. 3.9: Simulation MES/IMES.

Il faut rappeler que les charges d'entrées ont été calculées en utilisant l'équation (3.7) et les résultats sont présentés dans les figures (3.9) et (3.10).

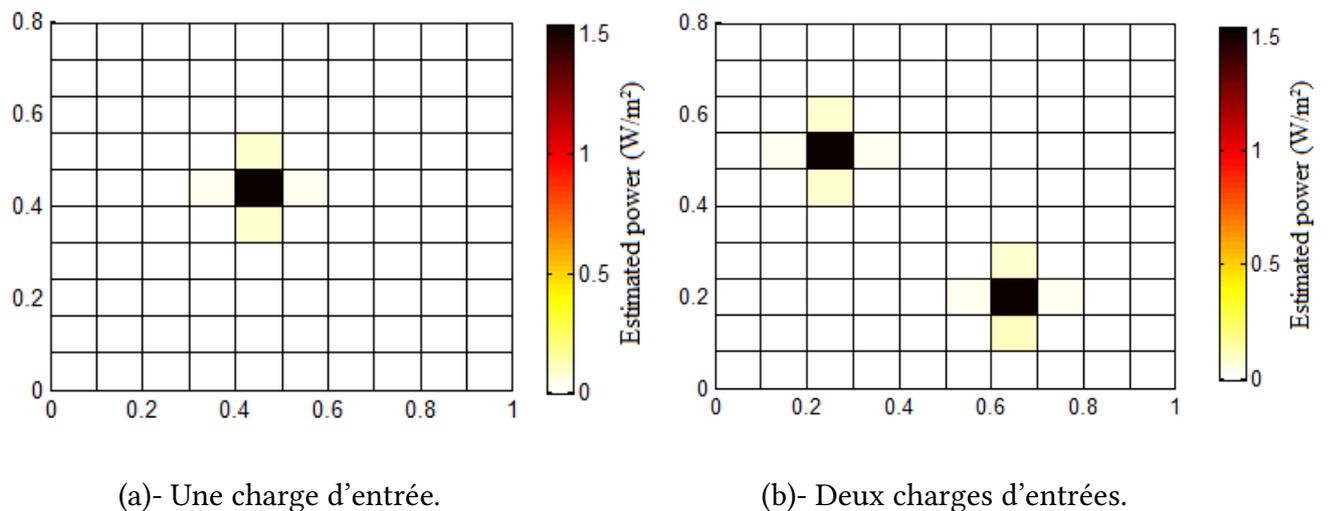


FIG. 3.10: Simulation FEM/IMES.

Les résultats de la figure (3.9) montrent que l'inversion de la matrice S_a est validée puisque nous avons obtenu une bonne estimation de l'emplacement et des niveaux pour les sources

vibratoires. De façon similaire, les résultats FEM/IMES ont été comparés à la valeur d'entrée. En effet, le calcul IMES est traité à l'aide de W_a calculée par un logiciel éléments finis.

Les résultats de la figure (3.10) montrent que les sources ont été correctement identifiées en terme de position et de niveau, ce qui prouve la capabilité de la méthode IMES à identifier les charges extérieures pour différentes positions de la charge.

3.2.2 Effect de la répartition de microphones: Simulation MES/IMES

Le nombre de mesures acoustiques n_{M_a} a été modifié dans cette application. Pour illustrer leur effet, nous avons répété la simulation MES/IMES en diminuant n_{M_a} et nous avons obtenu les résultats affichés sur la figure (3.11).

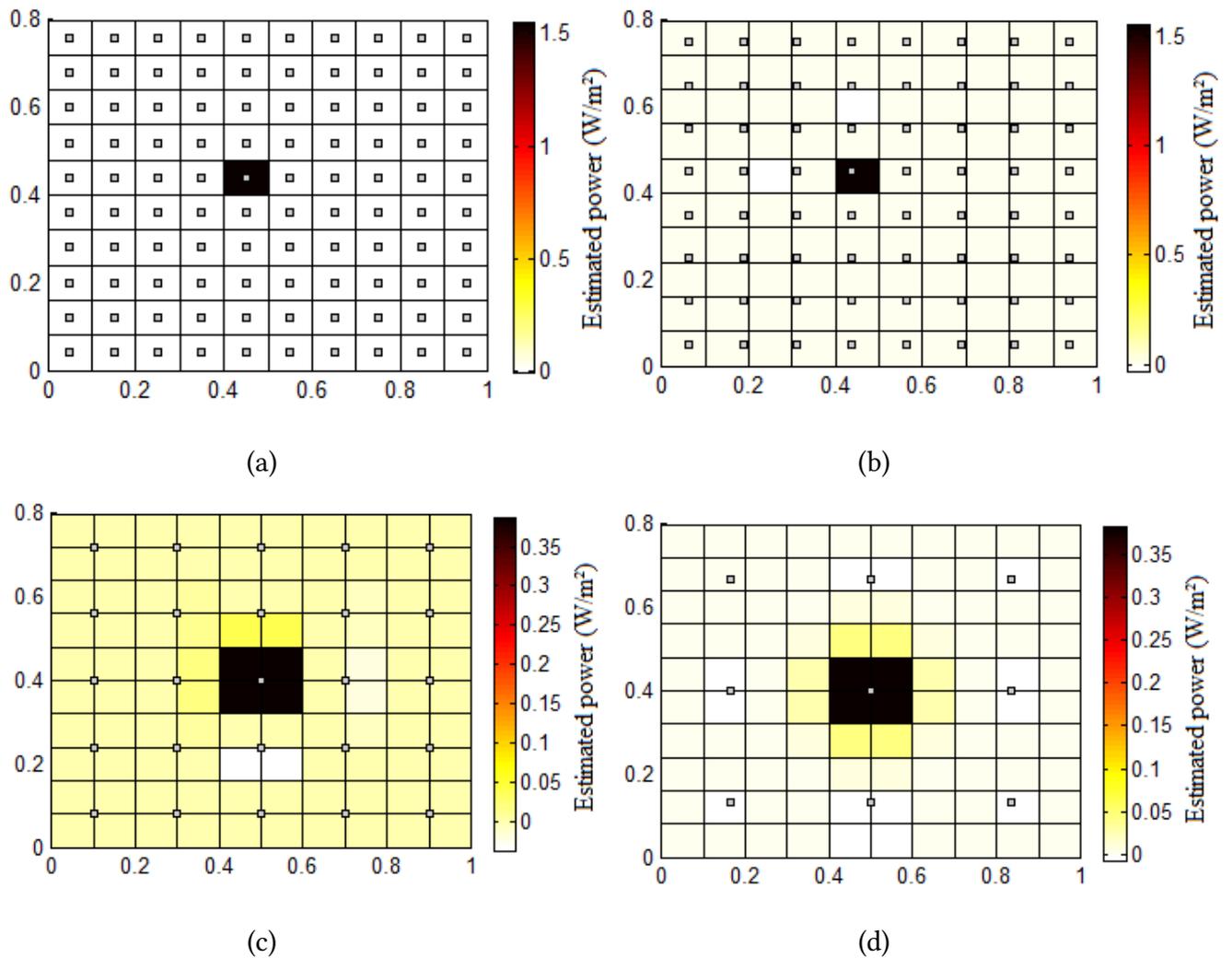


FIG. 3.11: Simulation MES/IMES (■ point de mesure) pour $n_{M_a} = 100$ (a), $n_{M_a} = 64$ (b), $n_{M_a} = 25$ (c), $n_{M_a} = 9$ (d).

Définissons ensuite le facteur $\mu = n_{M_a} / n_S$ pour quantifier l'efficacité de la méthode. $\mu = 1$ ($n_S = n_{M_a}$) correspond à la matrice carrée à inverser, alors que $\mu < 1$ correspond à un nombre de mesure inférieur à celui des sources n_S .

Il semble qu'en augmentant les points de mesure n_{M_a} répartis sur chaque plaque correspondant à $n_{M_a} = 9$ ($\mu = 0.09$), $n_{M_a} = 25$ ($\mu = 0.25$), $n_{M_a} = 64$ ($\mu = 0.64$) et $n_{M_a} = 100$ ($\mu = 1$) respectivement, la source est bien détectée.

Par exemple, la puissance d'entrée source est égale à 0.3805 W/m^2 pour $n_{M_a} = 9$, 0.3879 W/m^2 pour $n_{M_a} = 25$, 1.5503 W/m^2 pour $n_{M_a} = 64$ et 1.5514 W/m^2 pour $n_{M_a} = 100$, mais elle devrait être égale à 1.551 W/m^2 . Par conséquent, le résultat correct de la puissance d'entrée est atteint pour des valeurs n_{M_a} plus élevées. Les figures (3.12.a) et (3.12.b) représentent respectivement la sensibilité de quantification Q_T et la sensibilité de localisation L_T donnés par l'équation (2.22).

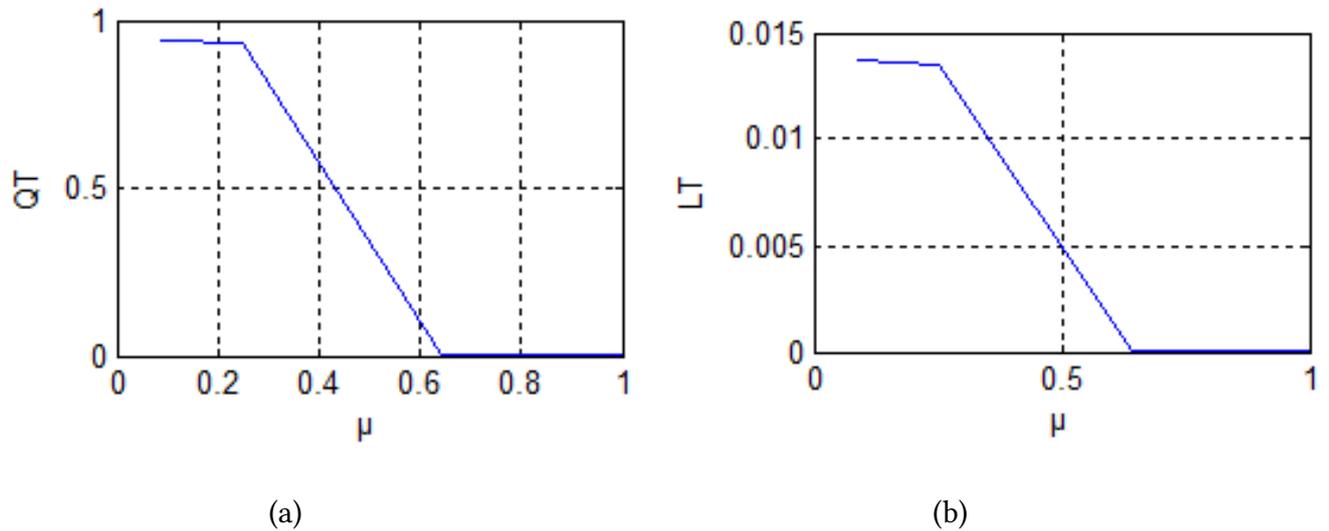


FIG. 3.12: Courbe de la sensibilité à la quantification (a) et à la localisation (b) en fonction de μ .

Il est clair que les valeurs de Q_T et L_T augmentent lorsque la valeur de $\mu = n_{M_a} / n_S$ diminue, ce qui signifie que la IMES est validé avec une bonne précision pour les valeurs n_{M_a} plus élevées. Nous observons que de bons résultats sont obtenus à partir de $\mu = 1$, ce qui correspond à $n_{M_a} = n_S$.

En conclusion, la formulation IMES est capable d'estimer la puissance injectée lorsque le nombre de mesures obtenue par la formulation directe de MES est élevé. Dans la section suivante on va montrer l'influence de la répartition des microphones dans la IMES lorsque les données de mesure sont obtenues par la FEM.

3.2.3 Effect de la répartition de microphones: Simulation FEM/IMES

Cette section traite l'influence de la répartition des mesures acoustiques sur la détection et la quantification de la source de vibration. Une nouvelle méthodologie numérique pour identifier les charges agissant sur la structure en utilisant la méthode FEM a été présentée dans cet exemple. Pour cela, un test plus réaliste a été envisagé.

La première étape consiste à subdiviser un plan parallèle à la plaque avec une distance $e = 0.05$ m, en 9 surfaces et à placer un microphone au milieu de chaque surface. La figure (3.13.a) montre la répartition des points de mesure acoustique.

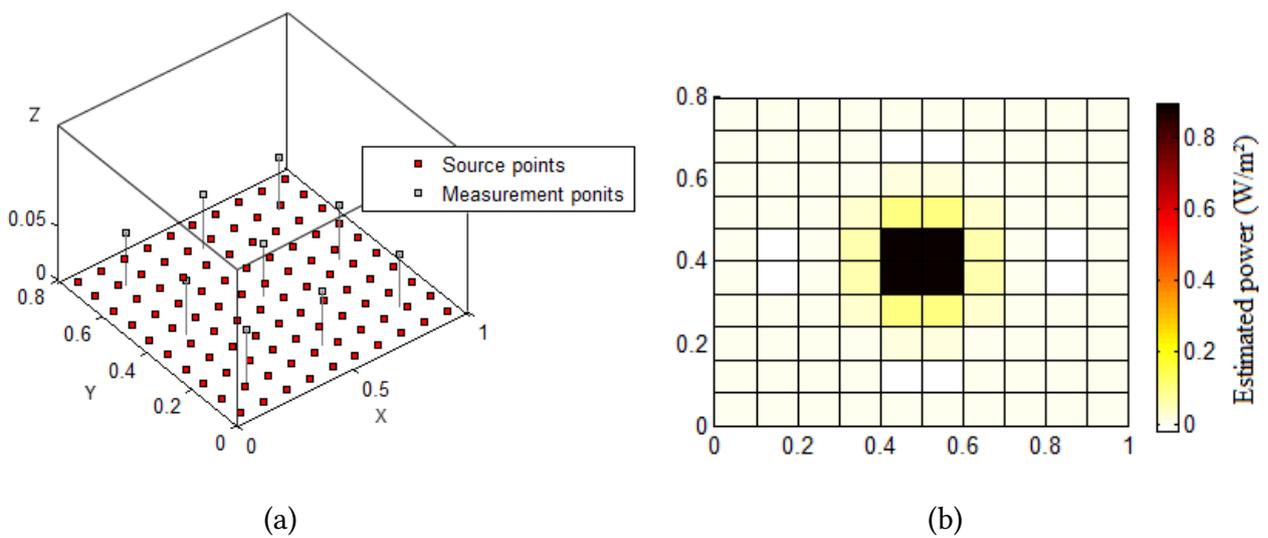


FIG. 3.13: Simulation FEM/IMES pour $d_x = 0.33$ m et $d_y = 0.26$ m

La répartition de puissance estimée sur la plaque est présentée par la figure. (3.13.b). En effet, la valeur la plus élevée de puissance a été estimée avec une valeur égale à 0.8949 W/m^2 . L'étape suivante consiste à distribuer le même nombre de micros près des surfaces de puissances les plus élevées avec une distance égale $d_x = d_y = 0.09$ m (voir la figure. (3.14.a)).

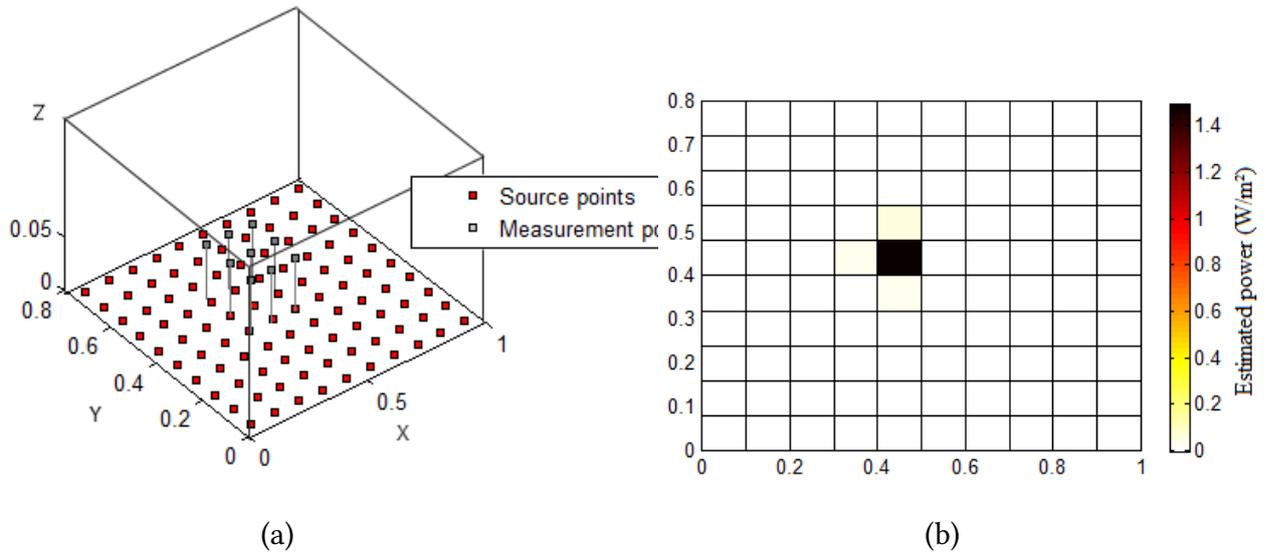


FIG. 3.14: Simulation FEM/IMES pour $d_x = d_y = 0.09$ m.

Comme on le voit sur cette figure, une bonne prédiction de la puissance d'entrée est observée. Il convient de noter que dans la figure. (3.14.b), la source a été correctement estimée à la fois du point de vue de la quantification ainsi que la localisation.

Simulation	$d_x=0.33$ m	$d_x=0.09$ m
FEM/IMES	$d_y=0.26$ m	$d_y=0.09$ m
Erreur (%)	42.3	3.44

TAB. 3.1: Erreur de la puissance estimée.

Les erreurs de la puissance estimée sont résumées dans le tableau. (3.1). Les résultats montrent que la quantité d'information source augmente à mesure que les points de mesure est si proche de la source. Par conséquent, il est préférable que les distances entre les points de mesure soient plus proches et aussi courtes que possibles. En outre, il semble que le choix d'une bonne disposition de la mesure acoustique est très important pour estimer la force d'entrée. En conclusion, cette section confirme que la présente méthode est capable d'estimer les efforts d'entrées agissant sur la structure pour quelques mesures acoustiques et peut ainsi être appliquée dans des applications industrielles.

