

THÈSE

présentée devant

L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR

Préparée au sein de

L'ÉCOLE DOCTORALE
ÉLECTRONIQUE, ÉLECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE
DE LYON

Par

Xavier LEGRAND

Modélisation des systèmes de mise à la terre des lignes électriques soumis à des transitoires de foudre

Soutenue le 7 décembre 2007 devant la Commission d'examen :

JURY :

M^{me} F. PALADIAN	Professeur - LASMEA - Université de Clermont-Ferrand II	Présidente
M. C.A. NUCCI	Professeur - Université de Bologne	Rapporteur
M. J. MAHSEREDJIAN	Professeur - École Polytechnique de Montréal	Rapporteur
M. P. AURIOL	Professeur – AMPERE - École Centrale de Lyon	Directeur de Thèse
M. T. AKA	Maître de conférences – AMPERE - École Centrale de Lyon	Examineur
M. G. FLEURY	Maître de conférences, HDR - Laboratoire de mathématiques - Université de Clermont-Ferrand II	Examineur
M. P. PRAMAYON	Chef du département 'Technologies et modélisation des infrastructures du système électrique' - EDF R&D	Membre invité



ECOLE CENTRALE DE LYON
DIRECTION DE LA RECHERCHE

liste des personnes Habilitées à Diriger des Recherches en poste à l'Ecole Centrale de Lyon.

Nom-Prénom	Corps grade	Laboratoire ou à défaut département ECL	Etablissement
AURIOL Philippe	professeur	CEGELY	ECL
BEROUAL Abderrahmane	professeur	CEGELY	ECL
BURET François	maître de conférences	CEGELY	ECL
JAFFREZIC-RENAULT Nicole	directeur de recherche	CEGELY	CNRS/ECL
KRÄHENBÜHL Laurent	directeur de recherche	CEGELY	CNRS/ECL
MARTELET Claude	professeur	CEGELY	ECL
NICOLAS Alain	professeur	CEGELY	ECL
NICOLAS Laurent	directeur de recherche	CEGELY	CNRS/ECL
SIMONET Pascal	chargé de recherche	CEGELY	CNRS/ECL
THOMAS Gérard	professeur	CEGELY	ECL
VOLLAIRE Christian	maître de conférences	CEGELY	ECL

Nbre Cégely 11

HELLOUIN Yves	maître de conférences	DER EEA	ECL
LE HELLEY Michel	professeur	DER EEA	ECL

Nbre DER EEA 2

GUIRALDENQ Pierre	professeur émérite	DER STMS	ECL
VINCENT Léo	professeur	DER STMS	ECL

Nbre DER STMS 2

LOHEAC Jean-Pierre	maître de conférences	ICJ	ECL
MAITRE Jean-François	professeur émérite	ICJ	ECL
MARION Martine	professeur	ICJ	ECL
MOUSSAOUI Mohand	professeur	ICJ	ECL
MUSY François	maître de conférences	ICJ	ECL
ROUY MIRONESCU Elisabeth	professeur	ICJ	ECL
ZINE Abdel-Malek	maître de conférences	ICJ	ECL

Nbre ICJ 7

DAVID Bertrand	professeur	ICTT	ECL
----------------	------------	------	-----

Nbre ICTT 1

CLOAREC Jean-Pierre	maître de conférences	LEOM	ECL
GAFFIOT Frédéric	professeur	LEOM	ECL
GAGNAIRE Alain	maître de conférences	LEOM	ECL
GARRIGUES Michel	directeur de recherche	LEOM	CNRS/ECL
GENDRY Michel	directeur de recherche	LEOM	CNRS/ECL
GRENET Geneviève	directeur de recherche	LEOM	CNRS/ECL
HOLLINGER Guy	directeur de recherche	LEOM	CNRS/ECL
JOSEPH Jacques	professeur	LEOM	ECL
KRAWCZYK Stanislas	directeur de recherche	LEOM	CNRS/ECL
MARTIN Jean-René	professeur émérite	LEOM	ECL
O'CONNOR Ian	maître de conférences	LEOM	ECL

PHANER-GOUTORBE Magali	professeur	LEOM	ECL
ROBACH Yves	professeur	LEOM	ECL
SOUTEYRAND Eliane	directeur de recherche	LEOM	CNRS/ECL
TARDY Jacques	directeur de recherche	LEOM	CNRS/ECL
VIKTOROVITCH Pierre	directeur de recherche	LEOM	CNRS/ECL

Nbre LEOM 16

CHEN Liming	professeur	LIRIS	ECL
-------------	------------	-------	-----

Nbre LIRIS 1

BAILLY Christophe	professeur	LMFA	ECL
BERTOGLIO Jean-Pierre	directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
BLANC-BENON Philippe	directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
CAMBON Claude	directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
CARRIERE Philippe	chargé de recherche	LMFA	CNRS/ECL
CHAMPOUSSIN J-Claude	professeur émérite	LMFA	ECL
COMTE-BELLOT genevièvre	professeur émérite	LMFA	ECL
FERRAND Pascal	directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
GALLAND Marie-Annick	maître de conférences	LMFA	ECL
GODEFERD Fabien	chargé de recherche	LMFA	CNRS/ECL
HENRY Daniel	directeur de recherche	LMFA	CNRS/ECL
JEANDEL Denis	professeur	LMFA	ECL
JUVE Daniel	professeur	LMFA	ECL
LE RIBAUT Catherine	chargée de recherche	LMFA	CNRS/ECL
LEBOEUF Francis	professeur	LMFA	ECL
PERKINS Richard	professeur	LMFA	ECL
ROGER Michel	professeur	LMFA	ECL
SCOTT Julian	professeur	LMFA	ECL
SIMOENS Serge	chargé de recherche	LMFA	CNRS/ECL
TREBINJAC Isabelle	maître de conférences	LMFA	ECL

Nbre LMFA 20

BENAYOUN Stéphane	professeur	LTDS	ECL
CAMBOU Bernard	professeur	LTDS	ECL
COQUILLET Bernard	maître de conférences	LTDS	ECL
DANESCU Alexandre	maître de conférences	LTDS	ECL
FOUVRY Siegrid	chargé de recherche	LTDS	CNRS/ECL
GEORGES Jean-Marie	professeur émérite	LTDS	ECL
GUERRET Chrystelle	chargé de recherche	LTDS	CNRS/ECL
HERTZ Dominique	past	LTDS	ECL
ICHCHOU Mohamed	maître de conférences	LTDS	ECL
JEZEQUEL Louis	professeur	LTDS	ECL
JUVE Denyse	ingénieur de recherche	LTDS	ECL
KAPSA Philippe	directeur de recherche	LTDS	CNRS/ECL
LE BOT Alain	chargé de recherche	LTDS	CNRS/ECL
LOUBET Jean-Luc	directeur de recherche	LTDS	CNRS/ECL
MARTIN Jean-Michel	professeur	LTDS	ECL
MATHIA Thomas	directeur de recherche	LTDS	CNRS/ECL
MAZUYER Denis	professeur	LTDS	ECL
PERRET-LIAUDET Joël	maître de conférences	LTDS	ECL
SALVIA Michelle	maître de conférences	LTDS	ECL
SIDOROFF François	professeur	LTDS	ECL
STREMSDOERFER Guy	professeur	LTDS	ECL
THOUVEREZ Fabrice	professeur	LTDS	ECL
TREHEUX Daniel	professeur	LTDS	ECL
VANNES André-Bernard	professeur émérite	LTDS	ECL

Nbre LTDS 24

Total HdR ECL

84

Remerciements

Je tiens à remercier Monsieur Alain Xémard, qui est l'initiateur de cette thèse et qui, de par sa disponibilité et ses innombrables conseils, m'a permis de mener à bien ce travail.

J'exprime mes plus sincères remerciements à Monsieur Philippe Auriol, professeur de l'Ecole Centrale de Lyon, pour avoir accepté de diriger cette thèse et m'avoir accompagné tout au long de ce travail. Ses conseils ont été très précieux.

J'adresse mes respectueux remerciements à Monsieur Carlo Alberto Nucci, professeur à l'Université de Bologne, pour m'avoir fait l'honneur de co-encadrer ces travaux. Merci pour ses conseils avisés et son accueil au sein de l'Université de Bologne. Je joins à ces remerciements toute son équipe de l'Université de Bologne.

Je remercie vivement Monsieur Pierre Pramayon, chef du département « Technologies et modélisation des infrastructures du système électrique » et Monsieur Jean-Marie Chantron, chef du groupe « Technologie des Réseau » d'EDF R&D, de m'avoir fait confiance pour ce travail et de m'avoir permis de réaliser dans les meilleures conditions ces travaux au sein de leur équipe. Merci à Monsieur Pierre Pramayon de l'intérêt qu'il a montré pour mon travail, à travers de nombreux conseils et en me faisant l'honneur d'être membre de mon jury.

J'adresse mes respectueux remerciements à Messieurs Patrice Montpellier, Thomas Lassaigne, Olivier Bérard et Pierre-Yves Valentin, de RTE, pour leur support et leur confiance tout au long de mon travail de thèse.

Je remercie Madame Le Président et Messieurs les membres du jury pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant de juger ce travail.

Mes collègues du département THEMIS ont largement contribué à mon travail de thèse, à travers leurs conseils avisés, leur expérience et leur bonne humeur. Je leur en suis reconnaissant et c'est avec plaisir que je continuerai à travailler avec eux.

Merci à Monsieur Jean-Marie Rétif, professeur à l'INSA de Lyon, de m'avoir donné l'opportunité de suivre cette thèse.

Je remercie Sophie, ainsi que mes amis, qui m'ont « supporté » de prêt ou de loin pendant ces trois ans.

Je terminerai ces remerciements par ceux que j'adresse à ma famille pour leur soutien tout au long de ces années d'études supérieures.

Résumé

Titre : Foudre, mise à la terre, modélisation, transitoires, modèle électromagnétique, EMTP, réseau de transport d'électricité, coordination de l'isolement.

Mots clés : Modélisation des systèmes de mise à la terre équipant le réseau de transport d'électricité pour les études de transitoires de foudre.

Résumé :

Ce travail de thèse porte sur la modélisation des systèmes de mise à la terre des lignes électriques soumis à des transitoires de foudre.

Nous identifions et caractérisons tout d'abord les différents paramètres qui influencent le comportement des systèmes de mise à la terre, en particulier lorsqu'ils diffusent un courant de la foudre.

Nous proposons alors de représenter dans un premier temps ce comportement en fréquentiel, en nous appuyant sur un modèle électromagnétique issu de la théorie des antennes. Nous montrons en effet en détaillant la théorie de ce modèle et en le validant expérimentalement, qu'il s'agit de l'approche la mieux adaptée aux structures qui nous intéressent. Cette modélisation fréquentielle est alors appliquée afin d'établir diverses règles d'ingénierie permettant d'optimiser la structure des systèmes de mise à la terre.

A partir de la représentation du système de mise à la terre dans le domaine fréquentiel, nous élaborons alors un modèle décrivant son comportement dynamique pour les études de transitoires en temporel. Notre approche nous permet de représenter par des équations d'état dans des logiciels de type EMTP-RV un système de mise à la terre complexe possédant plusieurs points de connexion avec le réseau électrique. Cette modélisation est validée et se montre bien adaptée pour répondre à plusieurs questions qui reviennent souvent lors d'études de coordination des isolements et de CEM.

Nous montrons alors comment calculer en temporel les grandeurs électriques se propageant dans le sol au voisinage d'un système de mise à la terre, dans l'optique d'estimer leurs effets sur son environnement matériel (câbles enterrés) ou humain (sécurité). Nous montrons ainsi qu'il est bien adapté pour les études de sécurité autour d'un pylône foudroyé.

Nous développons finalement un algorithme original permettant de calculer l'expression proposée par Pollaczek pour calculer les couplages faisant intervenir des conducteurs enterrés. Cet algorithme, basé sur une méthode de quasi-Monte Carlo, se montre efficace et facile à mettre en œuvre. Il nous permet de disposer d'une alternative aux formules approchées utilisées classiquement.

Table des matières

INTRODUCTION GENERALE	1
------------------------------	----------

CHAPITRE I SYSTEMES DE MISE A LA TERRE DU RESEAU DE TRANSPORT ECOULANT UN COURANT DE Foudre.....	12
---	-----------

1 Mise à la terre du réseau de transport	13
1.1 Rôle des systèmes de mise à la terre	13
1.2 Configurations	14
1.3 Environnement : sol et fondations.....	16
2 Courant de foudre	22
2.1 Le phénomène de foudre	22
2.2 Conséquences d'un coup de foudre sur le réseau.....	25
2.3 Système de mise à la terre et courant de foudre.....	26
3 Etudes de foudre et mise à la terre	30
3.1 Problématique.....	30
3.2 EMTP-RV, outil d'étude de transitoires sur le reseau	30
3.3 Modèle de mise à la terre pour l'étude de transitoires	37
4 Conclusion.....	41

CHAPITRE II COMPORTEMENT FREQUENTIEL DES SYSTEMES DE MISE A LA TERRE	42
---	-----------

1 Présentation et méthodologie	43
1.1 Grandeurs à déterminer	43
1.2 Mise en œuvre du modèle électromagnétique choisi	44
2 Développement théorique du modèle électromagnétique.....	46
2.1 Hypothèses	46
2.2 Origine et principe général du modèle	48
2.3 Expression du champ électrique [1][49]	50
2.4 Distribution du courant dans la prise de terre	55
2.5 Courant de fuite, différence de potentiel et potentiel scalaire.....	61

3	Validation du modèle retenu	63
3.1	Méthode de validation.....	63
3.2	Validation expérimentale	63
4	Application : prises de terre de pylônes	70
4.1	Présentation de la prise de terre ‘4x3 boucles’.....	70
4.2	Mise en œuvre du modèle électromagnétique.....	71
4.3	Résultats	71
4.4	Rajout d’antennes.....	74
5	Conclusion.....	77

CHAPITRE III ELABORATION D’UN MODELE TEMPOREL DES SYSTEMES DE MISE A LA TERRE	78
--	-----------

1	Présentation de la méthode.....	79
1.1	Problématique.....	79
1.2	Présentation générale de la méthode	80
2	Etapes principales de l’approche proposée.....	82
2.1	Ajustement	82
2.2	Système d’équations d’état.....	87
3	Validation de l’approche proposée	91
3.1	Etude 1 et 2 : deux conducteurs parallèles enterrés	91
3.2	Etude 3 : réponse d’un contrepois à une impulsion de courant.....	97
3.3	Conclusion.....	100
4	Exploitation de notre modèle	101
4.1	Grille de mise à la terre d’un poste	101
4.2	Contrepoids	110
5	Conclusion.....	117

CHAPITRE IV DETERMINATION DES GRANDEURS ELECTROMAGNETIQUES ENGENDREES DANS LE VOISINAGE DES SYSTEMES DE MISE A LA TERRE 118

1 Calcul du champ électrique et du potentiel scalaire créés par un système de mise à la terre	119
1.1 Problématique.....	119
1.2 Présentation générale de la méthode	120
1.3 Exploitation du modèle proposé et comparaison avec des résultats publiés.....	122
2 Sécurité des personnes à proximité d'un système de mise a la terre.....	125
2.1 Introduction	125
2.2 Evaluation des risques d'électrocution par tension de pas.....	125
2.3 Cas d'étude : risque d'électrocution par tension de pas a proximité d'un pylône foudroyé	127
2.4 Conclusion.....	130
3 Modélisation des câbles.....	131
3.1 Impédance faisant intervenir des câbles souterrains	131
3.2 Méthode de quasi-monte carlo appliquée au calcul des intégrales de Pollaczek ...	134
3.3 Application de l'algorithme développé	139
3.4 Exemple d'application de l'algorithme proposé à la validation de la formule de Lucca	144
3.5 Conclusion.....	146

CONCLUSION GENERALE	148
----------------------------------	------------

ANNEXES	150
----------------------	------------

1 Résistivité électrique du sol	151
2 Résistivité électrique du béton	153
3 Tension et potentiel	156
4 Tragsys	159
5 Méthode de galerkin / approximation sinusoïdale par parties	160

6	Modèle électromagnétique sous emtp d'après grcev	162
7	Prises de terre équipées d'antennes	163
8	Vector fitting	171
9	Choix du nombre de pôles pour un ajustement, exemple.....	172
10	Passivité	175

TABLE DES ILLUSTRATIONS.....	178
TABLE DES SYMBOLES	182
BIBLIOGRAPHIE	188

Introduction générale

Le réseau de transport d'électricité rassemble les connexions hautes et très hautes tensions (63kV à 400kV en France) qui assurent le lien, souvent sur de longues distances, entre les centrales de production d'énergie électrique et les réseaux de distributions alimentant les consommateurs. De ce fait, c'est un maillon clé du système électrique sur lequel toute défaillance doit rester rare, puisque ses conséquences peuvent aller jusqu'au 'black-out', c'est-à-dire la coupure de l'alimentation en électricité d'une zone géographique plus ou moins grande.

Les entreprises d'électricité consacrent des efforts constants à l'optimisation de leur réseau de transport, afin d'en améliorer la qualité de fourniture et la sûreté de fonctionnement, en contrôlant et/ou en évitant les principaux phénomènes qui pourraient conduire à l'effondrement du système électrique. Une source potentielle d'incidents, qui, par nature, est difficile à maîtriser, est la foudre. Ce phénomène est relativement fréquent. On estime ainsi à 1 million le nombre de coups de foudre qui s'abattent chaque année sur le territoire français, alors que le réseau de transport d'énergie électrique subit en moyenne un peu plus de quinze mille défauts par an imputables à la foudre.

Depuis la découverte, au 18^{ème} siècle, de la nature électrique de la foudre, de nombreux scientifiques ont cherché à mieux connaître ce phénomène pour mieux s'en protéger, basant leurs recherches sur des expérimentations et des observations. Des premières expériences de Franklin aux mesures de courants de foudre déclenchée par des fusées paragrêle, la connaissance du phénomène a beaucoup progressée, mais elle reste incomplète. Aujourd'hui, l'existence de groupes de travail internationaux, ainsi que la mise en œuvre de nouvelles technologies pour localiser et caractériser les coups de foudre, témoignent de l'intérêt, toujours vif, de la communauté scientifique et des industriels pour le sujet.

Pour un ingénieur électricien, un coup de foudre peut être vu comme une impulsion de courant à front rapide (quelques μ s) et dont la valeur crête peut prendre une valeur comprise entre quelques kA et 200 kA. Lorsqu'un coup de foudre tombe sur un pylône ou un câble de garde du réseau de transport, le courant de foudre provoque une onde électromagnétique qui

se propage du réseau vers le sol, par les systèmes de mise à la terre¹. La démarche classique pour estimer l'effet de cette onde électromagnétique sur le réseau et son environnement (études de coordination de l'isolement et de compatibilité électromagnétique) est de calculer l'évolution temporelle de plusieurs grandeurs électriques grâce à des outils de simulation numérique tels que EMTP-RV². Chaque élément du réseau à étudier est représenté par un modèle numérique, basé sur la connaissance de son comportement (souvent des connaissances théoriques acquises en électromagnétisme, comme les équations de Maxwell), ainsi que des approximations plus ou moins grandes (en particulier liées aux simplifications apportées par la théorie des lignes). La validité des résultats obtenus lors d'une étude dépend beaucoup de la rigueur des modèles utilisés. Une attention particulière doit être portée à la définition du modèle des systèmes de mise à la terre, car ceux-ci jouent un rôle crucial dans la réponse du système électrique foudroyé, en permettant l'évacuation du courant de foudre dans le sol.

Un travail scientifique important a été réalisé durant les 60 dernières années pour caractériser le comportement des systèmes de mise à la terre écoulant un courant de foudre. Le sujet n'est pas trivial, puisqu'il fait intervenir la propagation d'ondes électromagnétiques dans le sol, milieu non homogène et dont les caractéristiques physiques sont rarement connues avec précision. Ces années de recherche ont débouché sur plusieurs modèles, des plus simples (modèles électrostatiques), aux plus rigoureux (qui s'appuient directement sur l'expression des équations de Maxwell).

Pour les simulations numériques sur des logiciels tels que EMTP-RV, les modèles les plus simples sont souvent préférés aux modèles de systèmes de mise à la terre les plus rigoureux, car ceux-ci sont plus difficiles à mettre en oeuvre. Pourtant, l'approche électrostatique a des limites portant sur la complexité et l'étendue des systèmes de mise à la terre ainsi que sur la forme des courants mis en jeu.

Le sujet de nos travaux de thèse est donc l'élaboration d'un outil de modélisation de systèmes de mise à la terre du réseau de transport. Cet outil sera adapté au calcul sous EMTP-RV des grandeurs électriques se propageant sur un réseau de transport foudroyé ainsi que dans le sol au voisinage des pylônes.

¹ La notion de mise à la terre est souvent associée à la notion de régimes de mise à la terre du neutre (régime TT, régime TN, ...). Il est important de souligner que dans le cadre de cette thèse, ce n'est pas cette problématique qui a retenu notre attention, comme nous allons le voir dans ce chapitre.

² EMTP est un logiciel de calcul de transitoires sur les réseaux électriques ; nous donnerons plus de détail dans le chapitre I.

Nous préciserons dans le premier chapitre le rôle et la constitution des systèmes de mise à la terre des réseaux de transport. On s'intéressera en particulier au comportement de ces systèmes lorsqu'ils diffusent un courant de foudre, et on insistera sur le fait qu'il est nécessaire de disposer d'un modèle prenant en compte ce comportement pour les études de transitoire de foudre sur le réseau.

Le second chapitre présentera une méthode qui permet de construire une représentation d'un système de mise à la terre dans le domaine fréquentiel. Cette méthode s'appuie sur le modèle électromagnétique proposé par Greev et Dawalibi [1]. On définira donc les bases théoriques de ce modèle ainsi que ses limites, et on s'attachera à le valider pour des configurations de mise à la terre proches de celles qui équipent le réseau de transport d'énergie électrique français.

A partir de la représentation fréquentielle d'un système de mise à la terre, nous montrerons dans le chapitre III comment modéliser sous EMTP-RV son comportement et son interaction avec le réseau. Cette approche est ensuite employée pour réaliser des études de coordination des isolements d'un poste, puis d'une ligne de transport mise à la terre par des contrepoids.

Le courant qui circule dans un système de mise à la terre crée une onde électromagnétique qui se propage dans le sol. On élaborera dans le chapitre IV un moyen de calcul direct sous EMTP-RV du champ électrique et du potentiel scalaire correspondants. Nous serons alors à même de réaliser des études de risque pour les personnes situées à proximité d'un pylône foudroyé. Une application en perspective pour notre modèle concerne le calcul du champ électrique appliqué par une prise de terre de pylône à des câbles situés à proximité. Dans cette optique, nous conclurons en proposant un algorithme de calcul des impédances faisant intervenir les conducteurs coaxiaux enterrés.

Chapitre I

Systemes de mise à la terre du réseau de transport écoulant un courant de foudre

Nous nous intéresserons dans ce chapitre aux systèmes de mise à la terre du réseau de transport et nous insisterons sur la nécessité de développer un modèle représentant leur comportement pour les études de transitoire de foudre.

Nous allons tout d'abord préciser ce que désigne l'expression 'système de mise à la terre'. Nous identifierons les paramètres qui peuvent influencer le comportement d'un tel système, en particulier la nature du sol environnant, la nature des fondations de la structure, et la forme des courants mis en jeu.

Un bref rappel des origines et des conséquences du phénomène de foudre nous permettra ensuite d'aborder la question du comportement des systèmes de mise à la terre lorsque le réseau de transport est foudroyé.

Nous nous intéresserons finalement au fonctionnement de l'outil que nous utilisons classiquement pour les études de transitoires sur le réseau, dans l'optique de le coupler à un modèle de systèmes de mise à la terre.

1 MISE A LA TERRE DU RESEAU DE TRANSPORT

Nous présentons ici ce que nous entendons désigner par l'expression 'système de mise à la terre'. Les configurations classiques de systèmes de mise à la terre équipant le réseau de transport d'électricité, qui seront considérées tout au long de ce mémoire, sont décrites. On s'intéresse finalement à la nature de leur environnement immédiat, c'est-à-dire le sol et les fondations de la structure.

1.1 ROLE DES SYSTEMES DE MISE A LA TERRE

Les guides [2] et [3] définissent le rôle et les objectifs des systèmes de mise à la terre³. D'une manière générale, il s'agit de relier les masses à la terre par l'intermédiaire d'un ou plusieurs conducteurs afin de permettre aux courants permanents et aux courants de défaut de s'y écouler.

Une bonne mise à la terre doit assurer:

- la sécurité des personnes à proximité des installations, notamment dans les zones fréquentées (abords de piscines, terrains de camping, ...)
- la protection des équipements (qualité de service) ou des installations de tiers, reliés, ou à proximité (canalisations de transport de fluide, installations de télécommunication,...).

Le courant à écouler dans le sol peut être de différente nature :

- courant à fréquence industrielle (par exemple suite à un court-circuit phase/pylône) ;
- courant harmonique ;
- courant transitoire d'origines diverses (foudre, manœuvre, ...).

Un système de mise à la terre peut être composé d'un ou plusieurs sous-systèmes qui ne sont pas nécessairement connectés directement mais sont mutuellement influencés par couplage électromagnétique. On représente ainsi en Figure I-1 le cas d'un réseau de transport. On admet que les pylônes et les postes sont suffisamment éloignés pour que l'on puisse considérer séparément leur mise à la terre. Chaque système de mise à la terre est relié en un ou plusieurs points de connexion au réseau électrique.

Pour des systèmes de mise à la terre de faible étendue, comme c'est le cas pour les pylônes, on pourra parler de 'prise de terre'[3].

³ La notion de mise à la terre est souvent associée à la notion de régimes de mise à la terre du neutre (régime TT, régime TN, ...). Il est important de souligner que dans le cadre de cette thèse, ce n'est pas cette problématique qui a retenu notre attention, comme nous allons le voir dans ce chapitre.

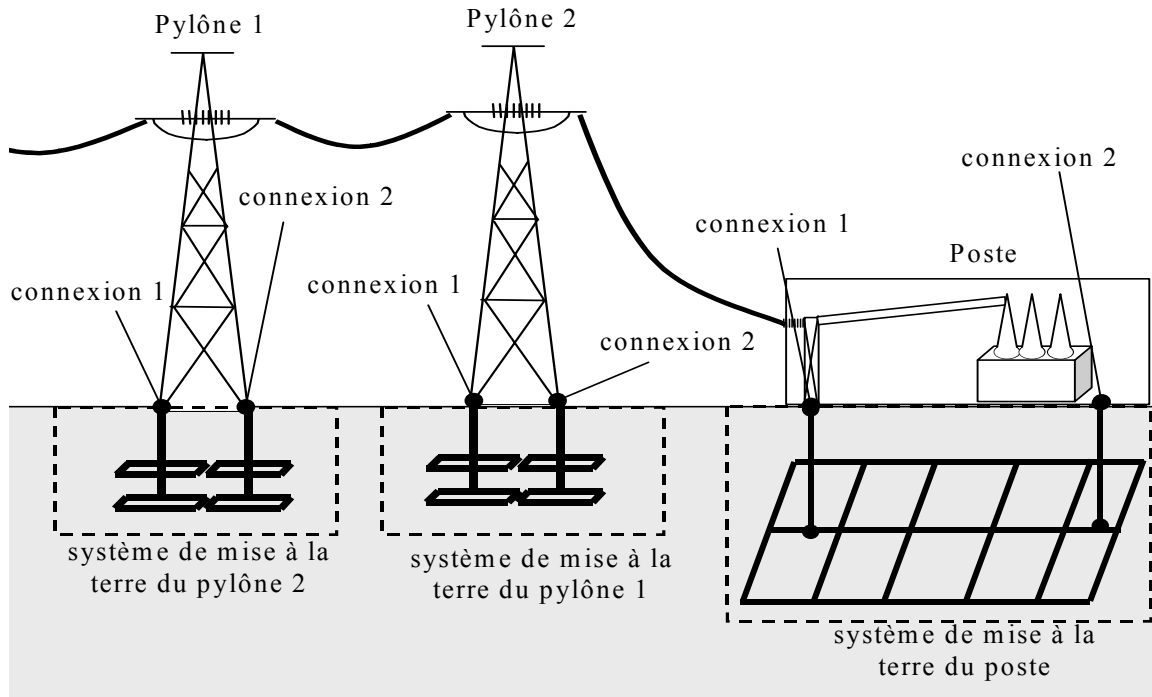


Figure I-1. Réseau de transport et mise à la terre de pylônes et d'un poste.

On caractérise souvent la capacité d'une mise à la terre à écouer un courant 50Hz par sa « résistance de terre ». Il s'agit du rapport entre le courant total injecté $I_{50\text{Hz}}$ dans le système de mise à la terre et sa montée en potentiel $V_{50\text{Hz}}$ (comme nous le détaillerons plus tard, les éléments connectés du système de mise à la terre peuvent raisonnablement être considérés comme étant équipotentiels à 50Hz) :

$$R_{50\text{Hz}} = \frac{V_{50\text{Hz}}}{I_{50\text{Hz}}} \quad (\text{I-1})$$

1.2 CONFIGURATIONS

La configuration d'un système de mise à la terre dépend de la nature de la structure connectée, de l'environnement, et des performances recherchées. Nous nous intéresserons ici aux prises de terre des pylônes et des postes de transformation qui composent le réseau de transport.

1.2.1 Mise à la terre des postes

La mise à la terre des postes de transformation est cruciale, tout d'abord parce qu'ils constituent chacun un point clé du réseau sur lequel les incidents doivent rester exceptionnels, et ensuite parce qu'ils sont munis d'équipements onéreux et fréquentés par des opérateurs dont il faut assurer la sécurité.

Une mise à la terre de poste classique est constituée d'une grille dont les dimensions (L_1 et L_2 sur la Figure I-2) approchent la centaine de mètres et dont le maillage est resserré autour des installations [2].

De nombreux éléments du poste sont connectés à la grille de mise à la terre (portiques, transformateurs, bâtiments ...). Par exemple, sur la Figure I-2, le poste dispose de N points de connexion avec le reste du réseau.

Cette configuration de type ‘grille’ permet de limiter les tensions de pas (liées au gradient de potentiel au sol, cf. chapitre 4) en maîtrisant la décroissance de potentiel autour de la structure (en 50Hz) et d’obtenir une valeur de résistance de terre $R_{50\text{Hz}}$ inférieure à 1Ω [2].

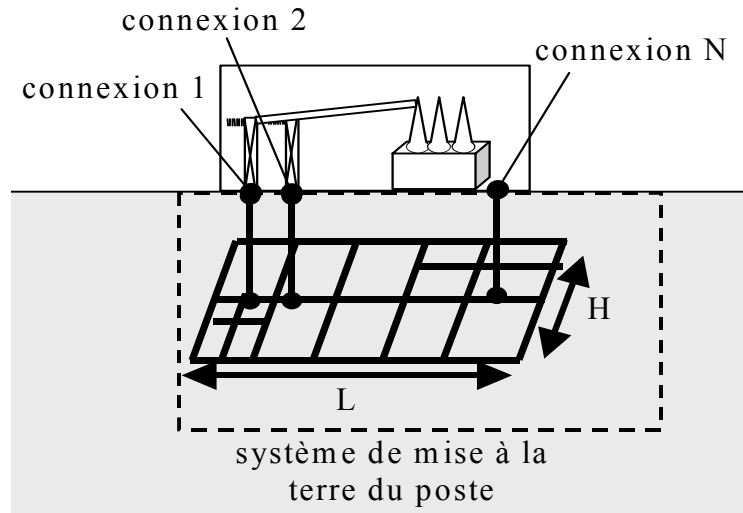


Figure I-2 : Mise à la terre d’un poste.

1.2.2 Configurations des prises de terre des pylônes de RTE

La prise de terre d’un pylône est dimensionnée en fonction du type de ses fondations et de la valeur de la résistivité du sol, pour obtenir une résistance de terre $R_{50\text{Hz}}$ inférieure à 10Ω pour les niveaux de tension HTB 225/400 kV et 63/90 kV.

Ces valeurs ont été choisies de manière à limiter le nombre de défaillances des ouvrages HT par amorçage en retour à un niveau globalement acceptable sur le réseau (cf. définition du taux d’amorçage en 2.2.1) et à permettre un fonctionnement correct des protections de distance (détection des défauts).

La Figure I-3 présente la configuration la plus fréquemment utilisée pour les pylônes tétrapodes du réseau HTB français : la mise à la terre est réalisée à chaque pied à l’aide de conducteurs disposés en boucles à la périphérie du béton des fondations.

En pratique, la résistivité du sol est mesurée avant la mise en place des pylônes. Si sa valeur est trop élevée pour permettre d’obtenir avec les boucles une résistance de terre inférieure à 10Ω , la prise de terre est complétée par des conducteurs enterrés horizontalement (antennes) ou verticalement (pieux).

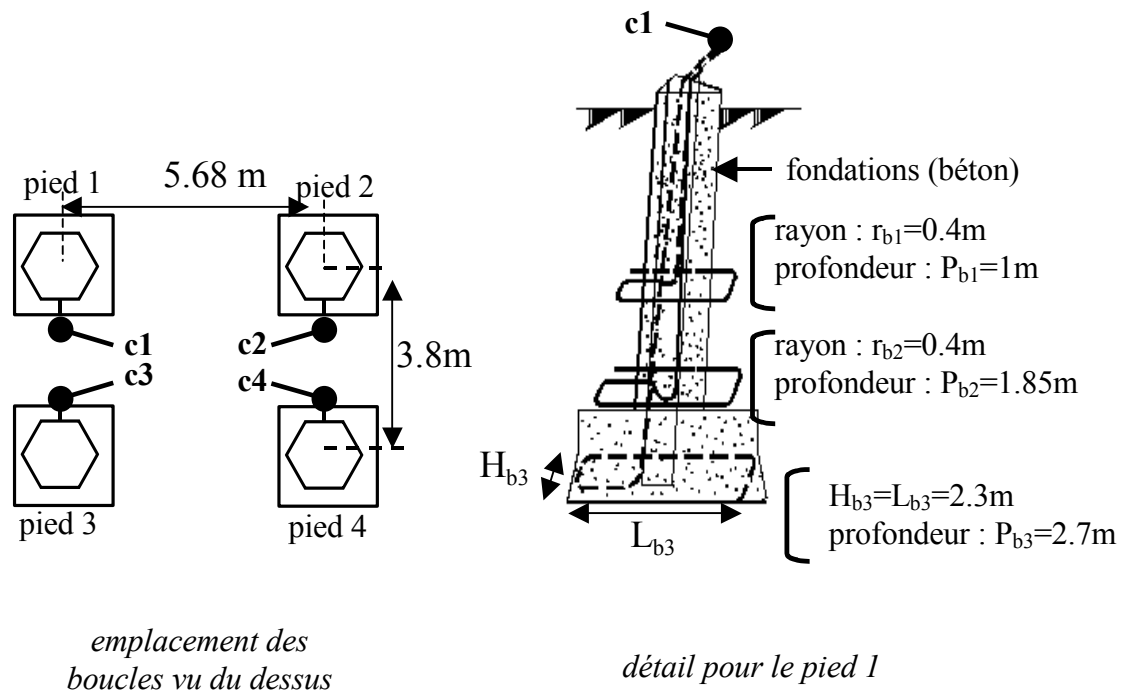


Figure I-3 : Prise de terre d'un pylône HTB, type '4x3 boucles'.

1.3 ENVIRONNEMENT : SOL ET FONDATIONS

Le comportement d'un système de mise à la terre dépend beaucoup des caractéristiques électriques de son environnement immédiat, c'est-à-dire du sol et des fondations.

1.3.1 Nature du sol

La nature des sols du territoire français est très variée. Pour connaître précisément de façon locale la topologie d'un terrain et la nature des différentes couches, on effectue des 'forages'. La base de données 'banque des sous-sol', du BRGM [4], regroupe un nombre important de résultats de forage, dont un exemple est donné sur le Tableau I-1.

couche		nature du sol	
de	à		
0m	8m	Falun	tertiaire
8m	14m	Calcaire argileux	tertiaire
14m	16m	argile rouge et grise	ante-secondaire
16m	33m	socle, schistes bleus	ante-secondaire

Tableau I-1 : Exemple de forage disponible dans la « banque des sous-sol », numéro 04842X0038/F [4].

Ces données ne sont valides que très localement (la nature du sol dépend beaucoup de la position géographique) et sont en pratique difficilement exploitables dans le domaine qui nous

intéresse (il existe de nombreux types de sol et les caractéristiques électriques correspondantes ne sont pas évidentes à déterminer). De plus, pour des raisons financières, il n'est pas raisonnable d'envisager de réaliser un forage avant chaque installation ou réhabilitation d'un ouvrage. Pour le dimensionnement d'un système de mise à la terre, on se contente donc en pratique de mesurer localement les paramètres électriques du sol.

1.3.2 Caractéristiques électriques du sol

Comme pour tout milieu conducteur, le comportement électrique du sol est caractérisé par les trois grandeurs suivantes :

- sa résistivité ;
- sa permittivité ;
- sa perméabilité.

Le sol est composé de plusieurs matériaux dont la proportion va avoir une influence sur chacune de ces grandeurs (notamment l'eau, dont la proportion varie en fonction du temps).

a) *Résistivité*

La conduction dans le sol est principalement de type électrolytique. La résistivité électrique du sol, notée ρ , dépend de la densité de porteurs libres (ions) et est donc très étroitement liée à la pression, la température, et, plus que tout, au degré d'humidité. En général, plus le sol est humide et mieux il conduira l'électricité [5].

Plusieurs méthodes sont utilisées pour déterminer la résistivité d'un terrain. Nous détaillons en annexe 1 la méthode la plus courante: celle de Wenner. Notons qu'il existe également des méthodes de mesure indirectes, qui passent, par exemple, par la mesure de la résistivité thermique du sol [6] (les mesures de résistivité thermique des sols sont courantes en génie civil [7]).

Un tableau récapitulatif des valeurs de résistivité mesurées en 50Hz pour les principaux sols est donné en annexe 1. On retiendra que ρ est compris entre 10 $\Omega.m$ et 10000 $\Omega.m$, avec une valeur médiane sur le territoire français avoisinant 100 $\Omega.m$.

b) *Permittivité*

La permittivité d'un matériau, notée ϵ , caractérise son comportement diélectrique. Elle est fonction de la permittivité propre des différents composants du sol et de leur proportion.

Dans la nature, le liquide polarisé le plus répandu est l'eau, dont la permittivité relative à 50Hz est d'environ 80, contre environ 5 pour le quartz, constituant majeur des sols sableux. Comme c'est le cas pour la résistivité, la permittivité apparente d'un sol poreux est donc largement influencée par son taux d'humidité [5]. Pour les agronomes, la mesure de la permittivité apparente est même un excellent moyen de sondage non destructif du taux d'humidité des sols [8].

On dispose de plusieurs méthodes pour mesurer la permittivité apparente du sol, parmi lesquelles les deux plus utilisées sont [9][10]:

- la méthode TDR (Time Domain Reflectometry). On mesure la vitesse de l'onde électromagnétique dans le sol pour en déduire la permittivité du milieu;
- la méthode SCIP (Surface Capacitance Insertion Probe). Deux plaques parallèles sont plongées dans le milieu. La capacité C du condensateur ainsi créé est mesurée et permet d'estimer la permittivité du milieu à partir de la relation:

$$C = \varepsilon \cdot g \cdot \varepsilon_0 \quad (I-2)$$

avec g une constante qui dépend de la géométrie de l'installation, ε la permittivité relative du milieu, et ε_0 la permittivité du vide.

On retiendra que ε est généralement comprise entre 5 (sol sec) et 30 (sol humide) (ces valeurs ont été obtenues pour des fréquences voisines de 50Hz)[8][10][11].

c) *Perméabilité*

On considère que le sol est constitué de matériaux amagnétiques (ce qui se vérifie toujours en pratique, sauf dans le cas de quelques roches riches en oxyde de fer comme la magnétite). Sa perméabilité relative μ est donc égale à 1 et nous ne considérerons plus ce paramètre dans la suite.

1.3.3 Non-linéarité et variation fréquentielle des paramètres électriques du sol

a) *Phénomène d'ionisation*

Si la densité de courant dans le sol dépasse un certain seuil, sa nature est modifiée par 'ionisation' et il en résulte une baisse temporaire significative de sa résistivité apparente. Les références [12], [13], [14] et [15] s'intéressent en détail à ce phénomène.

Des expérimentations ont été réalisées par plusieurs auteurs pour déterminer une valeur limite E_0 du champ électrique dans le sol au-delà de laquelle il y a ionisation. La référence [13] présente un récapitulatif des mesures publiées entre 1958 et 1988 pour lesquels E_0 varie entre 50kV/m et 1000kV/m. Mousa mesure quant à lui en [12] $E_0=300kV/m$, plus en accord avec la valeur 400kV préconisée par le guide CIGRE [13].

Une densité de courant encore plus élevée peut conduire à la vitrification du sol (fusion due à l'élévation en température et formation de 'fulgurite') et ainsi à une hausse locale de sa résistivité [12][16][17]. Contrairement à l'ionisation, les effets de la vitrification persistent même après extinction du courant de foudre. La vitrification s'observe principalement lorsque le coup de foudre tombe directement sur le sol, car dans ce cas les densités de courant sont très élevées.

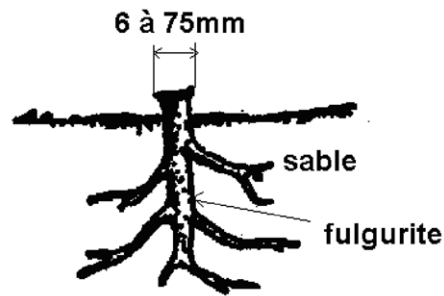


Figure I-4: Vitrification d'un sol sablonneux frappé par la foudre, d'après [12].

b) Paramètres électriques et fréquence

Dans la quasi-totalité des études consultées, dont l'ouvrage de référence de Sunde [18], on considère que les paramètres électriques du sol sont constants pour les fréquences qui nous concernent (de 0Hz à quelques mega Hertz). Seuls les auteurs qui s'intéressent à des fréquences de l'ordre du giga Hertz s'accordent à noter une variation significative des paramètres électriques du sol avec la fréquence [10].

En marge de cette remarque, Portela présente en [19] une étude qui tend à prouver que ρ et ε varient sur [0Hz ;1MHz]. D'après cet auteur, ces paramètres augmentent avec la fréquence f en suivant une loi de la forme:

$$\rho = 1 / (\alpha_1 + \alpha_2 \cdot \omega^{\alpha_3}) \quad \omega \cdot \varepsilon = \alpha_4 \cdot \omega^{\alpha_3} \quad (I-3)$$

avec $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ et σ la conductivité du sol. Les constantes α_1 , α_2 , α_3 , et α_4 sont obtenues dans [19] à partir de mesures.

1.3.4 Comportement diélectrique des fondations

a) Problématique

La tenue mécanique des ouvrages (pylônes, postes, ...) est assurée par des fondations en béton armé (béton dans lequel sont noyées des armatures en acier) : comme le présente la Figure I-3, la structure est reliée à des embases métalliques elles-mêmes noyées dans le béton.

Une question récurrente est la contribution des fondations dans la mise à la terre des structures : les parties métalliques noyées dans le béton participent-elle à l'écoulement du courant dans la terre ou sont-elles isolée par le béton ?

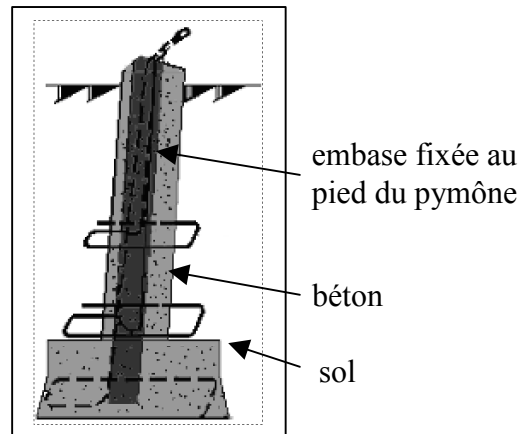


Figure I-5 : Embase et fondation d'un pied de pylône HTB.

b) Conduction du béton : mise en évidence par la mesure et application

Afin de mettre en évidence le rôle des fondations dans la mise à la terre d'une structure, appuyons nous sur des mesures du courant résiduel (courant ramené par les câbles de garde en régime permanent et en fonctionnement normal) circulant dans chaque pied d'un pylône dont seul un pied est équipé de boucles de mise à la terre (pied C sur la Figure I-6).

On remarque que la quantité de courant qui s'écoule dans les embases et les fondations des pylônes A, B et D n'est pas négligeable : le béton n'isole pas ces parties métalliques, qui font donc partie intégrante de la mise à la terre du pylône. Ce résultat est bien connu en ingénierie civile, depuis que H.G. Ufer a obtenu, durant la seconde guerre mondiale, de bonnes mises à la terre pour les bâtiments militaires situés sur un sol de résistivité électrique élevée en utilisant des pieux enrobés de béton. Aujourd'hui, de nombreux pays préconisent de relier tous les renforts de fondations pour améliorer la mise à la terre des bâtiments [21].

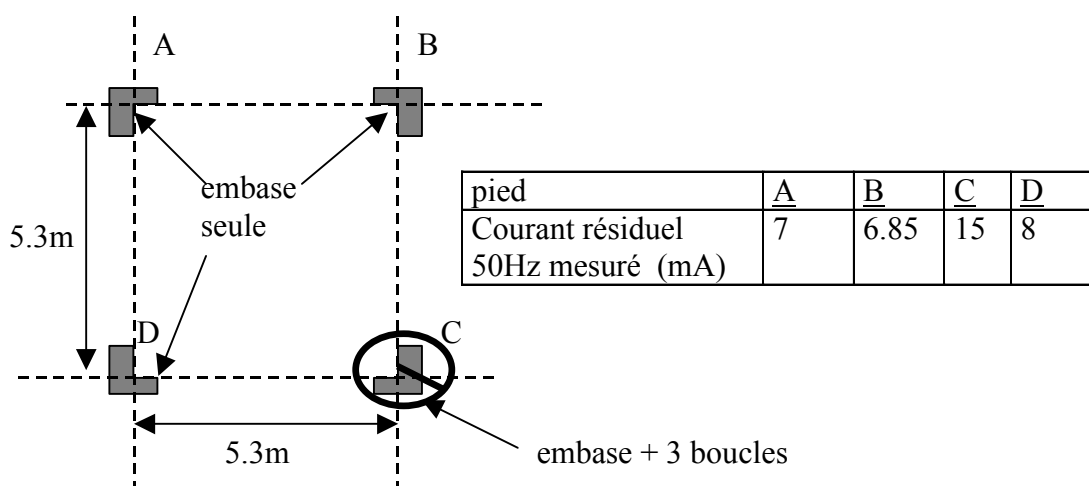


Figure I-6 : Mesure du courant résiduel circulant dans les pieds d'un pylône 90kV, ligne 'Aurence – Maureix'.

c) *Particularités du phénomène de conduction dans le béton*

Comme pour le sol, la conduction électrique dans le béton est principalement de type électrolytique. Pour de grandes densités de courant, il peut y avoir apparition d'étincelles et d'arcs électriques, mais ces cas de non linéarité ne seront pas abordés ici. Nous considérons en effet (cf. annexe 2) que les ouvrages sont dimensionnés de telle manière que ces phénomènes n'apparaissent que très rarement, car s'il en était autrement, ils compromettraient gravement la tenue mécanique de l'ensemble [22].

Le béton est naturellement bon conducteur, en comparaison avec la majorité des sols naturels. Il est en effet hygroscopique (tend à s'imprégner d'eau) et son contenu électrolytique est riche. B. Thapar note ainsi en [20] que 'dans la majorité des sols, la résistivité du béton est approximativement la même, ou est inférieure, à celle du sol environnant.'

Une étude bibliographique sur la résistivité du béton est donnée en annexe 2; elle conclut que celle-ci est comprise entre $21\Omega.m$ et $100\Omega.m$.

2 COURANT DE Foudre

Nous avons rappelé dans le paragraphe précédent le rôle et la constitution des systèmes de mise à la terre des postes et pylônes de transport. Nous nous intéressons dans le cadre de cette thèse aux transitoires à front rapide dus à la foudre. Nous aborderons ici sommairement les origines de la foudre, en insistant sur la forme des courants électriques mis en jeu. On présentera ensuite les conséquences principales que peut avoir un impact de foudre sur le réseau de transport. On mettra en avant le fait que leur gravité et leur fréquence sont étroitement liées au comportement des systèmes de mise à la terre vis-à-vis de la foudre. Ce comportement n'étant pas le même que pour les courants à fréquence industrielle, on introduira la notion 'd'impédance de mise à la terre' en substitution de la résistance de terre $R_{50\text{Hz}}$ qui a été définie dans le paragraphe précédent.

2.1 LE PHENOMENE DE Foudre

2.1.1 Bases physiques

Les documents [13], [23] et [24] présentent un état de l'art sur les caractéristiques et mécanismes du phénomène de foudre. Ces connaissances sont basées sur des observations et mesures de coups de foudre naturels ou déclenchés.

D'une manière générale, l'origine de la foudre est un nuage orageux volumineux dont la base est chargée de façon opposée au sol. Lorsque le champ électrique résultant est suffisant, une pré-décharge peu lumineuse progresse en direction du sol (coup de foudre descendant) ou du sol vers le nuage (coup de foudre ascendant). Cette pré-décharge, appelée traceur, se déplace par bonds à une vitesse variant de 2 à $6 \cdot 10^4$ m/s. Au moment où le traceur atteint le sol ou le nuage, un intense courant électrique s'engouffre dans le canal ionisé (c'est l'arc en retour).

Plusieurs types de coups de foudre sont définis selon la polarité et la direction du traceur.

Dans nos régions à climat tempéré, 80 à 90% des coups de foudre sont négatifs (charges -). De plus, on rencontre généralement dans les plaines des coups de foudre descendants, alors que les montagnes sont plus propices à des coups de foudre ascendants.

On représente en Figure I-7 l'évolution du traceur pour un coup de foudre descendant négatif.

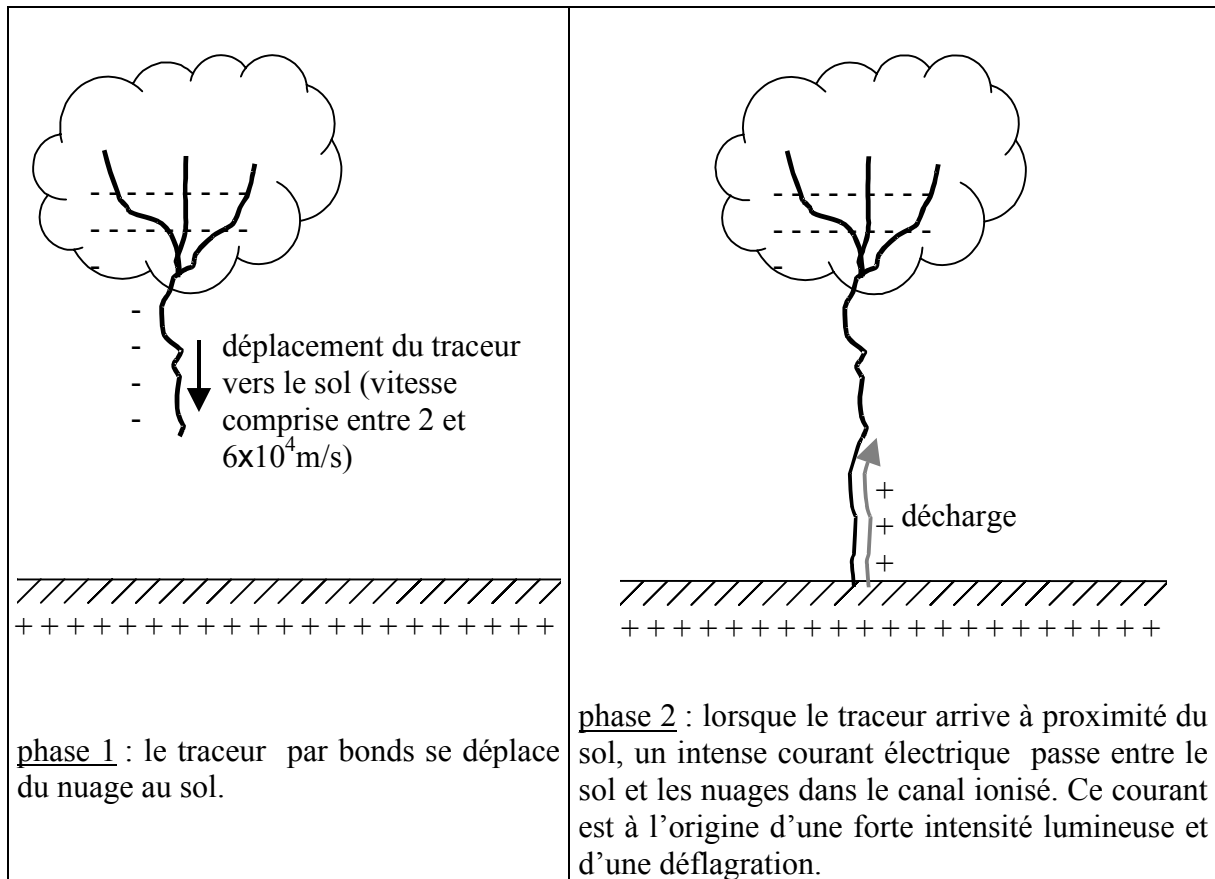


Figure I-7: Coup de foudre descendant négatif.

2.1.2 Courant de foudre

On peut considérer que la décharge est constituée d'une ou de plusieurs impulsions de courant de très forte intensité (de quelques kA à plus de 100kA pour la première impulsion) se superposant à un courant persistant.

La Figure I-8, inspirée de la référence CIGRE [13], montre l'aspect de ce courant dans le cas d'un coup de foudre multiple.

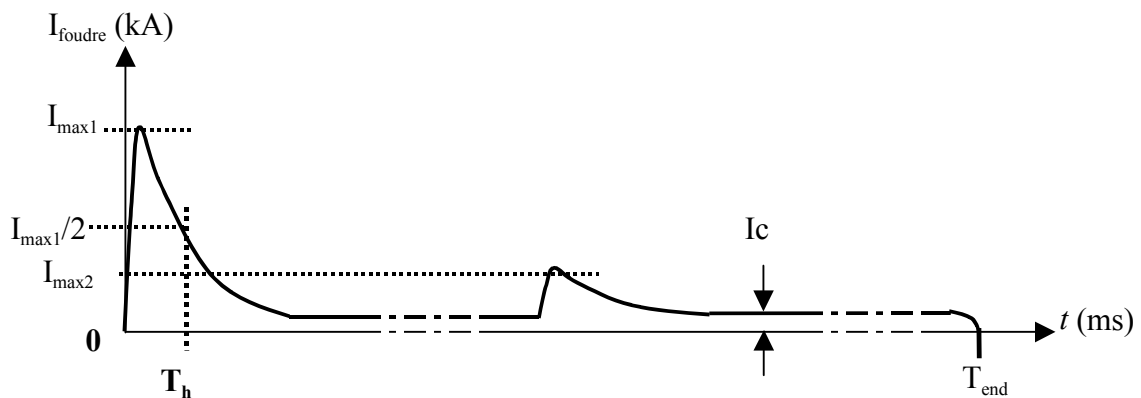


Figure I-8 : Forme du courant de foudre, coup de foudre multiple.

Il y a en moyenne 3 impulsions, espacées chacune de 50ms. Le courant persistant peut durer jusqu'à une seconde (T_{end}) et son intensité I_c varie entre 100 et 1000 ampères. Pour le premier arc, la référence [13] a proposé la forme de courant normalisée que nous utiliserons:

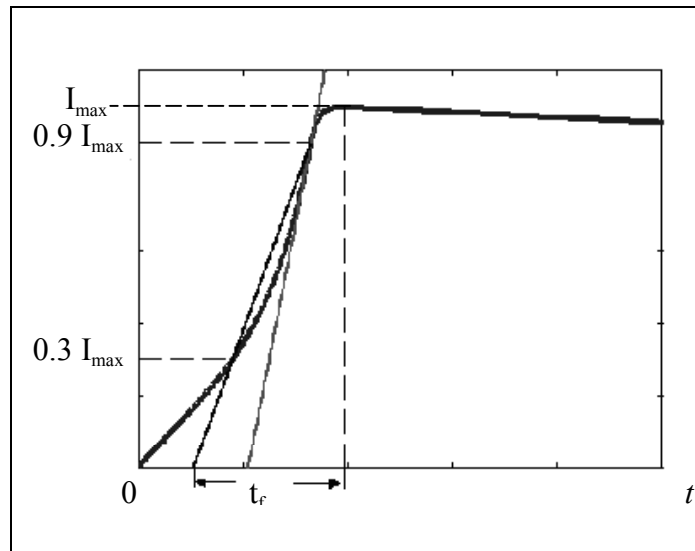


Figure I-9 : Forme du premier arc du courant de foudre d'après [13].

Avec :

- I_{max1} , le courant crête ;
- t_f ('front time'), le temps de montée ;
- S_m , la pente de courant ;
- T_h ('Time to half value'), le temps pour lequel le courant est redescendu à $I_{max1}/2$.

La formule littérale correspondant à la forme du courant présentée en Figure I-9 est la suivante :

$$\begin{aligned}
 I_{foudre} &= I_1 \cdot t + B \cdot t^n && \text{si } t < t_f \text{ (front)} \\
 I_{foudre} &= I_1 \cdot e^{-(t-t_n)/t_1} - I_2 \cdot e^{-(t-t_n)/t_2} && \text{si } t \geq t_f \text{ (queue)}
 \end{aligned}
 \tag{I-4}$$

avec $A, B, n, I_1, I_2, t_n, t_1, t_2$, définies dans [13].

Chacun de ces paramètres suit une loi log-normale dont l'écart type β et la valeur médiane M sont donnés dans le tableau suivant (cas d'un coup de foudre descendant négatif):

paramètre	M	β
S_m (kA/ μ s)	24.3	0.599
I_{max1} (kA)	31.1	0.484
T_h (μ s)	77.5	0.577
t_f (μ s)	3.83	0.553

Tableau I-2 : Paramètres probabilistes du premier arc d'un coup de foudre descendant négatif d'après [13] (médiane M et écart type β).

Vu la raideur du front montant du courant de foudre, l'étendue des fréquences mises en jeu s'élèvera bien au-delà de la fréquence industrielle. Il est communément admis que le domaine fréquentiel à considérer lors des études de foudre est compris entre quelques Hz et quelques MHz [13][25].

2.2 CONSEQUENCES D'UN COUP DE Foudre SUR LE RESEAU

2.2.1 Amorçage en retour d'une ligne foudroyée

Afin de protéger les conducteurs de phase, les lignes de transport HTB sont équipées de câbles de garde. Ces conducteurs sont reliés électriquement à l'armature des pylônes de chaque côté des portées et leur position est définie de manière à capter les coup de foudre dont l'intensité pourrait présenter un danger pour le réseau (2 câbles de garde dans le cas de la Figure I-10).

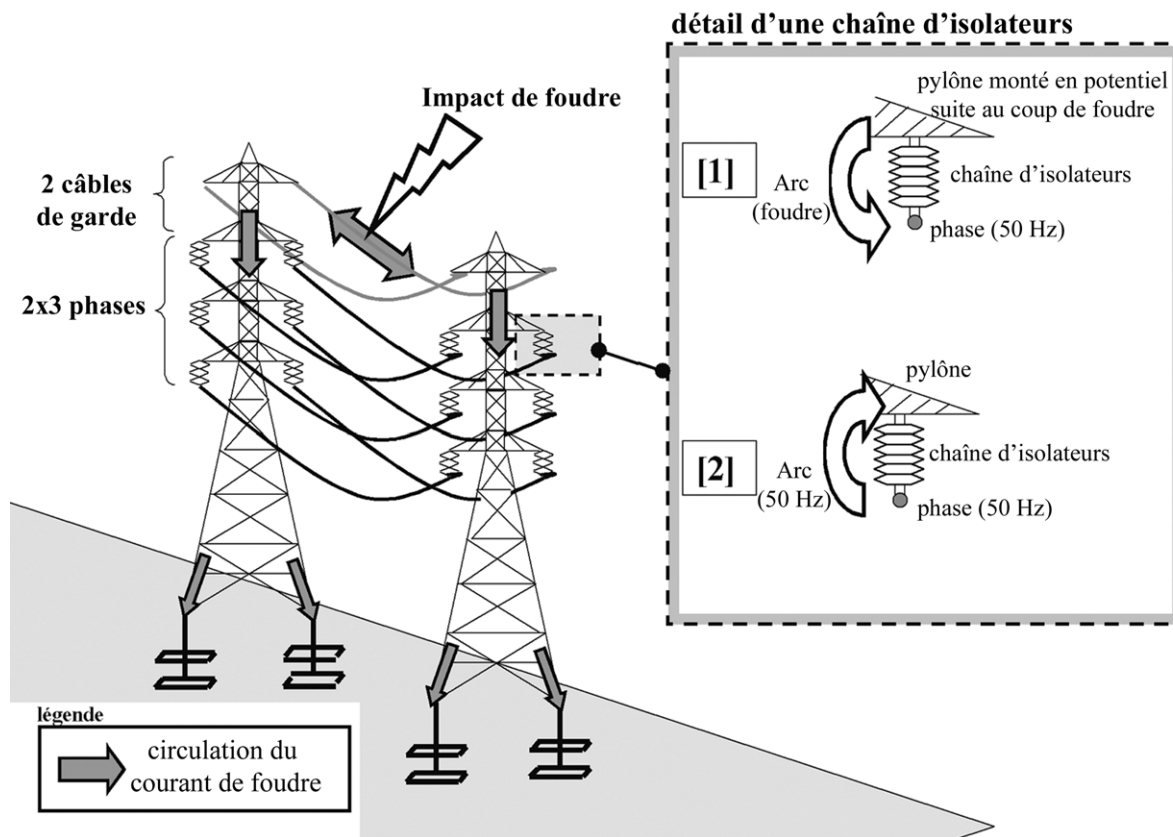


Figure I-10 : Amorçage en retour aux bornes d'une chaîne d'isolateurs.

Les câbles de garde permettent de se prémunir de la plupart des coups de foudre directs sur les phases mais pas toujours des 'amorçages en retour' (amorçage dû à un coup de foudre frappant un pylône ou un câble de garde). Cet incident très pénalisant pour la qualité de service est décrit sur la Figure I-10:

- suite à un coup de foudre, une fraction du courant se propage dans le pylône, et provoque sa montée en potentiel, ce qui se traduit par une surtension aux bornes des chaînes d'isolateurs. Si la valeur crête de cette surtension dépasse la tension de tenue

des chaînes d'isolateurs, un arc électrique prend forme entre le pylône et la (ou les) phase(s) (1) sur la Figure I-10) ;

- une fois le courant de foudre passé, le canal ionisé est parcouru par le courant à fréquence industrielle : il y a un court-circuit phase/pylône (2) sur la Figure I-10) jusqu'à l'ouverture du circuit par les protections.

Pour une ligne donnée, le nombre moyen d'amorçage par an et par km², appelé 'taux d'amorçage', doit être le plus petit possible pour garantir une bonne qualité de service.

Le taux d'amorçage d'une ligne est étroitement lié à la qualité de ses mises à la terre (meilleure est la mise à la terre et moins le nombre d'amorçage en retour est élevé). Il apparaît très important de disposer de mises à la terre ayant un bon comportement vis-à-vis des courants de foudre.

2.2.2 Proximité avec un système de mise à la terre écouant un courant de foudre

Le courant qui circule dans un système de mise à la terre n'agit pas que sur le réseau électrique connecté. L'onde électromagnétique qui se propage dans le sol peut poser des problèmes de compatibilité électromagnétique pour les équipements et les personnes situées à proximité. Nous présenterons plus en détail ce point au chapitre IV de cette thèse.

2.3 SYSTEME DE MISE A LA TERRE ET COURANT DE Foudre

2.3.1 Réponse d'un système de mise à la terre écouant un courant de foudre

EDF s'intéresse depuis de nombreuses années au comportement des mises à la terre écouant un courant de foudre. Ainsi, plusieurs campagnes d'expérimentations ont été réalisées. On référence entre autres :

- les essais réalisés à Saint-Privat d'Allier en 1979 ([26]) ;
- les essais menés aux Renardières en 1993 (pieux et sol non homogène de faible résistivité) ([27]) ;
- les essais menés à GRAMAT en 1994 (pieux dans un sol homogène de forte résistivité) ([28]).

Les systèmes de mise à la terre ne répondent pas de la même manière selon que le courant qu'ils écouent est un courant de défaut à fréquence industrielle ou un courant de foudre. La Figure I-11 illustre cette remarque : elle reprend les résultats d'une mesure de la montée en potentiel de l'extrémité supérieure d'un pieu vertical enterré (de longueur 8m) dans laquelle une impulsion de courant est injectée (valeur crête : 190A) [27]. On voit que le courant et la tension n'ont pas la même forme : ils ne sont pas proportionnels. La notion de résistance de terre $R_{50\text{Hz}}$ ne sera pas suffisante pour calculer la montée en potentiel de la prise de terre en fonction courant injecté.

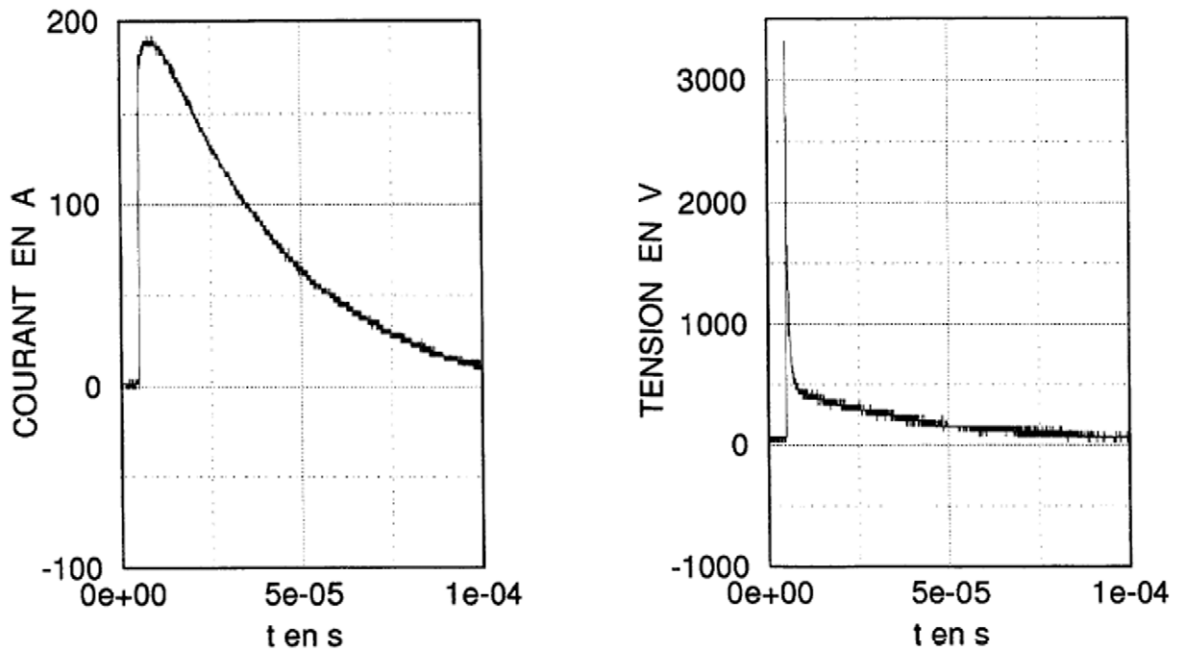


Figure I-11 : Mesure de la montée en potentiel d'une mise à la terre de la forme d'un pieux de 8m, d'après [27].

En fait, le cas d'un courant de foudre présente deux différences essentielles avec le cas d'un courant à fréquence industrielle:

- l'amplitude du champ électrique créé dans le sol est important et peut entraîner des phénomènes non linéaires tels que l'ionisation du sol – nous négligerons ces phénomènes non linéaires dans la suite, hypothèse qui sera discutée en partie 2.1 du chapitre II-;
- le spectre fréquentiel du courant s'étale bien au-delà de 50Hz (fronts raides), ce qui nous impose de considérer non plus la 'résistance de terre' $R_{50\text{Hz}}$ mais l'impédance du système de mise à la terre, qui, comme nous allons le voir, varie avec la fréquence.

2.3.2 Variation avec la fréquence de l'impédance d'un système de mise à la terre

Pour les études faisant intervenir des transitoires à front rapide, donc des fréquences élevées (entre 100kHz et 2MHz), la notion de 'résistance de terre' $R_{50\text{Hz}}$ définie en (I-1) n'est plus suffisante pour caractériser le comportement d'un système de mise à la terre [29].

Dès lors que la longueur totale des conducteurs enterrés (notée L_{TOT}) n'est plus insignifiante devant la longueur d'onde dans le sol λ , les conducteurs de terre ne seront pas équipotentiels et leur potentiel dépendra de la fréquence.

Pour prendre en compte le comportement fréquentiel d'un système de mise à la terre connectée en N points au réseau, on propose de définir non plus une simple résistance $R_{50\text{Hz}}$ mais une **matrice impédance** $[Z]$. En notant $\underline{U}_n(f)$ et $\underline{I}_n(f)$ le potentiel électrique

scalaire et le courant au point de connexion n ($1 \leq n \leq N$), comme illustrés sur la Figure I-12, cette matrice est définie par la relation (I-5) du Tableau I-3.

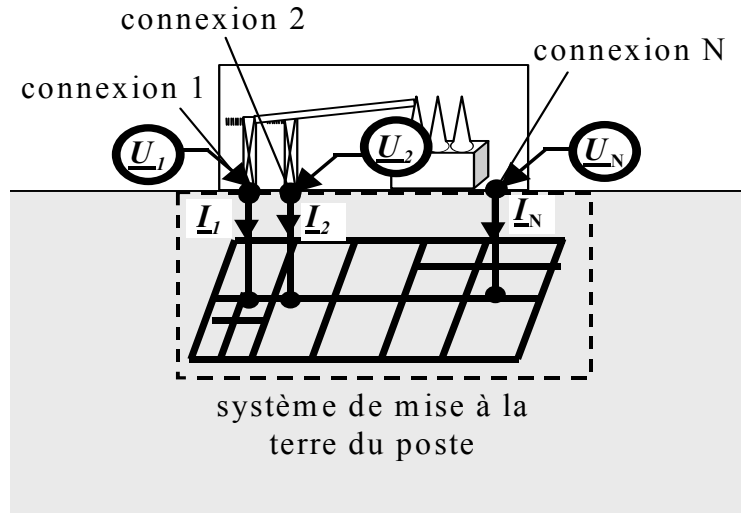


Figure I-12: Mise à la terre d'un poste, définition des courants et potentiels.

f telle que λ soit négligeable devant L_{TOT} f telle que λ ne soit pas négligeable devant L_{TOT}
 (par exemple $f=50$ Hz)

$$\underline{U}_1(f) = \underline{U}_2(f) = \dots = \underline{U}_N(f) = V_{50\text{Hz}}$$

$$\underline{U}_1(f) \neq \underline{U}_2(f) \neq \dots \neq \underline{U}_N(f) \neq V_{50\text{Hz}}$$

(I-5)

$$V_{50\text{Hz}} = R_{50\text{Hz}} \times I_{50\text{Hz}}$$

avec $I_{50\text{Hz}} = I_1 + I_2 + \dots + I_N$.

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1(f) \\ \dots \\ \underline{U}_N(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{1,1}(f) & \dots & \underline{Z}_{1,N}(f) \\ \dots & \dots & \dots \\ \underline{Z}_{N,1}(f) & \dots & \underline{Z}_{N,N}(f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_1(f) \\ \dots \\ \underline{I}_N(f) \end{bmatrix}$$

Tableau I-3 : Définition de la matrice impédance d'un système de mise à la terre.

L'expression (I-5) est une représentation 'nodale' de la prise de terre. Ici $Z_{n,m}$ ($1 \leq n, m \leq N$) est l'impédance mutuelle entre le point de connexion n et le point de connexion m c'est-à-dire la valeur du potentiel scalaire $U_n(f)$ si seul le point de connexion m était parcouru par un courant $I_n(f)$ unitaire.

Remarquons que d'après le principe de réciprocité, la matrice impédance est symétrique : $Z_{n,m}(f) = Z_{m,n}(f)$ pour $1 \leq n, m \leq N$.

La longueur d'onde dans le sol λ s'écrit:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \tag{I-6}$$

où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide et n est l'indice de réfraction du sol :

$$n = \sqrt{|\underline{\epsilon}|} = \sqrt{\left| \epsilon - j \frac{1}{\rho \cdot 2\pi f \cdot \epsilon_0} \right|} \tag{I-7}$$

avec $\underline{\epsilon}$ la permittivité complexe du sol, ϵ et ρ sa permittivité relative et sa résistivité, ϵ_0 la permittivité du vide, f la fréquence de l'onde considérée, et $j = \sqrt{-1}$.

Le tableau suivant donne, pour différentes fréquences, la longueur d'onde dans un sol de résistivité 50 $\Omega.m$ ou 200 $\Omega.m$ (calculée à partir de la relation (I-6) pour un sol de permittivité relative $\epsilon=5$):

ρ	$\lambda_{50\text{Hz}}$	$\lambda_{1\text{MHz}}$
50 $\Omega.m$	2.23 km	15.8 m
200 $\Omega.m$	4.47 km	31.6 m

Tableau I-4 : Longueur d'onde dans le sol en fonction de sa résistivité ρ ($\epsilon=5$).

On voit ici que pour une fréquence de 1MHz, les dimensions des systèmes de mise à la terre considérés (cf. Figure I-2 et Figure I-3) ne seront pas négligeables devant la longueur d'onde: la notion de résistance de terre ne sera pas rigoureuse pour les études de courants de foudre dont le spectre s'étale au delà de 1MHz.

Tant que la longueur d'onde est beaucoup plus grande que l'étendue d'un système de mise à la terre, les impédance $\underline{Z}_{n,m}$ sont égales à la résistance de terre $R_{50\text{Hz}}$. On parlera de comportement inductif si, lorsque la fréquence augmente, $|\underline{Z}_{m,m}|$ augmente, et de comportement capacitif dans le cas contraire.

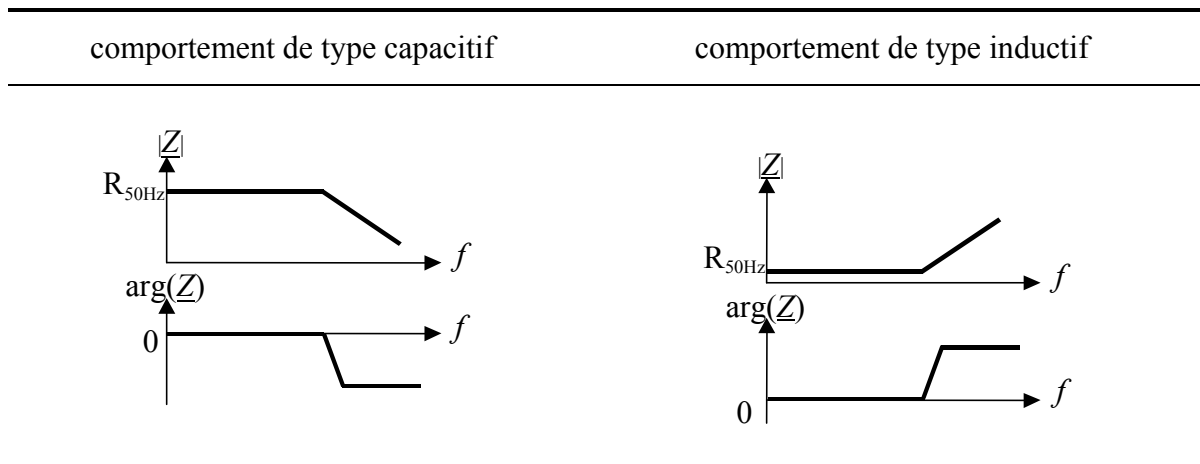


Tableau I-5 : Mise en évidence du comportement inductif ou capacitif d'une impédance.