3.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un nouvel outil d'identification basé sur la formulation inverse de la MES dans le but de localiser les sources vibratoires à partir des mesures acoustiques. Nous avons abordé plusieurs cas impliquant différents points de mesure et positions des forces afin de valider cette technique. Les résultats numériques obtenus ont montré que l'approche proposée estime exactement la source d'excitation avec une faible densité de points de mesure.

Dans la suite, on va appliquer cette méthode énergétique d'identification pour quelques applications dans le domaine de la technologie de la surveillance des structures (Structural Health Monitoring) SHM, afin d'étudier l'efficacité de la IMES à assurer la surveillance des structures.

Chapitre 4

Détection des défauts par MES Inverse

La méthode énergétique simplifiée inverse en général est développée pour identifier les sources d'excitation dans une structure. Dans le deuxième et troisième chapitres, on a réussi à identifier les sources d'excitation vibratoire que ce soit par la mesure de la densité d'énergie vibratoire ou acoustique. Dans cette partie on va étendre cette technique d'identification pour certaines applications dans le domaine de la surveillance des structures, afin de détecter les défauts. Dans notre cas on va introduire des défauts dans la structure en vue de les localiser et les identifier. Par ailleurs, le défaut entraîne une modification de la répartition de la densité d'énergie vibratoire dans la structure. Par conséquent, la IMES conduit en premier lieu à identifier les sources d'excitation et en second lieu, à localiser et détecter les défauts sur la structure, qui représentent des sources secondaires. Ainsi, la position et la taille du dommage peuvent à priori être détectées.

4.1 Revue sur les méthodes de détection des défauts

La détection des défauts dans les structures est un sujet important dans beaucoup de domaines d'ingénierie. Néanmoins, la détection du défaut avant l'endommagement des structures est très importante, ce qui exige la surveillance des structures.

La stratégie est de mettre en œuvre la détection des défauts pour les plaques en utilisant la technologie de la surveillance des structures (Structural Health Monitoring: SHM), qui peut être considérée comme un nouveau domaine d'évaluation non destructive en plein développement.

L'identification des défauts a attiré beaucoup d'attention puisqu'il existe de nombreuses techniques actuellement disponibles dans la littérature. Parmi ces approches, la méthode des élé-

ments finis (FEM) [30, 58], qui a été utilisée pour détecter les endommagements pour des structures en utilisant des réponses statiques ou dynamiques du système. Teughels *et al.* [88] a utilisé la technique de mise à jour du modèle FE qui corrige le modèle FE en utilisant les fréquences propres et les formes de modes mesurées pour détecter les dommages dans une poutre. Cependant, pour des structures comme les plaques, la méthode des éléments finis exige un remaillage du domaine de calcul pour se conformer aux géométries des défauts à chaque itération, ce qui prend du temps pour les dommages complexes. D'autres méthodes sont également utilisées pour fournir un résultat précis, telle que la méthode des éléments de frontières (BEM). Cette méthode a été utilisée par Stavroulakis *et al.* [86], pour identifier les défauts, en utilisant l'analyse statique et dynamique des structures. La BEM a également été utilisée par Rus *et al.* [77] pour détecter les défauts dans des structures composites stratifiées anisotropes à travers des données de la réponse statique incomplète incluant des effets de bruit. D'autres techniques, telles que la méthode *Spectral Element Method* [45, 64] et la méthode *Strip Element method* [102] qui ont été utilisées pour la détection des dommages, mais pour des applications spécifiques et simples. Récemment, une nouvelle approche numérique appelée la méthode des éléments finis étendus (XFEM) a été développée pour identifier l'évolution de plusieurs défauts dans les structures [103]. La méthode des éléments finis ondulatoire (WFEM) a été utilisée aussi pour la détection des défauts. Elle a été traitée par plusieurs chercheurs afin de prédire aussi les défauts dans les pipelines, en utilisant la réflexion des ondes au niveau du défaut [9, 40–42].

Il convient de souligner que la plupart des recherches proposées dans la littérature était limitée sur la bande des basses fréquences, qui se caractérise par un faible recouvrement modal et présente des limites lorsque la fréquence augmente, généralement dans la bande des moyennes et hautes fréquences. Une alternative pour surmonter la limitation de ces méthodes est d'utiliser les méthodes énergétiques, qui fournissent un outil efficace pour l'évaluation de l'énergie moyenne dans la bande des moyennes et hautes fréquences.

Dans ce contexte, les méthodes énergétiques inverses peuvent être utilisées pour la détection des défauts. Elles peuvent être appliquées dans le domaine de SHM pour assurer la surveillance permanente de certaines structures.

4.2 IMES pour la détection des défauts

La méthode énergétique simplifiée inverse est un outil prédictif destiné pour identifier la source d'excitation en moyennes et hautes fréquences. Les différentes hypothèses de la méthode et la formulation énergétique sont décrites dans le premier chapitre. Dans cette partie on va étendre cette technique d'identification à certaines applications dans le domaine de la surveillance des structures, dans le but de détecter les défauts dans les structures. La IMES sera utilisée dans cette section pour une seule plaque, dont la formulation a été développée par Chabchoub *et al.* [11]. Les sources seront détectées grâce aux mesures effectuées sur le système. En effet, l'équation (1.61) est discrétisée pour fournir la matrice suivante:

$$\begin{Bmatrix} W_1 \\ \vdots \\ W_{n_m} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & \cdots & S_{1n_s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n_m 1} & \cdots & S_{n_m n_s} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} P_1^{inj} \\ \vdots \\ P_{n_s}^{inj} \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

où W est le champ de la densité d'énergie, n_s est le nombre de sources, n_m est le nombre de mesure, et S est une matrice de sensibilité de dimension (n_s, n_m) donnée par [11]:

$$S = R + Y(Id - T)^{-1}Q, \quad (4.2)$$

où T est une matrice de dimension (N, N) qui représente l'interaction géométrique entre les N éléments de bord, donnée par l'équation suivante:

$$T = \int_{\partial\Omega} \int_{\partial\Omega} \frac{1}{2} \frac{1}{P_i P_j} e^{-(\eta\omega/c)P_i P_j} \vec{U}_{P_i P_j} \cdot \vec{n}_{P_i} dP_i dP_j, \quad (4.3)$$

Y est une matrice de dimension (n_s, n_m) représente l'interaction géométrique entre les sources et les points de mesure donnée par l'équation suivante:

$$Y = \int_{\partial\Omega} \frac{1}{S_j P_i} e^{-(\eta\omega/c)S_j P_i} dP_i, \quad (4.4)$$

et Q est un opérateur qui représente l'interaction géométrique entre les N éléments de bord et les n_s sources. Il est exprimé comme suit :

$$Q = \int_{\partial\Omega} \frac{1}{2} \frac{1}{S_j P_i} e^{-(\eta\omega/c)S_j P_i} \vec{U}_{S_j P_i} \cdot \vec{n}_{P_i} d\Omega. \quad (4.5)$$

et R est définie comme suit:

$$Y = \frac{1}{S_i M_j} e^{-(\eta\omega/c)S_i M_j}. \quad (4.6)$$

La IMES vise à inverser l'équation (4.1). En effet, la puissance injectée dans la plaque peut ensuite être localisée grâce à la connaissance de la densité d'énergie définie dans la structure. Ensuite, la formulation IMES est exprimée comme suit:

$$\begin{Bmatrix} P_1^{inj} \\ \vdots \\ P_{n_s}^{inj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & \dots & S_{1n_s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n_m1} & \dots & S_{n_m n_s} \end{bmatrix}^+ \cdot \begin{Bmatrix} W_1 \\ \vdots \\ W_{n_m} \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

où $+$ est le pseudo-inverse.

Cette approche inverse conduit à la première itération à identifier les sources d'excitation dans la structure. L'existence d'une discontinuité matériel ou bien géométrique dans la structure entraîne une modification de la distribution de la densité d'énergie vibratoire. En effet, une puissance secondaire apparaîtra dans l'emplacement des défauts (voir la figure (4.1)).

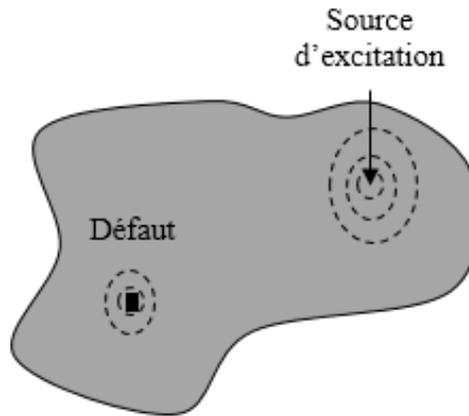


FIG. 4.1: Première itération: identification de source d'excitation et du défaut.

Par conséquent, dans la deuxième itération, la formulation IMES sera utilisée dans une zone locale où la puissance secondaire est présentée, pour détecter la position et la taille du défaut (voir la figure (4.2)).

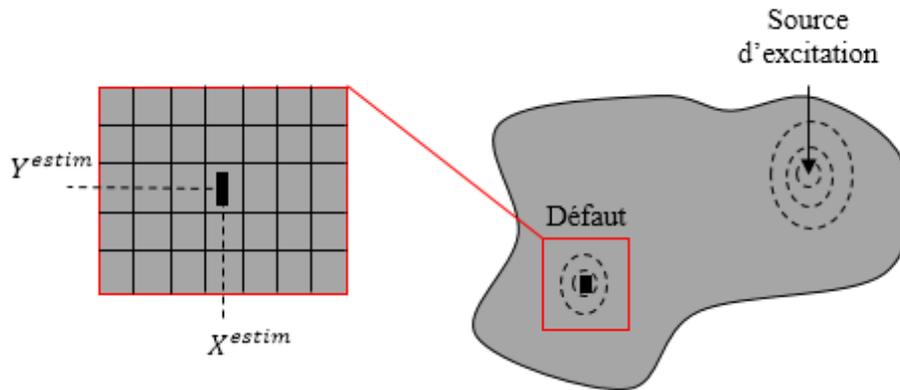


FIG. 4.2: Deuxième itération: localisation de la position du défaut.

Dans la partie suivante, la validation de cette technique de localisation des sources et détection des défauts avec des essais numériques pour différents cas des défauts sera présentée.

4.3 Validations numériques

Cette partie traite des essais numériques pour différents types de défauts afin de valider la capacité de la IMES à détecter les singularités géométriques et matérielles dans la structure. Le modèle étudié est une plaque mince dont les caractéristiques sont déjà indiquées dans le tableau (4.1). La plaque est excitée par une source ponctuelle F et encastrée sur les bords comme le montre la figure (4.3).

Paramètre	Unité	Valeur
Longueur L	m	0.3
Largeur l	m	0.3
Hauteur h	m	0.005
Module d'Young E	Pa	72e09
Coefficient de Poisson ν		0.3
Masse volumique ρ_s	kg/m ³	2800

TAB. 4.1: Caractéristiques de la plaque étudiée.

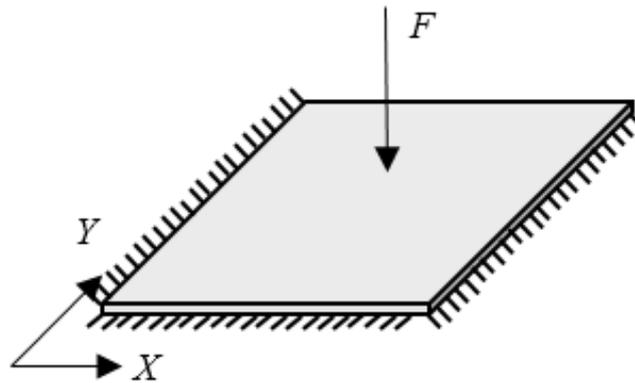


FIG. 4.3: Modèle de la plaque sans défaut.

La méthodologie de la simulation numérique est présentée dans la figure (4.4). Elle consiste à implémenter la méthode énergétique inverse lors de l'utilisation de la densité d'énergie vibratoire basée sur la méthode des éléments finis (FEM) en utilisant le logiciel COMSOL Multiphysics (simulation FEM/IMES), afin d'identifier dans la première étape l'emplacement approximatif du défaut dans la structure et de déterminer plus précisément dans la deuxième étape l'emplacement et la forme du défaut.

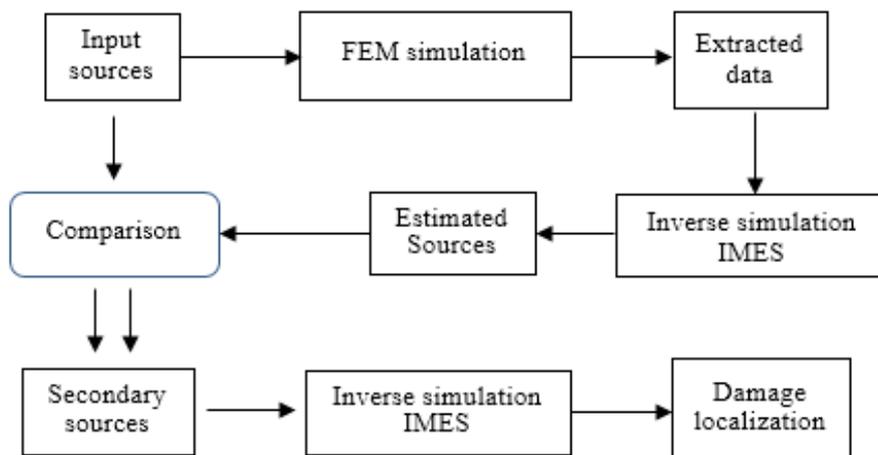


FIG. 4.4: Méthodologie de la simulation numérique.

La figure (4.4) représente une stratégie très simplifiée pour la détection des défauts. La première étape consiste à subdiviser la plaque en surface grossière et à placer un point de mesure au milieu de chaque surface, afin d'identifier l'emplacement approximatif du défaut (source secondaire). La deuxième étape étant plus locale, elle consiste à inclure une matrice de points de

mesure centrée autour de l'emplacement précédemment identifié pour déterminer plus précisément l'emplacement et la forme du défaut. En termes de faisabilité technique, la deuxième étape sera réalisable à l'aide d'un vibromètre laser qui donnera des résultats précis sans modifier le comportement vibratoire de la plaque.

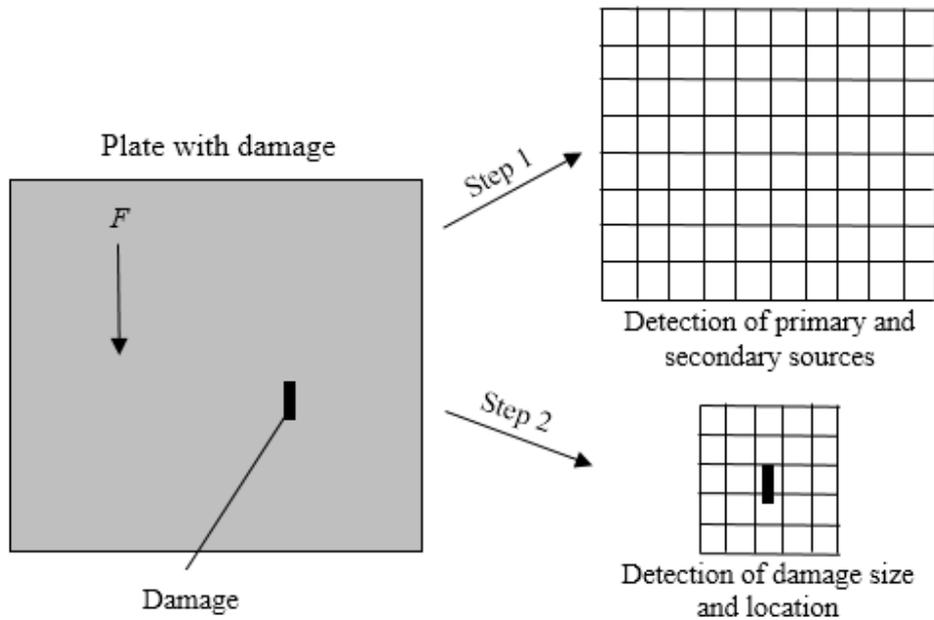


FIG. 4.5: Stratégie de la localisation des défauts.

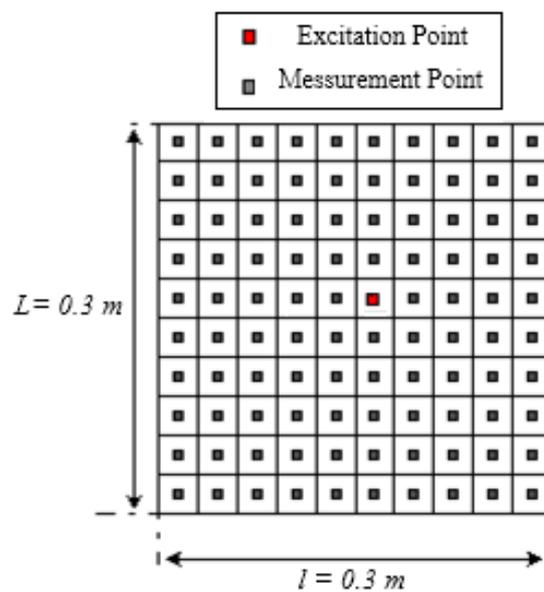


FIG. 4.6: Répartition des points de mesure.

La plaque est excitée par une puissance d'entrée $P_{in} = 14.5 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$, au point S donné par $(0.165 \text{ m}, 0.165 \text{ m})$, avec un facteur d'amortissement $\eta = 0.01$. Les résultats affichés seront calculés dans une bande d'octave avec une fréquence centrale $f_c = 1500 \text{ Hz}$, où le recouvrement modal est assez élevé et l'utilisation de quantités d'énergie est essentielle.

Dans les exemples suivants, $n_m = 100$ points de mesure sont utilisés pour identifier l'effort d'excitation (Source primaire) et l'emplacement approximatif du défaut (Source secondaire), comme le montre la figure. (4.6). Par conséquent, la densité d'énergie W est déterminée en utilisant la somme d'énergie cinétique et potentielle pour la simulation FEM.

4.3.1 Détection d'une fissure carrée

Cette partie traite le premier essai de la détection du défaut. La figure (4.7) représente la dimension et l'emplacement du défaut sur la plaque. Le défaut étudié est une fissure carrée dont les dimensions sont $L_F^{exact} = 5 \text{ mm}$ et $l_F^{exact} = 5 \text{ mm}$, située à une position centrale de coordonnées $X^{exact} = 0.225 \text{ m}$ et $Y^{exact} = 0.2275 \text{ m}$.