Un système de mise à la terre capacitif aura un meilleur comportement vis-à-vis de la foudre qu'une mise à la terre de même résistance de terre en BF, mais dont le comportement est inductif.

Pour simplifier la notation, on écrira dans la suite Z , U et I au lieu de \underline{Z} , \underline{U} et \underline{I} , mais on gardera à l'esprit qu'il s'agit de grandeurs complexes (impédance, tension et courant harmoniques). On réécrit alors le système (I-5) :

$$\begin{bmatrix} U_1(f) \\ \dots \\ U_N(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{1,1}(f) & \dots & Z_{1,N}(f) \\ \dots & \dots & \dots \\ Z_{N,1}(f) & \dots & Z_{N,N}(f) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1(f) \\ \dots \\ I_N(f) \end{bmatrix} \quad (\text{I-8})$$

3 ETUDES DE Foudre ET MISE A LA TERRE

Nous présentons ici brièvement un outil utilisé classiquement pour les études de transitoires électromagnétiques sur les réseaux électriques : EMTP-RV. Nous détaillons en particulier les hypothèses sur lesquelles sont basés les modèles de lignes de ce logiciel. Nous avons vu qu'un autre composant important du réseau lors de son foudroiement est son système de mise à la terre. Nous ne disposons pas sous EMTP-RV de fonctionnalité permettant de représenter rigoureusement le comportement d'un système de mise à la terre écoulant un courant de foudre, et de calculer le champ électrique et le potentiel scalaire créés dans le sol environnant. Parmi les modèles présentés dans la littérature, nous choisirons alors celui qui nous semble le plus rigoureux, dans l'optique de le coupler à EMTP-RV dans les chapitres suivants.

3.1 PROBLEMATIQUE

Lors du dimensionnement des différents éléments d'un réseau, les entreprises d'électricité ont recours à des outils numériques pour simuler la réponse du système à un impact de foudre, ainsi que les contraintes qui peuvent être appliquées sur l'environnement extérieur (personnes ou matériels). Dans cette optique, il est nécessaire de prendre en compte plus ou moins finement le comportement de tous les constituants du réseau électrique, aussi bien en surface (conducteurs, pylônes, portiques, transformateurs, ...) qu'en sous-sols (systèmes de mise à la terre, câbles enterrés, ...).

Il est clair que la précision des résultats obtenus lors des simulations dépendra directement du raffinement des modèles choisis. Nous avons souligné précédemment l'importance des systèmes de mise à la terre pour l'écoulement des courants de foudre; ceux-ci doivent être modélisés avec une attention particulière.

Dans cette thèse, nous utiliserons EMTP-RV (Electromagnetic Transients Program), qui est un outil de simulation largement utilisé pour le calcul des transitoires sur les réseaux. Nous présenterons brièvement ce logiciel dans les pages suivantes. Nous verrons que les systèmes de mise à la terre sont souvent représentés sous EMTP-RV par une simple résistance, solution qui n'est pas toujours appropriée pour les études de foudre (cf. paragraphe précédent), et qui ne permet pas le calcul du champ électrique rayonné dans le sol. Une étude bibliographique nous amènera alors à choisir le modèle le mieux adapté à notre cas : le modèle électromagnétique.

3.2 EMTP-RV, OUTIL D'ETUDE DE TRANSITOIRES SUR LE RESEAU

3.2.1 Présentation générale

EMTP-RV est un logiciel de calcul des transitoires électriques se propageant sur un réseau. Du point de vue informatique, il est composé d'un environnement graphique, qui permet de construire le réseau à étudier à partir d'une bibliothèque (connexion de résistances, inductances, capacités, circuits en pi, lignes, machines...) et d'un moteur de calcul :

- d'écoulement de puissance;

- de régime permanent;
- de transitoires en temporel.

Les principes théoriques utilisés dans EMTP-RV sont présentés dans de nombreuses publications scientifiques, parmi lesquelles nous citerons les références [32] et [33], ainsi que dans la documentation technique [34].

3.2.2 Calcul de transitoires en temporel

Nous effectuerons des calculs de transitoires en régime temporel (évolutions de différentes variables électriques dans le temps), avec initialisation en régime permanent. Tout d'abord, le calcul de régime permanent harmonique se fait en fonction de la fréquence des sources présentes dans le circuit (les éléments non linéaires sont déconnectés ou linéarisés) puis le moteur de calcul commence la simulation temporelle, chaque grandeur étant initialisée à partir de sa valeur en régime permanent.

L'évolution des grandeurs électriques du réseau (courants à chaque branche et tension à chaque nœud) est modélisée par un certain nombre d'équations, par exemple des équations différentielles du premier ordre de la forme :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(x, t) \\ x(0) = x_0 \end{cases} \quad (\text{I-9})$$

Ces équations sont résolues à chaque pas de temps à l'aide d'une méthode d'intégration numérique. Les éléments non linéaires (inductances non linéaires, machines tournantes, parafoudres...) sont pris en compte simultanément avec le reste du réseau linéaire, grâce à une méthode itérative de type Newton-Raphson [33].

3.2.3 Modélisation des lignes dans EMTP

a) *Théorie des lignes et hypothèses*

L'étude des réseaux passe inévitablement par la modélisation de lignes (aériennes et/ou souterraines). Il est donc nécessaire de disposer d'équations permettant de relier les tensions en extrémité des lignes ainsi que les courants y circulant avec les grandeurs électriques du reste du réseau.

Du point de vue théorique, chaque phénomène électromagnétique est décrit par les équations de Maxwell et par des conditions aux limites qui dépendent du problème donné. Très souvent, il est ardu de résoudre ces équations en raison de leur complexité, mais on peut simplifier considérablement l'étude des lignes à partir de la 'théorie des lignes' [30][31][33][35].

On s'intéresse à des lignes composées de plusieurs conducteurs cylindriques. On considère :

- que la ligne est uniforme, c'est-à-dire que les caractéristiques géométriques et physiques des conducteurs et du milieu environnant ne varient pas le long de l'axe longitudinal. Il s'ensuit que la situation est la même pour chaque plan perpendiculaire à la direction axiale (plan transversal). On ne tient pas compte des terminaux, en considérant que la ligne est de longueur infinie.
- que les matériaux constituant les conducteurs et leur milieu sont linéaires et isotropes ;
- que l'approximation des fils minces est valable : cela signifie que le courant dans chaque fil est distribué avec une symétrie azimutale par rapport à son axe ;
- que le seul mode de propagation existant est le mode TEM (hypothèse TEM précisée ci-dessous).

Moyennant les hypothèses suivantes :

- chaque ligne est constituée de deux conducteurs au moins (le sol est souvent considéré comme le conducteur de retour commun);
- tous les conducteurs sont séparés par des diélectriques (pour une ligne aérienne il s'agit le plus souvent de l'air);
- la somme algébrique des courants conducteurs est égale à zéro ;
- la longueur d'onde dans les milieux diélectriques est plus grande que la plus grande dimension transversale (distance entre les conducteurs).

on peut considérer que dans la région diélectrique :

- seul le mode TEM (transverse électromagnétique) existe ;
- les champs transversaux ont la même configuration que celle qui se produirait avec des sources statiques (hypothèse quasi statique).

L'annexe 3 discute de la notion de 'potentiel' et de 'tension', en insistant sur le fait qu'une tension n'est définie de manière unique que dans le cas quasi-statique. L'hypothèse quasi statique étant respectée dans le plan transversal à la ligne, on parlera de potentiel et de tension transverse.

Une ligne de transmission multifilaire composée de m conducteurs peut alors être représentée en considérant la chute de tension transverse dV et le courant longitudinal dI dans chaque conducteur et à chaque unité de longueur dx (définis sur la Figure I-14). Nous présentons d'abord le cas d'un seul conducteur avec retour par le sol puis de plusieurs conducteurs.

b) Equations pour une ligne monofilaire+sol [36]

Une ligne de transmission monofilaire de longueur L_g est représentée en considérant la chute de tension transverse dV_l et le courant longitudinal dI à chaque unité de longueur dx , à travers les équations des télégraphistes (le sol constitue le conducteur de retour):

$$\begin{aligned} \frac{-\partial V(x,t)}{\partial x} &= R' \times I(x,t) + \frac{\partial(L' \times I(x,t))}{\partial t} \\ \frac{-\partial I(x,t)}{\partial x} &= G' \times V(x,t) + \frac{\partial(C' \times V(x,t))}{\partial t} \end{aligned} \quad (I-10)$$

avec I le courant dans les conducteurs (matrice colonne), V le potentiel des conducteurs (la référence est la terre éloignée). Les matrices R' , L' , G' et C' caractérisent la ligne :

- L' : inductance linéique (H/m) ;
- R' : résistance linéique (Ω/m) ;
- C' : capacitance linéique C (F/m) ;
- G' : conductance linéique G (S/m).

Les équations (I-10) reviennent à modéliser une portion longitudinale de longueur très petite dx par un circuit équivalent, comme le présente la Figure I-13.

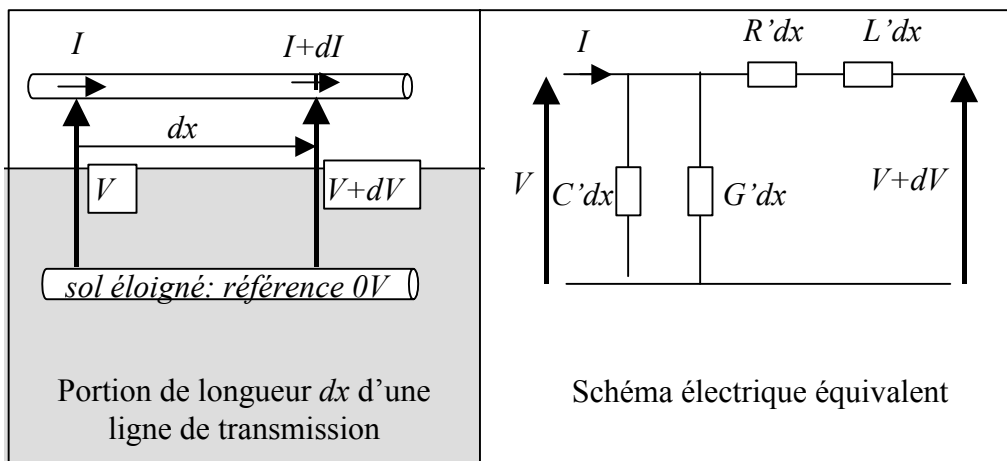


Figure I-13 : Ligne de transmission composée d'un conducteur, retour par le sol.

Les expressions des paramètres linéiques R' , L' , G' et C' , qui dépendent notamment de la fréquence, sont développées en [30] et [35] à partir de considérations sur le champ électromagnétique.

Nous utilisons la transformée de Laplace pour développer (I-10). En notant p la variable de Laplace, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \frac{\partial V(x,p)}{\partial x} &= -Z' \times I(x,p) \\ \frac{\partial I(x,p)}{\partial x} &= -Y' \times V(x,p) \end{aligned} \quad (I-11)$$

avec $Z' = R' + L' \times p$ et $Y' = G' + C' \times p$.

ou encore :

$$\frac{\partial^2 V(x, p)}{\partial x^2} = \gamma^2 \times V(x, p)$$

$$\frac{\partial^2 I(x, p)}{\partial x^2} = \gamma^2 \times I(x, p)$$
(I-12)

avec :

$$\gamma = \sqrt{(R' + L' \times p)(G' + C' \times p)}$$
(I-13)

La solution générale des deux équations qui forment le système (I-12) est donnée par :

$$V(x, p) = V^+ e^{-\gamma x} + V^- e^{\gamma x}$$

$$I(x, p) = \frac{1}{Z_c} [V^+ e^{-\gamma x} + V^- e^{\gamma x}]$$
(I-14)

avec

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}}$$
(I-15)

En appliquant les conditions aux frontières suivantes : $V(x=0)=V_k$, $V(x=L_g)=V_m$, $I(x=0)=I_k$ et $I(x=L_g)=I_m$, on obtient :

$$V_k - Z_c I_k = [V_m + Z_c I_m] e^{-\gamma L_g}$$

$$V_k + Z_c I_k = [V_m + Z_c I_m] e^{\gamma L_g}$$
(I-16)

cas particulier d'une ligne sans perte

Si on considère que Z' et Y' ne varient pas avec la fréquence et que les pertes sont nulles ($R'=G'=0$), les équations (I-13) et (I-15) deviennent alors :

$$\gamma = j \times \omega \times \sqrt{L' C'}$$
(I-17)

$$Z_c = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$
(I-18)

On peut alors obtenir (I-16) directement en temporel une équation de la forme:

$$V_k(t) - Z_c I_k(t) = V_m(t - \tau) + Z_c I_m(t - \tau)$$

$$V_m(t) + Z_c I_m(t) = V_k(t - \tau) + Z_c I_k(t - \tau)$$
(I-19)

avec la constante de temps (délai de propagation) :

$$\tau = L_g \sqrt{L' C'}$$
(I-20)

c) *Equations pour une ligne quelconque*

[36]

Une ligne de transmission multifilaire composée de m conducteurs peut également être représentée en considérant les chutes de tensions transverses dV_k et les courants longitudinaux dI_k dans chaque conducteur k et à chaque unité de longueur dx définis sur la Figure I-14.

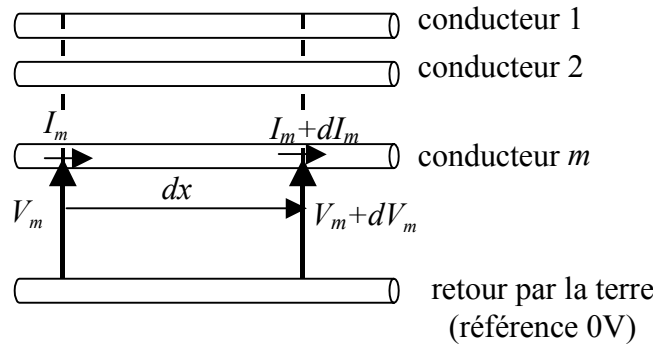


Figure I-14 : Ligne de transmission composée de m conducteurs, avec retour par le sol.

On peut alors écrire l'équation (I-12) :

$$\frac{d^2V}{dx^2} = Z'Y'V$$

$$\frac{d^2I}{dx^2} = Z'Y'I$$
(I-21)

avec :

- V la matrice colonne portant les m tensions conducteur / terre éloignée ;
- I la matrice colonne portant les m courants dans les conducteurs;
- Z' la matrice impédance par unité de longueur de taille $m \times m$;
- Y' la matrice admittance par unité de longueur de taille $m \times m$.

En utilisant la théorie des valeurs propres, il est alors possible de transformer ces équations couplées des quantités en phase aux quantités modales de manière telle que les équations deviennent découplées. Cela signifie que les produits $Z'Y'$ et $Z'Y$ sont des matrices diagonales. Les équations modales sont résolues comme pour le cas d'une ligne monophasée. La transformation inverse est finalement utilisée pour passer des quantités modales aux équations en phase.

d) *Modèles de ligne*

Les modèles de ligne disponibles dans EMTP (modèle en Pi, modèle 'CP Line', modèle 'FD Line', ...) partent des équations (I-21) et diffèrent dans la méthode de résolution de ces dernières. Nous serons amenés à utiliser :

- le modèle de ligne 'CP' (pour 'Constant Parameters'), pour lequel on considère que Z' et Y' ne varient pas avec la fréquence et que les pertes sont nulles ($R'=G'=0$). Les calculs sont effectués en temporel à partir de la relation (I-19).

- le modèle 'FD Line' (Frequency Dependand [37]), qui prend en compte la variation fréquentielle des paramètres Z' et Y' mais pas des matrices de transformation de modes à phases.

Nous ne serons pas amenés à utiliser d'autres modèles de ligne pour ce travail de thèse, mais il est important de souligner que des travaux plus récents ont conduit à d'autres solutions qui donnent des résultats plus précis dans certains cas. On citera par exemple le modèle FDP (dépendant de la fréquence dans le domaine de la phase), qui permet de tenir compte de la variation fréquentielle des paramètres Z' et Y' mais aussi des matrices de transformation de modes à phases, et qui est très utilisé pour modéliser les câbles souterrains.

3.2.4 Modèle de systèmes de mise à la terre sous EMTP

Nous cherchons ici à disposer sous EMTP d'un modèle de mise à la terre permettant de calculer les contraintes diélectriques imposées aux composants les plus sensibles, comme les transformateurs (coordination d'isolement), ainsi que sur d'éventuels matériels et personnes situés à proximité d'une mise à la terre écouant un courant de foudre (sécurité).

Le modèle d'un système de mise à la terre utilisé classiquement dans EMTP est une simple résistance, connectée à la référence 0V (terre éloignée dans la théorie des lignes), et dont la valeur est égale à la résistance de terre calculée ou mesurée à la fréquence industrielle pour des courants faibles, R_{50Hz} . De nombreux travaux permettent de calculer cette résistance, à partir de formules empiriques ou des modèles mathématiques [2].

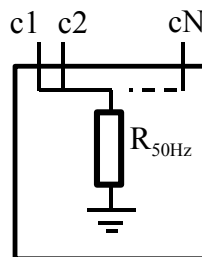


Figure I-15 : Modèle simple de mise à la terre à N points de connexion (notés c1 à cN).

Comme nous l'avons vu sur le Tableau I-3, cette solution revient à imposer l'équipotentialité du système de mise à la terre :

$$U_1 = U_2 = \dots = U_N = R_{50Hz} \cdot \sum_{n=1}^N I_n \quad (I-22)$$

Cette solution n'est pas toujours rigoureuse pour les études de transitoires rapides dès lors que la longueur totale des conducteurs de terre n'est plus négligeable devant la longueur d'onde dans le sol. De plus, nous désirons un modèle permettant de calculer le champ électrique \vec{E}_M et le potentiel V_M scalaire créés par le système de mise à la terre en un point M, en vue d'étude de CEM et de sécurité.

Nous chercherons donc comme alternative à la Figure I-15 un modèle comportant deux parties (Figure I-16):

- un module de puissance qui exprimera à chaque pas de temps la relation entre toutes les grandeurs électromagnétiques des points de connexion du système de mise à la terre;
- un module d'exploitation qui calculera le champ électrique \vec{E}_M et le potentiel scalaire V_M en un point M du sol défini par l'utilisateur. Ces valeurs nous permettront par exemple d'évaluer le champ électrique appliqué à la gaine d'un câble enterré, ainsi que les tensions de pas et de toucher à proximité de la structure mise à la terre.

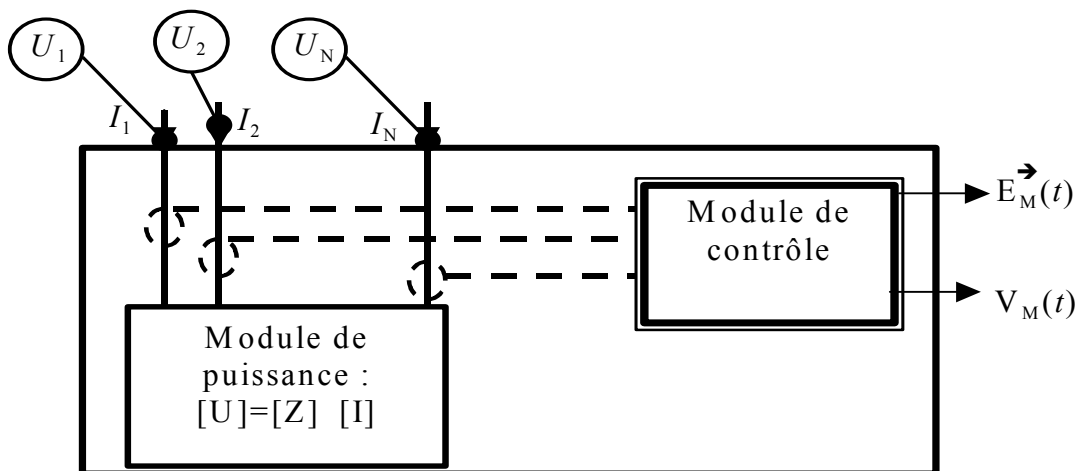


Figure I-16 : Modèle de mise à la terre à développer.

Les blocs de puissance et d'exploitation seront définis sous EMTP-RV en s'appuyant sur le modèle présenté dans la littérature qui nous semblera le mieux adapté à notre étude de transitoires liés à la foudre. Nous présenterons donc dans le chapitre suivant les différentes approches disponibles pour modéliser un système de mise à la terre. Nous nous intéresserons en particulier à leurs qualités et leurs limites, afin de choisir celui qui est le plus rigoureux pour les hautes fréquences.

3.3 MODELE DE MISE A LA TERRE POUR L'ETUDE DE TRANSITOIRES

La nécessité de disposer d'outils de simulation du comportement des systèmes de mise à la terre valides en haute fréquence, notamment pour l'étude des phénomènes de foudre, a débouché sur le développement de plusieurs types de modèles. La référence [39] présente une synthèse sur le sujet. Ces modèles sont souvent classés en trois groupes, selon leur origine:

- les modèles issus de la théorie des circuits ;
- les modèles issus de la théorie des lignes ;
- les modèles issus de la théorie des antennes, ou modèles électromagnétiques.

3.3.1 Modèles issus de la théorie des circuits

[40]- [43]

Pour ces modèles, le principe est de diviser le système de mise à la terre en plusieurs éléments de longueur finie, et de modéliser chacun de ces éléments par un circuit électrique équivalent. Certains travaux permettent la prise en compte des couplages entre chaque élément.

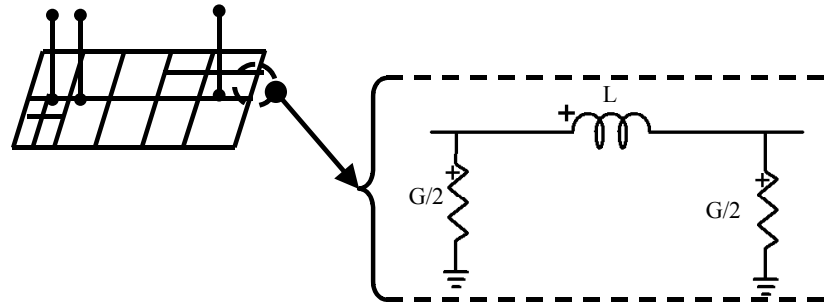


Figure I-17 : Représentation d'un élément de la grille de mise à la terre d'après [42].

Les paramètres électriques des circuits équivalents (résistances, conductances, inductances, capacités) ainsi que leur couplage, sont calculés à partir de relations empiriques qui dépendent du niveau de raffinement choisi (prise en compte de la non homogénéité du sol, prise en compte de l'ionisation ...).

Les lois de Kirchhoff sont ensuite appliquées pour le calcul des courants et des tensions aux nœuds.

L'approche 'théorie des circuits' est la plus simple et la plus facile à mettre en œuvre, notamment puisque l'analogie avec des circuits électriques permet une intégration aisée aux logiciels tels que EMTP. De plus, ces modèles permettent la prise en compte des phénomènes non linéaires (ionisation et/ou vitrification du sol).

La théorie des circuits n'est néanmoins pas la mieux adaptée à nos besoins. En effet :

- les formules de décomposition ne sont en général valides que pour des configurations de prise de terre simples (grilles, antennes,..) ;
- les phénomènes de propagation sur chaque élément sont négligés : on se trouve dans le cas d'une approximation quasi statique, ce qui n'est pas nécessairement rigoureux en haute fréquence pour des systèmes étendus.

3.3.2 Modèles issus de la théorie des lignes

[18] [44]

Cette approche consiste à considérer le système de mise à la terre comme une ligne, ou un ensemble de lignes.

Il est important de noter que même si le terme 'théorie des lignes' est beaucoup employé pour désigner ce type de modélisation des prises de terre, il n'est pas sans ambiguïté. Ainsi, il faut souligner le fait que les conditions sur lesquelles est fondée la 'théorie des lignes' (cf. partie 3.2.3a) de ce chapitre) ne s'appliquent généralement pas pour un système de mise à la terre. Par exemple, l'hypothèse TEM n'est pas valable dans le cas d'un conducteur directement en contact avec le sol (absence d'un diélectrique). Dans la plupart des cas, le

terme « modèle issu de la théorie des lignes » désigne plutôt un modèle qui synthétise numériquement un système de mise à la terre comme un ensemble de lignes équivalentes.

Sunde est le premier à avoir proposé en [18] de modéliser un conducteur enterré par une ligne, comme le présente la Figure I-18 pour un conducteur enterré de longueur L_g .

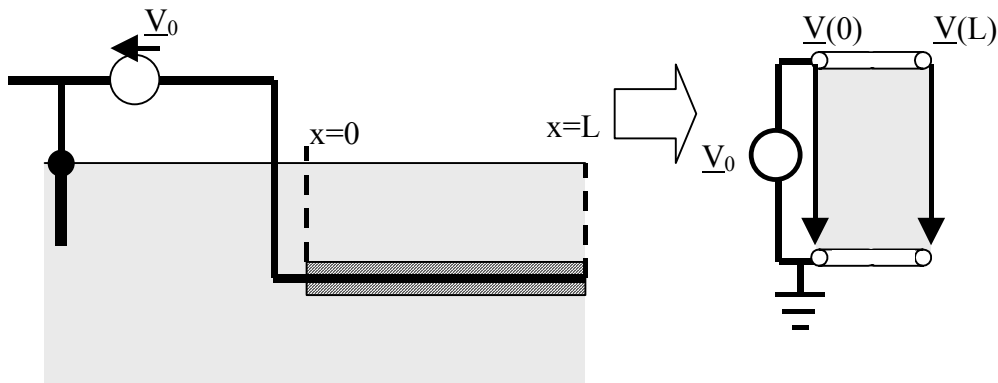


Figure I-18 : Représentation d'une mise à la terre longiligne par une ligne d'après [18].

Les paramètres de ligne(s) (R' , L' , C et G ' dans (I-10)) sont calculés soit à partir de formules analytiques, comme c'est le cas en [18], soit à partir de calculs par éléments finis [45].

Notons qu'initialement, cette approche était utilisée pour modéliser le comportement transitoire des contrepoids enterrés.

Les modèles de systèmes de mise à la terre issus de la théorie des lignes sont plus rigoureux que ceux issus de la théorie des circuits, notamment en haute fréquence car ils prennent en compte les phénomènes de propagation. De plus, pour des mises à la terre assez simples, ils sont facilement exploitables dans les logiciels de calcul de transitoires sur les réseaux, qui sont à même de modéliser des lignes. Enfin, certains de ces modèles prennent en compte les phénomènes non linéaires dans le sol (ionisation, qui se traduit par une modification de la matrice R' [45]).

Cette approche n'est pas la mieux adaptée à une structure complexe, pour laquelle le nombre de lignes devient important et les paramètres R' , L' , C ' et G ' deviennent difficiles à évaluer sans passer par une modélisation par éléments finis. On préférera alors les modèles de type électromagnétique, qui sont les plus rigoureux au niveau théorique.

3.3.3 Modèles électromagnétiques

[1]-[56]

On appelle ici 'modèles électromagnétiques' les modèles directement basés sur les expressions rigoureuses de l'électromagnétisme dans le sol (équations de Maxwell). Ces expressions sont résolues soit par la méthode des moments [1], soit par éléments finis [47][48]. De part la rigueur des expressions sur lesquelles ils sont basés, les modèles électromagnétiques sont ceux qui correspondent le mieux à la réalité, principalement en haute fréquence pour des configurations de prises de terre complexes.

Le principal défaut de ces modèles provient de la complexité des algorithmes à développer et du temps de calcul nécessaire lors de la simulation.

Le premier modèle électromagnétique des systèmes de mise à la terre a été présenté en [1]. Les équations de Maxwell sont discrétisées pour une fréquence donnée en segmentant la prise de terre (méthode des moments) afin de calculer la distribution du courant sur les conducteurs de mise à la terre, la matrice impédance $[Z]$ dans (I-8), et le champ électromagnétique créé en chaque point du sol. Il s'agit du modèle que nous utiliserons, et il sera détaillé au chapitre II.

La méthode des éléments finis peut être utilisée comme alternative à la méthode de moments pour calculer la matrice impédance $[Z]$ d'un système de mise à la terre [47][48]. Cette seconde approche, qui consiste à mailler tout le milieu en N_v petits volumes (tétraèdres sur la Figure I-19), permet la modélisation de formes quelconques (y compris les formes qui sont difficilement divisibles en éléments filaires), et de phénomènes non linéaires dans le sol (ionisation). Une modélisation par élément fini est néanmoins une tâche longue et complexe (quel maillage réaliser, ou prendre le 0V, ... ?).

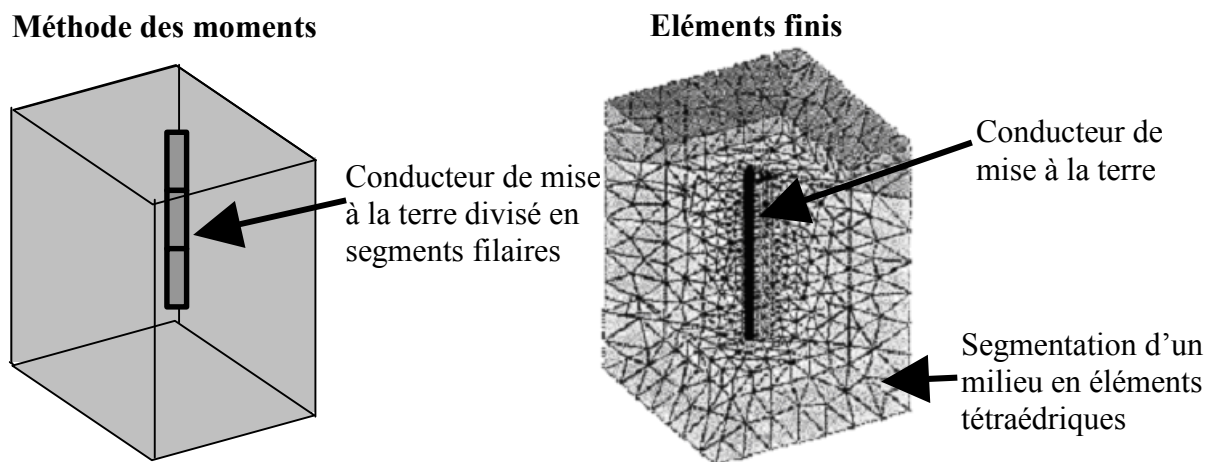


Figure I-19 : Méthode des moments et éléments finis pour un piquet.

Comme nous l'avons vu au chapitre 1, les systèmes de mise à la terre que nous considérons peuvent être étendus et de forme complexe, et peuvent être segmentés en éléments filaires. Le modèle électromagnétique reposant sur l'application de la méthode des moments présenté en [1] sera donc le mieux adapté à nos études.

4 CONCLUSION

Nous avons présenté les configurations classiques utilisées pour mettre à la terre les pylônes du réseau de transport d'électricité ainsi que les postes de transformation.

Parmi les paramètres qui influencent le comportement de ces systèmes de mise à la terre, nous avons isolé :

- la nature du milieu dans lequel ils sont plongés : il s'agit de la structure et des caractéristiques électriques du sol, mais aussi des fondations. En effet, même si le rôle de ces fondations est souvent négligé dans la littérature, une étude bibliographique nous a montré que le béton est le plus souvent meilleur conducteur que le sol environnant.
- la forme du courant : nous avons en particulier rappelé que les systèmes de mise à la terre ne réagissent pas de la même façon à un courant de défaut 50 Hz qu'à un courant de foudre. Dans le second cas les amplitudes et fréquences mises en jeu pour le courant sont beaucoup plus élevés ce qui rend obsolète la notion de $R_{50\text{Hz}}$.

EMTP-RV est un outil de simulation largement utilisé pour le calcul des transitoires sur les réseaux électriques. Nous avons brièvement rappelé le fonctionnement de ce logiciel, qui permet de calculer à chaque pas de temps les tensions et courants au niveau des nœuds du réseau. Le développement succinct des modèles de lignes nous a permis de préciser la nature des approximations TEM et quasi-statiques utilisées. Nous élaborerons dans la suite un modèle des systèmes de mises à la terre le plus rigoureux possible pour les études de transitoires de foudre. Nous avons pour cela choisi de nous appuyer sur l'approche électromagnétique présentée par Grcev et Dawalibi en [1].

Nous montrerons dans le chapitre suivant comment obtenir une représentation fréquentielle du réseau de terre dans l'optique de le modéliser sous EMTP-RV.

Chapitre II

Comportement fréquentiel des systèmes de mise à la terre

Dans le chapitre précédent, nous avons formulé le besoin d'un modèle permettant de représenter sous EMTP-RV le comportement d'un système de mise à la terre écoulant un courant de foudre et de calculer le champ électrique et le potentiel scalaire créés dans le sol environnant.

Parmi les différents types de modèles de systèmes de mise à la terre, nous avons choisi de nous appuyer pour notre travail sur le modèle électromagnétique présenté par Grcev et Dawalibi en [1]. Cette approche se plaçant dans le domaine fréquentiel, nous allons donc l'exploiter afin de construire une représentation du système de mise à la terre sur un domaine fréquentiel qui englobe les transitoires de foudre. Nous utiliserons pour cela une matrice impédance ainsi que des fonctions de transfert pour le calcul du champ et du potentiel en un point du sol.

Afin de bien identifier les limites d'application de la méthode que nous proposons, il nous faudra détailler les principes théoriques du modèle électromagnétique et valider celui-ci pour les applications qui nous intéressent.

Nous pourrions alors calculer la réponse fréquentielle des prises de terre de pylônes utilisées classiquement en France, ainsi que l'influence du rajout d'antennes longues, parfois utilisées lorsque le sol a une résistivité électrique élevée.

La représentation fréquentielle du système de mise à la terre que nous cherchons à obtenir dans ce chapitre nous servira de base pour proposer dans la suite le modèle intégrable à EMTP-RV.

1 PRESENTATION ET METHODOLOGIE

Nous proposons ici de représenter dans le domaine fréquentiel un système de mise à la terre possédant plusieurs points de connexion avec le réseau de transport, par un ensemble de fonctions de transfert ainsi qu'une matrice impédance.

Nous allons alors montrer comment le modèle électromagnétique peut être utilisé pour déterminer pour une fréquence donnée la valeur de ces fonctions de transfert et des termes de la matrice impédance.

1.1 GRANDEURS A DETERMINER

Reprenons l'exemple d'un réseau de transport relié à un système de mise à la terre en N points. Sur la Figure II-1, I_n est le courant qui est injecté par le réseau de transport au point de connexion n ($1 \leq n \leq N$) alors que U_n est le potentiel électrique scalaire de ce même point.

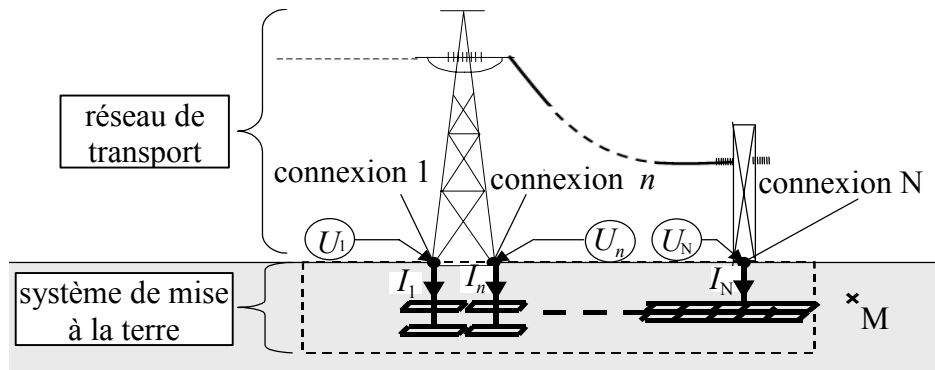


Figure II-1: Système de mise à la terre avec plusieurs points de connexion.

En considérant que le système de mise à la terre a une réponse linéaire en courant (ce qui revient à négliger les phénomènes d'ionisation du sol, hypothèse qui est discutée plus loin), on propose de relier l'ensemble des tensions U_1, \dots, U_N à l'ensemble des courants I_1, \dots, I_N (bloc de puissance sur la Figure I-16) par une matrice impédance de la forme (représentation 'nodale', cf. 2.3.2) :

$$\begin{bmatrix} U_1(f) \\ \dots \\ U_n(f) \\ \dots \\ U_N(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{1,1}(f) & \dots & Z_{1,1}(f) & \dots & Z_{1,N}(f) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n,1}(f) & \dots & Z_{n,n}(f) & \dots & Z_{n,N}(f) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{N,1}(f) & \dots & Z_{N,n}(f) & \dots & Z_{N,N}(f) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1(f) \\ \dots \\ I_n(f) \\ \dots \\ I_N(f) \end{bmatrix} \quad (\text{II-1})$$

avec $Z_{n,m}(f)$ l'impédance entre les points de connexion n et m pour la fréquence f .

Le champ électrique \vec{E}_M (décomposé en composantes E_{xM} , E_{yM} et E_{zM}) ainsi que le potentiel scalaire V_M créés par le système de mise à la terre en un point M du sol seront également calculés à partir des courants I_n ($1 \leq n \leq N$) (bloc de contrôle sur la Figure I-16). On considère pour cela que ces grandeurs peuvent être exprimées comme la somme des champs

\vec{E}_M et potentiels scalaires V_{M-n} dus à la contribution de chaque courant I_n (théorème de superposition):

$$\begin{aligned} E_{x_M} &= E_{x_{M-1}}(I_1) + E_{x_{M-2}}(I_2) + \dots + E_{x_{M-N}}(I_N) \\ E_{y_M} &= E_{y_{M-1}}(I_1) + E_{y_{M-2}}(I_2) + \dots + E_{y_{M-N}}(I_N) \end{aligned} \quad (II-2)$$

$$\begin{aligned} E_{z_M} &= E_{z_{M-1}}(I_1) + E_{z_{M-2}}(I_2) + \dots + E_{z_{M-N}}(I_N) \\ V_M &= V_{M-1}(I_1) + V_{M-2}(I_2) + \dots + V_{M-N}(I_N) \end{aligned} \quad (II-3)$$

On admet que les fonctions $E_{x_{M-n}}(I_n)$, $E_{y_{M-n}}(I_n)$, $E_{z_{M-n}}(I_n)$ et $V_{M-n}(I_n)$ sont linéaires, on pourra donc définir des fonctions de transfert $T_{V-M,n}$, $T_{E_{x-M},n}$, $T_{E_{y-M},n}$ et $T_{E_{z-M},n}$ telles que, à chaque fréquence f :

$$\begin{bmatrix} E_{x_M}(f) \\ E_{y_M}(f) \\ E_{z_M}(f) \\ V_M(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{E_{x-M},1}(f) & T_{E_{x-M},n}(f) & T_{E_{x-M},N}(f) \\ T_{E_{y-M},1}(f) & \dots & T_{E_{y-M},n}(f) & \dots & T_{E_{y-M},N}(f) \\ T_{E_{z-M},1}(f) & T_{E_{z-M},n}(f) & T_{E_{z-M},N}(f) \\ T_{V-M,1}(f) & \dots & T_{V-M,n}(f) & \dots & T_{V-M,N}(f) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1(f) \\ \dots \\ I_n(f) \\ \dots \\ I_N(f) \end{bmatrix} \quad (II-4)$$

Le modèle électromagnétique sera utilisé afin de calculer, pour différentes fréquences f , l'ensemble des impédances $Z_{n,m}(f)$ ainsi que les fonctions $T_{E_{x-M},n}(f)$, $T_{E_{y-M},n}(f)$, $T_{E_{z-M},n}(f)$ et $T_{V-M,n}(f)$ pour un point M.