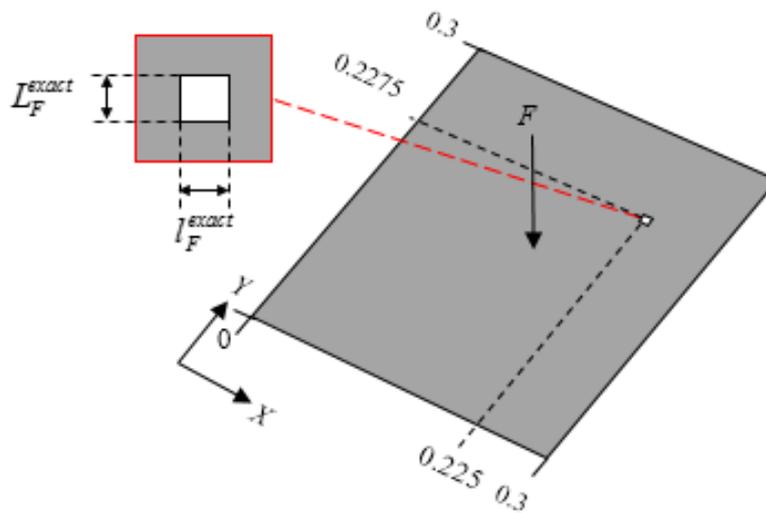


FIG. 4.7: Localisation du défaut.

Tout d'abord, la puissance estimée donnée par la simulation FEM / IMES est comparée aux valeurs exactes de la puissance injectée pour déterminer la position de la source d'excitation (source primaire) et la position approximative de la discontinuité géométrique dans la structure (source secondaire).

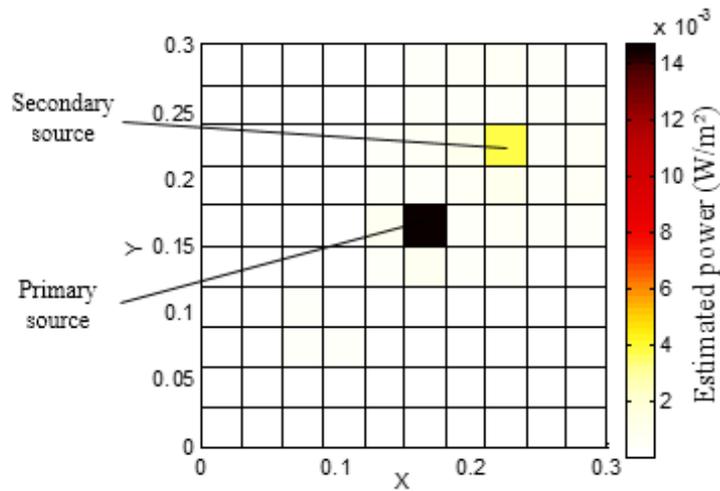


FIG. 4.8: Simulation FEM/IMES (Détection de la source d'excitation et de la source secondaire).

La figure (4.8) illustre la répartition de la puissance estimée. On peut observer que la source d'entrée est correctement identifiée à la fois pour l'emplacement et le niveau. En outre, une source secondaire est détectée dans la plaque à cause de la modification de la distribution de la densité d'énergie causée par le défaut.

Après cela, un certain nombre de mesures $n_m = 121$ sont réparties autour de la surface identifiée précédemment, afin d'identifier avec précision la forme, l'emplacement et la taille du défaut.

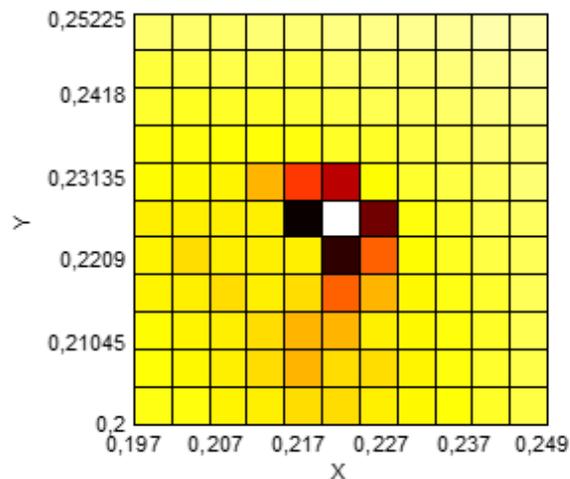


FIG. 4.9: Simulation FEM/IMES (Détection de la forme du défaut).

La figure (4.9) représente la répartition de la puissance au niveau du défaut. Il est clair que la forme est apparue assez distinctivement. En effet la plus grande puissance est située autour du défaut. En outre, la localisation et la taille du dommage sont bien identifiées comme indiqué

dans le tableau (4.2). En conséquence, le défaut est une fissure carrée de dimensions ($L_F^{estim} = 4.75 \text{ mm}$, $l_F^{estim} = 4.75 \text{ mm}$) située à la position ($X^{estim} = 0.223 \text{ m}$, $Y^{estim} = 0.226 \text{ m}$).

	Dimension du défaut	Position
Défaut exacte (m)	$L_F^{exact} = 5.10^{-3}$	$X^{exact} = 0.225$
	$l_F^{exact} = 4.75.10^{-3}$	$Y^{exact} = 0.2275$
Défaut estimé (m)	$L_F^{estim} = 5.10^{-3}$	$X^{estim} = 0.223$
	$l_F^{estim} = 4.75.10^{-3}$	$Y^{estim} = 0.226$

TAB. 4.2: Les résultats d'identification pour un défaut carré.

Par conséquent, dans ce cas la méthode IMES identifie avec succès le défaut carré. Dans la section suivante, un autre emplacement et forme du défaut seront présentés afin d'étudier la fiabilité de la méthode proposée pour la détection des défauts.

4.3.2 Détection d'une fissure rectangulaire

Cette partie traite un défaut rectangulaire dans une plaque. Le défaut est de dimension $L_F^{exact} = 0.01 \text{ m}$ et $l_F^{exact} = 4.10^{-3} \text{ m}$ situé dans la position centrale ($X^{exact} = 0.2265 \text{ m}$, $Y^{exact} = 0.1 \text{ m}$) comme indiqué sur la figure (4.10).

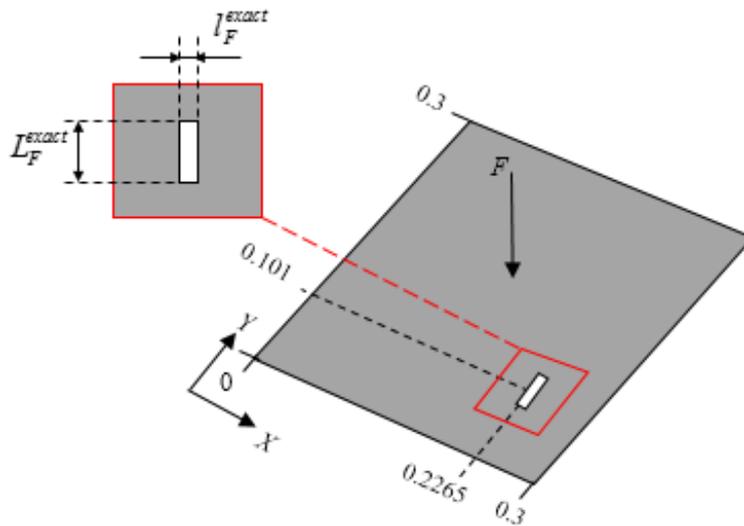


FIG. 4.10: Localisation du défaut.

On applique la même stratégie que le cas précédent. Tout d'abord, pour déterminer la position des sources primaires et secondaires, la répartition de puissance donnée par la simulation

FEM/IMES est comparée avec les valeurs exactes de la puissance injectée. La figure (4.11) montre le résultat de la répartition de puissance estimée.

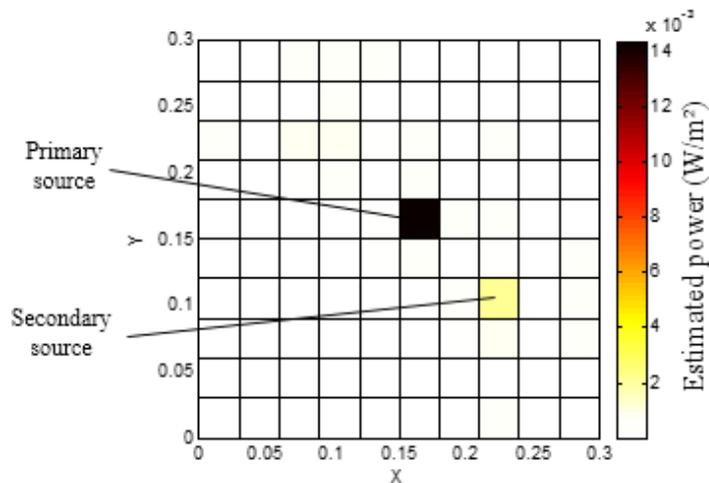


FIG. 4.11: Simulation FEM/IMES (Détection de la source d'excitation et de la source secondaire).

On peut observer que la force d'entrée est correctement identifiée à la fois pour l'emplacement et le niveau. En outre, une source secondaire est détectée dans la plaque en raison de la modification de la densité d'énergie causée par le défaut.

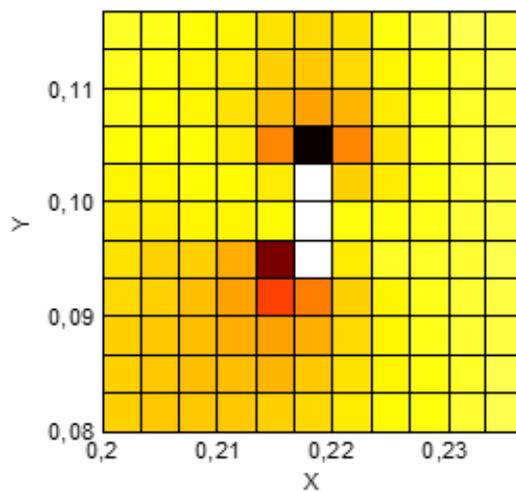


FIG. 4.12: Simulation FEM/IMES (Détection de la forme du défaut)

Deuxièmement, un certain nombre de mesures $n_m = 121$ est réparti près de la surface où la source secondaire est localisée. La figure (4.12) représente la répartition de la puissance autour du défaut. Il est clair que la forme du défaut apparaît comme la forme exacte. La plus grande puissance est située autour du défaut. Le dommage estimé est une fissure rectangulaire

de largeur égale à $l_F^{estim} = 3.6.10^{-3}$ m et de longueur égale à $L_F^{estim} = 0.0101$ m, située à la position ($X^{estim} = 0.218$ m, $Y^{estim} = 0.098$ m). En outre, ces résultats d'identification sont répertoriés dans le tableau (4.3).

	Dimension du défaut	Position
Défaut exacte (m)	$L_F^{exact} = 1.10^{-2}$	$X^{exact} = 0.2265$
	$l_F^{exact} = 4.10^{-3}$	$Y^{exact} = 0.1$
Défaut estimé (m)	$L_F^{estim} = 1.08.10^{-2}$	$X^{estim} = 0.218$
	$l_F^{estim} = 3.6.10^{-3}$	$Y^{estim} = 0.098$

TAB. 4.3: Résultats d'identification pour un défaut rectangulaire.

Par conséquent, dans ce cas, le défaut rectangulaire est bien détecté, ce qui prouve l'efficacité de la méthode à l'identification des discontinuités géométriques dans la structure. Dans le cas suivant, des défauts multiples seront étudiés pour démontrer l'efficacité de l'IMES à détecter les discontinuités géométriques et matérielles existant dans la plaque.

4.3.3 Détection de plusieurs défauts

Pour démontrer l'efficacité de la méthode proposée pour la détection des défauts, un exemple numérique avec plusieurs défauts est présenté dans cette partie. Le premier est un défaut rectangulaire de dimensions $l_{F1}^{exact} = 4.10^{-3}$ m, $L_{F1}^{exact} = 0.01$ m et dont les coordonnées de position ($X^{exact} = 0.195$ m, $Y^{exact} = 0.075$ m), et le deuxième est un changement d'épaisseur de forme carrée avec une longueur $L_{F2}^{exact} = 5.10^{-3}$ m et une largeur $l_{F2}^{exact} = 5.10^{-3}$ m situé à ($X^{exact} = 0.105$ m, $Y^{exact} = 0.225$ m).

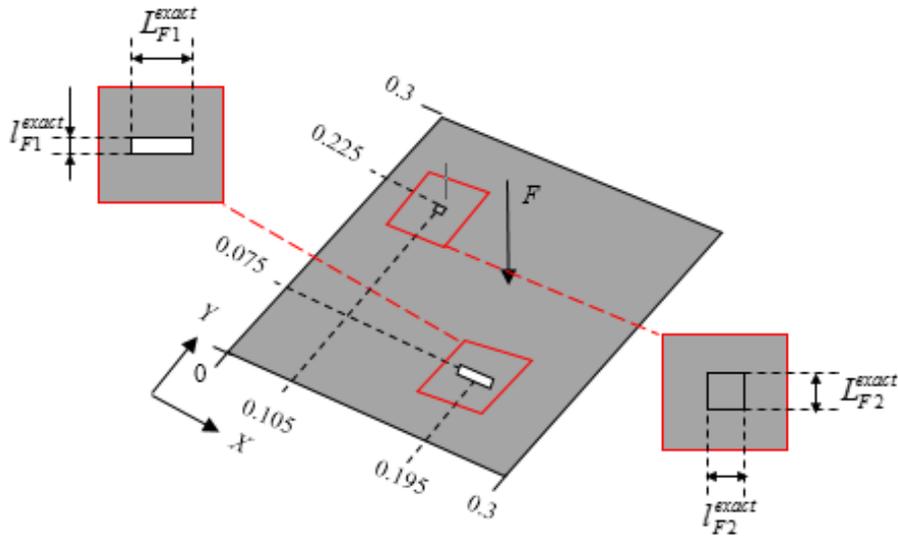


FIG. 4.13: Localisation de multiple défauts.

La même stratégie que les cas précédents est appliquée. Nous déterminons tout d'abord la position des sources primaires et secondaires. La figure (4.14) illustre le résultat de la répartition de puissance estimée. On remarque que la puissance injectée donnée par la simulation FEM/IMES apparaît clairement dans la position exacte. En outre, deux sources secondaires causées par les discontinuités géométrique et matérielle apparaissent dans la plaque.

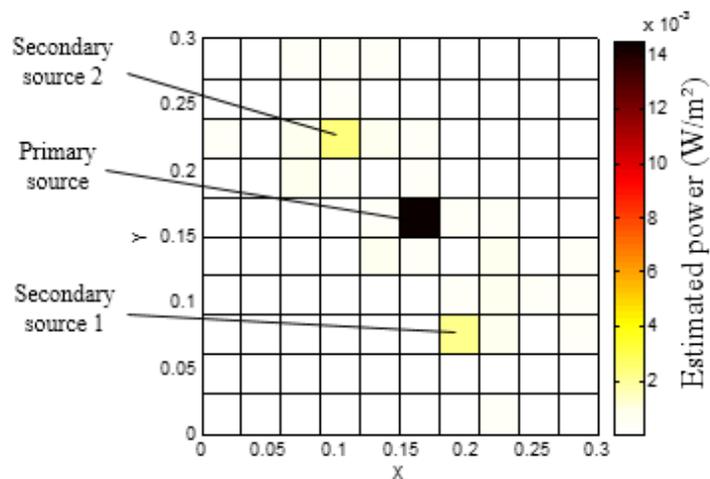


FIG. 4.14: Simulation FEM/IMES (Détection de la source d'excitation et de les sources secondaires).

Deuxièmement, un certain nombre de capteurs $n_m = 121$ est réparti autour de chaque surface où les sources secondaires sont localisées. La figure (4.15) représente la distribution de la puissance

autour de défauts. Il est clair que la forme des défauts est similaires aux formes exactes pour les deux cas. La puissance la plus élevée est située autour du défaut, comme le montre la figure (4.15 .a). La source estimée 1 est un défaut rectangulaire de largeur égale à $L_{F1}^{estim} = 3.6 \cdot 10^{-3}$ m et de longueur égale à $l_{F1}^{estim} = 0.0101$ m, située à la position ($X^{estim} = 0.211$ m, $Y^{estim} = 0.08$ m).

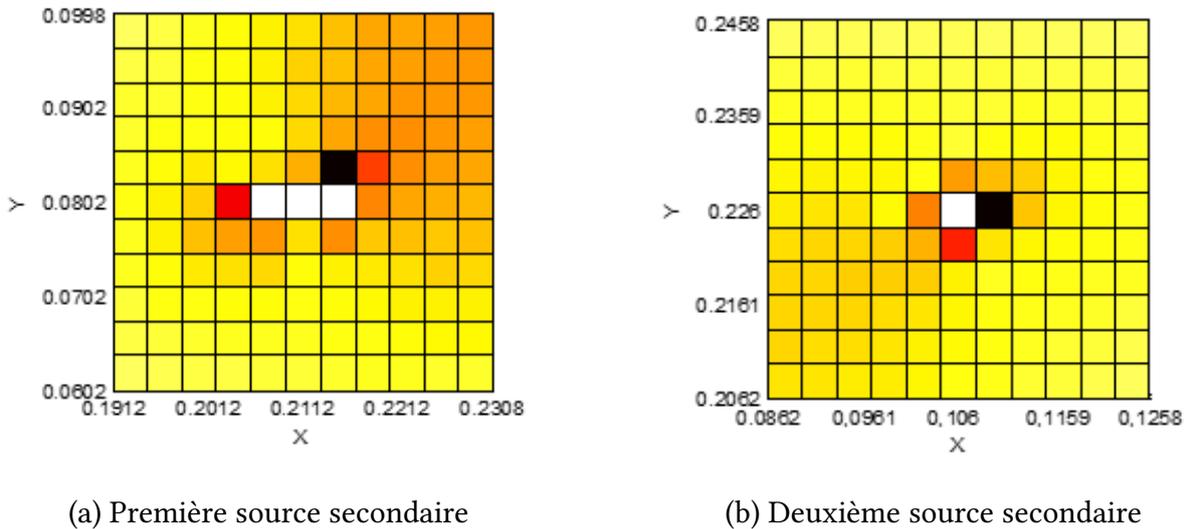


FIG. 4.15: Simulation FEM/IMES (Détection de la forme des défauts).