1.2 MISE EN ŒUVRE DU MODELE ELECTROMAGNETIQUE CHOISI

Le modèle électromagnétique que nous utilisons (logiciel TRAGYS, [49] et annexe 4) nous permet de calculer, pour un réseau de terre excité uniquement en un point de connexion n ($1 \leq n \leq N$) par une source de courant sinusoïdale de fréquence f et d'amplitude \hat{I}_s choisies (cf. Figure II-2):

- la distribution du courant longitudinal I_l dans l'ensemble du système de mise à la terre;
- le champ électromagnétique \vec{E}_M créé par la prise de terre en tout point M du sol (E_{x_M} , E_{y_M} , E_{z_M});
- le potentiel électrique scalaire créé par les charges électriques présentes dans la prise de terre, en tout point du sol V_M et sur les conducteurs, en particulier aux points de connexion : U_m ($1 \leq m \leq N$).

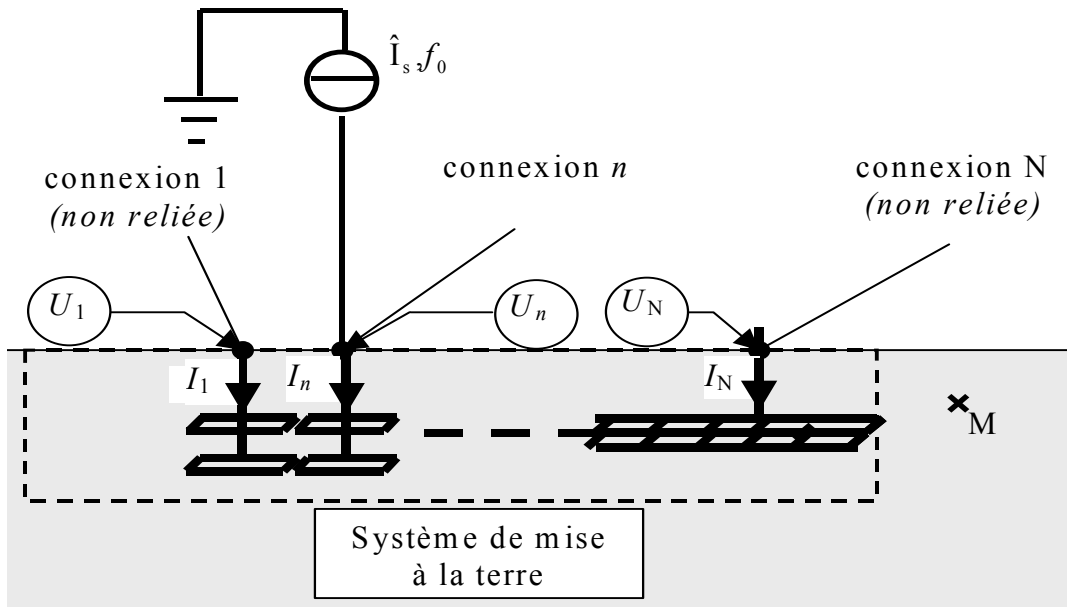


Figure II-2: Système de mise à la terre avec un point de connexion excité.

Notre démarche consiste alors à construire les systèmes (II-1) et (II-4) en calculant :

$$Z_{m,n}(f) = \frac{U_m}{I_n} \quad (\text{II-5})$$

$$T_{\text{Ex-M},n}(f) = \frac{E_{xM}}{I_n} ; T_{\text{Ey-M},n}(f) = \frac{E_{yM}}{I_n} ; T_{\text{Ez-M},n}(f) = \frac{E_{zM}}{I_n} \quad (\text{II-6})$$

$$T_{\text{V-M},n}(f) = \frac{V_M}{I_n} \quad (\text{II-7})$$

(avec $I_n = \hat{I}_s$ et $I_k = 0$ si $k \neq n$, cf. Figure II-2).

Le paragraphe suivant va présenter les éléments théoriques du modèle électromagnétique choisi, sur lequel repose le logiciel TRAGSYS.

2 DEVELOPPEMENT THEORIQUE DU MODELE ELECTROMAGNETIQUE

Nous avons vu que pour caractériser le comportement d'un système de mise à la terre en fréquentiel, nous aurons recours au modèle électromagnétique, et plus précisément au logiciel TRAGSYS. Il nous a semblé important de donner ici des détails sur les bases théoriques de ce modèle, afin d'identifier les limites de l'approche proposée. Ces informations proviennent de recherches bibliographiques effectuées en particulier dans le domaine des antennes.

2.1 HYPOTHESES

Plusieurs hypothèses fondamentales sont à la base du modèle électromagnétique que nous étudions :

- 1) La prise de terre est excitée par une **source de courant idéale**.
- 2) Le **sol est homogène**.
- 3) Les différents **milieux** ainsi que les conducteurs présentent des caractéristiques électriques linéaires, isotropes et invariantes avec la fréquence.
- 4) La prise de terre doit pouvoir être considérée comme un ensemble de cylindres droits d'orientation diverse et connectés entre eux ou non. Adams [58] précise que ces ensembles, que nous nommerons dans la suite 'segments', doivent respecter les conditions d'application de l'**approximation des fils minces**, c'est-à-dire que leur longueur doit être grande devant leur rayon et que leur rayon doit lui-même être petit devant la longueur d'onde.

Remarque : On parle souvent pour ce type de modèle de « théorie des antennes », par opposition à la « théorie des lignes » dont nous avons présenté les hypothèses de base en partie 3.2.3 du chapitre I.

2.1.1 Excitation par une source de courant idéale

Cette hypothèse implique que l'illumination de la prise de terre par les champs électromagnétiques extérieurs n'est pas considérée. Cela revient à négliger en particulier :

- les couplages entre la prise de terre et les éléments extérieurs comme le pylône ;
- l'impulsion électromagnétique créée par le canal de foudre lui-même (LEMP: Lightning Electromagnetic Pulses [59]).

2.1.2 Homogénéité du sol

Nous avons vu au Chapitre I qu'en pratique, les sols sont loin d'être homogènes, et que même s'ils le sont, la présence des fondations modifie localement les propriétés électriques du milieu dans lequel se trouvent les prises de terre.

Certains modèles électromagnétiques permettent de définir un sol à deux couches [60][61], et il est courant de les associer à des méthodes qui permettent de ramener un sol réel à un sol équivalent à deux couches [62][63].

Le logiciel que nous utiliserons (TRAGSYS) se contente de considérer un sol homogène. Nous jugeons que cela n'est pas trop dommageable pour nos études en remarquant:

- qu'il est en pratique souvent difficile de déterminer les propriétés électriques et la géométrie de chaque constituant du sol ;
- que l'on peut considérer que le béton des fondations a les mêmes propriétés électriques que le sol. Nous avons vu en chapitre 1 que c'est un compromis conservateur, au vu de la nature hygroscopique du béton.

Cette hypothèse nous limitera tout de même aux cas qui ne sont pas trop éloignés d'un sol homogène.

2.1.3 Caractéristiques électriques du sol constantes

On admet que les caractéristiques électriques du sol (permittivité ϵ , perméabilité μ et résistivité ρ) sont constantes et indépendantes de la fréquence et de l'amplitude des courants électriques mis en jeu.

Nous avons vu au chapitre I qu'en réalité, il y a apparition de phénomènes non linéaires liés à l'ionisation du sol pour des densités de courant élevées. Quelques solutions ont été proposées dans la littérature pour intégrer ces phénomènes aux modèles de système de mise à la terre fonctionnant dans le domaine temporel (de type 'théorie des circuits' ou 'théorie des lignes', cf. I.3.3). Certaines approches sont simples et consistent simplement à élargir virtuellement le diamètre des conducteurs lorsque la densité de courant dépasse un certain seuil, alors que d'autres permettent jusqu'à la modélisation d'une ionisation résiduelle [45].

Le modèle électromagnétique évolue en fréquentiel et est par conséquent mal adapté à la prise en compte des phénomènes non linéaires, aucune solution n'a été proposée pour tenir compte des phénomènes d'ionisation. Ce défaut ne nuit pas trop aux performances du modèle électromagnétique si on considère que :

- il y a ionisation à partir d'un champ électrique seuil (de l'ordre de 400kV/m, cf. I.1.3.3) qui est rarement atteint (on pourra le vérifier lors des simulations) ;
- l'ionisation a souvent une influence positive sur le comportement de la prise de terre (baisse locale de la résistivité du sol, si on exclut la probabilité d'une vitrification) et la négliger est donc une hypothèse conservatrice dans la majorité des cas.

2.1.4 Approximation des fils minces

L'approximation des fils minces consiste à modéliser un conducteur filaire par un fil sur son axe parcouru par un courant équivalent, afin de s'affranchir de l'intégration sur le

périmètre du conducteur lors des calculs de champs. Cette approximation est basée sur les deux hypothèses suivantes.

- 1) On considère que le courant dans le conducteur est axial. Ceci est vrai si le rayon du segment est petit devant la longueur d'onde. Le vecteur densité de courant est parallèle à l'axe.
- 2) On suppose que le vecteur densité de courant \vec{J} est constant sur une section transversale du conducteur. On peut alors réduire la géométrie de la structure à un fil sur son axe, parcouru par un courant équivalent.

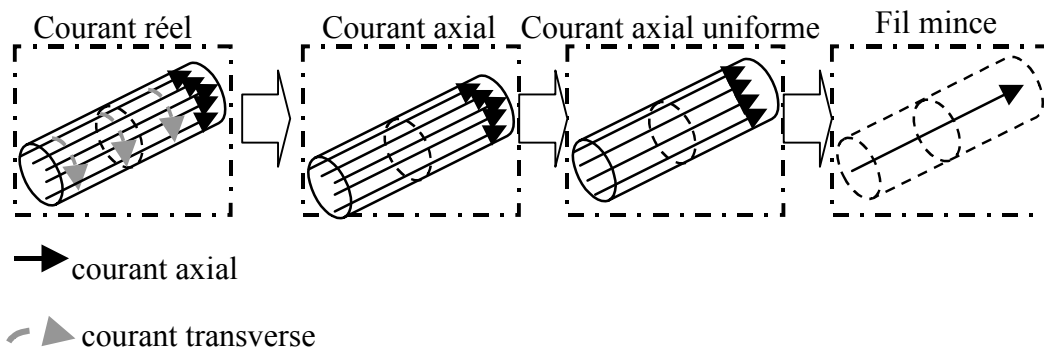


Figure II-3 : Approximation des fils minces.

Ces hypothèses sont valides uniquement si le diamètre du fil est petit devant le chemin parcouru par l'onde électromagnétique durant le temps de montée du champ incident, ce que [64] a traduit par l'inégalité suivante : $(c\tau_m/a) \geq 3$, avec τ_m le temps de montée de l'onde incidente, c la vitesse de la lumière et a le rayon du fil. Dans le cas d'un fil dans le vide proche du sol, la référence [65] discute de l'erreur due à l'approximation des fils minces.

On peut raisonnablement considérer que les configurations de mise à la terre présentées au Chapitre 1 peuvent être décomposées en éléments filaires soumis à l'approximation des fils minces.

2.2 ORIGINE ET PRINCIPE GENERAL DU MODELE

S'inspirant des travaux effectués en théorie des antennes, Grcev et Dawalibi proposent en 1990 le modèle électromagnétique des systèmes de mise à la terre que nous utiliserons [1] : ils assimilent les prises de terre à des antennes enterrées et ils emploient la méthode des moments pour résoudre les équations de Maxwell.

Les spécialistes des Antennes s'intéressent en effet depuis longtemps au comportement électromagnétique d'une structure filaire située proche du sol [58][66][67]. Une approche classique consiste à :

- 1) **Exprimer le champ électrique en surface du conducteur** en fonction du courant longitudinal qui y circule (expression du champ électrique dans le vide en présence d'un sol parfaitement conducteur) ;

- 2) **Résoudre l'équation intégrale obtenue grâce à la méthode des moments**, proposée en 1968 par Harrington [68], pour déterminer la distribution du courant sur le conducteur d'antenne, le potentiel et le champ électromagnétique en tout point du milieu (diagramme de rayonnement de l'antenne).

A partir des modèles théoriques issus de ces travaux, plusieurs logiciels d'aide au dimensionnement des antennes ont été proposés (ASAP[67], NEC [69],...). De plus, devant le développement des antennes intégrées et la nécessité de disposer d'un modèle capable de prendre en compte un média à plusieurs couches de conductivité finie, plusieurs améliorations ont été apportées [70].

Comme le montre la Figure II-4, les différences principales entre une antenne et une prise de terre sont la position dans l'espace et la nature de la source qui excite le conducteur :

- Position dans l'espace : les antennes sont habituellement situées en surface, alors que les prises de terre sont enterrées. Si on considère un sol homogène, la prise de terre se situera donc dans le plan 'conducteur' de l'espace semi-infini alors que l'antenne est dans le vide.

- Excitation : dans le cas des antennes émettrices, l'excitation est présentée sous forme d'une source de tension série : on force la différence de potentiel aux bornes d'une partie de l'antenne. Dans le cas des systèmes de mise à la terre, l'ensemble sol/conducteur est à un potentiel électrique 'flottant' par rapport au 0V de référence et, comme nous allons le voir, il est nécessaire de considérer une excitation en courant.

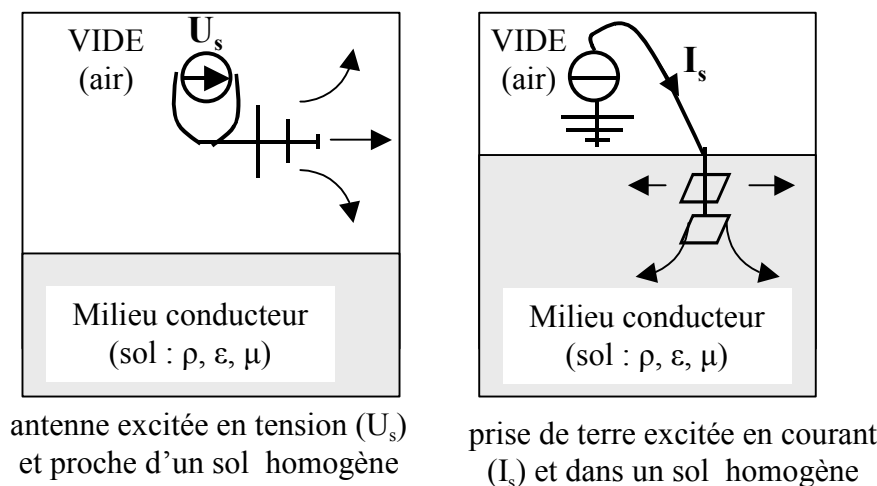


Figure II-4 : Prise de terre assimilée à une antenne proche du sol.

Grcev et Dawalib ont alors adapté le modèle d'antennes au cas des systèmes de mise à la terre en modifiant le type de source et en considérant non plus le champ électrique créé dans le vide, mais dans le sol. Suite à ces travaux, de nombreuses publications ont présenté des améliorations et variations par rapport au modèle original [48][60][71]. De plus, plusieurs logiciels ont été développés, parmi lesquels nous citerons Multifield (Dawalibi, [61]), ainsi que TRAGSYS (Grcev, [57]) - que nous utiliserons ici - .

Comme c'est le cas pour les antennes, le modèle utilisé dans TRAGSYS part de l'expression du champ électrique dans le milieu avant de résoudre les équations obtenues par la méthode des moments.

2.3 EXPRESSION DU CHAMP ELECTRIQUE

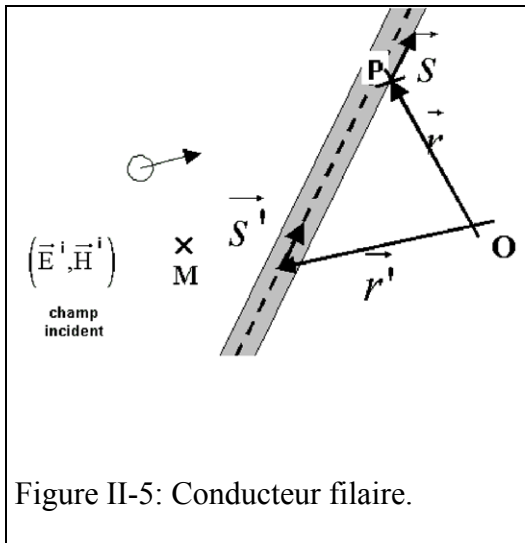
[1][49]

Nous considérons un système de mise à la terre composé d'un fil mince de forme quelconque, illuminé par un champ électromagnétique incident (\vec{E}^i, \vec{H}^i) . La Figure II-5 présente le repère de coordonnées choisi.

Nous admettrons que le courant dans le conducteur est axial, donc porté par le vecteur \vec{s}' (approximation des fils minces).

Nous chercherons à obtenir une relation entre le champ électrique appliqué en surface du conducteur $E^i \cdot \vec{s}$ et le courant longitudinal $I_l \cdot \vec{s}'$. Nous étudierons successivement, du plus simple au plus compliqué, les cas suivants:

- le conducteur filaire est un conducteur parfait (conductivité infinie) et il est plongé dans l'espace libre ;
- le conducteur filaire n'est pas parfait et il est plongé dans l'espace libre ;
- le conducteur n'est pas parfait et il est enterré dans un sol homogène.



Nous avons noté:

M: point situé dans l'espace ;

P: point situé sur la surface du conducteur ;

\vec{s} : vecteur unité tangent à la surface du segment.

\vec{s}' : vecteur unité le long de l'axe du conducteur;

\vec{r}' : position d'un point sur l'axe du conducteur;

\vec{r} : position d'un point en surface du conducteur;

2.3.1 Conducteur parfait dans un milieu homogène

Soit une onde électromagnétique incidente $(\vec{E}^i(t), \vec{H}^i(t))$ illuminant le conducteur. Cette onde va induire dans celui-ci un courant, qui lui-même est à l'origine d'un champ électromagnétique diffracté $(\vec{E}^d(t), \vec{H}^d(t))$. Le champ électromagnétique total en un point M peut alors être présenté comme la somme du champ incident et du champ diffracté :

$$\vec{E}_M(t) = \vec{E}_M^d(t) + \vec{E}_M^i(t) \quad (\text{II-8})$$

avec t la variable temps.

En admettant que les propriétés électriques du milieu sont linéaires, on peut raisonner dans le domaine fréquentiel :

$$\vec{E}_M(f) = \vec{E}_M^d(f) + \vec{E}_M^i(f) \quad (\text{II-9})$$

avec f la fréquence de l'onde électromagnétique, qui ne sera plus écrite dans la suite pour alléger les notations.

Le champ électrique diffracté par le fil parcouru par le courant $I_l(r')$ et de charge surfacique $\sigma_l(r')$ en un point M, \vec{E}_M^d , peut être écrit en fonction du potentiel électrique scalaire Φ_M et du vecteur magnétique \vec{A}_M créé par la circulation du courant $I_l(\vec{r}')$:

$$\vec{E}_M^d = -\text{grad}(\Phi_M) - j\omega \cdot \vec{A}_M \quad (\text{II-10})$$

avec $\omega = 2\pi f$.

On aura en particulier si le point se situe sur la surface du fil (point P, repéré dans le plan par le vecteur \vec{s}) :

$$E_P^d \cdot \vec{s} = -(\text{grad}(\Phi(r)) + j\omega \cdot \vec{A}(r)) \quad (\text{II-11})$$

Le potentiel vecteur $\vec{A}(r)$ et le potentiel scalaire $\Phi(r)$ sont développés sous la forme de potentiels retardés:

$$\vec{A}(r) = \frac{\mu_1}{4\pi} \int_{L_{\text{tot}}} I_l(r') \cdot \vec{s}' \cdot g_1(r, r') dr' \quad (\text{II-12})$$

$$\Phi(r) = \frac{1}{4\pi \underline{\epsilon}_1} \int_{L_{\text{tot}}} \sigma_l(r') \cdot g_1(r, r') dr' \quad (\text{II-13})$$

L'intégrale est prise sur la longueur totale du conducteur L_{tot} , et $g_1(r, r')$ est la fonction de Green pour un milieu homogène :

$$g_1(r, r') = \frac{1}{|r - r'|} \cdot \exp(-\gamma_1 \cdot |r - r'|) \quad (\text{II-14})$$

où $\gamma_1^2 = -\omega^2 \cdot \mu_1 \cdot \underline{\epsilon}_1$, avec σ_1, μ_1 et ϵ_1 respectivement la conductivité (S/m), la perméabilité

(H/m) et la permittivité (F/m) du milieu et $\underline{\epsilon}_1 = \epsilon_1 + \frac{\sigma_1}{j\omega}$ la permittivité complexe du milieu.

Les conditions aux limites imposent les relations suivantes pour le point P situé à la surface d'un conducteur parfait :

$$\begin{aligned}\vec{s} \cdot \vec{E}_p &= 0 \\ \vec{s} \wedge \vec{H}_p &= \vec{0}\end{aligned}\quad (\text{II-15})$$

En reportant dans (II-8):

$$\vec{s} \cdot \vec{E}_p = \vec{s} \cdot (\vec{E}_p^i + \vec{E}_p^d) = \vec{0} \quad (\text{II-16})$$

$$\vec{s} \cdot \vec{E}_p^i = -\vec{s} \cdot \vec{E}_p^d \quad (\text{II-17})$$

Ces relations nous permettent de relier le champ appliqué au champ diffracté. On a donc l'ensemble des équations :

$$\begin{aligned}\vec{E}_p^i \cdot \vec{s} &= -\vec{E}_p^d \cdot \vec{s} = -(-\text{grad}\Phi(r) - j\omega \cdot \vec{A}(r)) \cdot \vec{s} \\ A(r) &= \frac{\mu_1}{4\pi} \int_{L_{\text{TOT}}} I_l(r') \cdot \vec{s}' \cdot g_1(r, r') dr'\end{aligned}\quad (\text{II-18})$$

$$\Phi(r) = \frac{1}{4\pi \epsilon_1} \int_{L_{\text{TOT}}} \sigma_l(r') \cdot g_1(r, r') dr'$$

On peut de plus développer à partir des équations de continuité :

$$\sigma_l(r) = -\frac{1}{j\omega} \frac{\partial}{\partial r} \cdot (\vec{s}' \cdot I_l(r)) \quad (\text{II-19})$$

L'expression du champ électrique diffracté devient alors:

$$\vec{E}_p^i \cdot \vec{s} = \frac{j\omega\mu_1}{4\pi} \int_{L_{\text{TOT}}} (I_l(r') \cdot \vec{s}' \cdot g_1(r, r')) \cdot dr' + \frac{1}{4\pi\epsilon_1} \cdot \text{grad} \left(\int_{L_{\text{TOT}}} (\sigma_l(r') \cdot g_1(r, r')) \right) \cdot dr' \quad (\text{II-20})$$

L'équation (II-20) est une équation intégrale du courant et est nommée 'Equation de Pocklington'. En posant ∇ l'opérateur dérivée spatiale, elle est souvent écrite dans la littérature [72] :

$$\vec{E}_p^i \cdot \vec{s} = -\frac{1}{4\pi j\omega\epsilon_1} \cdot \left[(\nabla\nabla - \gamma_1^2) \left(\int_{L_{\text{TOT}}} I_l(r') \cdot \vec{s}' \cdot g_1(r, r') \cdot dr' \right) \right] \quad (\text{II-21})$$

Dans cette expression du champ électrique à la surface du conducteur, le premier terme est dû à la distribution de charges et le second au courant longitudinal.

La référence [1] montre que (II-21) peut également être formulée :

$$\vec{E}_p^i \cdot \vec{s} = \frac{-j\omega\mu_1}{4\pi} \cdot \int_{L_{\text{TOT}}} I_l(r') \cdot G_1(r, r') \cdot dr' \quad (\text{II-22})$$

où $G_1(r, r')$ est la fonction dyadique de Green pour un milieu homogène et s'exprime :

$$G_1(r, r') = \left[\frac{1}{\gamma_1^2} (\vec{s}' \cdot \nabla) \cdot (\vec{s}' \cdot \nabla) - \vec{s} \cdot \vec{s}' \right] \cdot g_1(r, r') \quad (\text{II-23})$$

2.3.2 Conducteur avec pertes dans un milieu homogène

Si on considère la présence de pertes dans le conducteur, il faut tenir compte dans les conditions aux limites (II-15) d'un champ électrique dû à l'impédance de surface d'un segment, notée Z_s :

$$(\vec{E}_p^i + \vec{E}_p^d) \cdot \vec{s} = I_l(r) \cdot Z_s \quad (\text{II-24})$$

Si σ_2 et ϵ_2 représentent respectivement la conductivité (S/m) et la permittivité (H/m) du conducteur et 'a' le rayon du segment alors Z_s est donnée par l'expression [49] :

$$Z_s = \frac{\lambda_2}{2\pi a(\sigma_2 + j\omega\epsilon_2)} \cdot \frac{J_0(\lambda_2 a)}{J_1(\lambda_2 a)} \quad (\text{II-25})$$

avec : $\lambda_2 = \omega^2 \cdot (\mu_2 \epsilon_2 - \mu_1 \epsilon_1)$ et J_0 et J_1 sont les fonctions de Bessel d'ordre 0 et 1.

L'équation (II-22) devient alors :

$$\vec{E}_p^i \cdot \vec{s} = -I_l(r) \cdot Z_s - \vec{E}_p^d \cdot \vec{s} = -I_l(r) \cdot Z_s - \frac{j\omega\mu_1}{4\pi} \cdot \int_{L_{\text{TOT}}} I_l(r') \cdot G_1(r, r') \cdot dr' \quad (\text{II-26})$$

2.3.3 Conducteur enterré, sol homogène

De nombreuses études théoriques traitent des phénomènes de propagation des ondes électromagnétiques dans le sol. On citera en particulier les travaux de Sunde, qui a proposé en 1968 un ouvrage de référence sur le sujet [18], ainsi que ceux, plus récents, de Dawalibi [73].

a) Expression rigoureuse

Le cas d'un conducteur situé dans un sol homogène est différent car il faut prendre en compte l'interface 'sol/air' dans le développement de l'équation intégrale du courant.

Le comportement des conducteurs plongés dans un demi-espace a fait l'objet de nombreuses études et Sommerfeld a proposé une approche qui fait aujourd'hui l'unanimité. L'idée est de remplacer l'expression de $G_1(r, r')$ dans l'équation intégrale (II-26) par une fonction $G(r, r')$ prenant en compte l'interface 'sol/air'. De la présence de cette interface résultent de nombreuses réflexions du champ électromagnétique, ce qui implique une expression de type intégrale $G(r, r')$ complexe d'emploi si l'on ne fait aucune approximation.

Miller a proposé de décomposer le calcul de $G(r, r')$ de la façon suivante:

$$G(r, r') = G_1(r, r') - G_i(r, r') + G_s(r, r') \quad (\text{II-27})$$

Dans cette expression :

- $G_i(r, r')$ est la fonction qui tient compte de l'image du courant dans le conducteur due à l'interface 'sol/air' ;

- $G_s(r, r')$ est un terme correctif exprimé sous la forme d'une intégrale de Sommerfeld.

Dans la formulation (II-27), le calcul de l'intégrale de Sommerfeld $G_s(r, r')$ est complexe. La majorité des modèles utilise donc une simplification pour la prise en compte des interfaces entre les différents milieux. Il s'agit de la méthode des images.

b) Méthode des images

Considérons 2 milieux séparés par une frontière plane verticale et dont les caractéristiques électriques sont différentes. Un conducteur filaire parcouru par un courant I_l est situé dans le milieu 1, comme présenté en Figure II-6-a.

En appliquant les conditions aux limites sur le champ électrique dans le milieu 1 (composante tangentielle continue), la référence [75] se ramène à un milieu homogène possédant les mêmes caractéristiques que ce milieu 1 et pour lequel toute source de courant dans ce milieu a une image symétrique par rapport à la frontière (cf. Figure II-6-b) et d'amplitude :

$$I_l' = \frac{\underline{\epsilon}_2 - \underline{\epsilon}_1}{\underline{\epsilon}_2 + \underline{\epsilon}_1} I_l \quad (\text{II-28})$$

avec $\underline{\epsilon}_n = \rho_n + j\omega\epsilon_n$ la permittivité complexe du milieu n ($n=1,2$).

Dans notre cas, le milieu 1 est le vide (air), donc $\underline{\epsilon}_1 = \epsilon_0$, soit :

$$I_l' = \frac{\underline{\epsilon}_2 - \epsilon_0}{\underline{\epsilon}_2 + \epsilon_0} I_l \quad (\text{II-29})$$

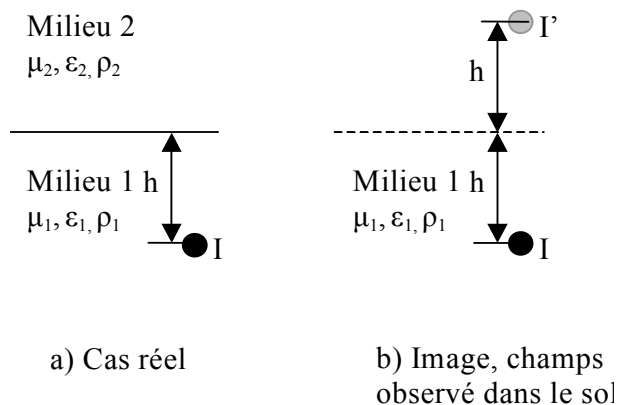


Figure II-6: Méthode des images.

Une représentation graphique de la méthode des images est présentée en référence [74]. On peut montrer que cette méthode revient à négliger le terme $G_s(r, r')$ dans l'expression de la fonction dyadique de Green pour un sol homogène (II-27): $G(r, r') \approx G_1(r, r') - G_i(r, r')$, ce qui n'est strictement rigoureux que pour une fréquence nulle et peut introduire de grandes erreurs en haute fréquence (> qq MHz).

Le modèle qui sera employé (celui de TRAGSYS), considère un sol homogène et traite le problème d'interface air/sol par la méthode des images que nous venons de décrire. La méthode des moments est alors appliquée pour calculer la distribution du courant sur les conducteurs de terre à partir de l'équation (II-26). On présente tout d'abord le formalisme de cette méthode avant de l'appliquer à notre cas.

2.4 DISTRIBUTION DU COURANT DANS LA PRISE DE TERRE

2.4.1 Formalisme de la méthode des moments

La méthode des moments, présentée par Harrington en [68] est un outil mathématique qui permet la résolution d'équations linéaires inhomogènes de type :

$$L(h) = g \quad (\text{II-30})$$

où L est un opérateur linéaire connu et g est l'excitation connue appliquée en entrée du système dont la réponse h est à déterminer.

La méthode de résolution consiste à discrétiser le problème en développant la grandeur inconnue h sur des fonctions de base et en vérifiant que la relation (II-30) est vraie sur un espace défini par des fonctions test.

a) Développement de la grandeur inconnue h sur des fonctions de base

La fonction h est assimilée de façon approximative à un développement \tilde{h} sur une série de N_s fonctions de base F_n telles que :

$$h \approx \tilde{h} = \sum_{n=1}^{N_s} \alpha_n \cdot F_n \quad (\text{II-31})$$

La détermination de h se réduit alors à celle des constantes α_n . La forme des fonctions de base définira la forme de l'approximation \tilde{h} de h. Ces fonctions peuvent être:

- des fonctions définies et non nulles sur un sous-domaine du domaine de définition de L, par exemple des fonctions porte, triangle, polynomiale ...
- des fonctions définies et non nulles sur le domaine de définition entier de L : développement de FOURIER, TCHEBYCHEV, LEGENDRE ou Mac LAURIN.

b) Discrétisation de l'équation linéaire inhomogène

Grâce à la propriété de linéarité de l'opérateur L, l'équation (II-30) peut se mettre sous la forme suivante :

$$\sum_{n=1}^{N_s} \alpha_n \cdot L(F_n) = g \quad (II-32)$$

On choisit un produit intérieur dans le domaine de définition D de l'opérateur L tel que :

$$\langle u, v \rangle = \int_D u(s) \cdot v(s) \cdot ds \quad (II-33)$$

On fixe alors un autre ensemble de fonction, N_s 'fonctions-test' ($\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{N_s}$), auxquelles on applique le produit interne pour transformer (II-32) en:

$$\sum_{n=1}^{N_s} \alpha_n \cdot \langle L(F_n), \omega_m \rangle = \langle g, \omega_m \rangle \quad (II-34)$$

avec $m=1, \dots, N_s$.

On obtient alors le système matriciel :

$$\begin{bmatrix} \langle \omega_1, L(F_1) \rangle & \langle \omega_1, L(F_2) \rangle & \dots & \langle \omega_1, L(F_{N_s}) \rangle \\ \langle \omega_2, L(F_1) \rangle & \dots & \dots & \langle \omega_2, L(F_{N_s}) \rangle \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \langle \omega_{N_s}, L(F_1) \rangle & \langle \omega_{N_s}, L(F_2) \rangle & \dots & \langle \omega_{N_s}, L(F_{N_s}) \rangle \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \dots \\ \alpha_{N_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \omega_1, g \rangle \\ \dots \\ \dots \\ \langle \omega_{N_s}, g \rangle \end{bmatrix} \quad (II-35)$$

où la matrice $[\alpha_1 ; \alpha_2 ; \dots]$ représente les inconnus.

Ce système est de la forme :

$$[L_{mn}] \cdot [\alpha] = [g_m] \quad (II-36)$$

et les inconnus α sont calculées à partir de la relation:

$$[\alpha] = [L_{mn}]^{-1} \cdot [g_m] \quad (II-37)$$

Remarque sur le choix des fonctions-test :

Pour faciliter le calcul des termes $\langle L(f_n), \omega_m \rangle$, la méthode dite du 'Point Matching' peut être utilisée. Elle consiste à prendre comme fonctions-test la distribution de Dirac :

$$\omega_m = \delta_m \quad (II-38)$$

La méthode du Point Matching revient à imposer l'égalité $\tilde{h}=h$ en certains points discrets (pour lesquels la distribution de Dirac n'est pas nulle). C'est cette méthode qui est utilisée dans le modèle électromagnétique de TRAGSYS.

Une autre pratique courante est de choisir les fonctions-test égales aux fonctions de base : $\omega_m = h_m$. On parle alors de ‘méthode de Galerkin’.

2.4.2 Calcul de la distribution du courant sur les conducteurs de terre par la méthode des moments

L’expression du champ électrique dans le sol en fonction du courant dans le système de mise à la terre (II-26) est de la forme (II-30) :

$$\vec{E}_p^i \cdot \vec{s} = L(I_l \cdot \vec{s}') \quad (\text{II-39})$$

où le courant longitudinal I_l est l’inconnu, $\vec{E}_p^i \cdot \vec{s}$ est l’excitation connue et L est l’opérateur linéaire :

$$L(I_l) = -I_l(r) \cdot Z_s - \frac{j\omega\mu}{4\pi} \int_{L_{TOT}} I_l(r') \cdot G_1(r, r') \cdot dr' \quad (\text{II-40})$$

On peut donc appliquer la méthode des moments.

On segmente tout d’abord le système de mise à la terre en N_s éléments filaires comme le présente la Figure II-7 ($1 \leq m, n \leq N_s$).

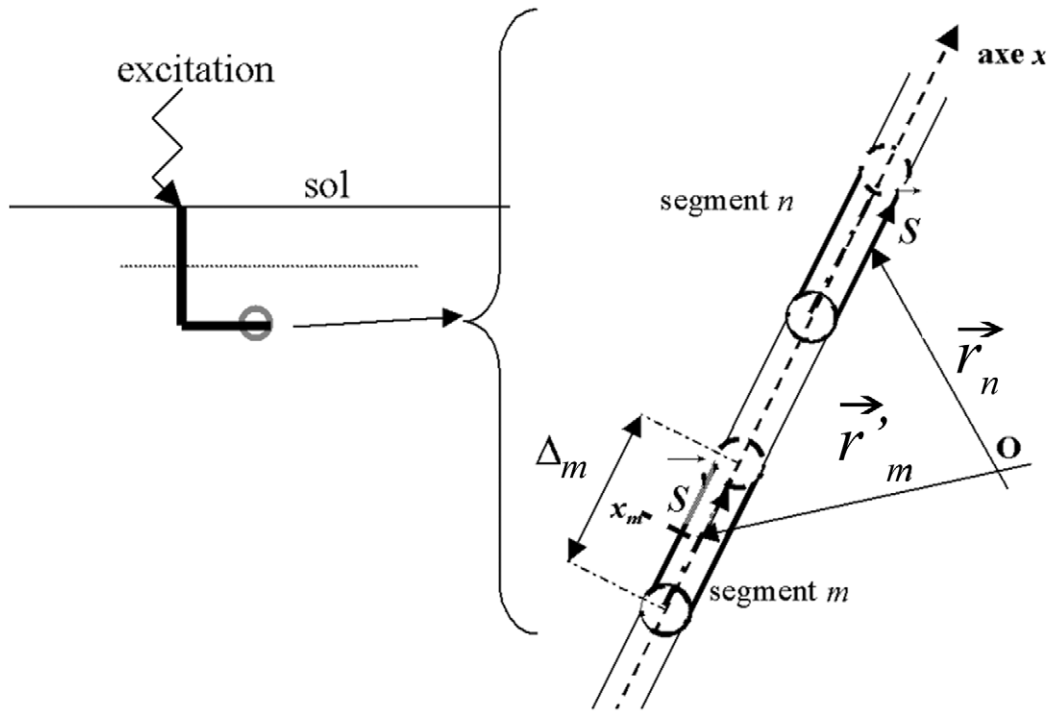


Figure II-7 : Segmentation du système de mise à la terre.