La figure (4.15. b) montre la forme de la deuxième source secondaire. Le défaut apparaît clairement dans la position exacte, mais la nature du défaut n'est pas évidente, elle nécessite une autre inspection avec un contrôle non destructif (CND) pour caractériser la nature du défaut. En conclusion, cette partie confirme que la méthode actuelle est capable de détecter les singularités géométriques et matérielles dans la structure à travers la connaissance de la densité d'énergie dans la structure.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, la IMES a été mise à contribution dans le domaine de détection des défauts. En effet, les singularités géométriques ou bien matérielles vont émettre des ondes lors de la vibration de la plaque et deviennent des sources secondaires. Le fait de localiser ces sources secondaires permet d'identifier les défauts existants dans la structure. Un nouvel outil de détection a été présenté dans le but de localiser les discontinuités à partir des mesures de la densité d'énergie vibratoire. Des essais numériques impliquant différents types des discontinuités géométriques et matérielles et positions des défauts ont été effectués dans le but d'approuver la

fiabilité de la méthode proposée. Les résultats numériques ont montré que l'approche proposée permet de localiser et de détecter avec succès les défauts sur la structure. Dans le chapitre suivant, on va étudier expérimentalement la fiabilité de la méthode à identifier les efforts vibratoires et détecter les défauts.

Chapitre 5

Etude expérimentale

La méthode de localisation des efforts et des défauts (cf trois derniers chapitres) a été appliquée sur des exemples dont les données sont issues des simulations numériques. Même si ces données ont été bruitées de façon à tenir compte des incertitudes de mesure, il est nécessaire de valider notre approche sur des cas concrets. Ce chapitre s'articule en trois parties. La première décrit le dispositif expérimental qui a été mis en place pour mesurer le champ de vitesse vibratoire d'une structure. La deuxième valide la méthode IMES dans le cas d'une plaque sans défaut excitée par un pot vibrant. Ces expériences permettent de valider la fiabilité de la IMES pour la localisation des charges d'entrées pour différentes positions du pot vibrant et du nombre de mesure. La troisième partie valide la méthode pour le cas d'une plaque avec défauts. Les expériences dans ce chapitre ont pour but de montrer que la méthode d'identification est à la fois robuste et efficace.

5.1 Dispositif expérimental

L'expérience consiste à mesurer le champ de vitesse de la structure en fonction de la fréquence. Il s'agit de déterminer la vitesse associée à chaque point du maillage considéré. Le dispositif expérimental est représenté dans la figure (5.1) et les caractéristiques du matériel d'essai sont décrits dans l'annexe. B. Le système de mesure est constitué d'une tête laser optique à balayage Polytec PSV-400 reliée à un analyseur vibratoire. La plaque est de longueur L , de largeur l et d'épaisseur h , suspendue par cordes élastiques pour simuler les conditions aux limites libre-libre.

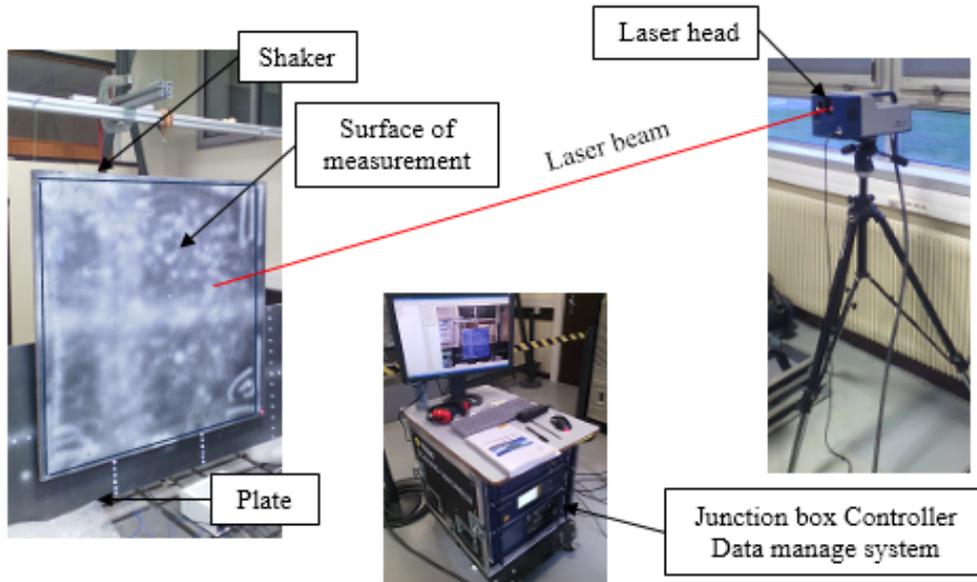


FIG. 5.1: Dispositif expérimental.

La figure (5.2) représente le schéma du flux du signal expérimental. Le signal d'excitation est généré par un vibreur électromagnétique qui transmet les vibrations à la plaque. La tête laser basée sur l'effet du Doppler est utilisée pour mesurer la vitesse normale à la plaque, qui est transférée au système de gestion des données pour étudier les caractéristiques vibratoires de la plaque.

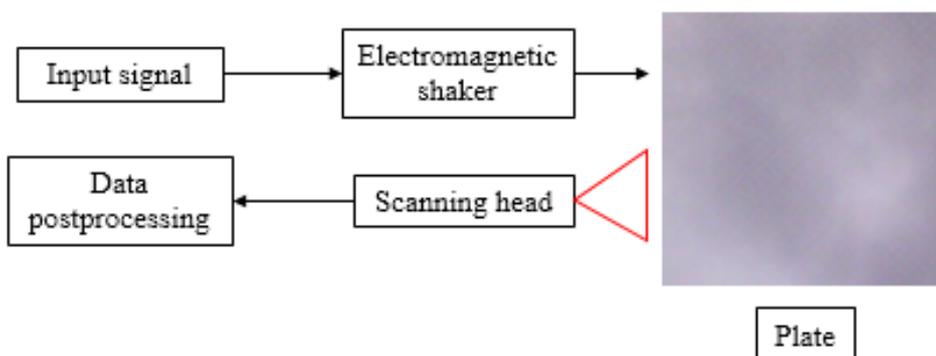


FIG. 5.2: Schéma de flux du signal expérimental.

5.2 Plaque sans défaut

Cette partie traite une validation expérimentale de la technique d'identification IMES pour localiser et quantifier les sources d'excitation pour une plaque sans défaut. Dans une première

étape, on va tester la sensibilité de la méthode à localiser les sources pour une plaque de propriétés mécaniques inconnues et dans la deuxième étape on va tester la sensibilité de la méthode à quantifier et localiser les sources d'excitation pour une plaque en acier.

5.2.1 Localisation de la source d'excitation

Dans cet essai on va tester cette technique de localisation pour une plaque sans défaut de propriétés mécaniques inconnues. La plaque est sandwich de longueur $L=1\text{ m}$, largeur $l=1\text{ m}$ et d'épaisseur $h=0.014\text{ m}$ excitée par un vibreur. Le pot vibrant est placé derrière la plaque, approximativement à la position $(X,Y)=(0.32\text{ m}, 0.53\text{ m})$ pour l'essai 1 et $(X,Y)=(0.35\text{ m}, 0.04\text{ m})$ pour l'essai 2, dans le but de tester la validité de l'approche proposée à proximité des bords.

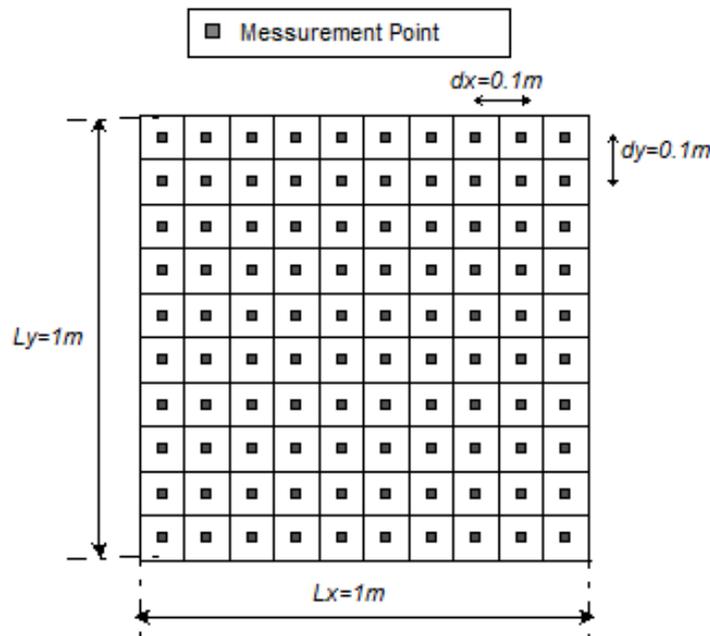


FIG. 5.3: Répartition de points de mesure (100 points): 10 points séparés par d_x situés sur la longueur L_x , 10 points séparés par d_y situés sur la largeur L_y .

La tête laser est placée à 4,8 m de la plaque pour mesurer la vitesse sur une surface choisie de $(1\text{ m} \times 1\text{ m})$. La surface de balayage est divisée en 100 points de mesure, comme le montre la figure.

(5.3):

- 10 points dans la direction x séparés par $d_x = 0.1\text{ m}$.
- 10 points dans la direction y séparés par $d_y = 0.1\text{ m}$.

Les résultats présentés dans cette section sont calculés pour des fréquences autour de 1750 Hz

pour le premier cas et de 1235 Hz pour le deuxième cas. La figure. (5.4) représente la courbe de la réponse fréquentielle de la vitesse en un point ($X = 0.75$ m, $Y = 0.75$ m) dans la plaque.

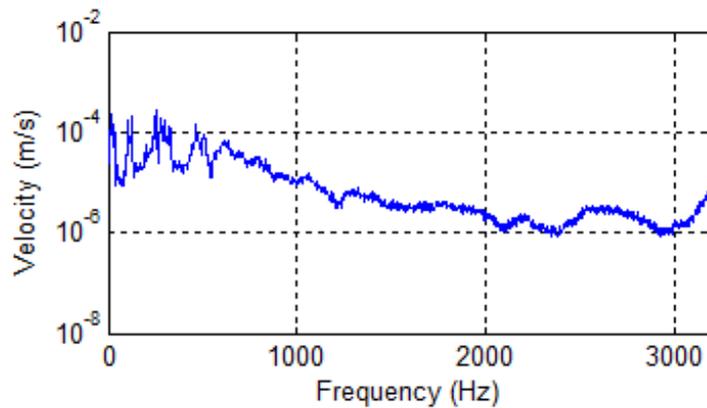


FIG. 5.4: Vitesse (m/s) au point ($X = 0.75$ m, $Y = 0.75$ m).

Comme indiqué ci-dessus, il est clair que la densité modale devient élevée à partir de 800 Hz. À partir de 800 Hz, on peut considérer que la densité modale est suffisamment élevée et que l'hypothèse de la MES est valable pour la validation de ces expériences. Rappelons que la densité d'énergie W est calculée à partir de la vitesse mesurée. Les résultats présentés sur la figure (5.5) illustre la distribution d'énergie qui peut être obtenue pour chaque 1/3 bande d'Octave.

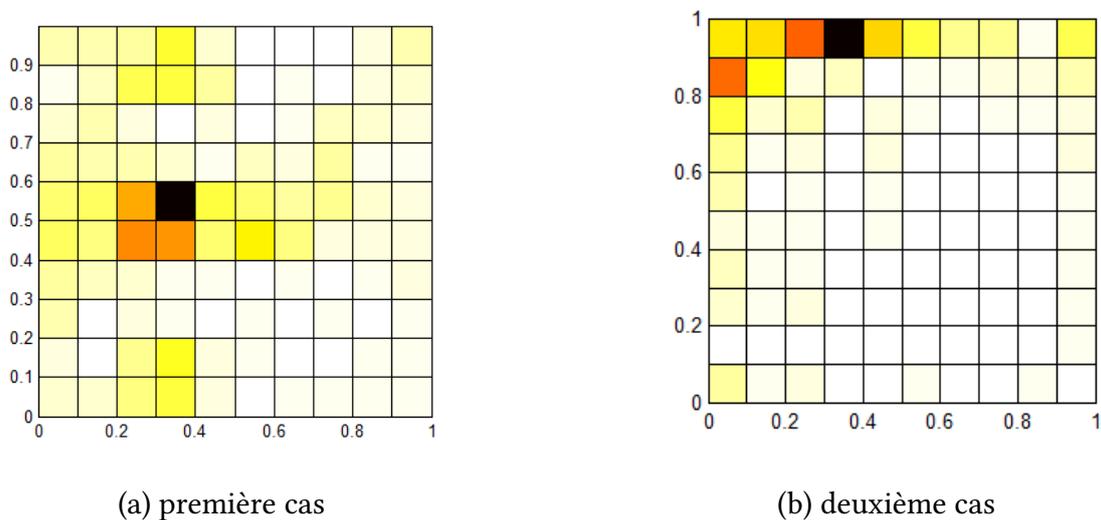


FIG. 5.5: Extraction expérimentale de la source-localisation (IMES).

La figure (5.5) illustre l'emplacement de la source à partir des données mesurées. Les résultats montrent que la force appliquée dans les différentes positions du pot vibrant apparaît clairement à l'endroit exact. Par ailleurs, le deuxième cas indique que les ondes de champ proche à l'extrémité de la plaque ne perturbent pas l'identification de la source.

5.2.2 Effet de la distribution des capteurs

Après la validation de la technique de localisation IMES, cette partie traite l'influence de la répartition des capteurs sur la localisation. Dans cette application, on va modifier le nombre de points de mesure pour les deux positions du pot vibrant pour une fréquence centrale de 1500 Hz.

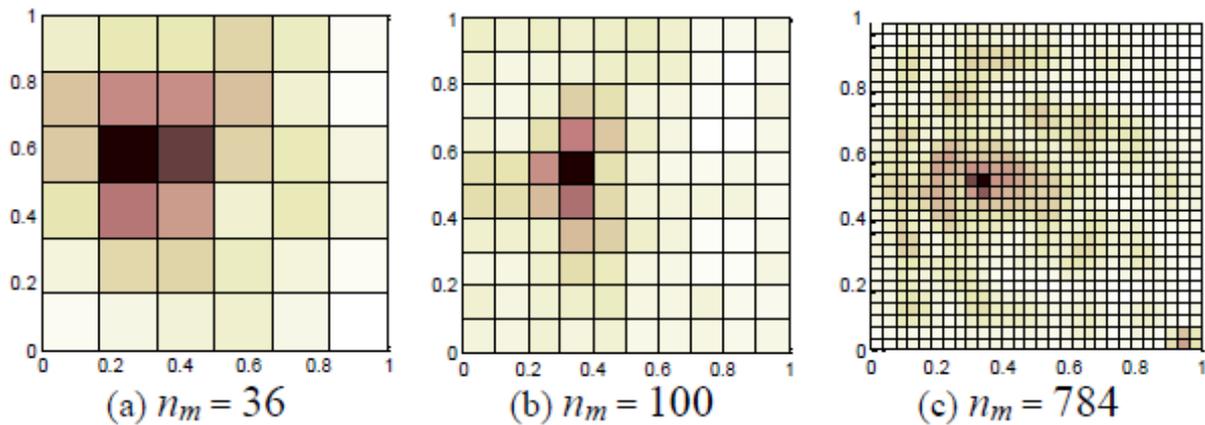


FIG. 5.6: IMES Extraction expérimentale de la source-localisation pour la position 1.

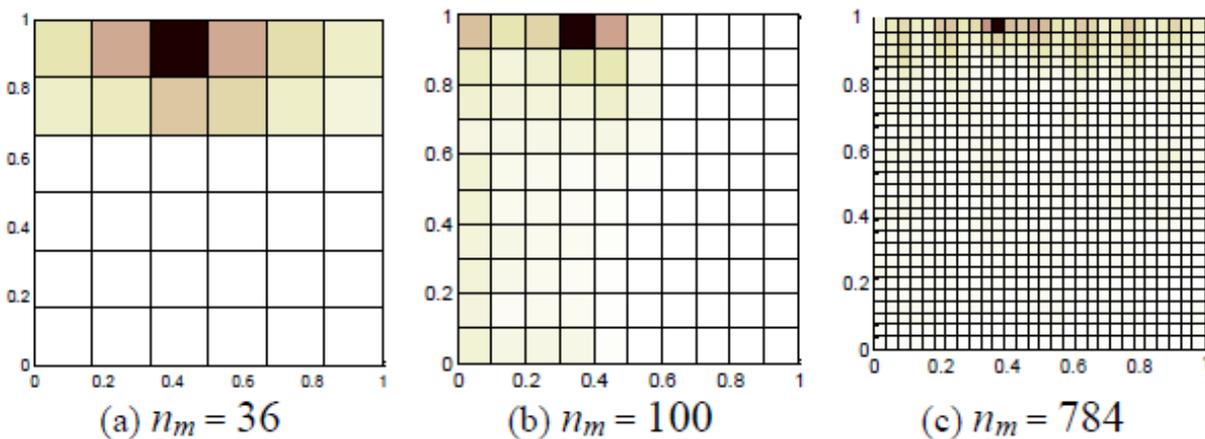


FIG. 5.7: IMES Extraction expérimentale de la source-localisation pour la position 2.

Les figures (5.6) et (5.7) représentent l'emplacement de la source d'excitation en fonction du nombre de capteurs. Il apparaît que la précision de la position du vibreur augmente lorsque le nombre de mesures augmente. De plus, pour cette expérience, on obtient une bonne position du pot vibrant pour un nombre de mesures plus élevé, précisément pour m supérieur à 100.

5.2.3 Quantification et localisation des sources vibratoires

Cette partie traite un deuxième essai expérimental afin de valider la sensibilité de la méthode à quantifier et localiser les sources vibratoires.

5.2.3.1 Etude d'une plaque en acier

Dans cette partie, la structure se compose d'une plaque en acier dont les caractéristiques sont déjà indiquées dans le tableau (5.2). La plaque est excitée par un vibreur avec une puissance d'entrée $3.9386 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2$ calculée par l'équation (1.63), au point S donné par ($X = 0.485 \text{ m}$, $Y = 0.45 \text{ m}$) comme le montre la figure. (5.10. a).

Paramètre	Unité	Valeur
Longueur L	m	0.9
Largeur l	m	0.8
Hauteur h	m	0.0025
Module d'Young E	Pa	$210 \cdot 10^9$
Coefficient de Poisson ν		0.3
Masse volumique ρ_s	Kg/m^3	7800

TAB. 5.1: Caractéristiques de la plaque testée.

La méthodologie expérimentale consiste en première étape à distribuer les points de mesure sur la plaque. La surface de balayage est discrétisée en 400 points de mesure, comme le montre la figure (5.8):

- 20 points dans la direction x séparés par $d_x = 0.0425 \text{ m}$.
- 20 points dans la direction y séparés par $d_y = 0.0375 \text{ m}$.