On décompose alors la distribution du courant le long des conducteurs de terre :

$$I_l \approx \tilde{I}_l = \sum_{n=1}^{N_s} I_n \cdot F_n \quad (\text{II-41})$$

pour laquelle des fonctions de base F_n de type 'portes' sont choisies:

. $F_n(x)=1$ sur le segment n ($\leftrightarrow x_n - \Delta_n/2 \leq x \leq x_n + \Delta_n/2$) ;

. $F_n(x)=0$ sinon.

avec Δ_n la longueur du segment n .

On choisira, en suivant le formalisme de la méthode des moments, des fonctions-test de type 'Dirac' ('Point Matching'), définies le long du conducteur par :

$$\omega_m(x)=\delta_m(x) = 1 \text{ si } x=x_m; \tag{II-42}$$

$$= 0 \text{ sinon.}$$

La fonction ω_m est donc nulle, sauf au milieu du segment m . On voit déjà que, d'après ce qui a été dit sur la méthode du Point Matching on aura $I_l = \tilde{I}_l$ au milieu de chaque segment.

La Figure II-8 présente l'allure de la fonction de base F_2 ainsi que la forme 'en escalier' de l'approximation du courant pour un système de mise à la terre découpé en $N_s=4$ segments et excité par un courant I_s au niveau du segment 1.

La position des segments est choisie pour assurer les conditions aux limites :

- ➔ $I_l=I_s$ en extrémité connecté à la source: Nous avons vu en 2.1.1 que le système de mise à la terre est excité par une source de courant idéale. Cette source impose un courant I_s en extrémité du conducteur. Le milieu du segment représentant la source (segment 1) doit donc correspondre à l'extrémité du conducteur (translation de $+\Delta_1/2$) $\rightarrow I_l(x_1)=I_s$.
- ➔ $I_l=0$ aux extrémités non connectées: Afin d'assurer un courant nul aux extrémités non connectées, le segment correspondant (segment N) est traduit de $-\Delta_N/2$ ($I_5=0$ sur la figure).

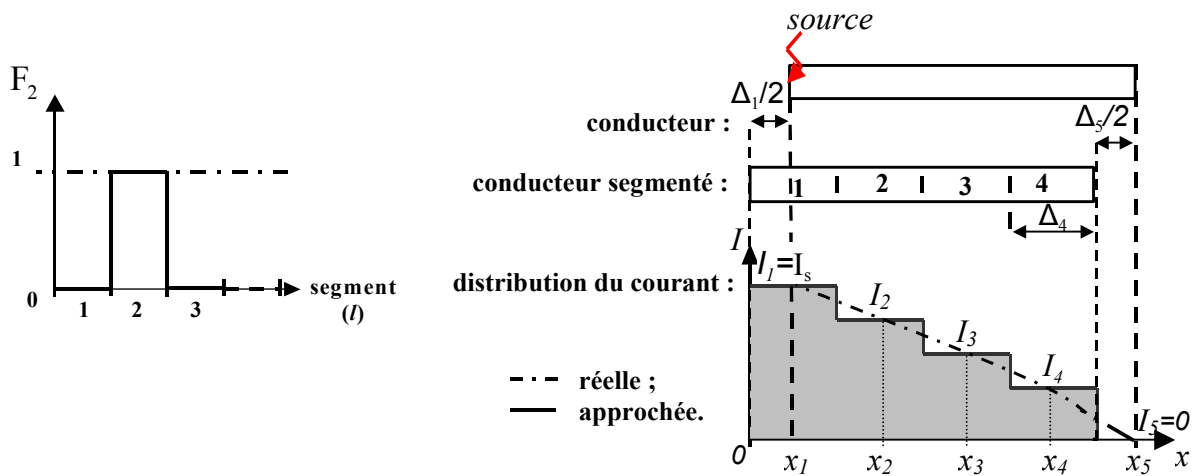


Figure II-8 : Approximation du courant, fonction de distribution.

En définissant le produit interne : $\langle u, v \rangle = \int_D u \cdot \bar{v} \, dv$ (dans notre cas, il s'agit d'une intégration sur la longueur L_{TOT} du conducteur), on écrit (II-39) sous la forme (II-35) :

$$\begin{bmatrix} \langle \omega_1, L(F_1) \rangle & \langle \omega_1, L(F_2) \rangle & \dots & \langle \omega_1, L(F_{N_s}) \rangle \\ \langle \omega_2, L(F_1) \rangle & \langle \omega_2, L(F_2) \rangle & \dots & \langle \omega_2, L(F_{N_s}) \rangle \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \langle \omega_{N_s}, L(F_1) \rangle & \langle \omega_{N_s}, L(F_2) \rangle & \dots & \langle \omega_{N_s}, L(F_{N_s}) \rangle \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \dots \\ \alpha_{N_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \omega_1, E^i \rangle \\ \langle \omega_2, E^i \rangle \\ \dots \\ \langle \omega_{N_s}, E^i \rangle \end{bmatrix} \quad (II-43)$$

avec :

$$\langle \omega_m, L(F_n) \rangle = \int_{L_{TOT}} \omega_m(r) \times L(F_n(r)) \cdot dr \quad (II-44)$$

$$\langle \omega_m, E^i \rangle = \int_{L_{TOT}} \omega_m(r) \times E^i(r) \cdot dr \quad (II-45)$$

A partir de la définition des fonctions test ω_n (II-42) on trouve alors :

$$\langle \omega_m, L(F_n) \rangle = L(F_n(r_m)) \quad (II-46)$$

$$\langle \omega_m, E^i \rangle = E_m^i(r_m) \quad (II-47)$$

On peut donc écrire (II-43) :

$$\begin{bmatrix} L(F_1(r_1)) & L(F_2(r_1)) & \dots & L(F_{N_s}(r_1)) \\ L(F_1(r_2)) & L(F_2(r_2)) & \dots & L(F_{N_s}(r_2)) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ L(F_1(r_{N_s})) & L(F_2(r_{N_s})) & \dots & L(F_{N_s}(r_{N_s})) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \dots \\ \alpha_{N_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E^i(r_1) \\ E^i(r_2) \\ \dots \\ E^i(r_{N_s}) \end{bmatrix} \quad (II-48)$$

Dans ce système d'équations le terme de droite correspond aux valeurs du champ électrique incident au milieu de chaque segment (coordonnée r_n).

En [1], Grcev considère pour chaque segment n , une 'tension généralisée' V_n , définie comme le produit du champ $E^i(r_n)$ par sa longueur Δ_n :

$$V_n = -\Delta_n \cdot \bar{s} \cdot \vec{E}^i(r_n) \quad (II-49)$$

Nous ne considérons ici aucun champ incident (hypothèse 1 en 2.1) : $E^i(r_n)=0, 1 \leq n \leq N_s$. On transforme alors le système (II-48) :

$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1N_s} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2N_s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{N_s,1} & z_{N_s,2} & \dots & z_{N_s,N_s} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \dots \\ I_{N_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \dots \\ V_{N_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (II-50)$$

avec :

$$z_{mn} = -\Delta_m \times L(F_n(r_m)) \quad (\text{II-51})$$

Harrington appelle en [68] :

- $[I_n]$ les ‘courants généralisés’ ;
- $[z_{mn}]$ les ‘impédances généralisées’ ;
- $[V_m]$ les ‘tensions généralisées’.

Les termes z_{mn} définissent les interactions électromagnétiques entre chaque segment. Ils ne dépendent que de la géométrie de la structure, des propriétés du milieu, et de la fréquence du courant excitateur [1].

Remarque : La tension généralisée prise le long du segment n est égale à la somme des contributions de chaque courant dans chaque segment m :

$$V_n = \sum_1^{N_s} z_{nm} \times I_m \quad (\text{II-52})$$

En développant l’expression de l’opérateur L (II-40) on obtient :

$$z_{mn} = -\Delta_m \times L(F_n(r_m)) = -\Delta_m \times \left[-F_n(r) \cdot Z_s - \frac{j\omega\mu}{4\pi} \cdot \int_l F_n(r') \cdot G_1(r, r') \cdot dr' \right] \quad (\text{II-53})$$

A partir de la définition des fonctions de base F_n , on trouve alors l’expression des impédances généralisées:

$$\begin{aligned} z_{mn} &= \Delta_m \times \frac{j\omega\mu}{4\pi} \int_{l_n} G_1(r_m, r_n') \cdot dr_n' && \text{si } n \neq m ; \\ &= \Delta_m \times Z_s + \Delta_m \times \frac{j\omega\mu}{4\pi} \int_{l_n} G_1(r_m, r_n') \cdot dr_n' && \text{si } n = m . \end{aligned} \quad (\text{II-54})$$

En fixant $I_1=I_s$ le courant source, on obtiendra enfin le système à N_s équations et (N_s-1) inconnues (courants dans les segments 2 à N_s) [1] :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ z_{11} & z_{22} & \dots & z_{2N_s} \\ z_{21} & z_{32} & \dots & z_{3N_s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{N_s1} & z_{N_s2} & \dots & z_{N_sN_s} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \dots \\ I_{N_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_s \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II-55})$$

Une fois les impédances Z_s et z_{nm} ($0 \leq n, m \leq N_s$) déterminées (relations (II-25) et (II-54)), la distribution du courant est calculée simplement en résolvant de façon matricielle ce système.

Remarque concernant le calcul de z_{mn} :

Le calcul de chaque impédance z_{mn} (II-54) est très coûteux en ressources informatiques car il fait intervenir une intégrale de Sommerfeld. Plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature [76]. On pourra par exemple utiliser la méthode de quasi Monte-Carlo, appliquée pour un autre cas en partie 3 du chapitre IV, et qui est bien adaptée à ce type d'intégration [77][78]. La référence [72] propose quant à elle de réaliser une estimation par interpolation à partir d'un ensemble de valeurs pré calculées pour l'intégrale.

Le modèle qui sera utilisé (programme TRAGSYS) s'affranchit du calcul des intégrales de Sommerfeld en utilisant la méthode des images (cf. 2.3.3b)) : on ramène l'ensemble des N_s segments situés dans un milieu non homogène (sol/air) à $2 \times N_s$ segments situés dans un milieu homogène. On associe pour cela à chaque segment original son image. L'ordre du système (II-55) augmentera mais les termes de la matrice impédance généralisée seront plus simples à calculer.

Remarque concernant les jonctions :

Dans le cas d'une prise de terre longiligne (sans jonction), les conditions de continuité entre chaque segment sont en réalité forcées par la relation (II-19). Lorsque l'on se trouve dans le cas d'une jonction, on doit s'assurer localement:

- du respect des lois de Kirchhoff ;
- de la continuité du potentiel électrique scalaire.

L'expression de z_{mn} est alors modifiée localement à partir de la méthode de Schelkunof, qui consiste à remplacer localement l'équation de continuité (II-19) en imposant pour chaque nœud de N_j conducteurs [82]:

$$\sum_{i=1}^{N_j} I_i(\varepsilon) = -j\omega \int_l q(l') dl' \quad (\text{II-56})$$

Remarque sur le choix des fonctions-test :

Le modèle que nous utiliserons est basé sur une méthode de Point Matching avec approximation de la distribution du courant sur le système de mise à la terre en 'marches d'escalier'. Une alternative beaucoup utilisée est une méthode de Galerkin et une approximation 'sinusoïdale par parties', que nous présentons brièvement en annexe 5

2.5 COURANT DE FUITE, DIFFERENCE DE POTENTIEL ET POTENTIEL SCALAIRE

2.5.1 Courant de fuite

Il peut être intéressant de connaître la densité de courant qui est diffusée dans le sol par chaque segment. En effet, si cette densité est trop élevée, elle peut entraîner une modification du milieu, par ionisation du sol ou fissure du béton des fondations (cf. chapitre 1).

La densité du courant de fuite $\vec{J}(P)$ en un point P en surface du conducteur sera calculée comme le produit du champ électrique radial $\vec{E}_r(P)$ à proximité du conducteur par la conductivité σ du milieu :

$$\vec{J}(P) = \sigma \cdot \vec{E}_r(P) \quad (\text{II-57})$$

Pour éviter des instabilités numériques, le champ $\vec{E}_r(P)$ à la surface des conducteurs est souvent approché. En référence [58], Adams établit la relation:

$$E_r(P) \approx -\frac{1}{j \cdot \omega \underline{\epsilon}} \cdot \frac{\partial H_p}{\partial l} \quad (\text{II-58})$$

$$E_r(P) \approx -\frac{1}{j \cdot \omega \underline{\epsilon} 2\pi r} \cdot \frac{\partial I_l(l)}{\partial l} \quad (\text{II-59})$$

2.5.2 Potentiel scalaire et différence de potentiel le long d'un profil

a) Différence de potentiel

La tension électrique entre deux points du sol est obtenue en intégrant le champ électrique le long d'un chemin reliant ces deux points. Alors qu'en quasi-statique cette valeur est indépendante du chemin d'intégration choisi, ce n'est pas le cas pour de hautes fréquences et un profil doit être défini (cf annexe 3 et [6]). Le champ électrique, donné par la relation (II-18), pourra par exemple être calculé pour plusieurs points de ce profil afin d'intégrer par la méthode des trapèzes.

b) Potentiel scalaire

On rappelle que pour un milieu homogène (ce qui est notre cas d'après les hypothèses faites en 2.1 et en considérant la méthode des images), le potentiel scalaire est donné par la relation (II-18) :

$$\Phi(r) = \frac{1}{4\pi \underline{\epsilon}_1} \int \sigma_l(r') \cdot g_1(r, r') dl \quad (\text{II-60})$$

avec $\sigma_l(r) = -\frac{1}{j\omega} \frac{\partial}{\partial r} \cdot s' \cdot I(r)$ et $g_1(r, r')$ la fonction de Green:

$$g_1(r, r') = \frac{1}{|r - r'|} \cdot \exp(-\gamma_1 \cdot |r - r'|) \quad (\text{II-61})$$

Les coordonnées géométriques r , r' et s' ont été définies sur la Figure II-5. Après segmentation on a donc la somme de la contribution des N_s segments:

$$\Phi(r_n) \approx \frac{1}{4\pi \underline{\epsilon}_1} \sum_{m=1, N_s} \sigma(r'_m) \int_{\Delta l} g_1(r_n, r'_m) dr'_m \quad (\text{II-62})$$

3 VALIDATION DU MODELE RETENU

Nous avons montré le principe théorique du modèle électromagnétique que nous utiliserons. Des tests de validation ont été présentés par son auteur en [52] et nous complétons ce travail en exploitant des résultats d'expérimentations menées par EDF, qui correspondent à des configurations plus proches de celles qui nous intéressent et qui ont été exposées dans le chapitre I.

3.1 METHODE DE VALIDATION

L'objectif est d'utiliser le modèle électromagnétique dans le cadre de l'étude des phénomènes liés à la foudre. Le domaine fréquentiel de validation doit donc contenir l'essentiel du spectre de l'énergie diffusée par la foudre. Nous nous appuyons sur la partie 2.1.2 du chapitre I pour fixer la borne supérieure d'étude à 1MHz.

Le comportement des prises de terre en basse fréquence étant relativement bien connu, on vérifiera pour chaque cas de simulation que l'outil donne des résultats cohérents dans cette gamme de fréquence.

Nous définirons pour chaque simulation plusieurs fréquences de calcul entre 100Hz et 1MHz. Les courbes fréquentielles présentées dans ce document correspondent aux valeurs calculées par le modèle électromagnétique pour chacune de ces fréquences, avec une interpolation linéaire entre chaque point.

3.2 VALIDATION EXPERIMENTALE

EDF a mené plusieurs campagnes d'investigation expérimentale afin de mieux connaître le comportement des prises de terre en HF. On s'appuiera dans cette étude comparative sur les résultats obtenus à Saint Privat d'Allier en 1979, et sur le site de Gramat en 1995. Notons que les rapports expérimentaux comportent rarement toutes les informations concernant les paramètres électriques du sol. L'analyse restera donc avant tout quantitative.

3.2.1 Essais réalisés à Saint-Privat d'Allier et publiés en 1979 [26][23] [83]

a) *Présentation*

La station de Saint-Privat d'Allier a été créée en 1973 et exploitée pendant huit années sans interruption par le CEA, France Telecom et EDF. Rappelons que la technique de déclenchement employée consiste à déclencher artificiellement des coups de foudre : on lance vers le nuage orageux une fusée paragrêle qui déroule derrière elle un fil métallique dont l'autre extrémité est amarrée au point de mesure. Cette technique permet d'obtenir un coup de foudre dont le point d'impact est fixé et dont le courant peut être mesuré.

La station de Saint-Privat d'Allier n'a pas seulement permis de mieux connaître l'allure des courants de foudre, elle a également fourni les premiers résultats expérimentaux concernant le comportement des prises de terre soumises à ces courants [83].

Plusieurs types de prises de terre ont été étudiés lors de cette campagne. On s'intéressera ici au conducteur enterré horizontal, à la prise en 'T', et à la double boucle. Le conducteur a une section de 50mm^2 , soit un rayon $a=4\text{mm}$.

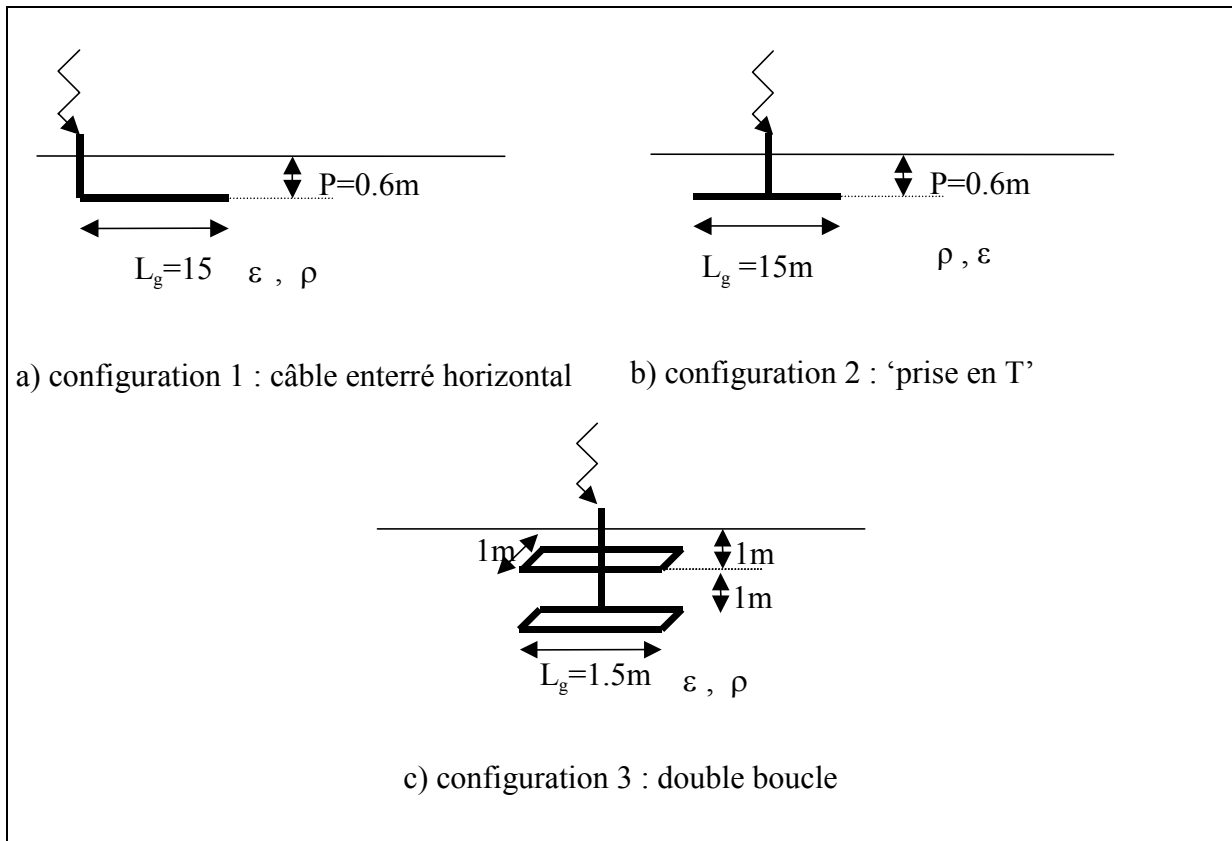


Figure II-9 Prises de terre étudiées à Saint-Privat d'Allier.

Dans le but de tracer leur réponse fréquentielle, ces prises de terre ont successivement été soumises à des chocs de foudre déclenchée et à une impulsion de courant générée par un générateur de choc. La tension $U_I(t)$ et le courant $I_I(t)$ au point d'insertion du choc ont été relevés à l'aide d'oscilloscopes (cf. procédure expérimentale en [83]). A partir des signaux $U_I(t)$ et $I_I(t)$ et par transformation de Fourier on a obtenu les caractéristiques $|Z_{1,1}(f)|$ de chaque prise de terre.

On se trouve ici confronté au problème du choix de la résistivité et de la permittivité équivalente pour un sol non homogène, aucune mesure n'ayant été faite in situ.

Pour la permittivité, on utilisera les valeurs $\epsilon_{\text{eq}}=3, 10, 30$ qui définissent une gamme de valeurs cohérente pour un sol de type argileux plus ou moins humide, comme nous l'avons vu au chapitre 1.

Pour déterminer la résistivité ρ_{eq} , on commence par rappeler la formule donnant la résistance en basse fréquence pour une prise de terre de type pieu [2]:

$$R_{50\text{Hz}} = \frac{\rho_{eq}}{2\pi \cdot L_g} \left[\ln \frac{4 \cdot L_g}{a} - 1 \right] \quad (\text{II-63})$$

Nous allons retenir la résistivité ρ_{eq} qui permet de faire correspondre cette formule aux mesures effectuées lors de la campagne expérimentale. Pour un pieu de longueur $L_g=6$ m et de diamètre $a=20\text{mm}$, les mesures donnaient : $R_{50\text{Hz}} \approx 10\Omega$. On a donc:

$$R_{50\text{Hz}} = \frac{\rho_{eq}}{2\pi \cdot 6} \left[\ln \frac{4 \cdot 6}{20 \cdot 10^{-3}} - 1 \right] = 10\Omega \quad (\text{II-64})$$

Soit pour vérifier cette expression : $\rho_{eq} = 62\Omega \cdot \text{m}$, valeur qui sera utilisée pour les simulations.

b) Résultats simulation/ mesures :

Les courbes ci-contre permettent de comparer les impédances calculées à l'aide du logiciel TRAGSYS avec les valeurs de module mesurées.

c) Conclusion :

D'une manière générale, les résultats de simulation et de mesures sont comparables. Pour le conducteur enterré et la double boucle, le module de l'impédance calculé par le modèle électromagnétique est très proche des valeurs mesurées. Pour la configuration 2, l'écart relatif entre la simulation et les mesures est plus important (20% environ à 1MHz) mais une telle imprécision de calcul est acceptable étant données les incertitudes sur les paramètres électriques du sol.

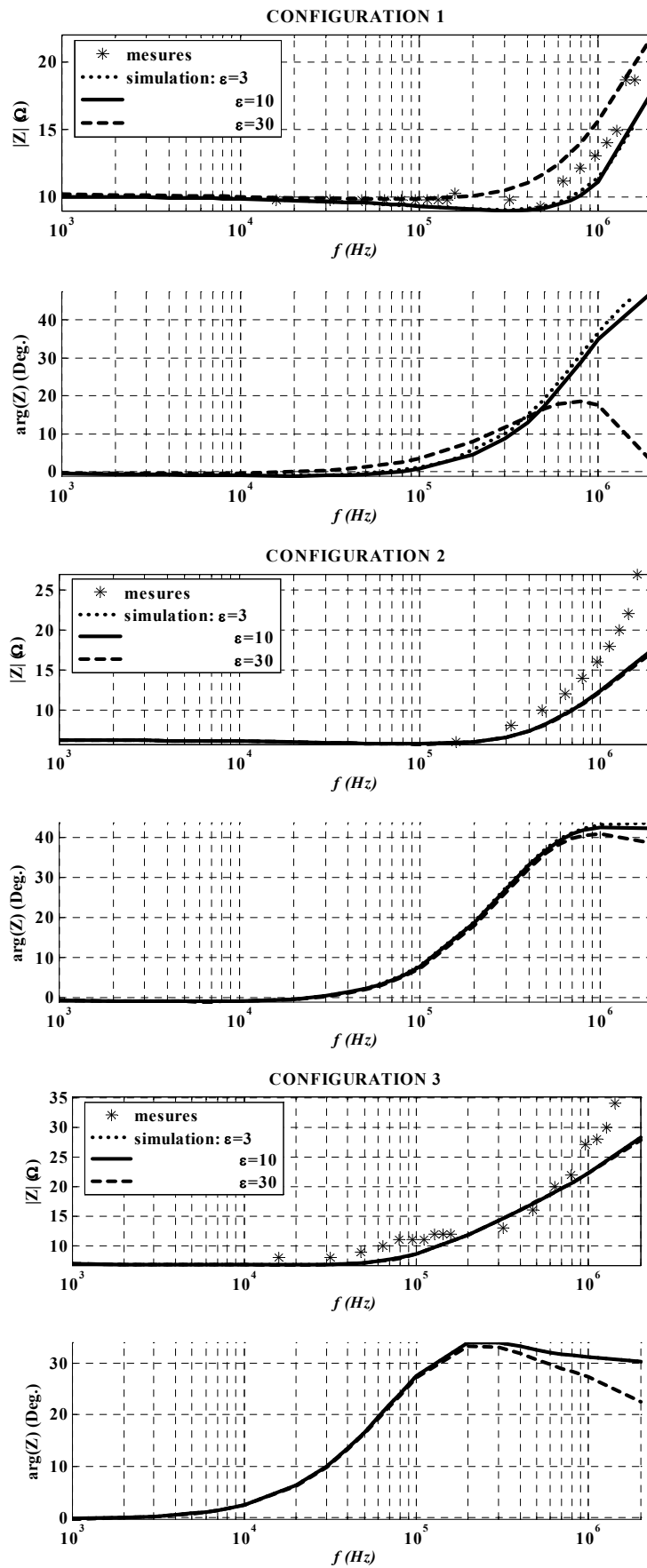


Figure II-10 : Comparaison simulation / mesures, impédance d'une prise de terre.

3.2.2 Essais menés à GRAMAT en 1994 : pieux dans un sol homogène de forte résistivité [28][84][86]

a) **Présentation :**

Lors de cette campagne de mesures, des essais ont été réalisés en impulsif HF (onde de type foudre) à l'aide d'un générateur de choc 400kV. La résistivité du sol sur le site de Gramat est assez élevée (1300Ω.m). Les prises de terre étudiées sont composées de pieux de diverses longueurs (jusqu'à 32m) seuls ou par groupes de deux et entourées de bentonite (matériau de résistivité électrique faible).

Les pieux ont une section de 50mm², soit un rayon de 4mm.

Les documents [28] et [84] présentent les résultats obtenus lors de cette campagne. On s'intéressera ici à trois configurations de prise de terre :

- configuration 1 : pieu simple de longueur $L_g = 4m$;
- configuration 2 : pieu simple de longueur $L_g = 16m$;
- configuration 3 : deux pieux de longueur $L_g = 4m$ distants de $d = 2m$.

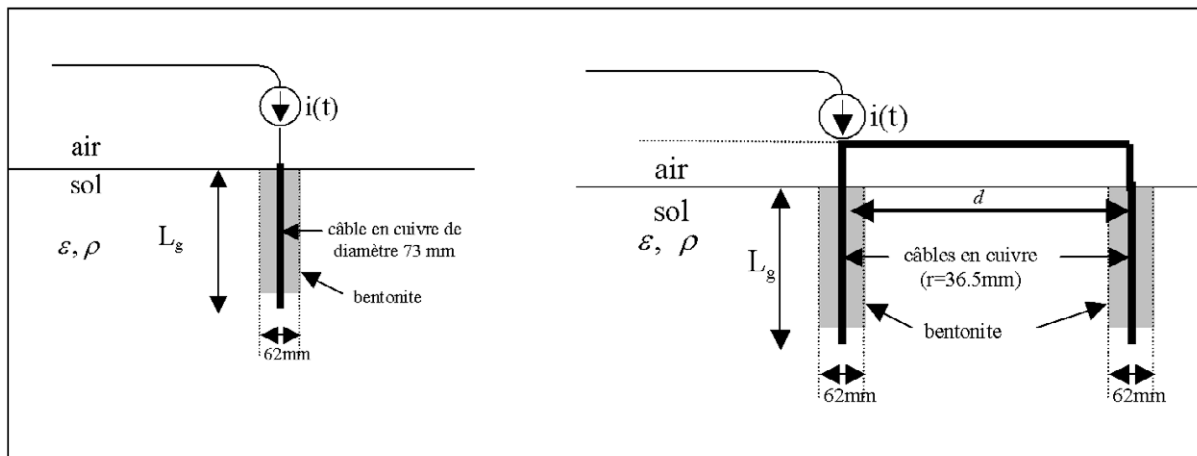


Figure II-11 : Prises de terre étudiées sur le site de Gramat.

Pour définir sous TRAGSYS la résistivité du milieu, soit on utilise celle du sol et on augmente le diamètre du piquet de terre pour tenir compte de la faible résistivité de la bentonite, soit on calcule une valeur ρ_{eq} qui permet d'obtenir en basse fréquence une résistance conforme à celle obtenue lors des mesures. La référence [27] présente des relevés de mesure de la résistivité du sol pour plusieurs profondeurs entre 1.5 et 11m. Notre choix sera alors, comme pour les essais menés aux Renardières, de calculer une valeur ρ_{eq} qui permet d'obtenir de manière analytique en basse fréquence une résistance conforme à celle obtenue lors des mesures. La formule classique de la résistance apparente d'un pieu en basse fréquence est appliquée :

$$R_{50\text{Hz}} = \frac{\rho_{eq}}{2\pi L_g} \left[\ln \frac{4L_g}{a} - 1 \right] \quad (\text{II-65})$$

Pour les deux configurations ‘simple pieu’ on trouve alors :

configuration	Valeur mesurée	ρ_{eq} satisfaisant (II-65)
1 : 1x4m	$R_{50\text{Hz_mes}} = 130.55\Omega$	$\rho_{eq1} = 449.8 \Omega.m$
2 : 1x16m	$R_{50\text{Hz_mes}} = 31.9\Omega$	$\rho_{eq2} = 370 \Omega.m$

Tableau II-1 : Résistivité du sol pour les essais réalisés à Gramat.

L'écart relatif entre ρ_{eq1} et ρ_{eq2} est de 17% ; on retiendra comme dans [28] :
 $\rho_{eq} = 450\Omega.m$.

Pour la permittivité, on utilisera comme dans [27] les valeurs $\varepsilon_{eq} = 10, 40$ et 80 . Aucune mesure in situ n'ayant été faite, ces valeurs sont arbitraires mais cohérentes avec les valeurs de permittivité, comprises entre 3 et 30 pour un sol de type argileux et entre 10 et 100 pour la bentonite.

b) Résultats simulation / mesures :

Les courbes de la page suivante permettent de comparer les impédances calculées à l'aide du logiciel TRAGSYS avec les valeurs mesurées.

On note que ces résultats montrent une bonne correspondance entre les mesures expérimentales et les résultats de simulations. Il est probable que les erreurs qui apparaissent proviennent des imprécisions lors des mesures : le document [28] évoque en effet des problèmes en haute fréquence avec la méthode de mesure utilisée.

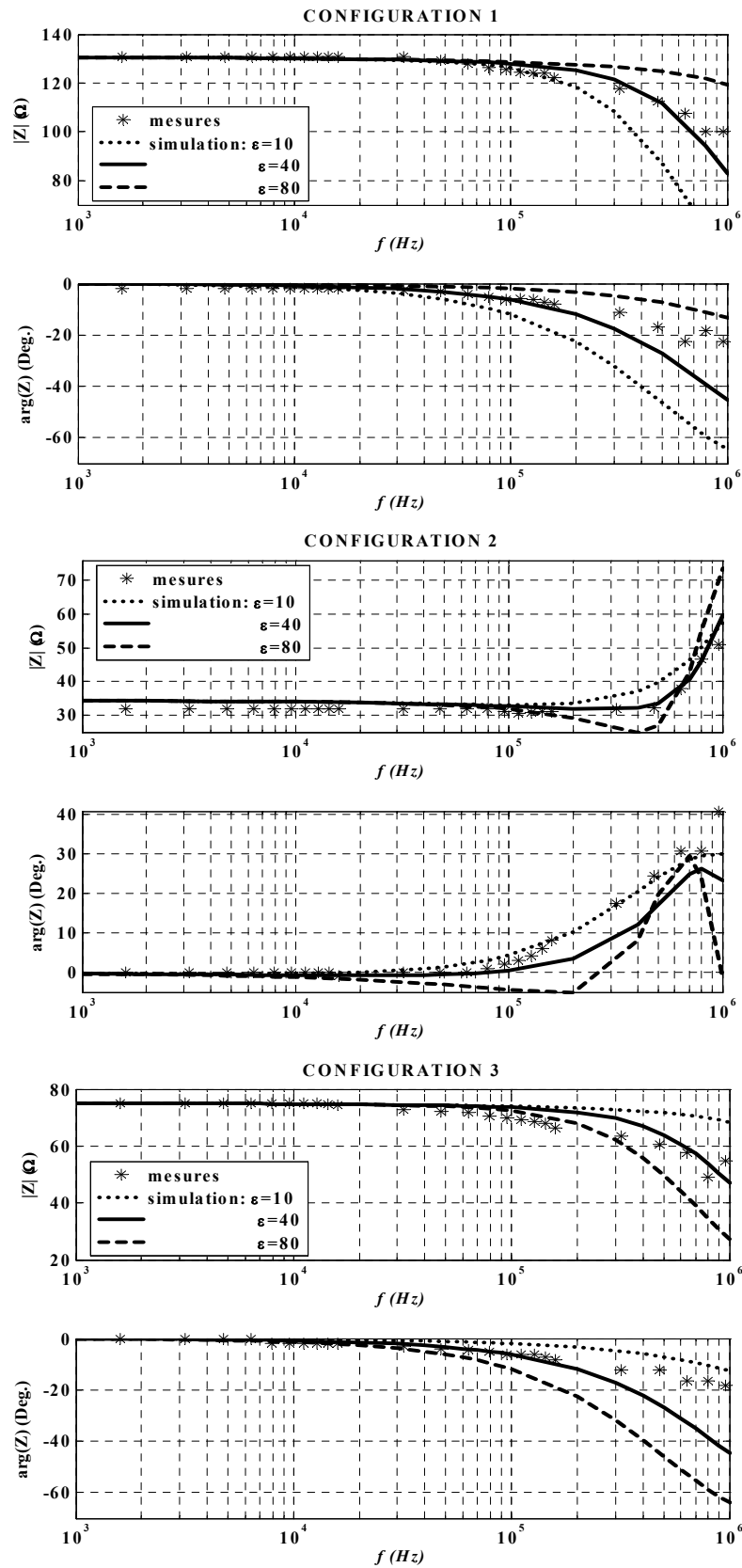


Figure II-12 : $Z(f)$: comparaison simulation / mesures

4 APPLICATION : PRISES DE TERRE DE PYLONES

Le modèle électromagnétique vient d'être validé pour le calcul de la matrice admittance d'un système de mise à la terre pour plusieurs fréquences sur [0Hz ; 1MHz].

Nous avons vu dans le chapitre I que les mises à la terre de pylônes ont été définies à partir de considérations sur leur comportement à fréquence industrielle. On peut donc se demander si ces configurations jouent convenablement leur rôle vis-à-vis des transitoires rapides. Pour répondre à cette question, on calculera grâce à l'outil qui vient d'être présenté et validé, la variation fréquentielle des impédances de mise à la terre. On regardera en particulier si leur comportement est de type inductif ou capacitif.

On pourra également calculer, pour une source de courant harmonique unitaire et pour différentes fréquences, le potentiel au sol autour de l'ouvrage. On saura alors si les fronts rapides provoquent une élévation en potentiel du sol plus grande ou plus faible qu'en 50Hz pour la même amplitude.

4.1 PRESENTATION DE LA PRISE DE TERRE '4x3 BOUCLES'

Nous nous intéressons ici aux prises de terre de type '4x3 boucles' qui équipent de nombreux pylônes de transport sur le réseau français (conducteurs de section 402mm²).

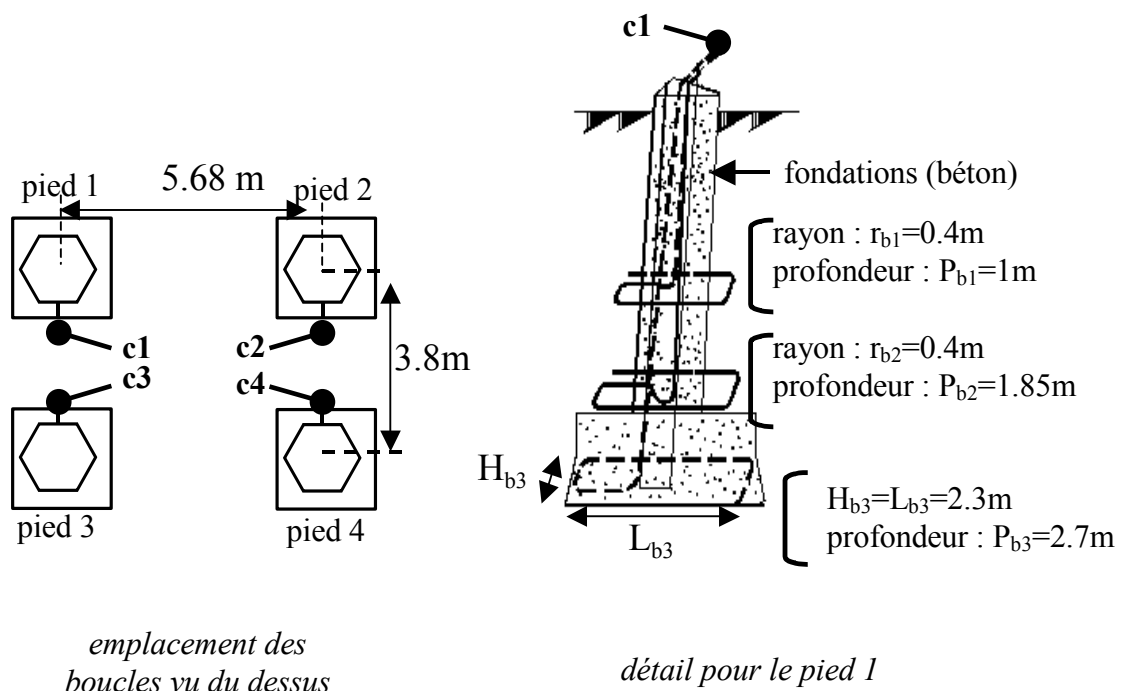


Figure II-13 : Prise de terre classique de type '4x3 boucles'.