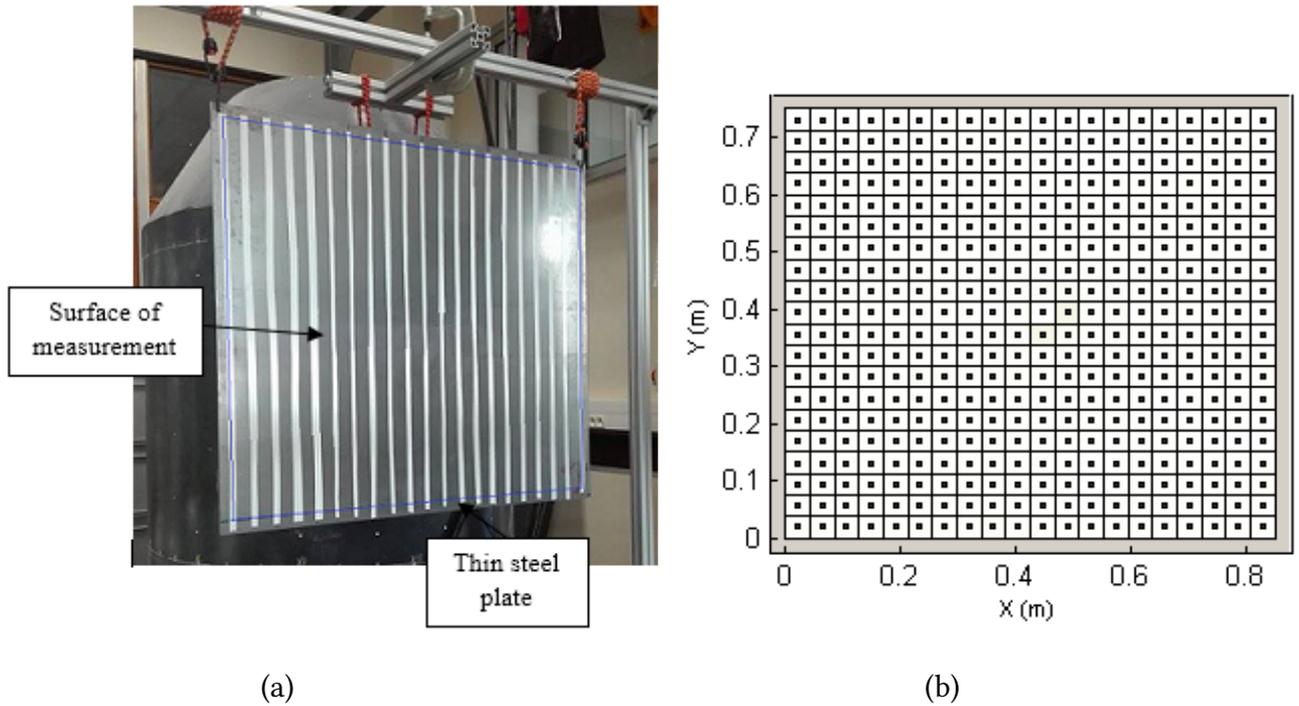


FIG. 5.8: Répartition des points de mesure: (a) plaque sans défaut, (b) position des points de mesure.

L'étape suivante consiste à comparer la puissance estimée par la MES inverse avec la valeur exacte de pot vibrant. La figure (5.9) représente la répartition de puissance estimée qui peut être obtenue pour chaque 1/3 bande d'Octave et dans ce cas pour une fréquence centrale égale 1500 Hz.

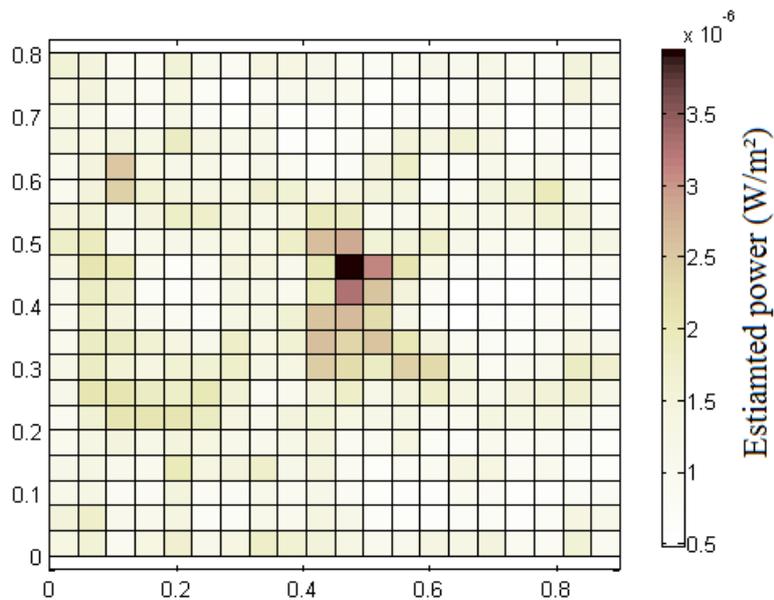


FIG. 5.9: Extraction expérimentale de la source: localisation et quantification (IMES).

Il est clair que la source d'excitation apparaît clairement dans le bon endroit ainsi que le niveau de la puissance est bien quantifié, ce qui prouve la validité de cette méthode d'identification.

5.2.3.2 Etude d'une plaque en polypropylène

Dans cette section la structure est une plaque de polypropylène dont les caractéristiques sont déjà indiquées dans le tableau (5.2). La plaque est excitée par un pot vibrant avec une puissance d'entrée égale à $3.6557 \cdot 10^{-7} \text{ W/m}^2$ pour une fréquence centrale f_{c1} et $2.2693 \cdot 10^{-7} \text{ W/m}^2$ pour f_{c2} calculée par l'équation (1.63), au point S donné par ($X = 0.45 \text{ m}$, $Y = 0.32 \text{ m}$) comme le montre la figure. (5.10. a).

Paramètre	Unité	Valeur
Longueur L	m	0.8
Largeur l	m	0.6
Hauteur h	m	0.01
Module d'Young E	GPa	1.15
Coefficient de Poisson ν		0.45
Masse volumique ρ_s	kg/m ³	946

TAB. 5.2: Caractéristiques de la plaque polypropylène étudiée.

La méthodologie expérimentale consiste en première étape à distribuer les points de mesure sur la plaque. La surface de balayage est divisée en 400 points de mesure, comme le montre la figure (5.10 .b):

- 20 points dans la direction x séparés par $d_x = 0.0385 \text{ m}$.
- 20 points dans la direction y séparés par $d_y = 0.028 \text{ m}$.

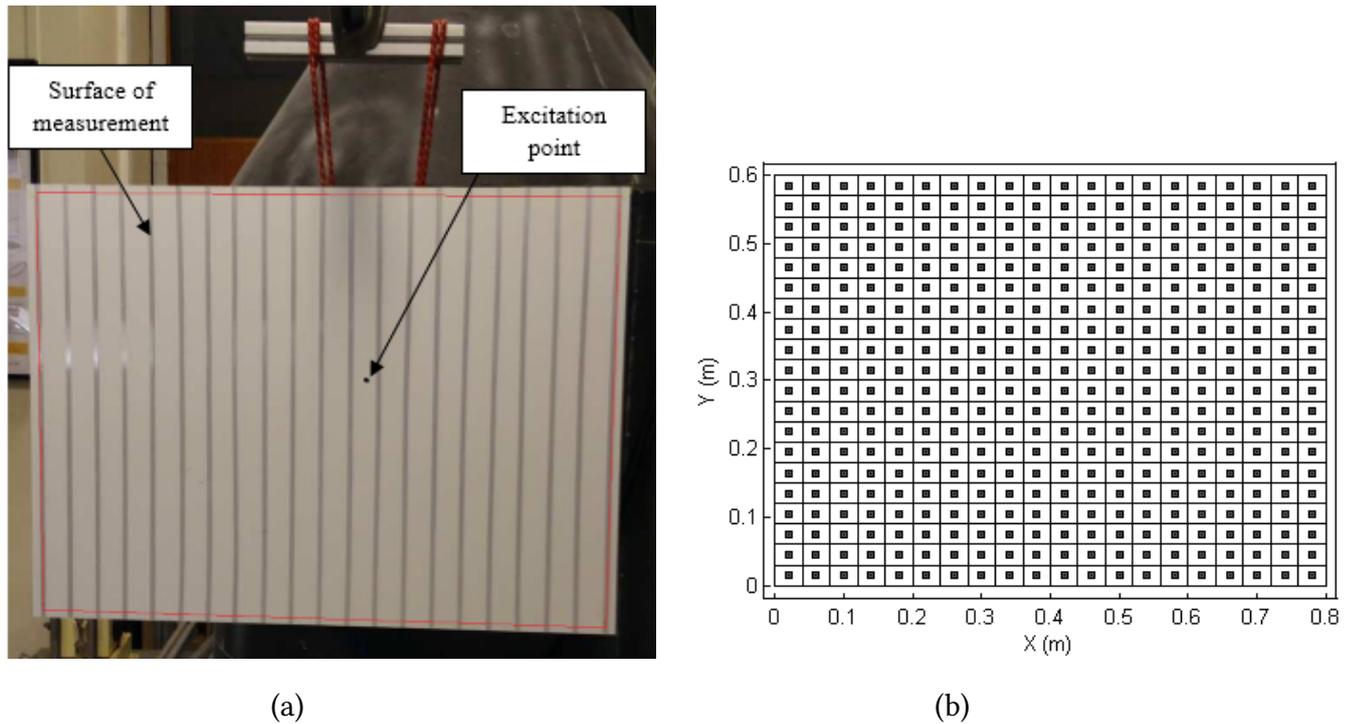


FIG. 5.10: Répartition des points de mesure: (a) plaque plastique sans défaut, (b) position des points de mesure.

L'étape suivante consiste à comparer la puissance estimée par la MES inverse avec la valeur exacte du pot vibrant. La figure (5.11) représente la réponse fréquentielle de la vitesse en deux points P1: ($X = 0.4$ m, $Y = 0.328$ m) et P2: ($X = 0.169$ m, $Y = 0.104$ m) sur la plaque. Il est clair que la densité modale devient élevée à partir de 400 Hz. Donc, pour les fréquences supérieures à 400 Hz, on peut considérer que la densité modale est suffisamment élevée et que l'hypothèse de la MES est valable pour la validation des expériences.

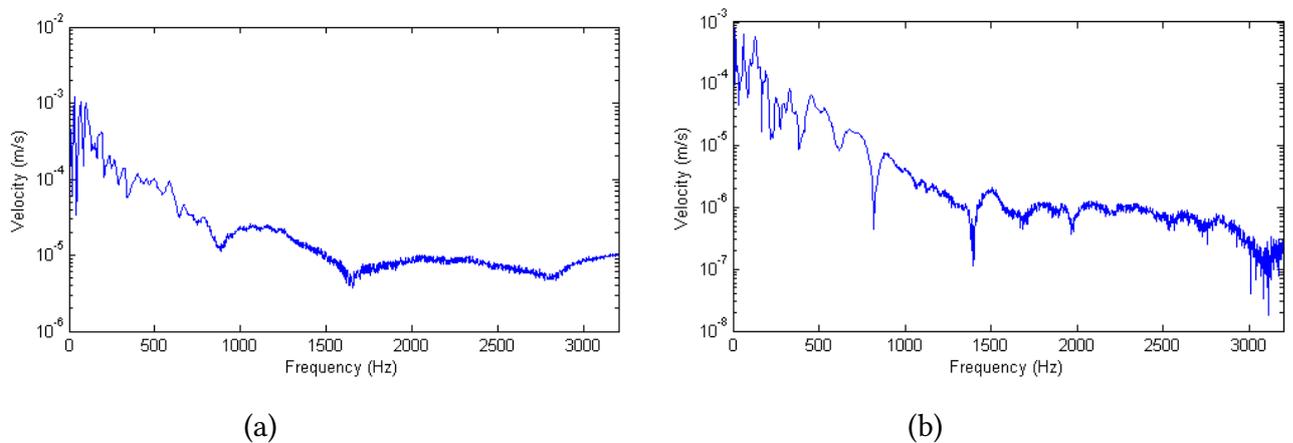
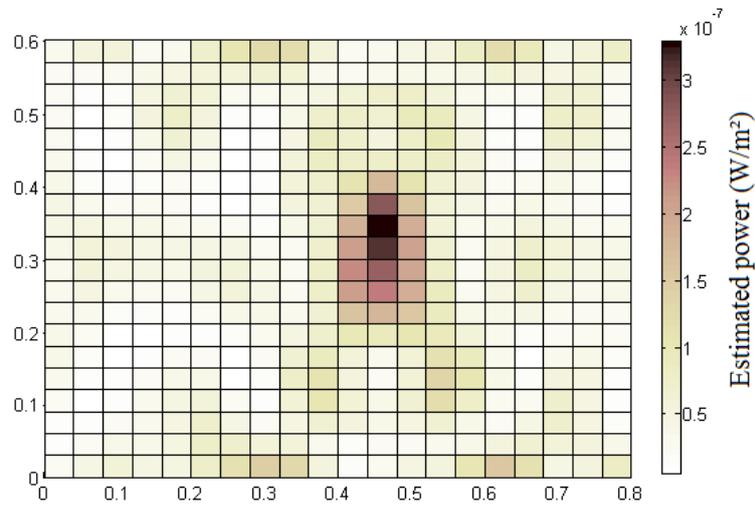
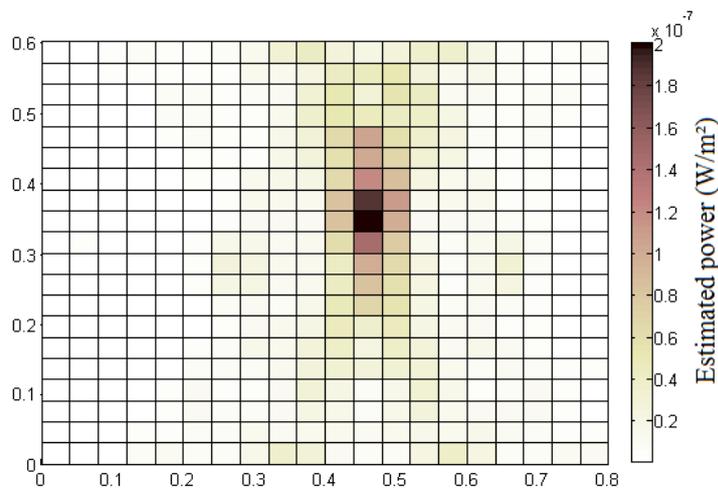


FIG. 5.11: Réponse fréquentielle de la vitesse aux points: (a) P1: ($X = 0.4$ m, $Y = 0.328$ m), (b) P2: ($X = 0.169$ m, $Y = 0.104$ m).

La figure (5.12) représente la répartition de la puissance estimée qui peut être obtenue pour chaque 1/3 bande d'Octave et dans ce test pour deux fréquences centrales $f_{c1} = 650$ Hz et $f_{c2} = 1500$ Hz.



(a)



(b)

FIG. 5.12: Extraction expérimentale de la source localisation-quantification (IMES) pour (a) $f_{c1} = 650$ Hz et (b) $f_{c2} = 1500$ Hz.

Il est clair que la source d'excitation apparaît clairement dans le bon endroit ainsi que le niveau de la puissance est bien identifié pour les deux fréquences centrales. Par exemple, pour la fréquence centrale $f_{c2} = 1500$ Hz, la position de la puissance estimée ($X = 0.42$ m, $Y = 0.315$ m) est presque dans le bon endroit avec une erreur de 6.67 % suivant l'axe des X et 1.56 % suivant l'axe des Y , ce qui prouve la validité de cette méthode d'identification dans la bande de moyennes et

hautes fréquences.

5.3 Plaque avec défaut

Cette partie traite une validation expérimentale de cette approche d'identification IMES pour la localisation des défauts dans une plaque. La IMES est en général conçue spécialement pour identifier les sources d'excitation dans une structure, dans notre cas on va supposer que l'excitation est connue et on cherche à localiser les défauts.

5.3.1 Etude d'une plaque en acier

5.3.1.1 Comparaison des résultats pour une plaque en acier sans et avec défaut

Dans cette partie on va comparer la distribution de la puissance estimée obtenue par la IMES pour une plaque en acier sans et avec défauts.

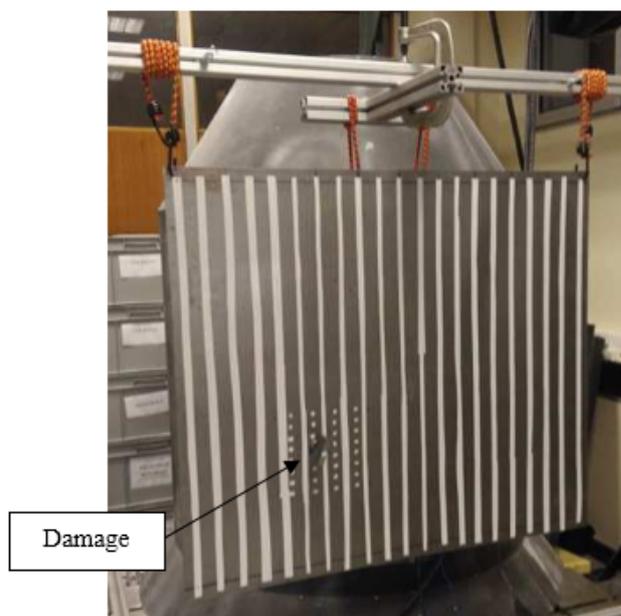
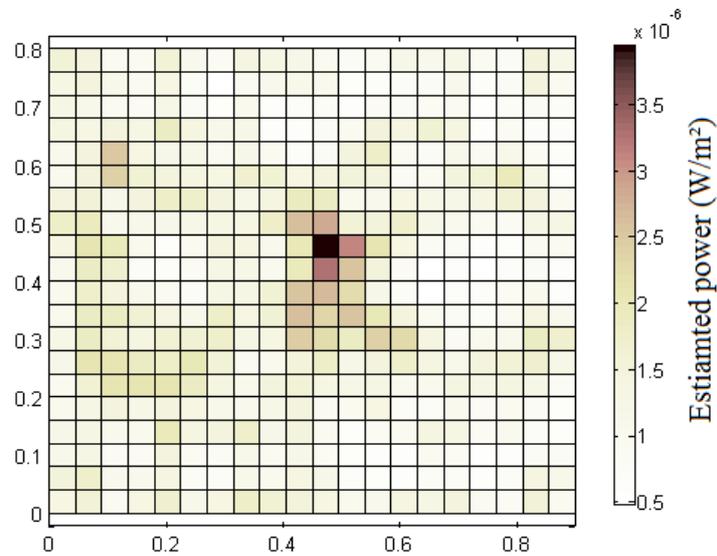


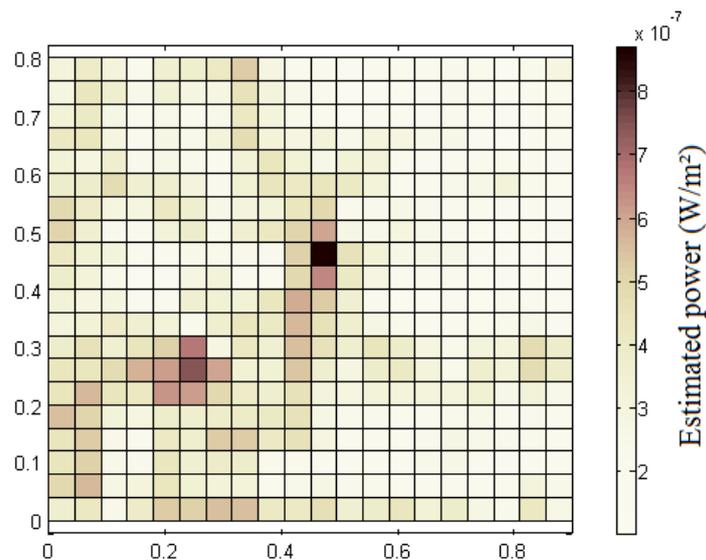
FIG. 5.13: Plaque en acier avec défaut.

La plaque est excitée par une puissance injectée $P_{in} = 3.9386 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2$, au point S donné par $(0.485 \text{ m}, 0.45 \text{ m})$, pour le cas sans défaut et $P_{in} = 8.6824 \cdot 10^{-7} \text{ W/m}^2$ pour le cas avec défaut. Les résultats affichés sont calculés dans une bande d'octave avec une fréquence centrale $f_c = 1500 \text{ Hz}$, où le recouvrement modal est assez élevé et l'utilisation de quantités d'énergie est essentielle. Le défaut étudié dans cette partie est une masse ajoutée à la plaque située à une

position centrale de coordonnées $X^{exact} = 0.26$ m et $Y^{exact} = 0.28$ m, comme le montre la figure (5.13).



(a)



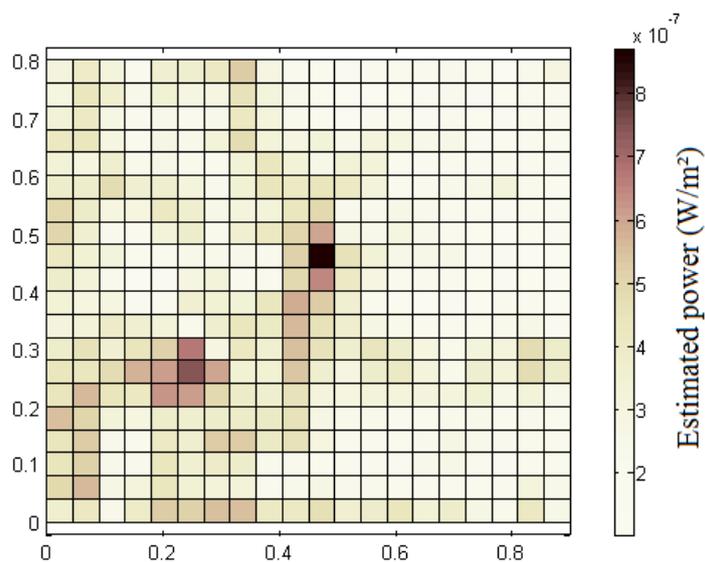
(b)

FIG. 5.14: Extraction expérimentale de la source-identification et défaut-localisation (IMES) (a) plaque en acier sans défaut, (b) plaque en acier avec défaut.

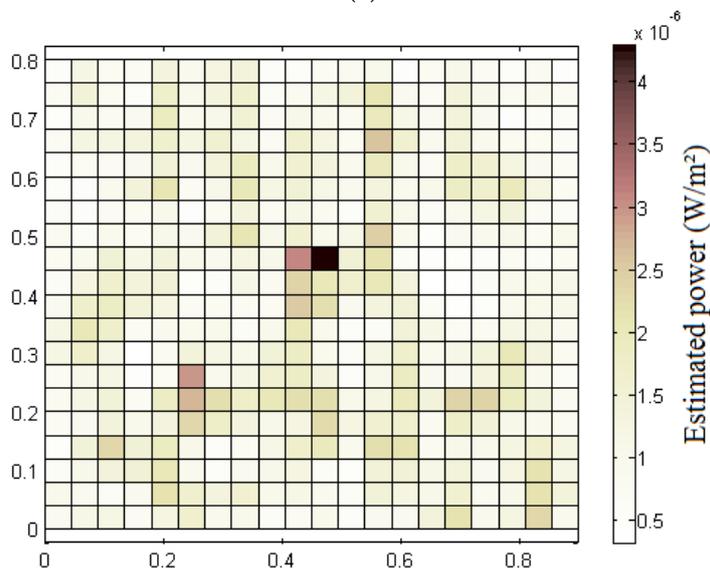
La figure (5.17) représente la répartition de la puissance estimée pour le cas d'une plaque sans et avec défaut. Il est clair que la source d'excitation est bien identifiée à la fois en ce qui concerne l'emplacement et le niveau. En outre, une source secondaire est détectée pour le cas d'une plaque avec défaut à cause de la modification de la distribution de la densité d'énergie causée par le défaut, ce qui confirme la validation de la technique d'identification IMES.

5.3.1.2 Effet de la variation de la fréquence centrale f_c

Dans cette partie, nous étudions l'influence de la bande fréquentielle choisie sur la détection du défaut. Pour cela, nous répétons les simulations Expérimentale/IMES en variant cette plage d'étude qui correspond pour chaque résultat à une fréquence centrale bien précise.



(a)



(b)

FIG. 5.15: Effet de la variation de la fréquence centrale pour (a) $f_c = 1500$ Hz et (b) $f_c = 1680$ Hz.

La figure (5.15) représente la répartition de la puissance estimée pour deux fréquences centrales différentes. Il est clair que la source d'excitation est bien identifiée à la fois pour l'emplacement et le niveau ainsi que le défaut est bien localisé. Ces résultats montrent la fiabilité de la IMES à

identifier et localiser la source d'excitation et le défaut dans la bande des moyennes et hautes fréquences.

5.3.2 Etude d'une plaque en polypropylène

Dans cette partie on va tester la même plaque plastique utilisée dans la section (5.2.3.2). On va ajouter une masse qui représente 3 % de la masse de la plaque. Le défaut est situé à une position de coordonnées $X^{exact} = 0.205$ m et $Y^{exact} = 0.225$ m comme le montre la figure. (5.16).

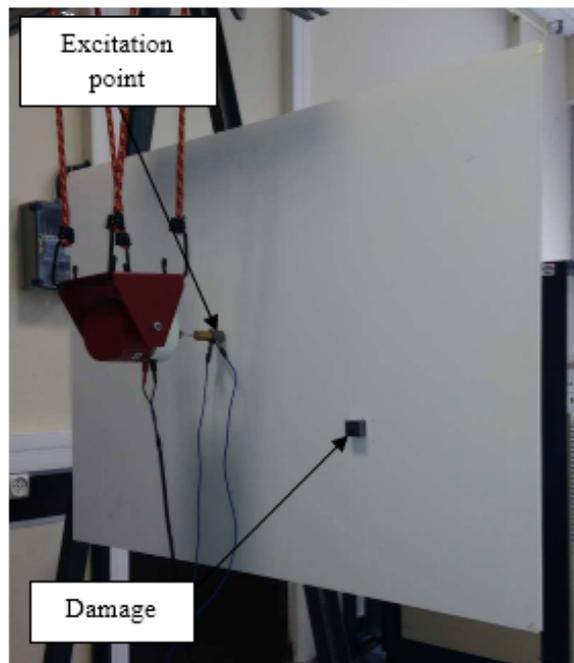
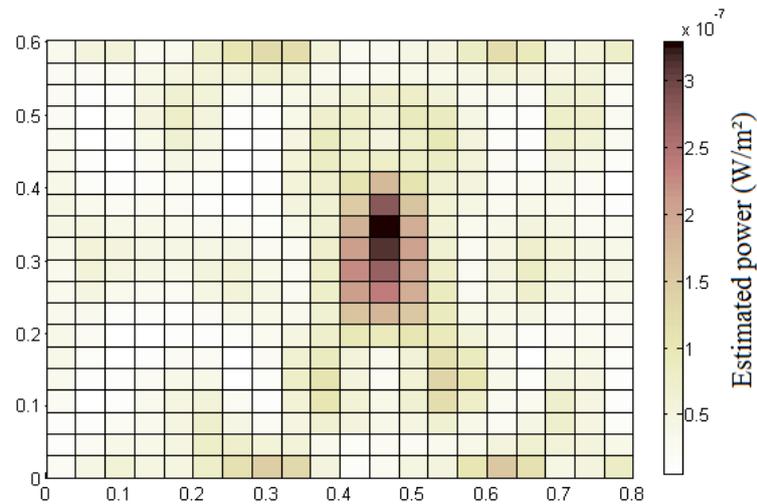
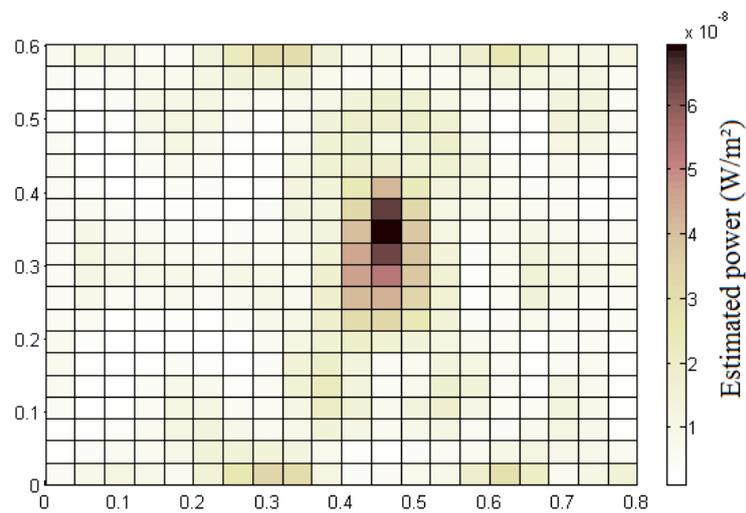


FIG. 5.16: Plaque plastique avec défaut.

Notre but est d'étudier la sensibilité de la méthode pour détecter le défaut. La plaque est excitée par une puissance injectée égale $P_{in} = 3.2367 \cdot 10^{-7}$ W/m² au point S de coordonnées (0.485 m, 0.45 m), pour le cas sans défaut et $P_{in} = 7.1274 \cdot 10^{-8}$ W/m² pour le cas avec défaut. La fréquence centrale utilisée pour les deux essais est égale $f_c = 650$ Hz.



(a)



(b)

FIG. 5.17: Extraction expérimentale de la source-identification et défaut-localisation (IMES) (a) plaque en plastique sans défaut, (b) plaque plastique en avec défaut.

La figure (5.17) représente la répartition de la puissance estimée pour le cas d'une plaque sans et avec défaut. Il est clair que la source d'excitation est bien identifiée à la fois pour l'emplacement et le niveau. Par contre, on ne détecte pas le défaut, certainement à cause de la présence d'un amortissement structural important dans ce type de plaque.

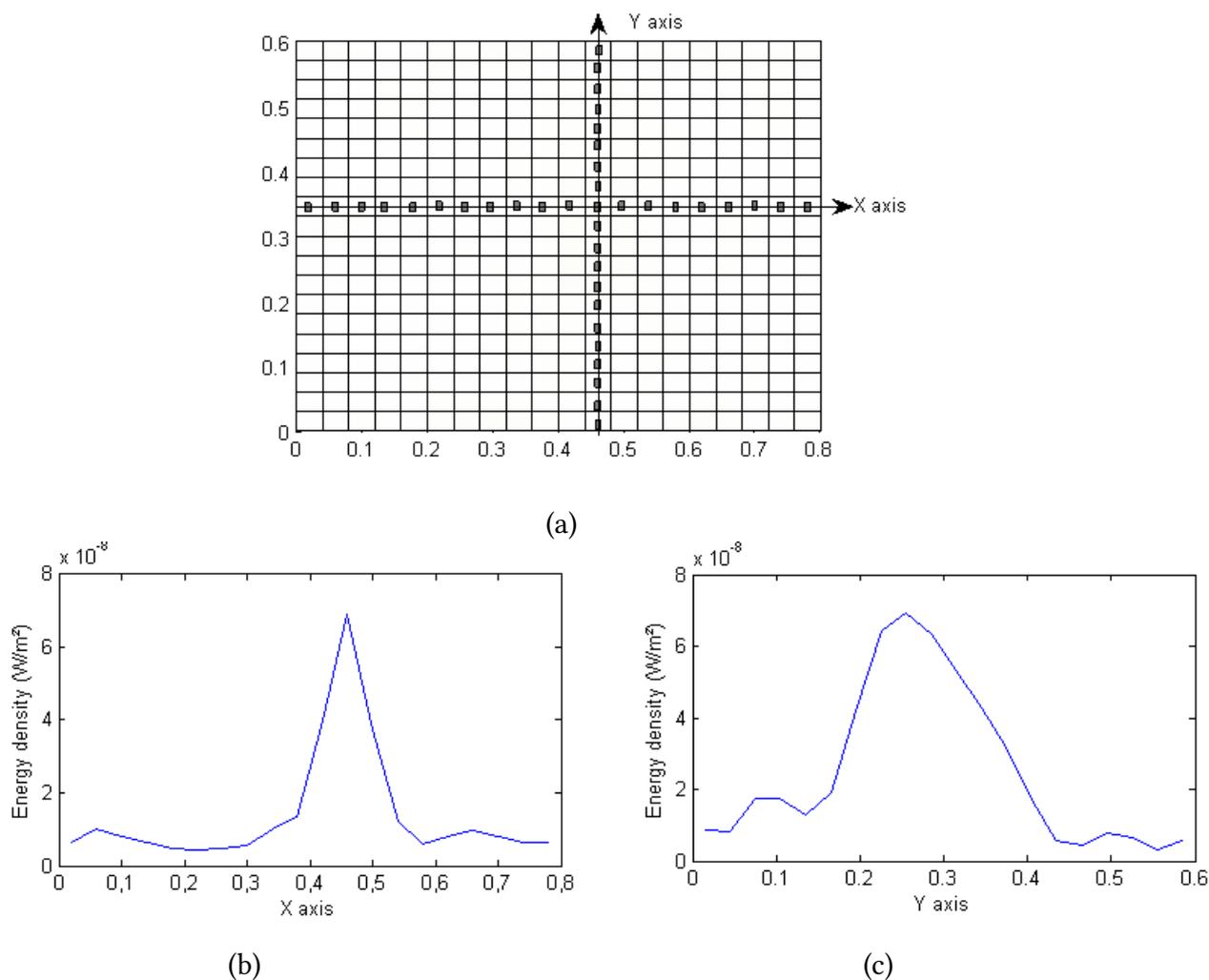


FIG. 5.18: Amortissement de l'énergie suivant: (a) points de mesure, (b) Axe des X et (c) Axe des Y .

La figure (5.18) représente l'évolution de l'énergie en fonction de la distance suivant X et Y au niveau de la source identifiée. Il est clair que lorsqu'on s'éloigne de la source l'énergie devient faible. Ceci est à cause de l'amortissement important dans la plaque étudiée. On peut considérer que la méthode présente une certaine limitation pour tels cas.

5.4 Conclusion

Ce chapitre a permis de valider expérimentalement plusieurs aspects quant à l'identification des efforts et la détection des défauts. Le principe de mesure est très simple. Il s'agit de mesurer la vitesse en chaque point du maillage (pour obtenir la densité d'énergie W). Deux types d'études ont été effectués: une étude d'une plaque sans défaut et avec défaut. L'étude de la plaque sans

défaut a été effectuée en se basant sur le principe de la IMES présenté dans le chapitre 2. Cette étude a prouvée l'efficacité de cette méthode à la localisation et à l'identification des sources d'excitation. Afin d'étudier la fiabilité de la méthode utilisée à la détection des défauts dans les structures, une étude expérimentale a été établie sur deux plaques de matériaux différents. Ainsi, la fiabilité de la IMES à la détection des défauts est validée pour les structures de faible amortissement. Contrairement, une limitation est observée pour les plaques qui possèdent un amortissement structural important.

Ces expérimentations mettent en évidence que la méthode d'identification des efforts et des défauts est simple et robuste. On peut envisager d'étendre cette technique pour des cas industriels, représentatifs des problèmes évoqués par les industriels eux-mêmes.

Conclusion et perspectives

L'identification des sources d'excitation est un problème clé pour comprendre et maîtriser les phénomènes vibro-acoustiques. Les difficultés de localiser les sources à partir des mesures directes de certains paramètres parfois difficilement accessibles, nécessitant l'utilisation d'un processus inverse pour résoudre ce problème. Certaines méthodes ont été développées dans le domaine vibro-acoustique pour identifier les sources présentes sur la structure à l'aide des mesures indirectes. Néanmoins, les méthodes appliquées dans le domaine vibro-acoustique sont limitées pour les basses fréquences et présentent des problèmes lorsque la fréquence augmente.

L'idée de cette thèse était d'utiliser une approche énergétique basée sur des variables quadratiques appelée la méthode énergétique simplifiée inverse pour localiser et déterminer les sources d'excitation agissant sur une structure à l'aide des mesures déportées dans la bande des moyennes et hautes fréquences. Dans le cas de cette méthode inverse, la densité d'énergie est mesurée par des points de mesure répartis sur la structure qui sont utilisés pour reconstruire la puissance injectée. Cette méthode est particulièrement intéressante car elle permet d'identifier les sources de vibration lorsqu'une mesure directe est impossible. De plus, cette méthode diminue le nombre de mesures nécessaires pour reconstruire le champ de puissance sur l'ensemble de la structure.