4.2 MISE EN ŒUVRE DU MODELE ELECTROMAGNETIQUE

Cette prise de terre dispose de quatre points de connexion avec le réseau (un par pied: 'c1' à 'c4' sur la Figure II-13), on calculera donc grâce à TRAGSYS sa matrice impédance pour différentes fréquences f :

$$\begin{bmatrix} U_1(f) \\ U_2(f) \\ U_3(f) \\ U_4(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{1,1}(f) & Z_{1,2}(f) & Z_{1,3}(f) & Z_{1,4}(f) \\ Z_{2,1}(f) & Z_{2,2}(f) & Z_{2,3}(f) & Z_{2,4}(f) \\ Z_{3,1}(f) & Z_{3,2}(f) & Z_{3,3}(f) & Z_{3,4}(f) \\ Z_{4,1}(f) & Z_{4,2}(f) & Z_{4,3}(f) & Z_{4,4}(f) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1(f) \\ I_2(f) \\ I_3(f) \\ I_4(f) \end{bmatrix} \quad (\text{II-66})$$

En pratique, les 4 points de connexion sont reliés en surface et l'impédance de terre vue de cette jonction sera :

$$Z = (Z_{1,1} + Z_{1,2} + Z_{1,3} + Z_{1,4}) // (Z_{2,1} + Z_{2,2} + Z_{2,3} + Z_{2,4}) // (Z_{3,1} + Z_{3,2} + Z_{3,3} + Z_{3,4}) // (Z_{4,1} + Z_{4,2} + Z_{4,3} + Z_{4,4})$$

avec, puisqu'on considère que chaque pied écoule le même courant (symétrie) :

$$(Z_{1,1} + Z_{1,2} + Z_{1,3} + Z_{1,4}) = (Z_{2,1} + Z_{2,2} + Z_{2,3} + Z_{2,4}) = (Z_{3,1} + Z_{3,2} + Z_{3,3} + Z_{3,4}) = (Z_{4,1} + Z_{4,2} + Z_{4,3} + Z_{4,4})$$

En excitant les 4 pieds sous TRAGSYS par un courant I_s de même fréquence f , on obtiendra donc l'impédance globale de la prise de terre:

$$Z(f) = \frac{V(f)}{I(f)} = \frac{1}{4} (Z_{1,1}(f) + Z_{1,2}(f) + Z_{1,3}(f) + Z_{1,4}(f)) = \frac{1}{4} \left(\frac{V}{I_s} \right) \quad (\text{II-67})$$

avec $V=U_1=U_2=U_3=U_4$ le potentiel des pieds du pylône et $I=I_s \times 4$ le courant total écoulé.

De même, pour un point M au sol, on aura l'expression du champ et du potentiel scalaire en fonction du courant total excitant la prise de terre :

$$\begin{bmatrix} E_M(f) \\ V_M(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{E-M}(f) \\ T_{V-M}(f) \end{bmatrix} \times I_s(f) \quad (\text{II-68})$$

avec $T_{E-M}(f) = \frac{E_M}{4}$ et $T_{V-M}(f) = \frac{V_M}{4}$; E_M et V_M étant calculé avec $I=I_s \times 4$.

4.3 RESULTATS

4.3.1 Impédance $Z(f)$

Le modèle électromagnétique est mis en application pour calculer l'impédance globale Z de cette prise de terre pour différents types de sols ; on obtient les réponses présentées sur la Figure II-14 et la Figure II-15.

On remarque que plus la résistivité du sol est élevée, et plus le comportement de la prise de terre est capacitif. De plus, la permittivité du sol ne semble pas avoir une influence importante sur la réponse fréquentielle de ce type de mise à la terre de faible entendue.

Nous avons vu qu'en France, la valeur médiane pour la résistivité des sols est entre $100\Omega.m$ et $200\Omega.m$. La configuration de mise à la terre étudiée ici sera performante pour cette résistivité, puisqu'elle permet d'obtenir une impédance de module inférieur à la limite de 10Ω sur toute la gamme de fréquence $[0Hz ; 1MHz]$. Sur cette même gamme de fréquence et pour une résistivité allant jusqu'à quelques centaines d'Ohm mètre, l'impédance est même presque réelle et constante, et la prise de terre pourra être ramenée à sa résistance à fréquence industrielle (cf. Figure I-15). En effet, l'étendue des prises de terre de type 'boucles' reste faible devant la longueur d'onde dans le sol, même à $1MHz$ [85].

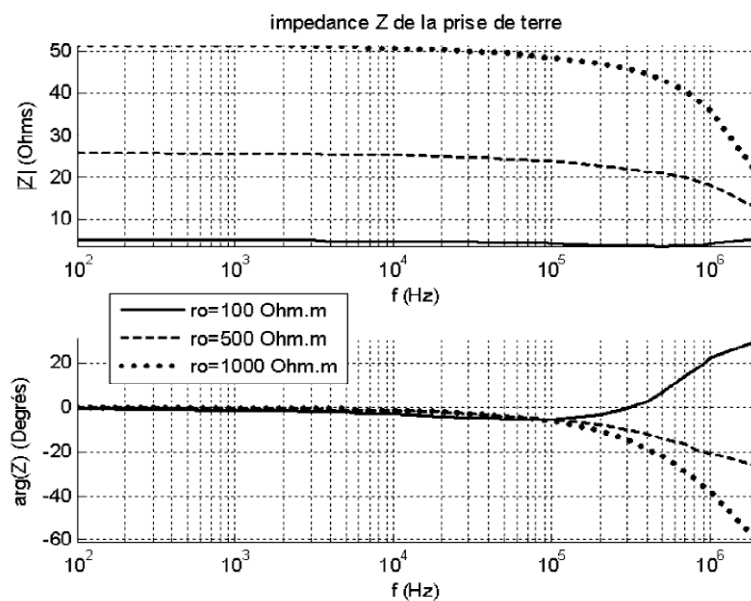


Figure II-14: Impédance d'une prise de terre de type '4x3 boucles' pour $\rho=[100,500,1000]\Omega.m$ et $\epsilon=5$.

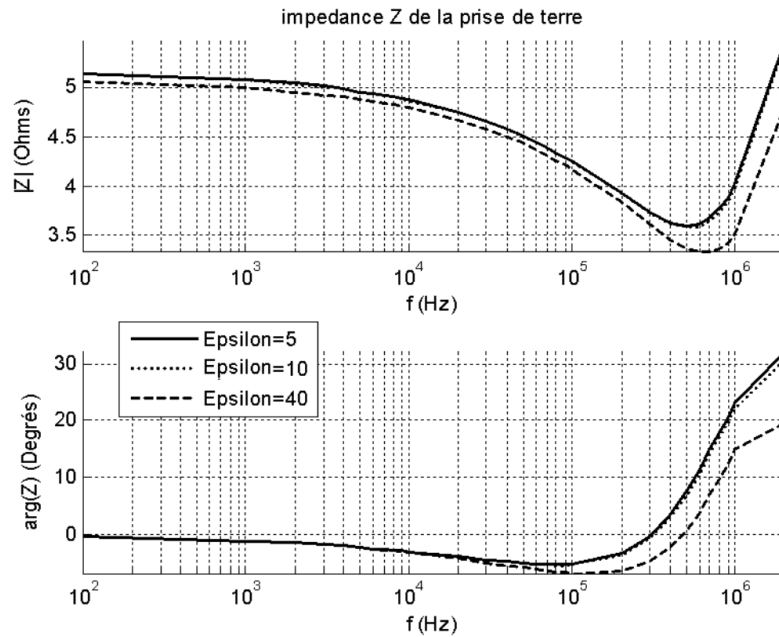


Figure II-15: Impédance d'une prise de terre de type '4x3 boucles' pour $\rho=100\Omega.m$ et $\epsilon=[5,10,40]$.

4.3.2 Potentiel en un point du sol :

On trace le potentiel du sol en surface pour un courant exciteur harmonique unité (amplitude 1A) de fréquence $f=[50Hz,1MHz]$ et pour 100×100 points au sol. D'après la formule (II-7), ce potentiel correspond à la fonction $T_{V-M}(f)$:

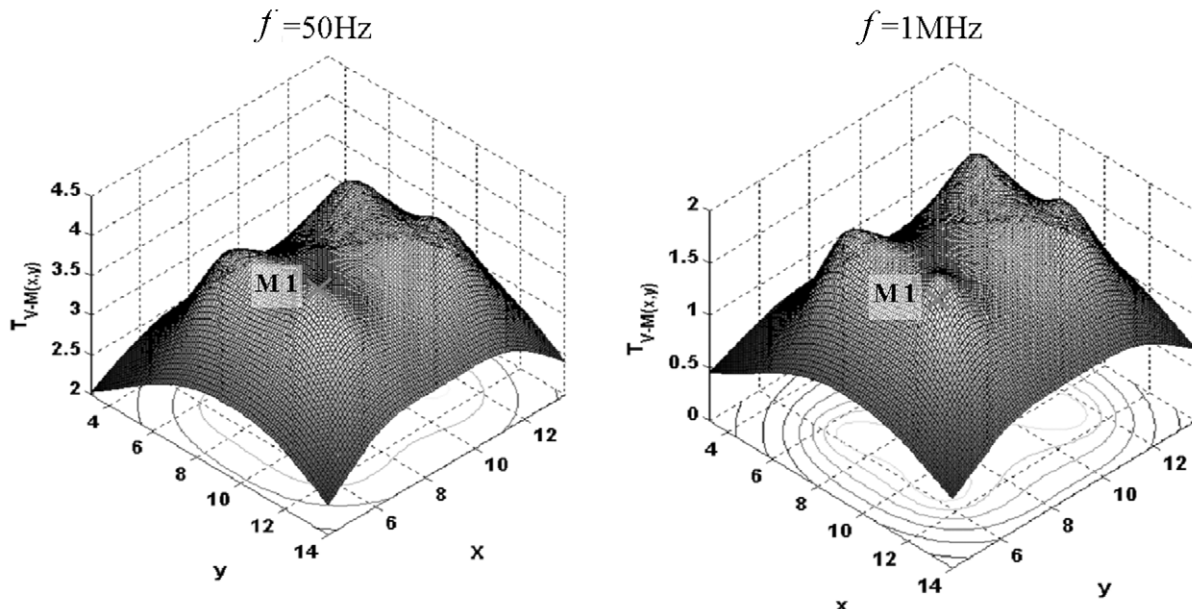


Figure II-16 : Potentiel du sol en surface pour $f=[50Hz, 1MHz]$.

Au point M1, situé en surface et au niveau d'un pied (cf.Figure II-16), on a calculé :

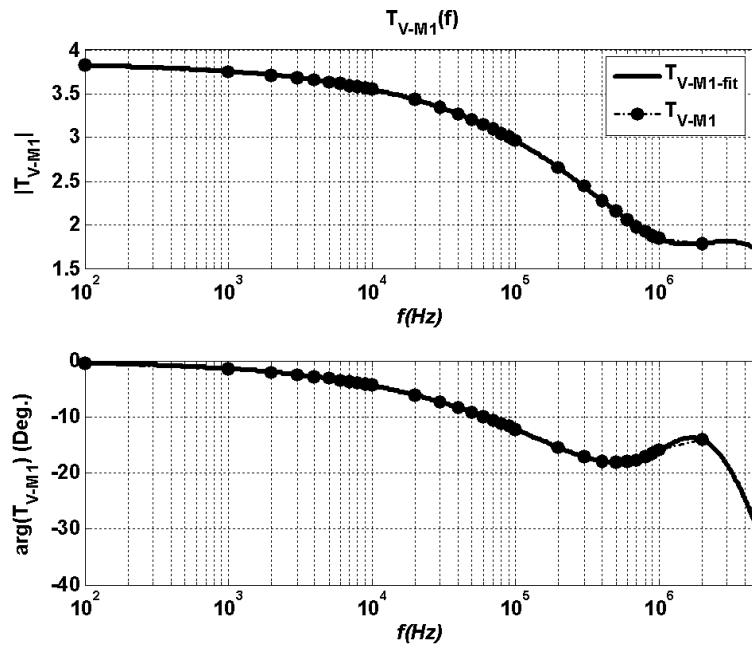


Figure II-17 : Potentiel en un point du sol pour $100\text{Hz} \leq f \leq 5\text{MHz}$.

On remarque en particulier que le potentiel du point M1 sera plus faible pour des courants excitateurs de haute fréquence : les fronts rapides seront atténués au niveau du sol, ce qui est une bonne chose d'un point de vue sécurité.

4.4 RAJOUT D'ANTENNES

Lorsque les prises de terre de type boucles ne sont pas suffisantes pour obtenir une résistance de terre $R_{50\text{Hz}}$ inférieure à la limite de 10Ω (résistivité du sol importante), il est courant d'ajouter des antennes ou des piquets (au nombre de 4, 8 ou 12 en fonction de la résistivité du sol). Cette pratique améliore notablement la qualité de la mise à la terre pour la fréquence industrielle, mais il nous est paru nécessaire de considérer le comportement vis-à-vis des transitoires rapides.

On s'intéressera ici à une prise de terre de type 4x3 boucles (cf. Figure II-13) à laquelle on ajoute 4 antennes de longueur L_g comprise entre 1m et 50m (cf. Figure II-18).

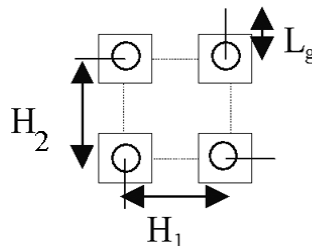


Figure II-18 : Ajout de quatre antennes à une prise de terre de type 'boucles'.

Le modèle électromagnétique est mis en application pour calculer la réponse fréquentielle de cette prise de terre pour différentes résistivités du sol (la permittivité ϵ est prise égale à 5) et pour différentes longueurs d'antenne L_g (notée ' L_g ' sur les courbes).

On remarque sur ces courbes (Figure II-19) que :

- plus L est grand et plus l'impédance en basse fréquence est faible, mais plus le comportement est inductif ;
- plus la résistivité du sol est élevée et plus le comportement est capacitif.

Une étude systématique sur la longueur des antennes a été réalisée (quelques résultats sont présentés en annexe 7). Nous avons constaté que lorsque de grandes antennes sont ajoutées aux prises de terre de type 'boucles', leur comportement ne peut plus être ramené à une résistance sur le domaine [0Hz ;1MHz]. Cela s'explique en partie par le fait que la longueur totale des conducteurs terre n'est plus négligeable devant la longueur d'onde dans le sol, comme nous l'avons vu au chapitre I.

Sur un plan pratique, on devra en particulier tenir compte lors du choix de la longueur des antennes, des remarques suivantes:

- pour [$\rho <$ quelques $k\Omega.m$], le choix d'allonger les antennes ou piquets ne conduit pas forcément à une amélioration du comportement HF et peut même légèrement le détériorer (comportement fortement inductif);
- pour [$\rho >$ quelques $k\Omega.m$], le comportement en hautes fréquences est meilleur qu'en basse fréquence pour toutes les longueurs d'antenne et de piquets simulées (<50m) (comportement capacitif). On pourra donc les allonger (jusqu'à 50m) sans craindre de détériorer le comportement HF.

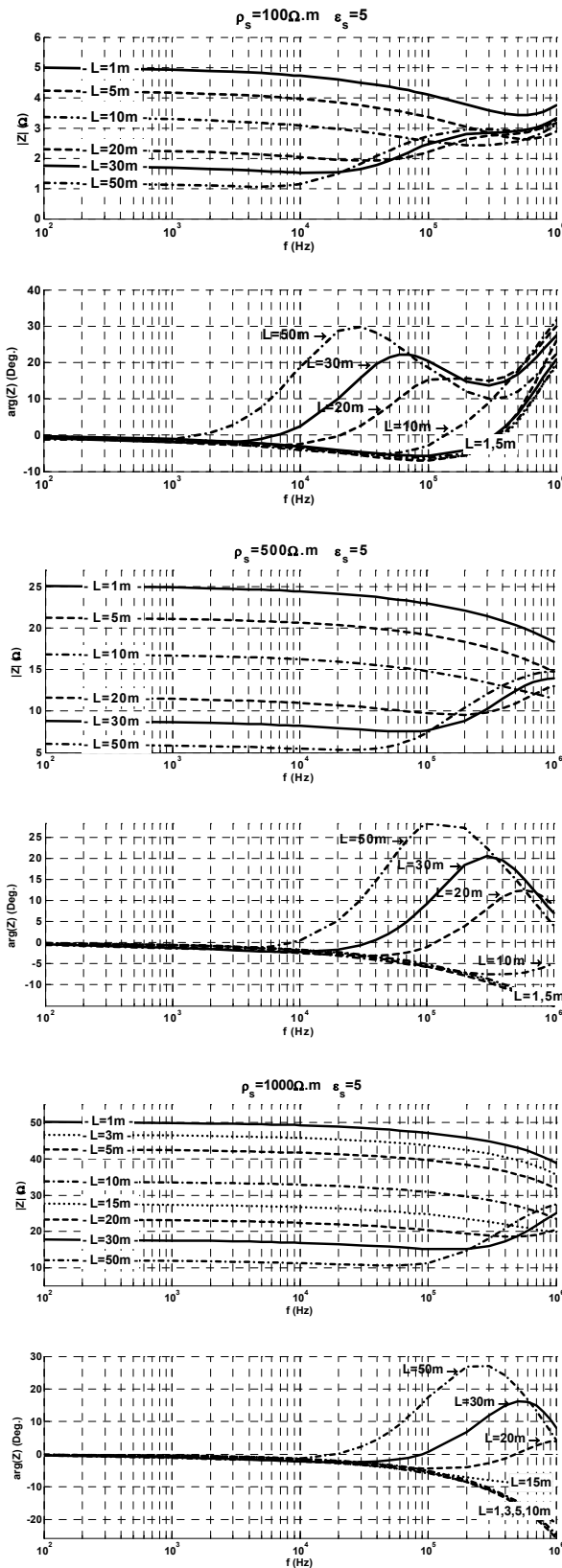


Figure II-19 : Impédance de la prise de terre en fonction de la longueur des antennes.

5 CONCLUSION

Nous venons de présenter une représentation fréquentielle des systèmes de mise à la terre composée de :

- la matrice impédance $[Z(f)]$ qui relie pour chaque fréquence f l'ensemble des courants à chaque point de connexion, à l'ensemble de potentiels scalaires correspondants ;
- les fonctions de transfert $T_{EX-M}(f)$, $T_{EY-M}(f)$, $T_{EZ-M}(f)$ et $T_{V-M}(f)$ qui permettent de calculer pour chaque fréquence f le champ électrique et le potentiel électrique scalaire en un point M du sol, connaissant le courant circulant dans chaque point de connexion.

Nous avons montré comment calculer les fonctions de transfert ainsi que la matrice impédance que nous recherchons pour une fréquence f choisie. Nous avons montré que les hypothèses qui sont à la base du modèle électromagnétique sur lequel s'appuie notre approche sont raisonnables pour les structures et la plage de fréquence qui nous intéressent. Une validation expérimentale nous a de plus conforté dans ce choix.

Nous avons finalement appliqué l'approche proposée au calcul de l'impédance de systèmes de mises à la terre de type boucles, utilisés pour les pylônes du réseau de transport. Nous avons montré que plus la résistivité du sol est élevée, et plus le comportement de la prise de terre est capacitif. De plus, ces configurations étant de faible étendue, leur impédance est constante et réelle sur une large plage de fréquence, ce qui pourra justifier leur modélisation par une résistance simple R_{50HZ} . Il est courant d'ajouter des antennes lorsque les ensembles de boucle ne sont pas suffisants pour obtenir une bonne mise à la terre en basse fréquence. Nous avons montré que même si cette pratique améliore notablement la qualité de la mise à la terre pour la fréquence industrielle, il n'en est pas toujours de même pour le comportement vis-à-vis des transitoires rapides. En effet, plus les antennes sont longues et plus le comportement global devient inductif. Nous avons pu déduire de nos calculs diverses règles d'ingénierie permettant d'optimiser la structure des systèmes de mise à la terre en fonction des caractéristiques du sol.

Nous disposons donc d'une représentation fréquentielle des systèmes de mise à la terre ; il nous faudra dans la suite passer en temporel dans le but d'effectuer des études de transitoires sur un réseau électrique foudroyé.

Chapitre III

Elaboration d'un modèle temporel des systèmes de mise à la terre

Nous avons obtenu dans le chapitre précédent une représentation fréquentielle d'un système de mise à la terre. Nous en déduirons ici un modèle qui imposera à chaque pas de temps la relation entre les tensions et courants en chacun de ses points de connexion avec le réseau de transport.

Cette approche originale sera validée à partir de résultats expérimentaux publiés dans la littérature.

On pourra alors réaliser des études de transitoires de foudre sous EMTP en prenant en compte rigoureusement le comportement des systèmes de mise à la terre. Cela nous permettra de traiter deux cas pour lesquels nous ne disposions pas d'outil adéquat auparavant : le première concerne un poste mis à la terre par une grille étendue, alors que l'autre est une étude de coordination d'isolement portant sur deux lignes dont les mises à la terre sont reliées par un long contrepois.

1 PRESENTATION DE LA METHODE

1.1 PROBLEMATIQUE

Nous avons présenté dans le chapitre précédent comment obtenir une représentation fréquentielle d'un système de mise à la terre, en définissant la matrice impédance $[Z(f)]$ qui relie pour chaque fréquence f l'ensemble des courants à chaque point de connexion à l'ensemble de potentiels scalaires correspondants.

Nous cherchons à disposer sous EMTP-RV d'un outil permettant de calculer l'interaction du réseau avec le système de mise à la terre lors d'un transitoire électromagnétique de foudre, c'est-à-dire d'imposer à chaque pas de temps la relation entre les tensions et courants en chaque point de connexion. On rappelle qu'il prendra la forme (Figure I-16) :

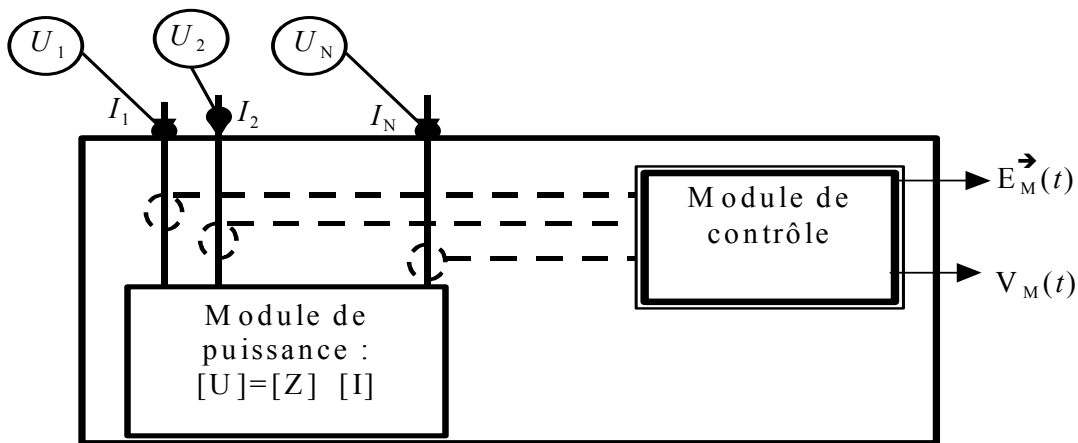


Figure III-1 : Modèle à développer.

On s'intéressera dans ce chapitre au 'module de puissance', construit à partir de la matrice impédance $[Z(f)]$ qui a été calculée grâce au modèle électromagnétique.

Comme nous l'avons dit, le modèle électromagnétique est issu de la théorie des antennes et fonctionne en fréquentiel : ses données de sortie sont discrètes, sur l'espace des fréquences. Or, EMTP repose sur la théorie des lignes et calcule les surtensions de foudre en temporel. Le passage modèle électromagnétique / EMTP ne sera donc pas direct.

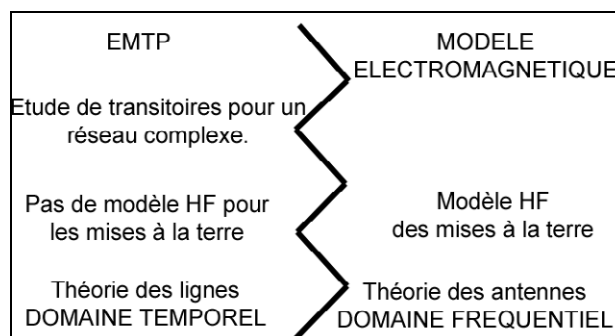


Figure III-2 : Complémentarité EMTP/modèle électromagnétique.

Heimbach et Grcev ont présenté en [87] une première méthode pour inclure dans EMTP le modèle de prise de terre considéré. Leur approche est basée sur l'utilisation de lignes dont l'impédance caractéristique est égale aux impédances d'entrée de la mise à la terre (termes de la diagonale de la matrice $[Z]$). Le couplage entre chaque point d'injection (termes hors de la diagonale de la matrice $[Z]$) est modélisé par des sources de tension commandées (cf. annexe 6). Pour un système de mise à la terre disposant de nombreux points de connexion avec le réseau électrique, le schéma équivalent est donc rapidement complexe. Nous présenterons ici une alternative originale, basée sur un algorithme d'ajustement plus rigoureux et la représentation de tout le système de mise à la terre par un seul bloc d'équations d'état.

1.2 PRESENTATION GENERALE DE LA METHODE

La démarche proposée ici consiste à utiliser un bloc d'équations d'état écrit sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{X} = A \cdot X + B \cdot U \\ I = C \cdot X + D \cdot U \end{cases} \quad (\text{III-1})$$

I et U représentent respectivement les courants et tensions au niveau des points de connexion (matrices colonnes). X est appelé 'vecteur d'états'.

Afin de déterminer les équations d'état (matrice A , B , C et D):

- on calcule les termes de la matrice impédance $[Z(f)]$ (taille $N \times N$) pour N_f fréquences f (démarche présentée dans le chapitre II) ;
- on forme pour chaque fréquence f la matrice admittance $[Y(f)] = [Z(f)]^{-1}$;
- on approche sur le domaine fréquentiel chaque terme $Y_{n,m}$ de la matrice admittance par une fonction rationnelle avec N_p pôles (ajustement):

$$Y_{n,m} = \sum_{k=1}^{N_p} \frac{c_{n,m_k}}{p - a_{n,m_k}} + d_{n,m} \quad (\text{III-2})$$

- on construit un bloc d'équations d'état à partir de l'ensemble des fonctions rationnelles.

La Figure III-3 détaille cette démarche pour une mise à la terre reliée en deux points au réseau ($N=2$). Chacune des étapes sera détaillée dans ce chapitre.

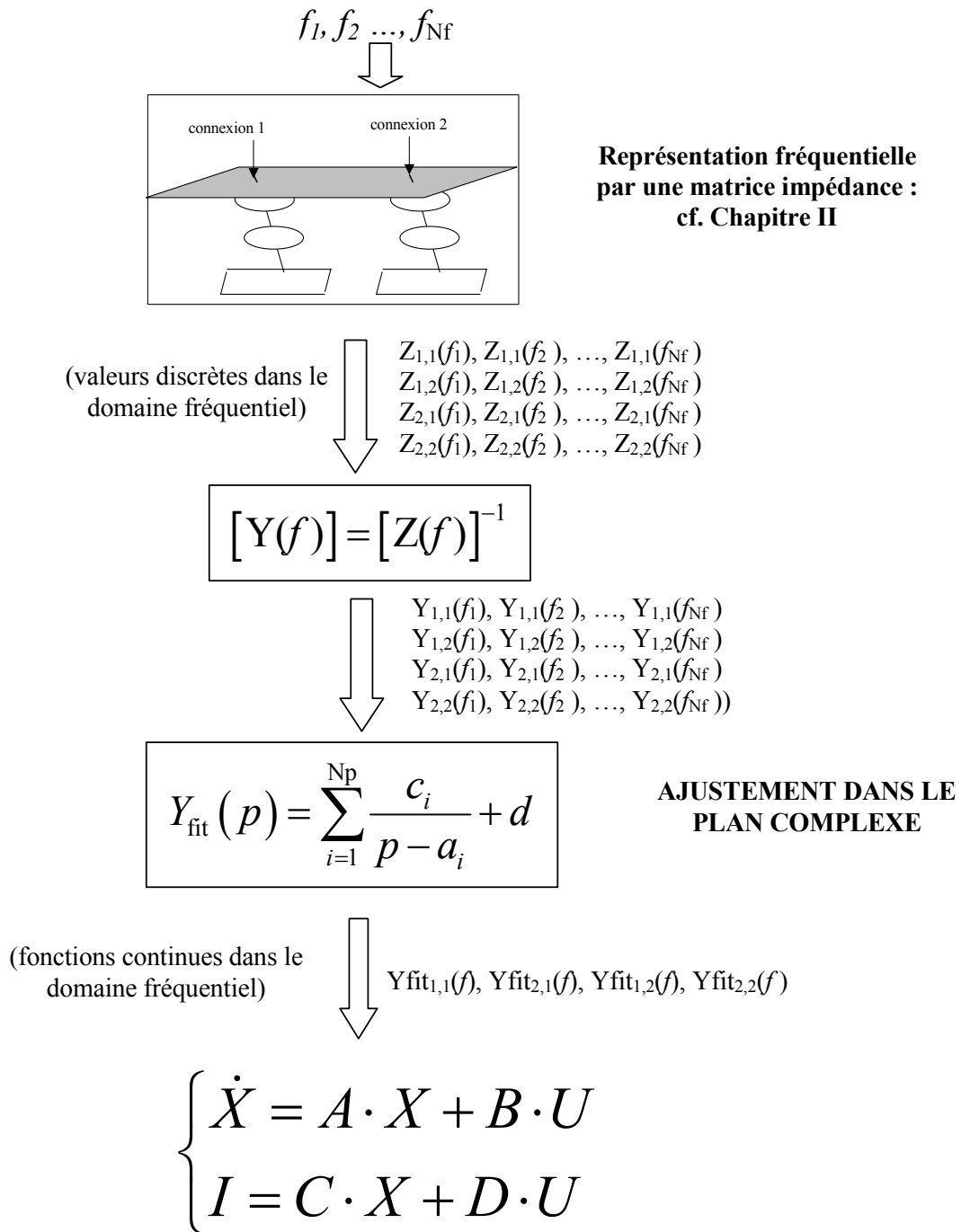


Figure III-3 : Modélisation d'un système de mise à la terre à deux points de connexion sous EMTP-RV à l'aide des équations d'état.

2 ETAPES PRINCIPALES DE L'APPROCHE PROPOSEE

2.1 AJUSTEMENT

2.1.1 Objectif

Comme nous l'avons vu, le modèle électromagnétique de prises de terre utilisé fournit des résultats discrets dans le domaine fréquentiel. Nous allons tout d'abord chercher à définir une fonction de transfert dont la réponse fréquentielle continue se rapproche le plus possible de ces valeurs discrètes. Cette fonction de transfert d'ordre N_p sera exprimée sous la forme d'une somme de fonctions d'ordre un:

$$Y_{n,m}(p) = \sum_{k=1}^{N_p} \frac{c_{n,m_k}}{p - a_{n,m_k}} + d \quad (\text{III-3})$$

avec p la variable de Laplace et c_{n,m_k} et a_{n,m_k} des constantes appelées respectivement résidus et pôles.

Remarque : pour (III-3), nous avons choisi une fonction propre (ordre du numérateur = ordre du dénominateur).

La Figure II-4 donne un exemple d'ajustement de l'impédance d'une prise de terre à un seul point de connexion avec le réseau ($N=1$): à gauche, nous avons représenté les données discrètes issues du modèle électromagnétique pour 30 fréquences comprises entre 100Hz et 1MHz, alors que les courbes de droite correspondent à la réponse fréquentielle d'une fonction rationnelle qui, à première vue, l'approche convenablement.

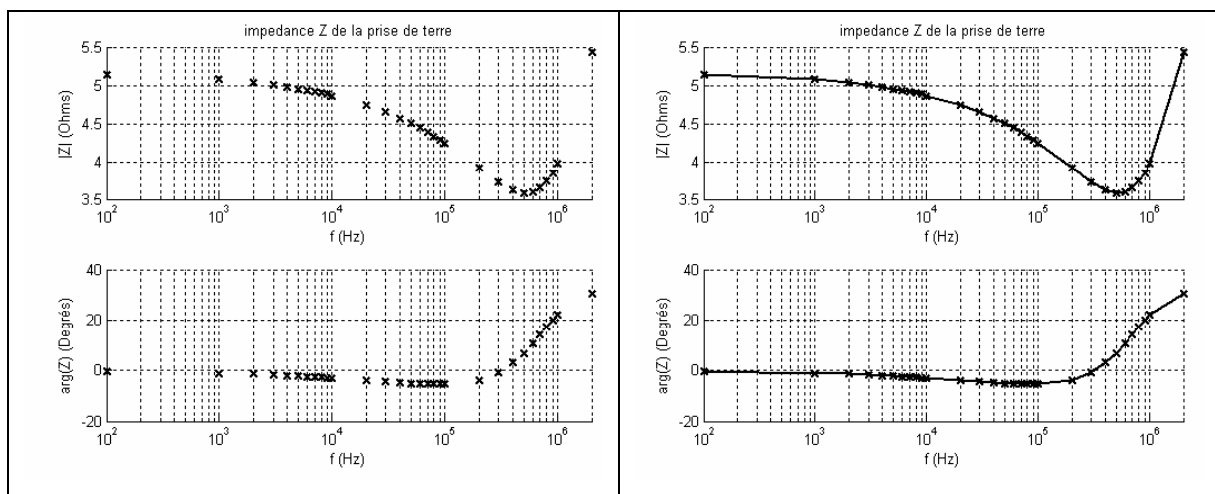


Figure III-4 : Exemple d'ajustement de la réponse fréquentielle $Z(f)$ d'une prise de terre.

2.1.2 Différentes approches

Différentes techniques d'ajustement d'une fonction de transfert $T(p)$ de la forme :

$$T(p) = \sum_{k=1}^{N_p} \frac{c_k}{p - a_k} + d \quad (\text{III-4})$$

à partir d'un ensemble de N_f échantillons $T^*(p_i)$ ($1 \leq i \leq N_f$) ont été proposées dans la littérature, notamment dans le domaine de l'automatique. Nous présenterons ici rapidement :

- l'ajustement de type 'moindres carrés non linéaires';
- l'ajustement de type Bode, restreint aux pôles et zéros réels.

Nous développerons plus en détail dans le chapitre suivant la méthode choisie pour notre étude, proposée par Gustavsen en [88].

a) *Moindres carrés non linéaires* [89][90][91]

Le problème d'ajustement de courbe consiste à choisir certaines variables telles que la différence entre la formule analytique rationnelle dans laquelle elles apparaissent et la réponse fréquentielle soit minimale sur un certain domaine fréquentiel. On cherche pour cela à minimiser au sens des moindres carrés l'erreur :

$$Err(a_1, a_2, \dots, a_{N_p}, c_1, c_2, \dots, c_{N_p}, d, p) = \sum_{i=1}^{N_f} [T(p_i) - T^*(p_i)]^2 \quad (\text{III-5})$$

avec $T^*(p_i)$ la valeur discrète de T en p_i et $T(p)$ définie à partir des coefficients c_k , a_k et d , cf. (III-4). Cette erreur est minimisée au sens des moindres carrés. La présence des variables a_k au dénominateur implique que ce problème est non linéaire.

b) *Asymptotic Bode fitting* [92][93]

L'idée de base, qui a été proposée par Bode [92] et largement diffusée par Marti dans le domaine des lignes [93], est d'approcher l'impédance par une série de fonctions de transferts asymptotiques. Ceci est équivalent à tracer le diagramme de Bode en module avec des segments de droites.

La forme désirée pour $T(p)$ est exprimée sous forme de fonction de transfert équivalente à (III-4) :

$$T(p) = H \frac{(p + z'_1) \times (p + z'_2) \times \dots \times (p + z'_{N_p})}{(p + a_1) \times (p + a_2) \times \dots \times (p + a_{N_p})} \quad (\text{III-6})$$

avec les restrictions suivantes :

- la constante H est réelle positive;
- le nombre N_p de pôles (a_k) est égal au nombre de zéros (z'_k);

- les pôles et les zéros sont réels, négatifs (stables).

En prenant le logarithme de l'expression et en multipliant par 20 (en dB) :

$$20 \log |T(p)| = 20 \log H + 20 \log |p + z'_1| + 20 \log |p + z'_2| + \dots + 20 \log |p + z'_{N_p}| - 20 \log |p + p_1| - 20 \log |p + p_2| - \dots - 20 \log |p + p_{N_p}| \quad (\text{III-7})$$

Il en suit que pour un pôle réel, le diagramme asymptotique de Bode en module est 0dB jusqu'à la fréquence de coupure puis décroît de 20dB par décade et pour un zéro réel, le même module est à 0dB puis croît de 20dB/d après la fréquence de coupure.

Ainsi, chaque fois que le module original descend de 20dB, un pôle est ajouté alors qu'à chaque fois qu'il augmente de 20 dB, un zéro est ajouté.

Puisqu'il n'y a ni pôle ni zéro dans la partie droite du plan complexe, on dit que la fonction est à 'déphasage minimal'.