Le premier objectif de ce mémoire est de montrer l'applicabilité de la IMES à identifier les sources vibratoires qui s'appliquent sur une structure complexe à partir d'une mesure de la densité d'énergie vibratoire. Les résultats numériques obtenus ont permis de valider l'utilisation de cette méthode pour différents nombres de plaque, d'effort, d'angles entre les plaques et en plus pour des faibles nombres de capteur. Le deuxième objectif est de développer une approche inverse basée sur la formulation énergétique de la MES qui permet d'identifier les sources vibratoires à partir d'une mesure acoustique de la densité d'énergie. Une étude numérique sur l'effet de la distribution des microphones été abordée pour présenter l'avantage de la

MES au niveau de l'identification des sources vibratoires et pour valider l'utilisation de cette méthode pour des problèmes vibro-acoustiques. Le troisième objectif est d'utiliser cette méthode inverse dans certaines applications dans le domaine de la technologie de la surveillance des structures. Une nouvelle stratégie et démarche numérique-expérimentale a été adoptée en présentant la formulation énergétique, la méthodologie de détection et les résultats d'identification obtenus pour des types de défauts différentes. Finalement, une étude expérimentale de l'outil d'identification des efforts vibratoires et détection des défauts IMES a été présentée pour valider l'efficacité de cette approche inverse à identifier et localiser les charges d'entrées pour différentes positions du pot vibrant et du nombre de mesures, ainsi de détecter les défauts. Ces différents travaux ont également été abordés dans plusieurs congrès [79, 82, 83] et dans des revues internationales à comité de lecture [80, 81].

- A. Samet, M. A. Ben Souf, O. Bareille, T. Fakhfakh, M. Ichchou, and M. Haddar. Vibration sources identification in coupled thin plates through an inverse energy method. *Applied Acoustics*, 2017.
- A. Samet, M. A. Ben Souf, O. Bareille, T. Fakhfakh, M. Ichchou, and M. Haddar. Structural source identification from acoustic measurements using an energetic approach. *Journal of Mechanics*, pages 1–11, 2017.

Les résultats obtenus dans ce mémoire sont préliminaires et ouvrent la porte de future travaux qu'il nous semble intéressant de les mentionner.

La première perspective se base sur l'application de la méthode pour un système plus complexe composé par des assemblages de plaques couplées à une cavité acoustique. La IMES pourra être utilisée pour la détection de source acoustique à partir d'une mesure vibratoire de la structure.

La deuxième perspective repose sur des modèles plus réels qui vérifient un certain nombre de caractéristiques spécifiques aux modèles industriels tels que la complexité des géométries au niveau des coques et des corps creux ainsi que les caractéristiques des matériaux en présence. Il est important de développer un programme générale basé sur la formulation de la IMES pour identifier tous types d'excitation (vibratoire ou acoustique) pour n'importe quelle forme de géométrie et de types de couplages (plaque-plaque ou structure-cavité acoustique).

Dans ces dernières décennies, le confort de l'utilisateur est devenu parmi l'une des exigences les plus demandées lors de la conception des moyens de transport (avion, voiture, ect). Le confort des voyageurs est conditionné principalement par l'identification des sources puis la minimi-

sation des vibrations mécaniques ainsi que le rayonnement acoustique, ce qui ouvre la porte à un perspective très intéressant. La IMES pourra être utilisée pour optimiser les sources d'excitation déjà identifiées en utilisant des matériaux absorbants. En plus le coefficient d'absorption d'une cavité donnée pourra être identifiée avec cette méthode ce qui présente un grand intérêt industriel.

Bibliographie

- [1] F. Ablitzer, C. Pézerat, and J. M. Génevaux. Identification of the damping ratio of multi-layered composite panels from the verification of their local equation of motion. *18th symposium VISHNO*, 2012.
- [2] M. H. A. Anssens, J. W. Verheij, and D. J. Thompson. The use of an equivalent forces method for the experimental quantification of structural sound transmission in ships. *Journal of Sound and Vibration*, 226(2):305–328, 1999.
- [3] M. Aretz and M. Vorlander. Efficient modeling of absorbing boundaries in room acoustic fe simulations. *Acta Acustica united with Acustica*, 96(6):1042–1050, 2010.
- [4] F. Ayme. *Développement d'une méthode énergétique pour l'évaluation expérimentale des flux acoustiques entrants dans les cavités d'avion*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2013.
- [5] S. Besset, M. N. Ichchou, and L. Jezequel. A coupled bem and energy flow method for mid-high frequency internal acoustic. *Journal of Computational Acoustic*, 18(1):69–85, 2010.
- [6] M. Blau. Inverse force synthesis: state of the art and future research. *Proceeding of Inter-Noise 2000*, Nice:France, 2000.
- [7] O. M. Bouthier and R. J. Bernhard. Simple models of energy flow in vibrating membranes. *Journal of Sound and Vibration*, 182(1):129–147, 1995.
- [8] C. B. Burroughs, R. W. Fischer, and F. R. Kern. An introduction to statistical energy analysis. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 101(4):1779–1789, 1997.
- [9] S. Chaabene, F. Bouchoucha, M. Kharrat, M. N. Ichchou, and M. Haddar. Prediction of flaws in pipes using wave finite element method. *In Design and Modeling of Mechanical Systems-II*, Springer International Publishing:661–671, 2015.
- [10] M. A. Chabchoub. *Méthodes énergétiques simplifiées inverses: Formulations et applications*.

- PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2010,.
- [11] M. A. Chachoub, S. Basset, and M. N. Ichchou. Structural sources identification through an inverse mid-high frequency energy method. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 25:2948–2961, 2011.
- [12] M.A. Chachoub, S.Basset, and M. N. Ichchou. Identification of acoustic sources through an inverse energy method. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 19:903–919, 2011.
- [13] C. Chesnais, N. Totaro, J.-H. Thomas, and J.-L. Guyader. Reconstruction and separation of vibratory field using structural holography. *Journal of Sound and Vibration*, 389:134–152, 2017.
- [14] S. Chesné. *Identification d'efforts aux limites des poutres et plaques en flexion par méthode indirecte*. PhD thesis, INSA de Lyon, 2006.
- [15] V. Cotoni. *Modélisation de phénomènes vibroacoustiques en moyennes et hautes fréquences par méthode énergétique locale*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2001.
- [16] L. Cremer, M. Heckl, and E. E. Ungar. Structure-borne sound. *Physics Today*, 28:81, 1975.
- [17] D. G. Crighton. Acoustic edge scattering of elastic surface waves. *Journal of Sound and Vibration*, 22(1):25 – 32, 1972.
- [18] F. Daprettere. Svd and signal processing. *Amsterdam. North Holland*, 1988.
- [19] M. C. Djamaa, N. Ouelaa, C. Pézerat, and J. L. Guyader. Reconstruction of a distributed force applied on a thin cylindrical shell by an inverse method and spatial filtering. *Journal of Sound and Vibration*, 301:560–575, 2007.
- [20] M. C. Djamaa, N. Ouelaa, C. Pézerat, and J. L. Guyader. Sound source localization by an inverse method using the measured dynamic response of a cylinder. *Applied Acoustics*, 88:22–29, 2015.
- [21] E. Facquelin, A. Bennani, and P. Hamelin. Force reconstruction and regularization of a deconvolution problem. *Journal of Sound and Vibration*, 265:81–107, 2003.
- [22] F. J. Fahy. Statistical energy analysis : a critical review. *Shock and Vibration Digest*, 6: 14–33, 1974.
- [23] C. Fletcher. Computational techniques for fluid dynamics. *Berlin: Springer-Verlag*, 1988.
- [24] G. H. Golub and C. F. Van Loan. Matrix computations. *Baithimore: The John Hopkins University Press*, second edition 1989.
- [25] P. C. Hansen and D. P. o'leary. The use of the l-curve in the regularisation of directe ill-posed problems. *Society fo Indusytil and Applied Mathematics*, 14:1487–1503, 1993.

- [26] P. Hardy. *Méthodes énergétiques simplifiées en moyennes et hautes fréquences: Théorie et applications industrielles*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2005.
- [27] P. Hardy, L. Jezequel, and M. Ichchou. Absorption coefficient and energy flow path identification by means of inverse local energy method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 112(5):2320–2320, 2002.
- [28] P. Hardy, M. Ichchou, L. Jézéquel, and D. Trentin. A hybrid local energy formulation for plates mid-frequency flexural vibrations. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 28(1):121–130, 2009.
- [29] K. R. Holland and P. A. Nelson. Sound source characterisation: the focussed beamformer vs the inverse method. *Proceedings of ICSV 10, Stockholm, Sweden*, 2003.
- [30] T. Horibe and K. Takahashi. Crack identification in beam using genetic algorithm and three dimensional p-fem. *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering*, 1(7):886–894, 2007.
- [31] M. N. Ichchou. *Formulation énergétique pour l'étude moyennes et hautes fréquences des systèmes*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 1996.
- [32] M. N. Ichchou and L. Jezequel. Letter to the editor: comments on simple models of the energy flow in vibrating membranes and on simple models of the energetics of transversely vibrating plates. *Journal of Sound and Vibration*, 195(4):679–685, 1996.
- [33] M. N. Ichchou, A. Le bot, and L. Jezequel. A transient local energy approach as an alternative to transient sea: wave and telegraph equations. *Journal of Sound and Vibration*, 246(5):829–840, 2001.
- [34] M. H. A. Janssens, J. W. Verheij, and T. Loyau. The use of an equivalent forces method for the experimental quantification of structural sound transmission in ships. *Journal of Sound and Vibration*, 226(2):305–328, 1999.
- [35] M. H. A. Janssens, J. W. Verheij, and T. Loyau. Experimental example of the pseudo-forces method used in characterization of a structure-borne sound source. *Applied Acoustics*, 63:9–34, 2002.
- [36] C.-C. Ji and C. Liang. A study on an estimation method for applied force on the rod. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190:1209–1220, 2000.
- [37] B. Jin and Y. Zheng. A meshless method for some inverse problems associated with the helmholtz equation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195:2270–2288, 2006.

- [38] P. Juhl and J. Gomes. A comparison of sonah and ibem for near-field acoustic holography. *Journal of Acoustical Society of America*, 123(5):3386, 2008.
- [39] A. J. Keane and W. G. Price. Statistical energy analysis of strongly coupled systems. *Journal of Sound and Vibration*, 117(2):363 – 386, 1987.
- [40] M. Kharrat, M. N. Ichchou, O. Bareille, and W. Zhou. Pipeline inspection using a torsional guided-waves inspection system. part 2: Defect sizing by the wave finite element method. *International Journal of Applied Mechanics*, 6(04):1450035, 2014.
- [41] M. Kharrat, M. N. Ichchou, O. Bareille, and W. Zhou. Pipeline inspection using a torsional guided-waves inspection system. part 1: Defect identification. *International Journal of Applied Mechanics*, 6(04):1450034, 2014.
- [42] M. Kharrat, M. N. Ichchou, O. Bareille, and W. Zhou. Wave diffusion sensitivity to angular positions of defects in pipes. *Journal of Computational Acoustics*, 23(03):1550013, 2015.
- [43] Y. Kim and P. A. Nelson. Spatial resolution limits for the reconstruction of acoustic source strength by inverse methods. *Journal of Sound and Vibration*, 265:583–608, 2003.
- [44] Y. Kim and P. A. Nelson. Optimal regularisation for acoustic source reconstruction by inverse methods. *Journal of Sound and Vibration*, 275:463–487, 2004.
- [45] M. Krawezuk. Application of spectral beam finite element with a crack and iterative search technique for damage detection. *Finite Elements in Analysis and Design*, 38(6): 537–548, 2002.
- [46] Y. Lase, M. N. Ichchou, and L. Jezequel. Energy flow analysis of bars and beams: theoretical formulations. *Journal of Sound and Vibration*, 192(1):281–305, 1996.
- [47] Q. Leclere. *Reconstruction of Acoustic Source Strength Distributions and their Interactions by Inverse Techniques*. PhD thesis, University of Southampton, 1998.
- [48] Q. Leclere. *Etude et développement de la mesure indirecte d’efforts: Application à l’identification des sources internes d’un moteur Diesel*. PhD thesis, INSA de Lyon, 2003.
- [49] A. W. Leissa. Vibration of plates. *OHIO STATE UNIV COLUMBUS*, 1969.
- [50] J.-J. Liu, C.-K. Ma, I.-C. Kung, and D.-C. Lin. Input force estimation of a cantilever plate by using a system identification technique. *Computation Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190:1309–1322, 2000.
- [51] R. H. Lyon and R. G. Dejong. Theory and application of statical energy analysis. *Butterworth-Heineman, USA*, 1995.

- [52] R. H. Lyon and G. Maidanik. Power flow between linearly coupled oscillators. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 34(5):623–639, 1962.
- [53] C. K. Ma, J. M. Chang, and D. C. Lin. Input forces estimation of beam structures by an inverse method. *Journal of Sound and Vibration*, 259:387–407, 2003.
- [54] B. R. Mace. Statistical energy analysis: coupling loss factors, indirect coupling and system modes. *Journal of Sound and Vibration*, 279(1):141–170, 2005.
- [55] G. Maidanik. Some elements in statistical energy analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 52(2):171 – 191, 1977.
- [56] L. Maxit. *Extension of formulation du modèle DEA par la prise en compte de la répartition des énergies modales*. PhD thesis, INSA de Lyon, 2000.
- [57] J. D. Maynard, E. G. Williams, and Y. Lee. Nearfield acoustic holography : I. theory of generalized holography and the development of nah. *Journal of the Acoustical Society of America*, 78(4):1395–1411, 1985.
- [58] E. Z. Moore, D. K. Murphy, and J. M. Nichols. Crack identification in a freely vibrating plate using bayesian parameter estimation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 25(6):2125–2134, 2011.
- [59] A. T. Moorhouse. Compensation for discarded singular values in vibro-acoustic inverse methods. *Journal of Sound and Vibration*, 267:245–252, 2003.
- [60] P. Moron. *Mise en oeuvre de methodes energetiques dans l'etude du comportement vibratoire de structures complexes dans le domaine des moyennes et des hautes frequences*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 1998.
- [61] D. J. Nefske and S. H. Sung. Power flow finite element analysis of dynamic systems: Basic theory and application to beams. *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, 111(1):94–100, 1987.
- [62] P. A. Nelson and S. H. Yoon. Estimation of acoustic source strength by inverse methods: Part 2, experimental investigation of methods for choosing regularization parameters. *Journal of Sound and Vibration*, 233(4):643–668, 2000.
- [63] P. A. Nelson and S. H. Yoon. Estimation of acoustic source strength by inverse methods: Part 1, conditioning of the inverse problem. *Journal of Sound and Vibration*, 233(4):643–668, 2000.
- [64] C. T. Ng, M. Veidt, and H. F. Lam. Guided wave damage characterisation in beams utilising probabilistic optimisation. *Engineering Structures*, 31(12):2842–2850, 2009.

- [65] M. Petyt, G. H. Koopmann, and R. J. Pinnington. The acoustic modes of a rectangular cavity containing a rigid, incomplete partition. *Journal of Sound and Vibration*, 53:1021 – 1026, 1977.
- [66] C. Pézerat. *Méthode d'identification des efforts appliqués sur une structure vibrante, par résolution et régularisation du problème inverse*. PhD thesis, INSA de Lyon, 1996.
- [67] C. Pezerat. *Méthode d'identification des efforts aplliqués sur une structure vibrante, par résolution et régularisation du problème inverse*. PhD thesis, INSA Lyon, 1996.
- [68] C. Pézerat and J. L. Guyader. Two inverse methods for localization of external sources exciting a beam. *Acta Acustica*, 3(1):1–10, 1995.
- [69] C. Pézerat and J. L. Guyader. Localization of mechanical sources exciting a beam using an inverse method. *Proceeding of Vibration and Noise, Venice Italy, 25-27. Stafford (UK): Staffordshire University*, pages 190–202, 1995.
- [70] C. Pézerat and J.-L. Guyader. Tow inverse methods for lacialization of external sources exciting a beam. *Acta Acoustica*, 3:1–10, 1995.
- [71] C. Pézerat and J. L. Guyader. Force analysis technique: reconstruction of force distribution on plates. *Acta Acustica*, 86:322–332, 2000.
- [72] C. Pézerat, Q. Leclère, N. Tataro, and M. Pachebat. Identification of vibration excitations from acoustic measurements using near field acoustic holography and the force analysis technique. *Journal of Sound and Vibration*, 326:540–556, 2009.
- [73] R. E. Powell and W. Seering. Multichannel structural inverse filtering. *Journal of vibration, acoustics, stress, and reliability in design*, 106:22–28, 1984.
- [74] C. Renzi. *Identification Expérimentale de Sources vibratoires par Résolution du problème Inverse modélisé par un opérateur Eléments Finis local*. PhD thesis, INSA de Lyon, 2011.
- [75] G. Rodriguez and D. Beguet. An algorithm for estimating the optimal regularization parameter by the l-curve. *Rendiconti di Matematica Roma, Italy*, 25:69–84, 2005.
- [76] J. Romano and J. A. Lopez. Pratical applications of transfert path analysis to resolve structure-borne noise problems in vehicle design. *Proceeding of ISMA 21, Leuven:Belgium*, 1996.
- [77] G. Rus, S. Y. Lee, and R. Gallego. Defect identification in laminated composite structures by bem from incomplete static data. *International journal of solids and structures*, 42(5): 1743–1758, 2005.

- [78] M. Ruzek. *Identification expérimentale de l'équation du mouvement de milieux vibroacoustiques*. PhD thesis, INSA de Lyon, 2013.
- [79] A. Samet, M. A. Ben Souf, O. Bareille, T. Fakhfakh, M. Ichchou, and M. Haddar. Identification of structural forces applied in thin-coupled plates through an inverse energy method. *International Conference on Acoustics and Vibration, ICAV'2016*, Hammamet: Tunisia:21–23 March, 2016.
- [80] A. Samet, M. A. Ben Souf, O. Bareille, T. Fakhfakh, M. Ichchou, and M. Haddar. Vibration sources identification in coupled thin plates through an inverse energy method. *Applied Acoustics*, 2017.
- [81] A. Samet, M. A. Ben Souf, O. Bareille, T. Fakhfakh, M. Ichchou, and M. Haddar. Structural source identification from acoustic measurements using an energetic approach. *Journal of Mechanics*, pages 1–11, 2017.
- [82] A. Samet, M. A. Ben Souf, O. Bareille, T. Fakhfakh, M. Ichchou, and M. Haddar. Structural sources localization in 2d plate using an energetic approach. *7th International Congress Design and Modelling of Mechanical Systems CMSM'2017*, Hammamet: Tunisia:27–29 March, 2017.
- [83] A. Samet, M. A. Ben Souf, O. Bareille, T. Fakhfakh, M. Ichchou, and M. Haddar. identification of structural forces from acoustic measurement using the inverse simplified energy method. *2nd Euro-Mediterranean Conference on Structural Dynamics and Vibroacoustics MEDYNA'2017*, Sevilla: Spain:25–27 April, 2017.
- [84] T. Schmitt. *Modélisation des transferts acoustiques en moyennes et hautes fréquences par méthode énergétique: Application à l'encapsulation des compartiments moteurs*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2004.
- [85] A. Sestieri and A. Carcaterra. Vibroacoustic: The challenges of a mission impossible? *Mechanical Systems and Signal Processing*, 34(1–2):1 – 18, 2013.
- [86] G. E. Stavroulakis and H. Antes. Flaw identification in elastomechanics: Bem simulation with local and genetic optimization. *Structural optimization*, 16(2-3):162–175, 1998.
- [87] S. H. Sung and D. J. Nefske. Component mode synthesis of a vehicle structural-acoustic system model. *AIAA Journal*, 24(6):1042–1050, 1986.
- [88] A. Teughels and G. De Roeck. Damage detection and parameter identification by finite element model updating. *Revue européenne de génie civil*, 9(1-2):109–158, 2005.