Remarquons que cette méthode a été implémentée dans EMTP pour générer la fonction de transfert d'une ligne 'FD line'.

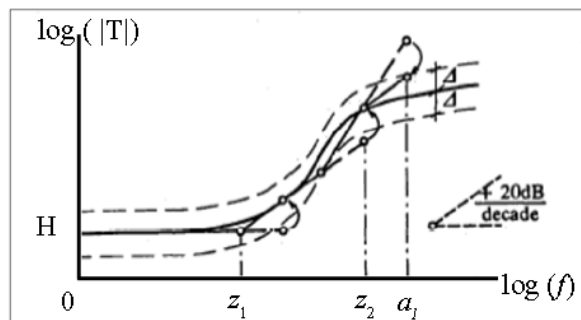


Figure III-5 : ajustement de Bode (d'après [46]).

Sur l'exemple de la Figure III-5, les deux premiers zéros (z_1 et z_2) ainsi que le premier pôle (a_1) ont été repérés.

Notons enfin que Menter et Grcev proposent en [46] une modification de cet algorithme, afin d'améliorer sa stabilité.

c) *Vector fitting*

Présentée par Gustavsen [88], l'approche choisie, parfois appelée 'Vector Fitting', est plus rigoureuse que l'ajustement de Marti, notamment car elle ne se limite pas au plan réel pour les pôles et zéros, ce qui permet de trouver des pics de résonance. Son défaut principal est qu'en contrepartie, elle est beaucoup plus exigeante en ressources informatiques.

La méthode utilisée pour arriver à la forme (III-3) se décompose en deux étapes : l'identification des pôles puis l'identification des résidus. L'annexe 8 détaille ces deux étapes.

On retiendra en particulier que l'algorithme s'assure de la stabilité du système en vérifiant que la partie réelle de chaque pôle est négative.

Dans le cadre de cette thèse, nous avons utilisé cette approche pour ajuster les données discrètes d'admittances calculées à partir du modèle électromagnétique.

2.1.3 Ajustement des termes de la matrice admittance

a) Introduction

Pour un système de mise à la terre disposant de N points de connexion avec le réseau, on souhaite ajuster les N^2 termes de la matrice admittance [Y] :

$$[I] = [Y] \cdot [U] = [Z]^{-1} \cdot [U] \quad (\text{III-8})$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ \dots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{1,1} & \dots & Y_{1,N} \\ \dots & \dots & \dots \\ Y_{N,1} & \dots & Y_{N,N} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ \dots \\ U_N \end{bmatrix} \quad (\text{III-9})$$

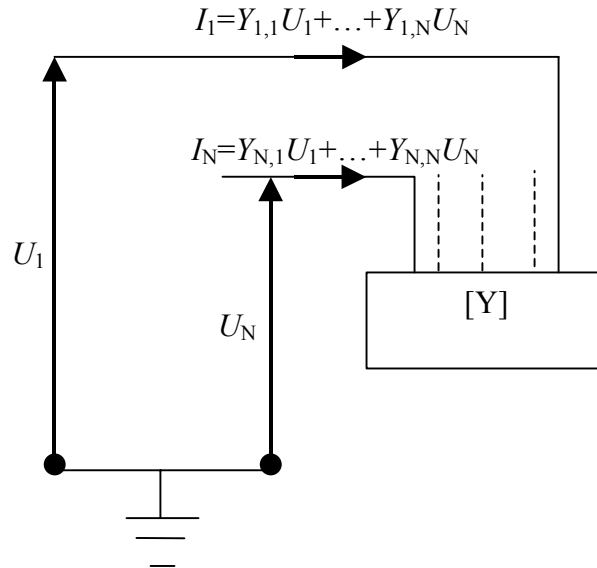


Figure III-6 : Matrice admittance de dimension $N \times N$.

Chaque élément $Y_{n,m}$ de la matrice admittance [Y] est approché par une fonction rationnelle $Y_{n,m}(p)$ en utilisant l'algorithme 'vector fitting' présenté précédemment :

$$Y_{n,m}(p) = \sum_{k=1}^{N_p} \frac{c_{n,m-k}}{p - a_{n,m-k}} + d_{n,m} \quad \forall (n,m) \in [1,N] \quad (\text{III-10})$$

On a donc le système :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ \dots \\ I_N \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} Y_{1,1} = \sum_{k=1}^{N_p} \frac{c_{1,1-k}}{p - a_{1,1-k}} + d_{1,1} & \dots & Y_{1,N} = \sum_{k=1}^{N_p} \frac{c_{1,N-k}}{p - a_{1,N-k}} + d_{1,N} \\ \dots & \dots & \dots \\ Y_{N,1} = \sum_{k=1}^{N_p} \frac{c_{N,1-k}}{p - a_{N,1-k}} + d_{N,1} & \dots & Y_{N,N} = \sum_{k=1}^{N_p} \frac{c_{N,N-k}}{p - a_{N,N-k}} + d_{N,N} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ \dots \\ U_N \end{bmatrix} \quad (\text{III-11})$$

En réalité, seule la moitié des mutuelles est calculée en raison de la symétrie de [Y].

Remarquons enfin qu'il est possible d'utiliser les mêmes pôles pour chaque admittance ($a_{n,m-k} = a_{l,l-k} \forall x, y, z$), dans le but de minimiser les temps de calcul [97].

b) *Problème de stabilité*

Afin de garantir la stabilité lorsque le modèle sera couplé à un réseau sous EMTP, deux critères doivent être respectés :

- les pôles doivent être stables : les pôles ($a_{n,m-k}$) doivent se situer à gauche de l'axe des imaginaires dans le plan complexe. Nous avons vu que l'algorithme d'ajustement utilisé s'assure que la partie réelle de chaque pôle est négative et prend son opposé dans le cas contraire ;
- le système doit être passif : physiquement, cela revient à dire qu'il ne renvoie pas de puissance sur le réseau. On peut montrer (cf. annexe 10) que pour qu'un composant soit passif, il faut que la matrice [Y] (ou [Z]) soit semi définie positive, ce qui signifie qu'elle n'a pas de pôles situés à droite de l'axe des imaginaires dans le plan complexe et que toutes les valeurs propres de sa partie réelle sont positives. Dans la pratique, on tracera pour chaque fréquence d'échantillonnage les valeurs propres de la partie réelle de [Y_{fit}] et on vérifiera qu'elles sont toujours positives. Gustavsen et Semlyen ont présenté en [98] une méthode d'ajustement qui permet de s'assurer que le réseau est passif. Le principe général est de modifier le plus légèrement possible les pôles pour assurer la passivité.

2.2 SYSTEME D'EQUATIONS D'ETAT

2.2.1 Généralités

a) *Forme recherchée*

Dans l'optique de l'insertion de l'équation (III-8) sous EMTP, on cherche à l'écrire en utilisant des variables d'état. On devra donc obtenir un système de la forme :

$$\begin{cases} \dot{X} = A \cdot X + B \cdot U \\ I = C \cdot X + D \cdot U \end{cases} \quad (\text{III-12})$$

avec X le vecteur portant les variables d'état et \dot{X} le vecteur composé de leurs dérivées temporelles.

Les matrices A, B, C et D définissent le comportement dynamique du réseau de terre.

b) *Existence de plusieurs solutions pour A, B, C et D*

À un système donné correspondent plusieurs ensembles de solutions A, B, C, D . On peut montrer en particulier que pour un ensemble A, B, C, D , il est possible de se ramener à un autre ensemble A_1, B_1, C_1, D_1 équivalent en effectuant un changement de coordonnées (similarity transformation).

Nous nous intéresserons à la représentation dite modale, qui est la plus utilisée pour représenter une matrice admittance ou impédance.

2.2.2 Détermination des matrices A, B, C, D forme modale

a) *Cas d'une admittance à une dimension*

Un raisonnement simple et physique permet d'identifier les coefficients des matrices A, B, C et D à c_{m,n_k} , a_{m,n_k} et $d_{m,n}$ dans (III-10).

Rappelons l'expression connue de l'admittance :

$$[Y(p)] = \begin{bmatrix} Y_{1,1}(p) & \cdot & Y_{1,N}(p) \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ Y_{N,1}(p) & \cdot & Y_{N,N}(p) \end{bmatrix} \quad (\text{III-13})$$

que l'on retrouve dans la relation :

$$[I(p)] = [Y(p)] \times \begin{bmatrix} U_1(p) \\ \dots \\ U_N(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{1,1}(p) & \cdot & Y_{1,N}(p) \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ Y_{N,1}(p) & \cdot & Y_{N,N}(p) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_1(p) \\ \dots \\ U_N(p) \end{bmatrix} \quad (\text{III-14})$$

Après ajustement nous obtenons pour chaque terme de la matrice [Y] :

$$Y_{n,m}(p) = \frac{I_{n,m}}{U_m} = \sum_{k=1}^{N_p} \frac{c_{n,m-k}}{p-a_{n,m-k}} + d_{n,m} \quad (\text{III-15})$$

On considère à présent que chaque courant $I_{n,m}$ est la somme de N_p+1 courants $I_{n,m-k}$:

$$I_{n,m} = \sum_{k=1}^{N_p+1} I_{n,m-k} = \left(\sum_1^{N_p} Y_{n,m-k} + d_{n,m} \right) \times U_m \quad (\text{III-16})$$

avec

$$Y_{n,m-k}(p) = \frac{c_{n,m-k}}{p-a_{n,m-k}} \quad (\text{III-17})$$

Cela revient à considérer le schéma électrique équivalent :

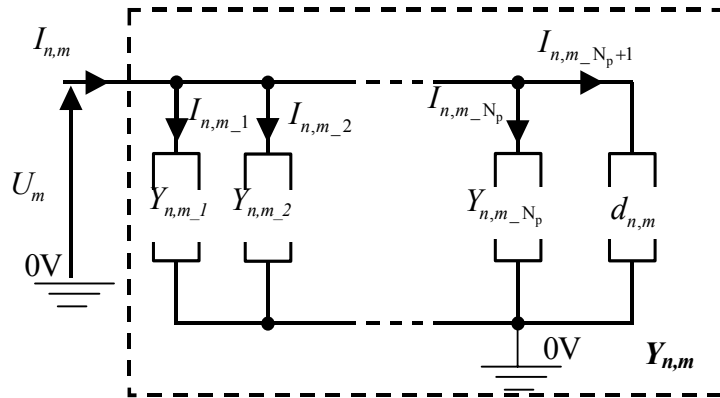


Figure III-7 : Définition des variables d'état pour un terme de la matrice d'admittance.

On obtient finalement :

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_{n,m-1} = \frac{I_{n,m-1}}{U_m} = \frac{c_{n,m-1}}{p-a_{n,m-1}} \\ \dots \\ Y_{n,m-N_p} = \frac{I_{n,m-N_p}}{U_m} = \frac{c_{n,m-N_p}}{p-a_{n,m-N_p}} \end{array} \right. \quad (\text{III-18})$$

qui peut s'écrire:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dI_{n,m-1}}{dt} = a_{n,m-1} \cdot I_{n,m-1} + c_{n,m-1} \cdot U_m \\ \dots \\ \frac{dI_{n,m-N_p}}{dt} = a_{n,m-N_p} \cdot I_{n,m-N_p} + c_{n,m-N_p} \cdot U_m \end{array} \right. \quad (\text{III-19})$$

Le vecteur d'état X porte les $N_p \times N^2$ courants I_{n,m_k} , ($1 \leq n, m \leq N$ et $1 \leq k \leq N_p$) : on peut donc réécrire (III-19):

$$\begin{aligned} \dot{X} &= A \cdot X + B \cdot U \\ I &= C \cdot X + D \cdot U \end{aligned} \tag{III-20}$$

avec les quatre matrices:

$$A = \begin{matrix} N^2 \times N_p & & N \\ \left[\begin{array}{cccc} a_{1,1_1} & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & a_{1,1_2} & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & a_{N,N_{N_p}} \end{array} \right] & \begin{matrix} N^2 \\ \times \\ N_p \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccc} c_{1,1_1} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{1,1_{N_p}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \left[\begin{array}{c} c_{1,2_1} \\ \dots \\ c_{1,2_{N_p}} \end{array} \right] & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \left[\begin{array}{c} c_{1,2_{N_p}} \\ \dots \\ c_{N,N-1_{N_p}} \end{array} \right] & \dots & 0 \\ \left[\begin{array}{c} c_{1,N_1} \\ \dots \\ 0 \end{array} \right] & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \left[\begin{array}{c} c_{N,N_{N_p}} \\ \dots \\ c_{N,N_{N_p}} \end{array} \right] \end{array} \right] \end{matrix} \begin{matrix} N \\ \times \\ N_p \end{matrix}$$

$$C = \begin{matrix} N^2 \times N_p & & N \\ \left[\begin{array}{cccc} [1 \ \cdot \ 1] & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & [1 \ \cdot \ 1] & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] & N & \end{matrix}$$

$$D = \begin{matrix} N & & N \\ \left[\begin{array}{c} d_{n,m} \\ \dots \\ d_{n,m} \end{array} \right] & N & \end{matrix}$$

Cette représentation est dite modale car la matrice A est diagonale et tous les modes sont découplés. Elle est très utilisée en automatique car elle permet de contrôler chaque mode indépendamment.

b) Pôles complexes

L'ajustement peut mener à une fonction rationnelle faisant apparaître des pôles complexes. Afin de se ramener à des matrices A, B, C et D réelles, considérons la matrice A :

$$A = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1,1_1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & a_{1,1_N_p} \end{bmatrix} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \begin{bmatrix} a_{n,2_1} & 0 \\ 0 & a_{n,2_N_p} \end{bmatrix} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \begin{bmatrix} a_{N,N_1} & 0 \\ 0 & a_{N,N_N_p} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (III-21)$$

Cette matrice est diagonale (expression modale). Si certains pôles et zéros sont complexes, alors ils apparaissent avec leur conjugué. Ces conjugués peuvent être regroupés 2 à 2 pour former un bloc réel de second ordre (bloc 2x2 sur la diagonale de A).

Par exemple, si les termes a_{n,m_k} , a_{n,m_k+1} , c_{n,m_k} , c_{n,m_k+1} sont complexes, la sous matrice correspondante dans A , B et C sera modifiée comme le présente le tableau suivant :

Matrice	Sous matrices complexes initiales	Nouvelles sous matrices	
A	$\begin{bmatrix} a_{n,m_k} & 0 \\ 0 & a_{n,m_k+1} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Ra & Ia \\ -Ia & Ra \end{bmatrix}$	avec Ra , Ia , Rc , Ic les parties réelle et imaginaire des complexes a_{n,m_k} et c_{n,m_k} .
B	$\begin{bmatrix} c_{n,m_k} \\ c_{n,m_k+1} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \cdot Rc \\ -2 \cdot Ic \end{bmatrix}$	
C	$[1 \ 1]$	$[1 \ 0]$	

Tableau III-1 : Matrices réelle A, B, C réelles à partir de pôles complexes.

Remarque: si l'algorithme d'ajustement associe le même groupe de pôle à chaque admittance (chaque mutuelle et chaque self), ces pôles se répètent dans la matrice A . Dans ce cas, l'ordre du système peut être diminué, comme le propose Gustavsen en [97].

3 VALIDATION DE L'APPROCHE PROPOSEE

Nous validerons notre modèle de système de mise à la terre sous ETMP-RV en nous appuyant sur les résultats de trois expérimentations présentées dans la littérature :

- étude 1 (Nayel et. Al., [105][106]) : Mesure de la réponse en tension d'un système de mise à la terre constitué de deux antennes dont l'une est excitée par un courant impulsionnel ;
- étude 2 (Nayel et. Al., [107]) : Mesure de la réponse en tension d'un système de mise à la terre constitué de deux piquets dont l'un est excité par un courant impulsionnel ;
- étude 3 (Ametani et. Al., [108]) : Mesure de la montée en potentiel des deux extrémités d'une longue antenne (contrepois) excitée par une impulsion de courant.

On présentera dans la même partie les études 1 et 2, qui reposent sur le même protocole expérimental (seule la forme du système de mise à la terre varie).

3.1 ETUDE 1 ET 2 : DEUX CONDUCTEURS PARALLELES ENTERRES

3.1.1 Présentation du protocole expérimental pour les études 1 et 2

La Figure III-8 présente la configuration étudiée en [105], [106] et [107]. Une source (PG) génère une impulsion de tension (500V crête pour l'étude 1 et 200V pour l'étude 2) et excite une entrée du système de mise à la terre. Ce système de mise à la terre est composé de 2 conducteurs longilignes parallèles de diamètre 14mm, horizontaux dans le cas de l'étude 1, et verticaux dans le cas de l'étude 2.

Le générateur est situé à une distance $D_c=11m$ (étude 1) ou $D_c=10m$ (étude 2) du système de mise à la terre afin de s'assurer que sa tension de référence est bien la terre éloignée.

Pour les deux études, la résistivité du sol a été mesurée :

- étude 1 : ρ varie entre $125\Omega.m$ et $5\Omega.m$ lorsque la profondeur varie entre 0m et 130m ;
- étude 2 : ρ varie entre $150\Omega.m$ et $50\Omega.m$ lorsque la profondeur varie entre 0.2m et 0.9m.

3.1.2 Modèle utilisé sous EMTP-RV

On modélise sous EMTP-RV le système conformément à la Figure II-9.

Le générateur est représenté par une source d'impulsion en tension idéale, de temps de montée 10 ns. Les conducteurs 1 et 3 sont modélisés par des lignes monofilaires à paramètres constants (modèle CP) et d'impédance caractéristique 250Ω . Le conducteur 2 est quant-à lui décrit comme une ligne monofilaire grâce au modèle FD.

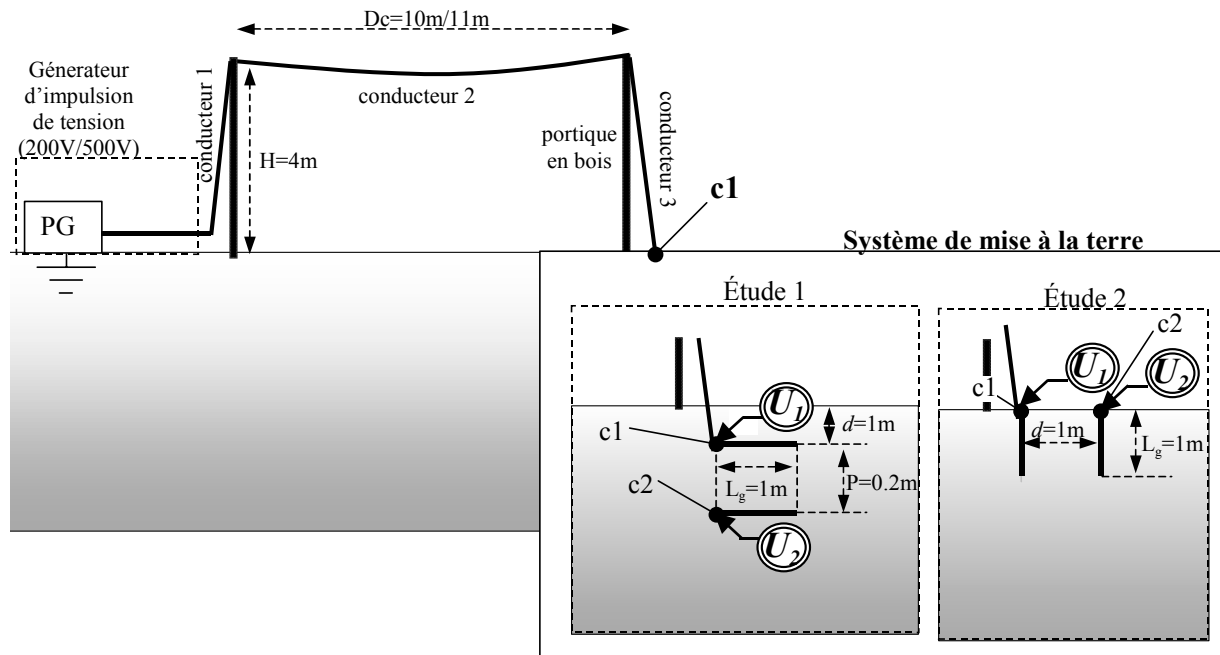


Figure III-8 : Schéma expérimental, d'après [105][106] (étude 1) et [107] (étude 2).

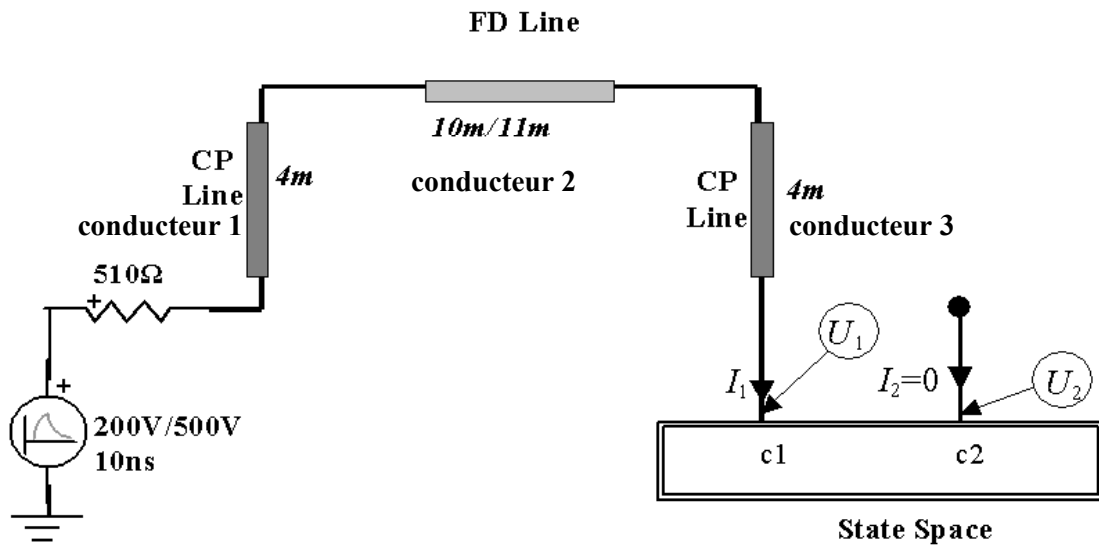


Figure III-9 : Modélisation de l'installation sous EMTP-RV.

Le système de mise à la terre (groupe de deux conducteurs enterrés verticalement ou horizontalement) est modélisé par un bloc d'équations d'état, suivant la méthodologie présentée plus tôt dans ce chapitre. Le nombre de connexions étant $N=2$, la matrice impédance sera de taille 2×2 :

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{1,1} & Z_{1,2} \\ Z_{2,1} & Z_{2,2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad \text{(III-22)}$$

La Figure III-10 présente la réponse fréquentielle de chaque terme de la matrice $[Z]$ pour les deux cas d'étude, ainsi que la résistivité du sol homogène équivalent choisie pour la mise en oeuvre du modèle électromagnétique. On note ici $Z_{\text{self}} = Z_{1,1} \approx Z_{2,2}$ et $Z_{\text{mutual}} = Z_{2,1} = Z_{1,2}$.

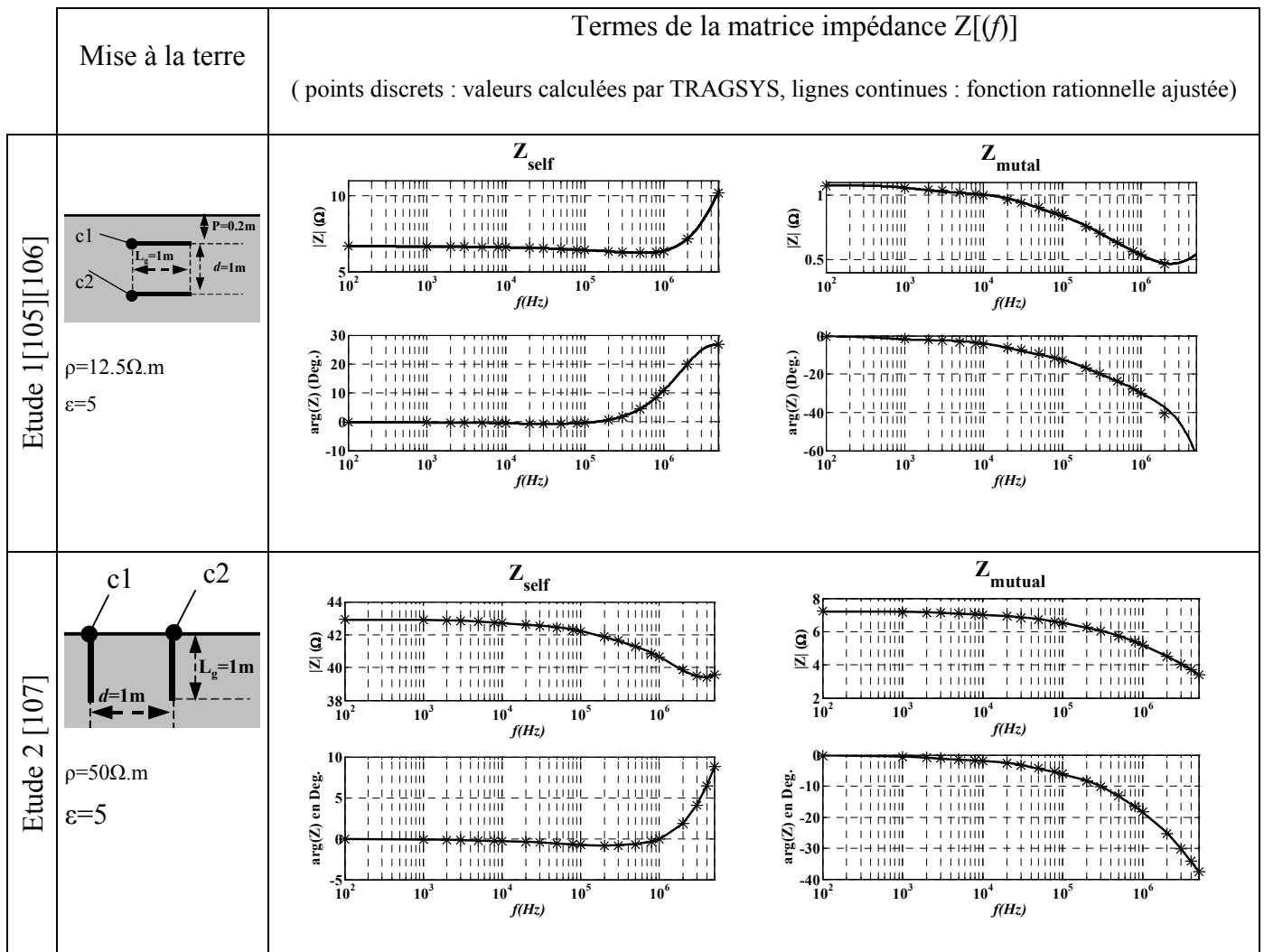


Figure III-10 : Réponses fréquentielles du système de mise à la terre.

3.1.3 comparaison simulation/mesure

a) Etude 1

Nous avons tracé en Figure III-11 les valeurs du courant $I_I(t)$ et des potentiels $U_I(t)$ et $U_2(t)$ obtenues en simulant le montage du schéma de la Figure III-9 sous EMTP-RV.

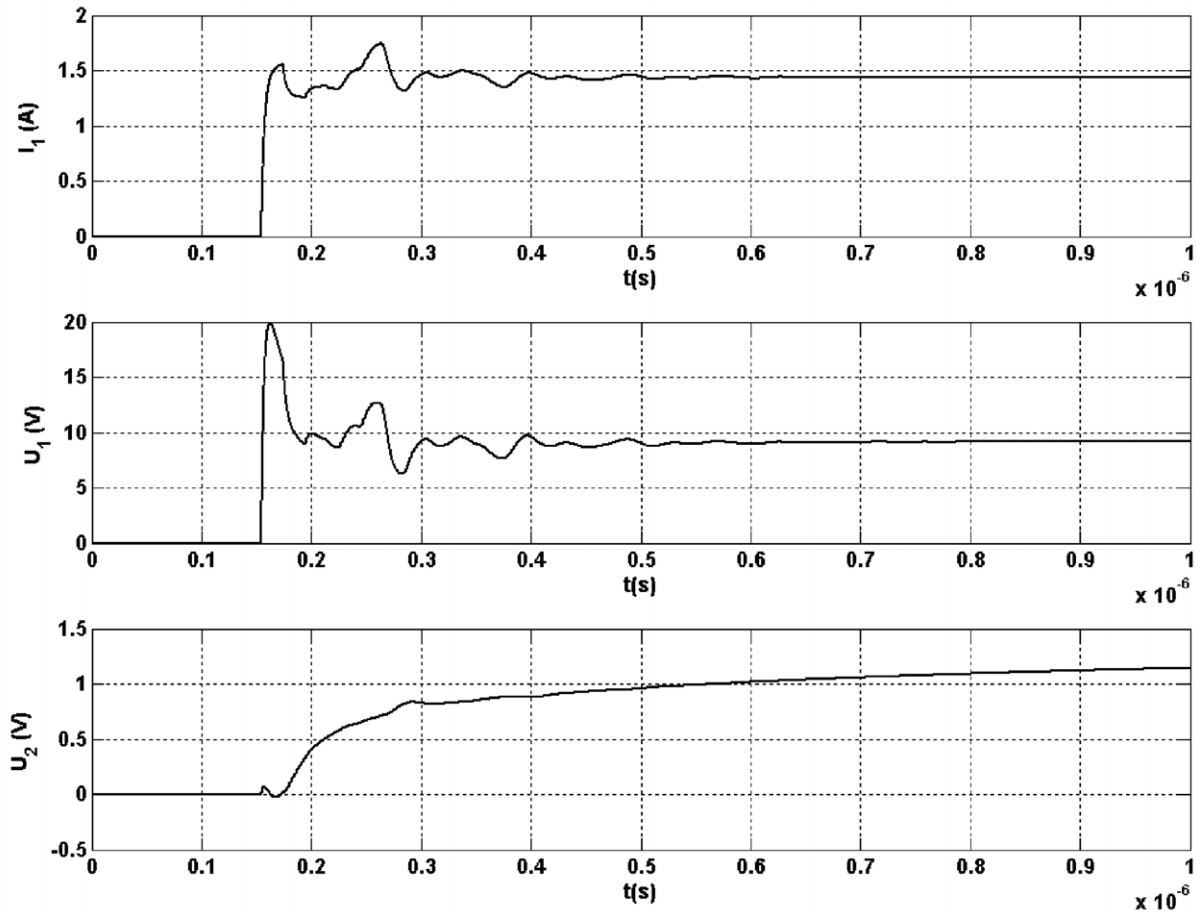


Figure III-11 : Etude 1 : simulation sur $[0 ; 1\mu\text{s}]$.

La Figure III-12 compare les valeurs obtenues pour $I_I(t)$, $U_I(t)$ et $U_2(t)$ par simulation avec les mesures présentées dans la référence [105].

Les valeurs de $I_I(t)$ et $U_I(t)$ calculées à partir de notre modèle de mise à la terre sont très proches des valeurs mesurées. Concernant le potentiel $U_2(t)$, la mesure fait apparaître un transitoire initial rapide qui ne se retrouve pas en simulation. Cet écart peut s'expliquer par le fait que la fréquence des oscillations mises en jeu (période d'environ $0.1\mu\text{s}$, soit une fréquence de 10MHz) est supérieure au domaine de validité du modèle électromagnétique. Enfin, à partir de $t=0.6\mu\text{s}$, les simulations sont en bon accord avec les mesures.

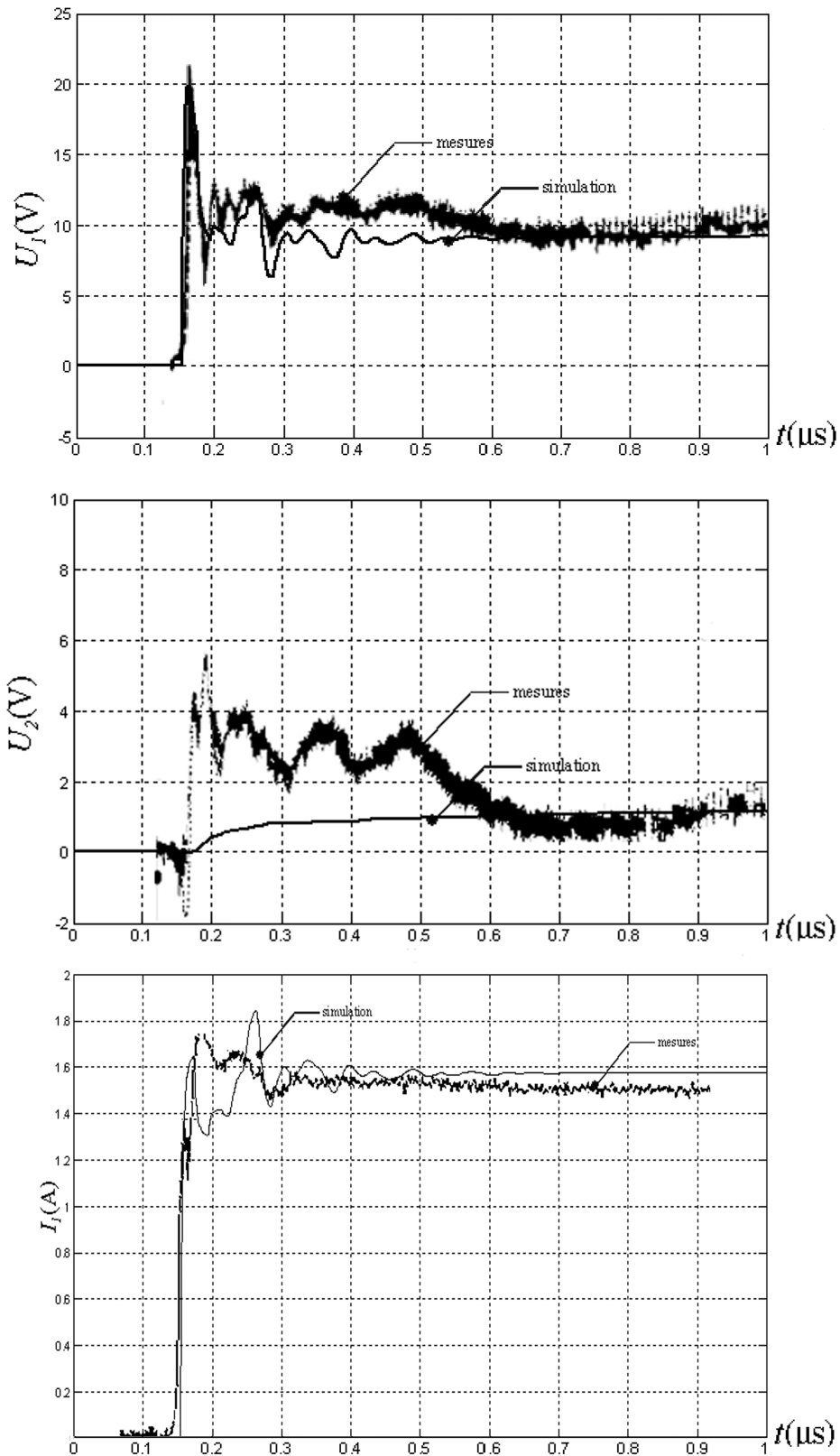


Figure III-12 : Etude 1, courant injecté dans l'antenne 1 et montée en potentiel des points de connexion 1 et 2 (mesures d'après [105]).

b) *Etude 2*

On considère à présent deux conducteurs enterrés verticalement (cf. Figure III-8).

On présente tout d'abord les résultats de calcul de l'évolution du courant $I_1(t)$ et des potentiels $U_1(t)$ et $U_2(t)$ sur une période de $1\mu\text{s}$.

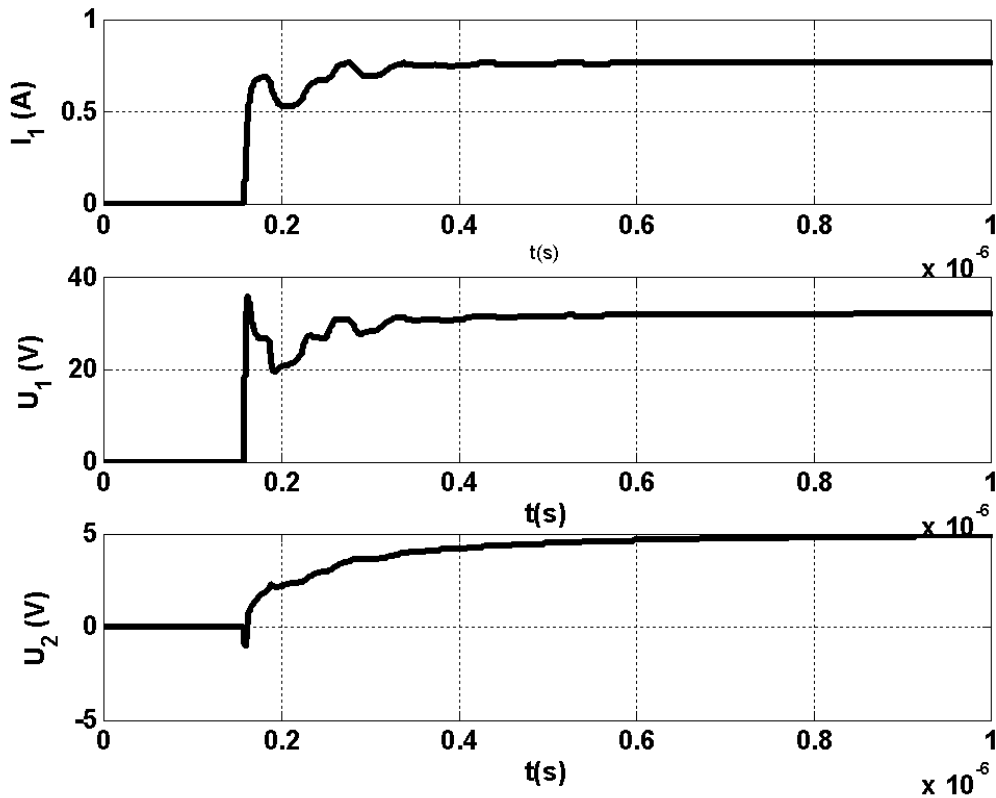


Figure III-13 : Etude 2 : simulation sur $[0 ; 1\mu\text{s}]$.