- [89] A. N. Thite and D. J. Thomson. A systematic evaluation of different methods to improve inverse force determination. *Proceedings of Euro-Noise*, Naples:Italy, 2003.
- [90] A. Tikhonov and V. Aresenine. Méthode de résolution de problèmes mal posés. *Moscou: Edition Mir*, page 202, 1976.
- [91] A. N. Tikhonov. Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method. *Soviet Mathematics Doklady*, 4:1035–1038, 1963.
- [92] A. N. Tikhonov and V. Y. Arsenin. Solution of ill-posed problems. *Winston, Washington DC*, 1977.
- [93] W. A. Veronesi and J. D. Maynard. Nearfield acoustic holography : Ii. holographic reconstruction algorithms and computer implementation. *Journal of the Acoustical Society of America*, 81(5):1307–1322, 1987.
- [94] R. Visser. *A boundary element approach to acoustic radiation and source identification*. PhD thesis, University of Twente (The Netherlands), 2004.
- [95] C. R. Vogel. Optimal choice of a truncation level for the truncated svd solution of linear first kind integral equations when data are noisy. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 23(1):109–117, 1986.
- [96] M. Weber, T. Kletschloski, and D. Sachau. Identification of noise sources by means of inverse finite element method using measured data. *Journal of the Acoustical Society of America*, 123(5):3064, 2008.
- [97] M. Weber, T. Kletschloski, and B. Samtleben. Identification of noise sources by means of inverse finite element method. *Proceedings of the COMSOL Conference Hannover*, 3, 2008.
- [98] E. G. Williams, J. D. Maynard, and E. Skudrzyk. Sound source reconstruction using microphone array. *Journal of the Acoustical Society of America*, 86:340–344, 1980.
- [99] W. Wohle, T. Beckmann, and H. Schreckenbach. Coupling loss factors for statistical energy analysis of sound transmission at rectangular structural slab joints, part i. *Journal of Sound and Vibration*, 77(3):323–334, 1981.
- [100] J. C. Wohlever and R. J. Bernhard. Mechanical energy flow models of rods and beams. *Journal of Sound and Vibration*, 153(1):1–19, 1992.
- [101] H. Xu, L. Cheng, Z. Su, and J. L. Guyader. Identification of structural damage based on locally perturbed dynamic equilibrium with an application to beam component. *Journal of Sound and Vibration*, 330:5963–5981, 2011.

- [102] Y. G. Xu and G. R. Liu. Detection of flaws in composites from scattered elastic-wave field using an improved ga and a local optimizer. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 191(36):3929–3946, 2002.
- [103] G. Yan, H. Sun, and H. Waisman. A guided bayesian inference approach for detection of multiple flaws in structures using the extended finite element method. *Computers and Structures*, 152:27–44, 2015.
- [104] Y. Zhang and J. A. Mann III. Examples of using structural intensity and the force distribution to study vibrating plates. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 99(1):354–361, 1996.
- [105] Y. Zhang and J. A. Mann III. Measuring the structural intensity and force distribution in plates. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 99(1):345–353, 1996.

Annexe A

Coefficient de réflexion et de transmission: couplage de plaques

Nous présentons dans cette annexe le calcul des coefficients de transmission et de réflexion utilisés pour le couplage des plaques. Nous avons conservé de très nombreuses notations de l'article de Wöhle *et al.* [99], particulièrement bien adaptées à ce type d'étude.

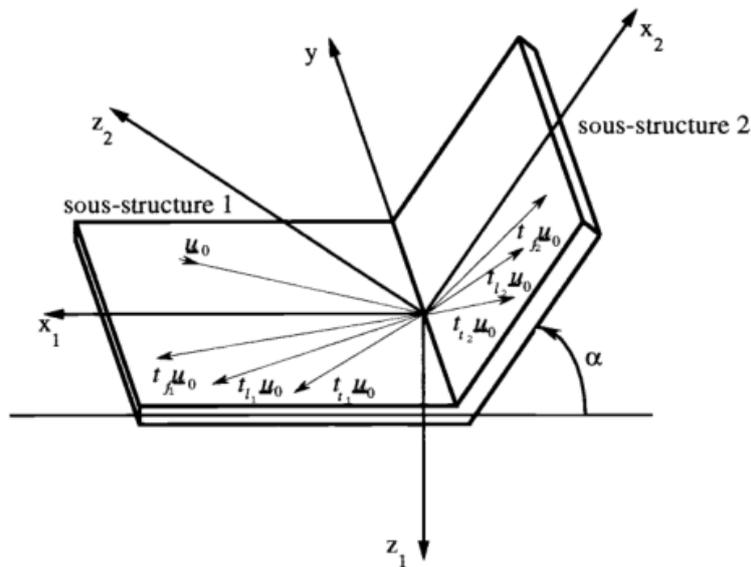


FIG. A.1: Couplage plaque - plaque: ondes incidents et réfléchies ou transmises à la jonction [99].

Nous notons que $\alpha=f$ l'onde de flexion, $\alpha=t$ l'onde transverse et $\alpha=l$ l'onde longitudinale. La jonction entre les plaques est considérée droite conservative et parfaitement rigide. Les angles entre les plaques sont quelconques. Pour simplifier les notations, nous ne prenons en compte

que le couplage entre deux plaque (voir la figure. (A.1)). Pour obtenir tous les coefficients de réflexion et de transmission des ondes de propagation, nous devons exprimer les conditions de couplage au niveau de la jonction. Tout d'abord, nous devons exprimer les conditions aux limites sur les efforts tranchants, dans le plan et moments de flexion;

$$\begin{cases} F_{x1} + F_{z2}\cos(\alpha) - F_{x2}\sin(\alpha) = 0 \\ F_{z1} + F_{x2}\cos(\alpha) - F_{z2}\sin(\alpha) = 0 \\ F_{y1} + F_{y2} = 0 \\ M_1 + M_2 = 0 \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

avec:

$$\begin{cases} F_{xj} = \frac{E_j h_j}{(1-\nu_j^2)} \left(\frac{\partial u_{xj}}{\partial x_j} + \nu_j \frac{\partial u_{yj}}{\partial y_j} \right) \\ F_{yj} = \frac{E_j h_j}{2(1+\nu_j)} \left(\frac{\partial u_{xj}}{\partial y_j} + \frac{\partial u_{yj}}{\partial x_j} \right) \\ F_{yj} = -\frac{E_j h_j^3}{12(1-\nu_j^2)} \left(\frac{\partial^3 u_{zj}}{\partial x_j^3} + (2 - \nu_j) \frac{\partial^3 u_{zj}}{\partial x_j \partial y_j^2} \right) \\ M_j = \frac{E_j h_j^3}{12(1-\nu_j^2)} \left(\frac{\partial^2 u_{zj}}{\partial x_j^2} + \nu_j \frac{\partial^2 u_{yj}}{\partial y_j^2} \right) \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

Puis, nous devons exprimer les relations de continuité des variables cinématiques:

$$\begin{cases} u_{x1} - u_{z2}\cos(\alpha) + u_{x2}\sin(\alpha) = 0 \\ u_{z1} + u_{x2}\cos(\alpha) + u_{z2}\sin(\alpha) = 0 \\ u_{y1} - u_{y2} = 0 \quad \frac{\partial u_{z1}}{\partial x_1} - \frac{\partial u_{z2}}{\partial x_2} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

pour obtenir la forme matricielle suivante [60]:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & l_{l1} & -m_{t1} & -h_{f2}\cos(\alpha) & k_{f2}\cos(\alpha) & l_{l2}\sin(\alpha) & -m_{t2}\sin(\alpha) \\ -h_{f1} & k_{f1} & 0 & 0 & h_{f2}\sin(\alpha) & -k_{f2}\sin(\alpha) & -l_{l2}\cos(\alpha) & m_{t2}\cos(\alpha) \\ 0 & 0 & -m_{l1} & e_{t1} & 0 & 0 & -m_{l2} & -e_{t2} \\ -g_{f1} & f_{f1} & 0 & 0 & -g_{f2} & f_{f2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{l1} & -b_{t1} & -\cos(\alpha) & -\cos(\alpha) & d_{l2}\sin(\alpha) & -b_{t2}\sin(\alpha) \\ 0 & 0 & -b_{l1} & -d_{t1} & 0 & 0 & b_{l2} & d_{t2} \\ 1 & 1 & 0 & 0 & \sin(\alpha) & \sin(\alpha) & d_{l2}\cos(\alpha) & -b_{t2}\cos(\alpha) \\ -c_{f1} & -a_{f1} & 0 & 0 & c_{f2} & a_{f2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} d_{\alpha_1 f_1} \\ t_{\alpha_1 f_1} \\ t_{\alpha_1 l_1} \\ t_{\alpha_1 t_1} \\ d_{\alpha_1 f_2} \\ t_{\alpha_1 f_2} \\ t_{\alpha_1 l_2} \\ t_{\alpha_1 t_2} \end{pmatrix} = \delta_{\alpha_1, f_1} \begin{pmatrix} 0 \\ k_{f_1} \\ 0 \\ -f_{f_1} \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -a_{f_1} \end{pmatrix} + \delta_{\alpha_1, l_1} \begin{pmatrix} -l_{l_1} \\ 0 \\ -m_{l_1} \\ 0 \\ d_{l_1} \\ b_{l_1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \delta_{\alpha_1, t_1} \begin{pmatrix} -m_{t_1} \\ 0 \\ -e_{t_1} \\ 0 \\ b_{t_1} \\ -d_{t_1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

avec α représente ice l'angle entre deux sou-structure et les coefficients utilisés sont:

$$\begin{cases} a_{\beta_j} = ik_{\alpha_1}(K_{\beta_j}^2 - \sin^2(\theta))^{1/2} \\ b_{\beta_j} = \frac{\sin(\theta)}{K_{\beta_j}} \\ c_{\beta_j} = k_{\alpha_1}(K_{\beta_j}^2 + \sin^2(\theta))^{1/2} \\ d_{\beta_j} = (1 - \frac{\sin^2(\theta)}{K_{\beta_j}^2})^{1/2} \\ e_{\beta_j} = ik_{\alpha_1} \frac{E_j h_j}{2(1+\nu_j)} (K_{\beta_j} - \frac{2\sin^2(\theta)}{K_{\beta_j}}) \\ f_{\beta_j} = k_{\alpha_1}^2 \frac{E_j h_j^3}{12(1-\nu_j^2)} (K_{\beta_j}^2 - (1-\nu_j)\sin^2(\theta)) \\ g_{\beta_j} = k_{\alpha_1}^2 \frac{E_j h_j^3}{12(1-\nu_j^2)} (K_{\beta_j}^2 + (1-\nu_j)\sin^2(\theta)) \\ h_{\beta_j} = k_{\alpha_1}^3 \frac{E_j h_j^3}{12(1-\nu_j^2)} (K_{\beta_j}^2 + \sin^2(\theta))^{1/2} (K_{\beta_j}^2 - (1-\nu_j)\sin^2(\theta)) \\ k_{\beta_j} = ik_{\alpha_1}^3 \frac{E_j h_j^3}{12(1-\nu_j^2)} (K_{\beta_j}^2 - \sin^2(\theta))^{1/2} (K_{\beta_j}^2 + (1-\nu_j)\sin^2(\theta)) \\ l_{\beta_j} = ik_{\alpha_1} \frac{E_j h_j}{(1-\nu_j^2)} (K_{\beta_j} - (1-\nu_j) \frac{\sin^2(\theta)}{K_{\beta_j}}) \\ m_{\beta_j} = ik_{\alpha_1} \frac{E_j h_j}{(1+\nu_j)} \sin(\theta) (1 - \frac{\sin^2(\theta)}{K_{\beta_j}^2})^{1/2} \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

Dans notre cas pour deux plaques couplées en Aluminium, les variations de coefficients de réflexion r_i et de transmission t_i à la fréquence d'excitation 10 Khz sont représentées dans la figure. (A.2), où l'on voit que la transmission est plus élevée pour des angles faibles.

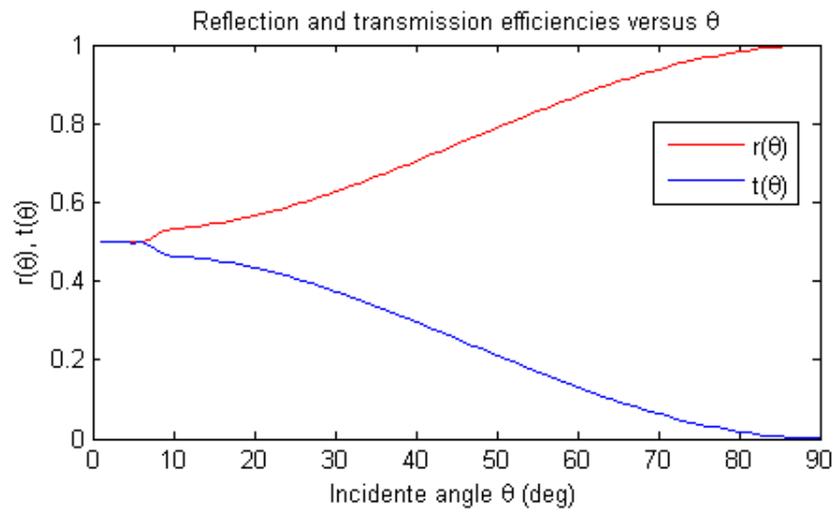


FIG. A.2: L'évolution des coefficients de réflexion et de transmission en fonction de l'angle à la jonction, à 10 kHz.

Annexe B

Caractéristiques du matériel d'essai

Nous allons représenté ici le matériel d'expérimentation utilisé lors de nos expériences. Pour cela, nous donnerons les caractéristiques techniques des capteurs, de l'amplificateur de puissance et du pot vibrant utilisé.

B.1 Système d'acquisition

Notre système d'acquisition est constitué d'une tête laser optique à balayage optique Polytec PSV-400 reliée à un analyseur vibratoire.

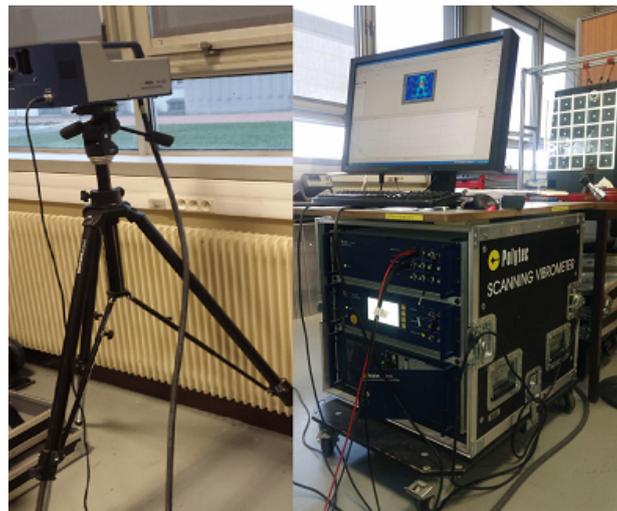


FIG. B.1: Système d'acquisition.

Cet analyseur nous permet de:

- mesurez séquentiellement les spectres complets pour chaque point,

- gagnez du temps et des coûts sans montage du transducteur, câblage et conditionnement du signal,

et aussi avoir:

- une large capacité de bande passante - DC à 20 MHz,
- une grande plage de vitesse - jusqu'à 20 m / s,
- une camera vidéo pour visualiser en détail la zone de mesure.

B.2 Tête d'impédance

Nous avons utilisé une tête d'impédance *PCB Piezotronics*, Model 288D01 en titane et acier, de masse 50 g et composée de deux capteurs dont voici les caractéristiques:

- accéléromètre piezo-électrique de sensibilité de charge de ($\pm 10\%$) 100 mV/g (10.2 mV/(m/s²)),
- capteur de force piezo-électrique de sensibilité de charge de ($\pm 10\%$) 100 mV/lb (22.4 mV/N).



FIG. B.2: Tête d'impédance.

Sa bande passante est ($\pm 5\%$) [1;500] (Hz), ce qui est largement suffisant pour nos excitations.

B.3 Amplificateur de puissance

Il s'agit d'un amplificateur *Data Physics* Type *GW-PA30E*, conçu pour commander des petits pots vibrants. Il est d'ailleurs bien adapté à l'excitateur data physics Type *GW-V2* dont nous parlerons dans la section suivante. Sa puissance de réponse se situe à 10 kHz à 1 dB et sa réponse en fréquence se situe à 20 kHz à 3 dB.



FIG. B.3: Amplificateur de puissance.

Il est directement couplé à l'excitateur pour éviter la présence d'un transformateur de sortie.

B.4 Pot vibrant

Le vibreur utilisé dans les expériences est le *Data Physics Type GW-V2*, adapté à l'appareil précédente.



FIG. B.4: Pot vibrant.

Ce pot vibrant permet d'étalonner un grand nombre de capteurs et de tracer des courbes en réponse de 12 kHz. Sa première fréquence de résonance se situe à 30 kHz, ce qui est compatible

avec les gammes d'excitations utilisées dans notre étude. Enfin, sa vitesse maximale de 0,7 m/s pk.

AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 25 mai 2016,

Vu la demande des directeurs de thèse

Messieurs O. BAREILLE - M. ICHCHOU - A. ZINE - T. FAKHFAKH

et les rapports de

M. N. GMATI

Professeur - Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis - rue Béchir Salem Belkhiria
Campus universitaire - BP 37 - Le Belvédère - 1002 TUNIS - Tunisie

et de

M. W. LARBI

Maître de Conférences HDR - CNAM - case courrier 2D6R10 - 292 rue Saint-Martin
75141 Paris cedex 03

Monsieur SAMET Ahmed

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE

Fait à Ecully, le 16 novembre 2017

P/Le directeur de l'E.C.L.
La directrice des Etudes


M-A GALLAND