Les figures suivantes présentent les valeurs calculées ('simulation' à partir du schéma de la Figure III-9 sous EMTP-RV) et expérimentales (présentées en [107]) de ces grandeurs électriques sur une période de $1\mu\text{s}$.

Ici encore, les valeurs de $I_1(t)$ et $U_1(t)$ calculées à partir de notre modèle de mise à la terre sont très proches des valeurs mesurées.

Les valeurs calculées pour le potentiel $U_2(t)$ sont également en accord avec les mesures, mis à part une oscillation (période de l'ordre de $2\mu\text{s}$, soit une fréquence d'environ 500kHz).

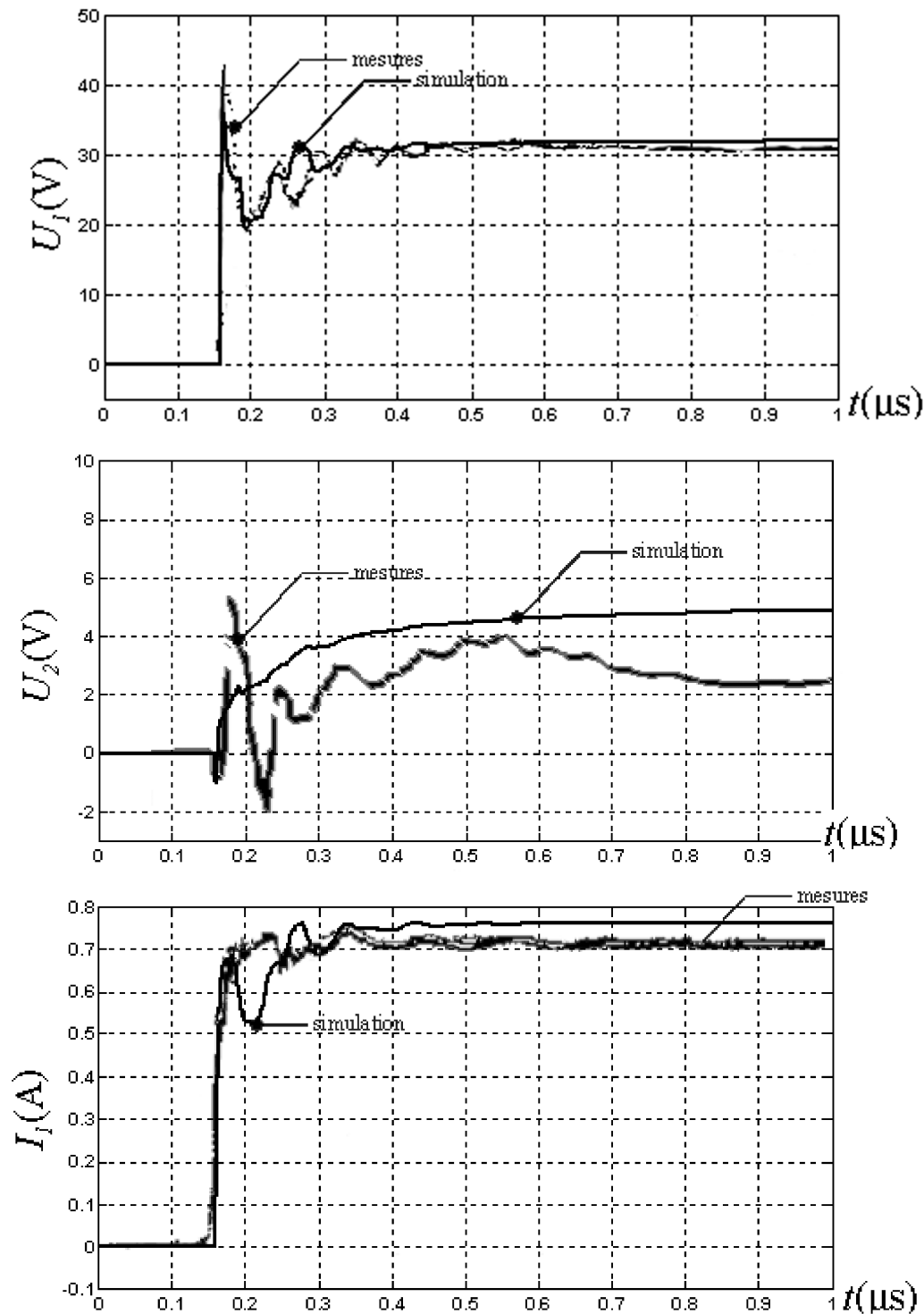


Figure III-14 : Etude 2 : Courant injecté dans le pieu 1 (mesures d'après [107]).

3.2 ETUDE 3 : REPOSE D'UN CONTREPOIDS A UNE IMPULSION DE COURANT

Ametani et. Al présentent en [108] des mesures de courant et de tension dans une antenne longue (appelée aussi contrepois) excitée par une impulsion de courant. Le schéma expérimental est le suivant :

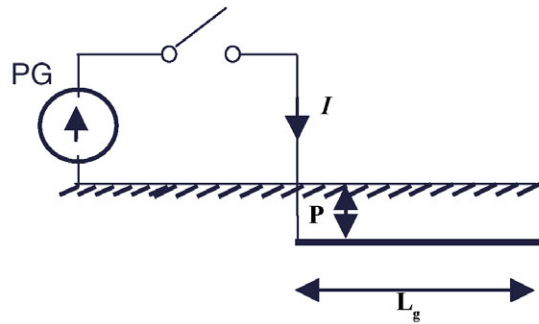


Figure III-15 : Schéma expérimental selon [108].

PG est une source continue délivrant un courant de 0.2A en régime permanent. Les dimensions sont les suivantes :

- longueur du contrepois: $L_g=34.1\text{m}$;
- profondeur d'enfouissement : $P=1\text{m}$;
- section du conducteur enterré : 60mm^2 .

Le sol est considéré comme homogène de résistivité $\rho=400\Omega\cdot\text{m}$.

On dispose de mesures du courant entrant dans l'antenne, ainsi que du potentiel à chaque extrémité (U_1 et U_2). On aura donc un système de mise à la terre avec deux points de connexion de la forme :

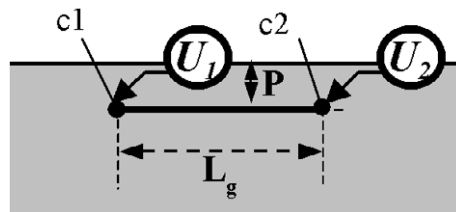


Figure III-16 : Mise à la terre, étude 3 : contrepois.

Sous EMTP, on représentera PG par une source de courant impulsionnelle de temps de montée $0.1 \mu\text{s}$. Le contrepois sera un bloc d'équations d'état à deux entrées ($c1$ et $c2$).

La Figure III-17 présente les valeurs calculées grâce à notre modèle pour $I_1(t)$, $U_1(t)$ et $U_2(t)$. Ces résultats sont à comparer avec les courbes présentées en Figure III-18, issue de [108], et pour laquelle l'auteur appelle:

- 'expt' : les valeurs mesurées ;
- 'back_calc' : valeurs calculées en utilisant directement l'expression de $U_1(t)$ et $U_2(t)$ lorsque l'on considère que le contrepois est une ligne et connaissant le courant $I_1(t)$;
- 'EMTP' : valeurs calculées sous EMTP en modélisant le contrepois par une ligne dont les caractéristiques sont issues des mesures.

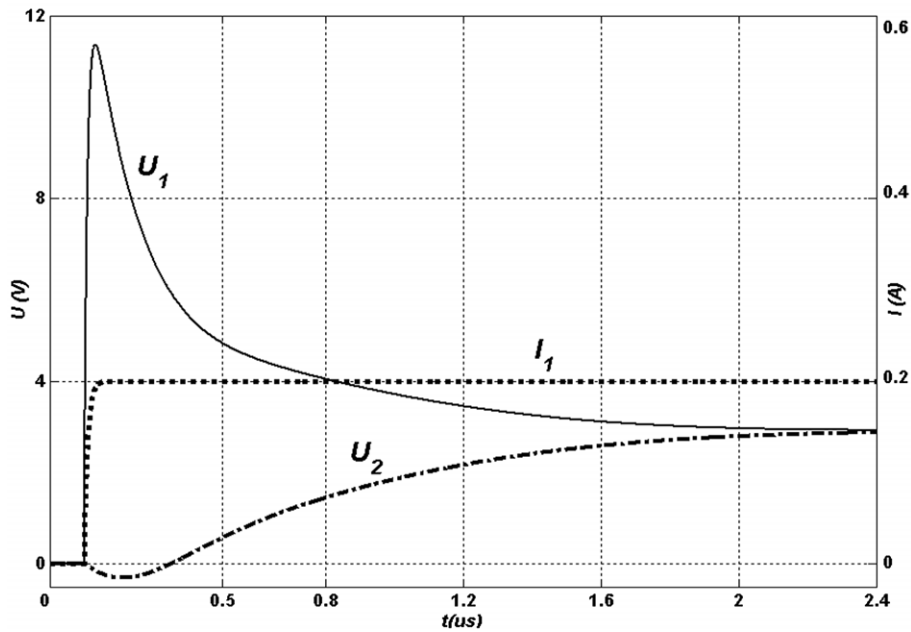


Figure III-17 : Résultat de la simulation pour l'étude 3 : contrepoids de 34.1m.

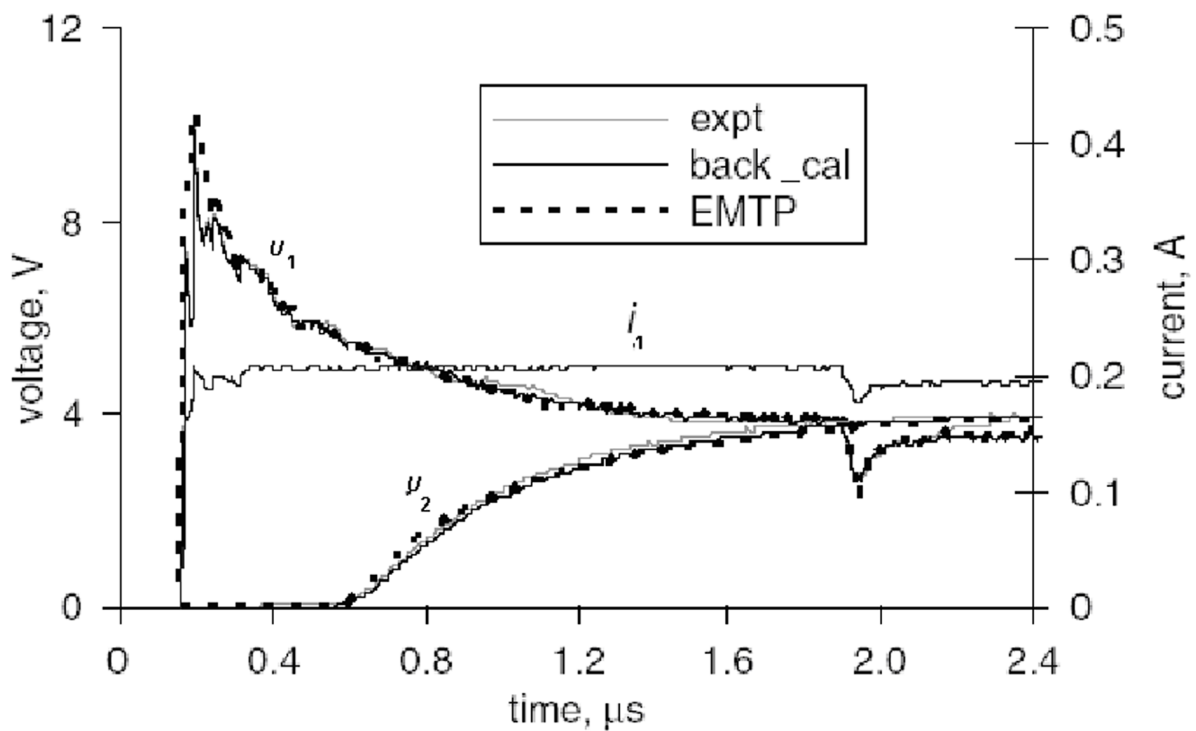


Figure III-18 : Résultats présentés [108] en pour l'étude 3 : contrepoids de 34.1m.

Les résultats obtenus avec notre modèle sont en accord avec les résultats expérimentaux (courbes 'expt' sur la Figure III-18). On peut expliquer les légères différences (petites oscillations et impulsion à $t=2\mu s$) de la façon suivante : dans notre simulation sous EMTP-RV, nous avons négligé les connecteurs et forcé un courant égal à 0.2A, alors qu'en réalité, il y a de multiples réflexions dues à cette connectique (onde de retour à $t=2\mu s$ sur la Figure III-18).

L'avantage principal de notre méthode sur celles employées par les auteurs de [108] (courbes 'back_calc' et 'EMTP'), outre le fait que les modèles électromagnétiques sont en théorie plus rigoureux que les modèles de lignes (cf. chapitre 1), est que nous n'avons pas eu besoin de mesures pour obtenir notre modèle (Ametani utilise la réponse indicielle du contrepois pour définir l'impédance caractéristique de la ligne équivalente).

3.3 CONCLUSION

Nous avons validé notre modèle de système de mise à la terre en nous appuyant sur des résultats expérimentaux issus de trois études présentées dans la littérature. D'une manière générale, nous avons obtenu de bons résultats d'autant plus encourageants que :

- les données expérimentales n'étaient pas complètes lors des simulations (par exemple, les références ne donnent pas tous les détails concernant les conducteurs reliant la source d'impulsion à la mise à la terre) ;
- les mesures de transitoires à fronts rapides sont en pratique très délicates, et les résultats obtenus dépendent de nombreux paramètres. La référence [106] montre par exemple que pour un même phénomène, les mesures peuvent être assez différentes si l'on modifie la position de la référence 0V prise pour les mesures de potentiels (modification du chemin d'intégration du champ électrique, cf. annexe 3);
- les signaux comparés font apparaître des transitoires très rapides, qui se situent parfois au-delà de la limite de validité théorique du modèle électromagnétique (fréquences mises en jeu supérieures à 5MHz).

Nous considérons que notre modèle est validé et nous allons donc l'exploiter sur divers cas pratiques.

4 EXPLOITATION DE NOTRE MODELE

L'outil de modélisation des systèmes de mise à la terre sous EMTP-RV que nous avons présenté et validé est appliqué sur deux exemples afin de montrer son intérêt:

- le premier exemple est une étude de coordination d'isolement pour un poste de transformation HTB. On modélise souvent dans ce cas la grille de mise à la terre par une simple résistance, ce qui revient à négliger son comportement inductif. Notre modèle va nous permettre d'estimer les erreurs engendrées par cette simplification;
- le second exemple est une étude de coordination des isolements pour deux lignes HTB. La configuration classique '4x3 boucles' ne permettant pas de mettre à la terre convenablement les pylônes de l'une de ces lignes, on souhaite étudier l'éventualité d'une liaison souterraine avec les prises de terre de l'autre ligne. Notre modèle a été validé pour cette configuration de type 'contrepois', et il nous permettra de vérifier par des simulations qu'il s'agit d'une bonne solution.

4.1 GRILLE DE MISE A LA TERRE D'UN POSTE

Nous nous intéressons ici à la modélisation d'une grille de mise à la terre de poste pour des calculs de coordination d'isolement et de CEM. Comme nous l'avons vu au premier chapitre de cette thèse, ces systèmes sont très étendus (ils couvrent souvent une surface supérieure à 100m²), ce qui limite théoriquement la validité des modèles de types 'résistance simple' pour des études de transitoires rapides. Pourtant, ces modèles sont fréquemment utilisés en pratique, même lorsque l'on considère des courants de foudre. On peut se demander si cette simplification n'entraîne pas de grosses erreurs dans les calculs effectués par EMTP-RV. Nous nous servons ici du modèle que nous avons présenté et validé comme modèle de référence afin de répondre à cette question par une étude comparative.

4.1.1 Présentation du cas étudié

On s'intéresse ici au cas d'un poste de transformation dont la mise à la terre est une grille étendue (cf. Figure III-19). Le dernier pylône de la ligne 225kV est frappé par la foudre. On considère 3 portées de 500m (3 phases + câble de garde). Le système de mise à la terre est une grille enterrée dont la surface totale est de quelques centaines de mètres carrés à une profondeur de 0.5m et pour laquelle les conducteurs ont une section de 160mm².

La permittivité du sol est $\epsilon=5$. On définit pour notre étude paramétrique 4 cas pour la résistivité du sol et la géométrie de la grille :

cas	Sol	Géométrie	
	ρ ($\Omega.m$)	L_1 (m)	L_2 (m)
1	50	60	150
2	200	60	150
3	50	120	150
4	200	120	150

Tableau III-2 : Cas d'étude : grille de mise à la terre d'un poste.

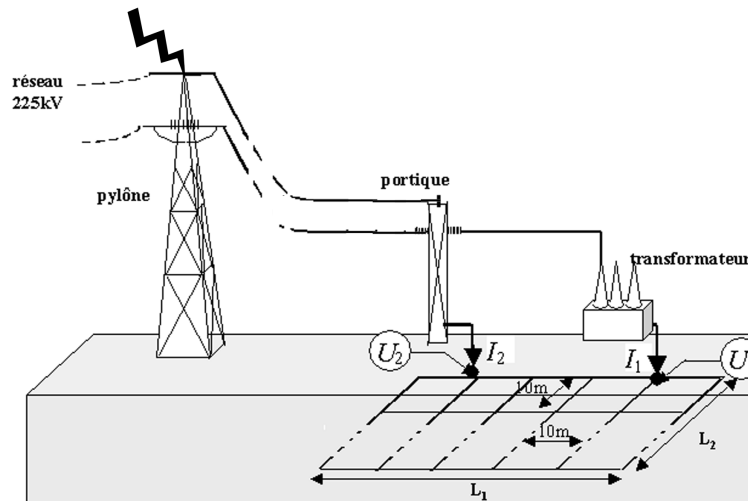


Figure III-19 : Mise à la terre de poste étudiée.

4.1.2 Modélisation

a) *Modèle du réseau*

On présente en Figure III-20 le modèle utilisé pour nos simulations sous EMTP-RV.

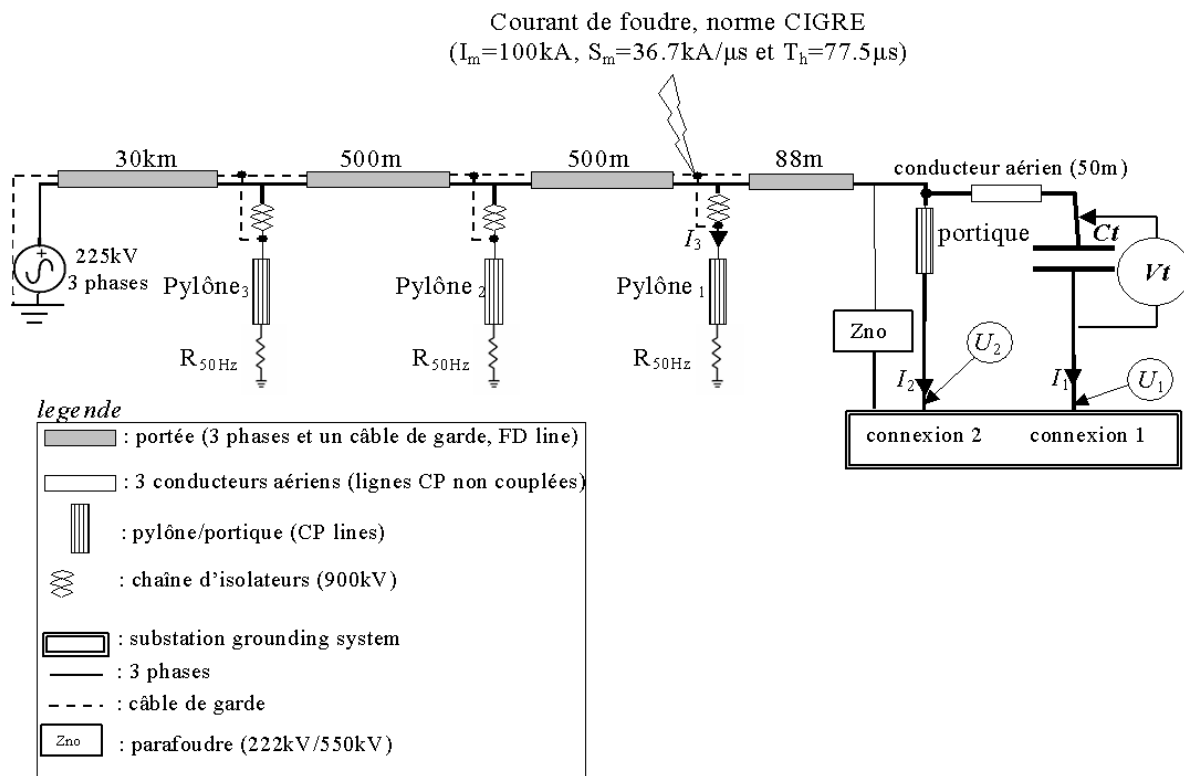


Figure III-20 : Schéma global du système considéré : grille de mise à la terre d'un poste.

Transformateur

Le transformateur est modélisé par des capacités de 2.2nF entre les phases et le point de connexion 1. Un parafoudre de tension assignée 222kV et de tension maximale de protection 550kV protège le système au niveau du portique.

Lignes

Les lignes sont représentées en utilisant le modèle FD Line d'EMTP. Une ligne longue (30km) est modélisée en bout de ligne pour éviter les problèmes de réflexion.

Pylônes et portiques

Les pylônes et le portique sont modélisés par des lignes 'CP' (constant parameters), de longueur respective 45m et 10m. La référence [109] propose de calculer leur impédance caractéristique en approchant la structure métallique par un cône. L'expression suivante est alors utilisée:

$$Z_{c_{pyl}} = 60 \times \ln \frac{H_{pyl} \sqrt{2}}{r_{pyl}} \quad (23)$$

avec $Z_{c_{pyl}}$ l'impédance caractéristique de la ligne représentant le pylône, H_{pyl} la hauteur du cône équivalent au pylône et r_{pyl} le rayon de la base du pylône.

Dans notre cas, on trouve $Z_{c_{pyl}} = 185\Omega$.

Les chaînes d'isolateurs pylône/phases sont représentées par des éclateurs 'flashover switches' de tension de tenue 900kV.

Courant de foudre

On modélise le courant de foudre en se référant au standard CIGRE [13], dont la forme a été rappelée en Figure I-9. On prendra les valeurs :

- $I_{max1}=100kA$;
- $S_m=36.7kA/\mu s$;
- $T_h=77.5\mu s$.

Mises à la terre

La mise à la terre des pylônes est de la forme 4x3 boucles. Nous avons vu en partie 4 du chapitre II que ce système de mise à la terre étant très peu étendu, il peut être modélisé par une simple résistance pour des sols de résistivité moyenne et faible. On prendra pour les simulations $R_{50Hz} = 10\Omega$.

Le système de mise à la terre du poste sera quant à lui modélisé alternativement par une simple résistance puis en suivant l'approche qui a été proposée en début de ce chapitre, et qui est basée sur le modèle électromagnétique

b) Modèle simplifié du système de mise à la terre du poste

On considère dans un premier temps le modèle le plus simple pour le système de mise à la terre : une simple résistance R_{50Hz} :

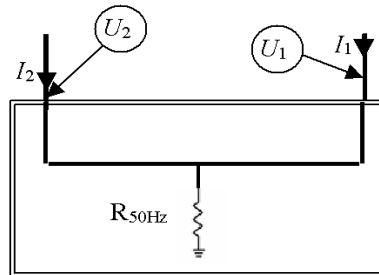


Figure III-21 : Modèle basse fréquence de la grille de mise à la terre.

Afin de déterminer la valeur de R_{50Hz} , on utilise la formule approchée IEEE [2] :

$$R_{50Hz} = \frac{\rho}{4} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{A}} + \frac{\rho}{L_{TOT}} \tag{III-24}$$

avec R_{50Hz} la résistance de la grille en basse fréquence (en Ω), ρ la résistivité du sol (en $\Omega.m$), L_{TOT} la longueur totale des conducteurs et A la surface de la grille.

On obtient alors pour les quatre cas d'étude :

cas	$R_{50Hz} (\Omega)$
1	0.2613
2	1.0453
3	0.179
4	0.7161

Tableau III-3 : R_{50Hz} pour les quatre cas d'étude de grille de mise à la terre de poste.

c) Modèle électromagnétique de la grille de mise à la terre

Forme du modèle

L'approche présentée au chapitre II nous permet de calculer pour différentes fréquences f les termes $Z_{n,m}$ de la matrice impédance :

$$\begin{bmatrix} U_1(f) \\ U_2(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{1,1}(f) & Z_{2,1}(f) \\ Z_{1,2}(f) & Z_{2,2}(f) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1(f) \\ I_2(f) \end{bmatrix} \tag{III-25}$$

Les tensions U_n et courants I_n sont définis sur la Figure III-20. On aura ici $Z_{1,1}=Z_{2,2}$ (symétrie) et $Z_{1,2}=Z_{2,1}$ (réciprocité).

Le modèle sera alors de la forme de la Figure III-22. Nous développons pour le cas numéro 4 les différentes étapes qui nous permettent de définir un bloc d'équations d'état.

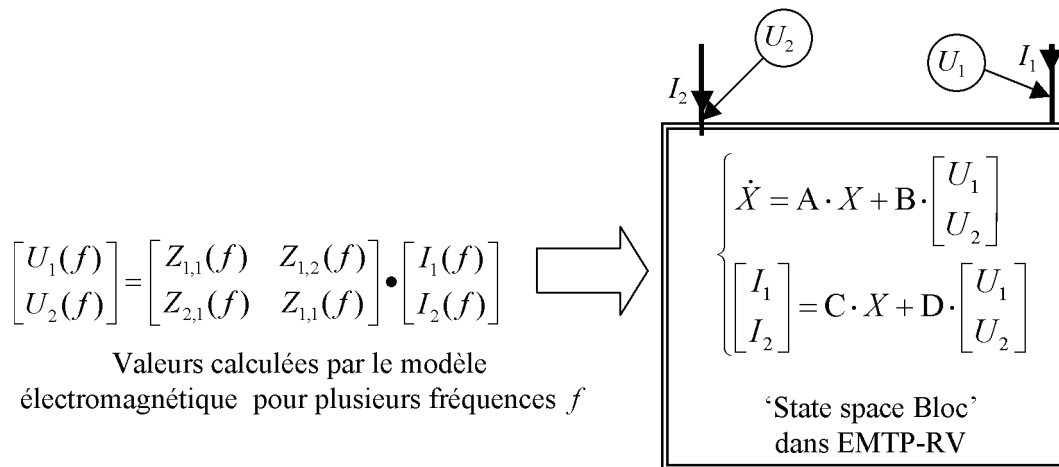


Figure III-22: Modèle de la grille sous EMTP.

Détail des différentes étapes de la modélisation pour le cas 4

Nous avons calculé grâce au modèle électromagnétique les différentes impédances sur le domaine fréquentiel [100Hz,5MHz] (points 'Z' sur la Figure III-23). La formule (III-24) permet d'estimer pour ce cas la résistance de mise à la terre: $R_{50Hz}=0.7161\Omega$. Le modèle électromagnétique nous donne quant à lui : $|Z_{1,1}(50Hz)|=0.65\Omega$, soit un écart assez faible de 9%.

On note que le comportement de la grille de terre est inductif ($|Z_{1,1}|$ et $|Z_{2,2}|$ augmentent avec la fréquence). Ce résultat est bien connu pour les grands réseaux de terre maillés [104]. De plus le couplage entre les deux points de connexion sera presque nulle en haute fréquence. Ces remarques sont importantes, en particulier pour les études de coordination d'isolement car elles indiquent que :

- la prise de terre se comportera moins bien en écoulement des courants de foudre que pour les défauts 50Hz ;
- les défauts 50Hz seront reportés d'un point de connexion à l'autre alors que ce n'est pas le cas en HF.

On définit alors, grâce à la méthode retenue au chapitre II une fonction rationnelle s'approchant des résultats calculés par le modèle électromagnétique. L'étude de l'annexe 9 nous amène à choisir $N_p=10$ pôles pour l'ajustement, ce qui donne les résultats présentés en Figure III-23 (' Z_{fit} ').

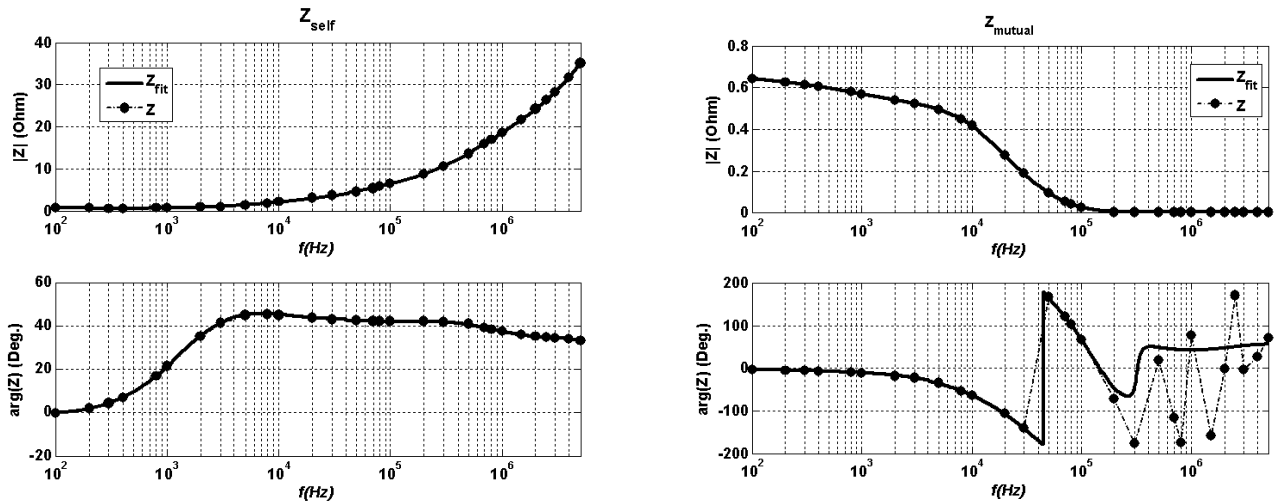


Figure III-23 : Impédance de la grille sur le domaine [100Hz, 1MHz], après ajustement.

Modèle de la grille de mise à la terre (modèle 'HF') pour les quatre cas d'étude

Pour les cas d'étude 1, 2 et 3, nous avons déterminé un bloc d'équations d'état de la même manière que pour le cas 4. Nous avons alors relevé sur la Figure III-24 la réponse fréquentielle de chaque matrice [Z].

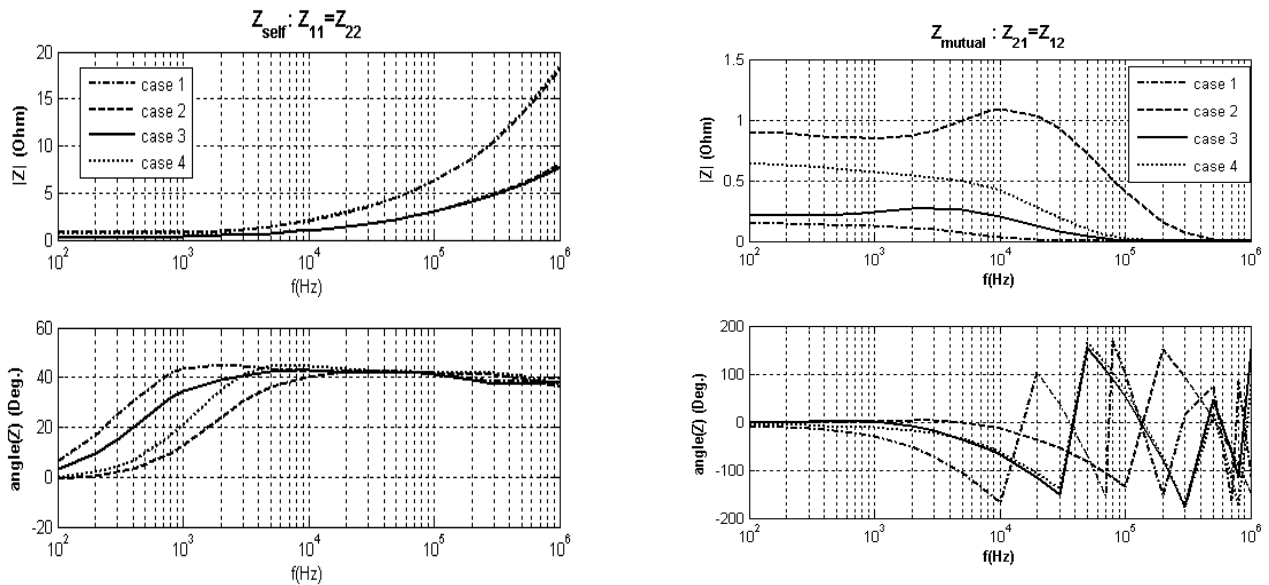


Figure III-24 : Termes de la matrice impédance de la grille.

4.1.3 Résultats de l'étude

a) Montée en potentiel de la grille

Lorsque le pylône 1 est foudroyé, une partie du courant de foudre s'écoule dans le câble de garde pour rejoindre le sol au point de connexion 1, ce qui résulte en une montée en potentiel de la grille pouvant poser des problèmes de CEM. Nous avons calculé sous EMTP-RV, à partir du modèle défini en Figure III-20, le potentiel scalaire des deux points de

connexion c1 et c2. La Figure III-25 présente les résultats pour les deux types de modélisation de la grille : simple résistance ('LF') ou bloc d'équations d'état ('HF').

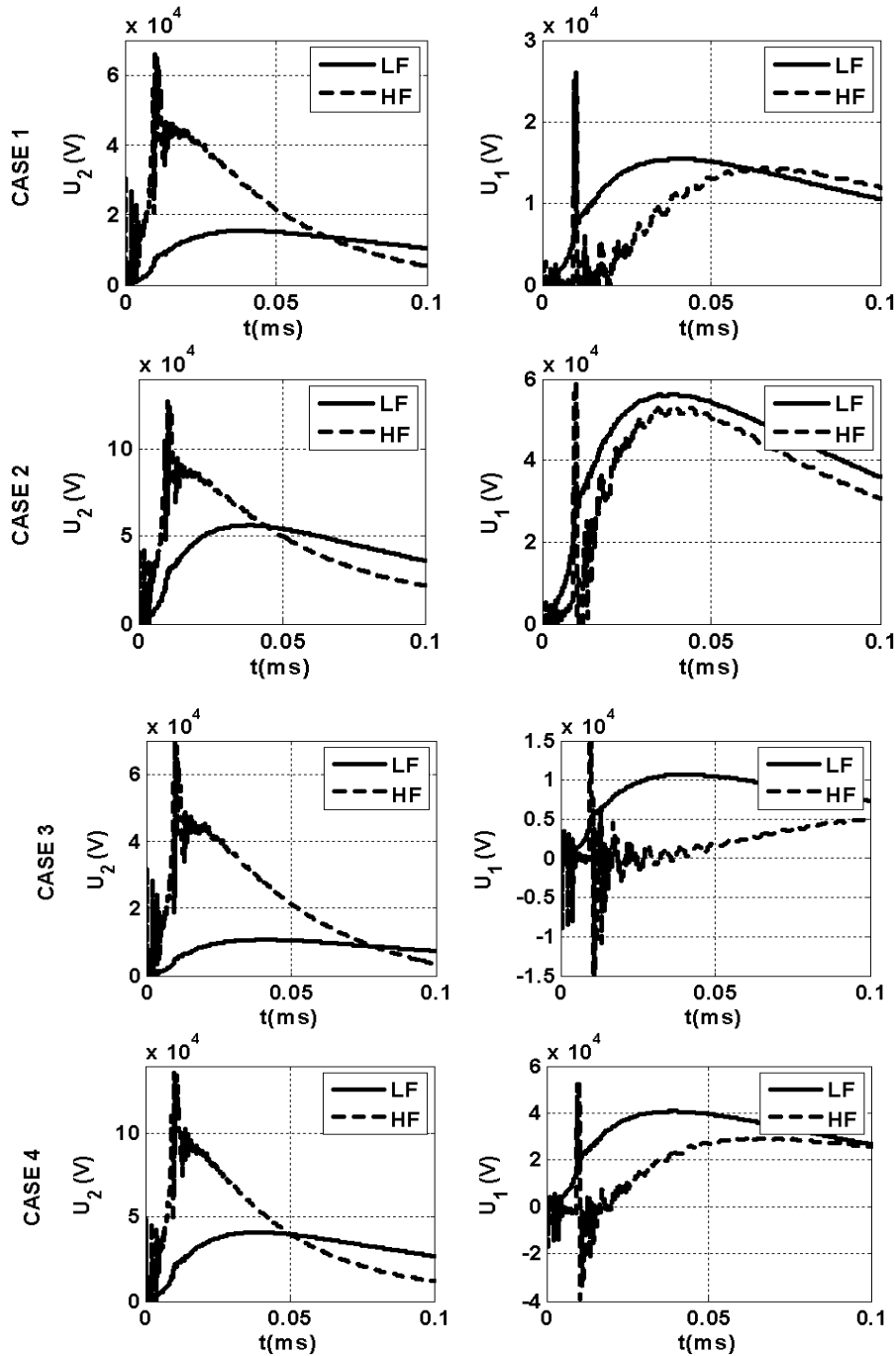


Figure III-25 : Montée en potentiel de la grille lorsque le pylône 1 est foudroyé.

On remarque sur ces courbes que les deux modèles de grille ('HF' et 'LF') conduisent à des résultats bien différents pour U_1 et U_2 . Avec l'approche la plus simple ('LF'), on ne prend pas en compte le comportement inductif de la prise de terre, ce qui entraîne une sous estimation des valeurs crêtes de U_2 . Parallèlement, l'approche basse fréquence surestime U_1 , car on omet le fait que les transitoires rapides ne sont pas complètement reportés d'un point de connexion à l'autre.

En conclusion, il est dans certains cas important de prendre en compte le comportement fréquentiel des mises à la terre étendues lors des études de CEM.

b) Surtension en entrée du transformateur

Nous avons relevé en Figure III-26 le potentiel V_t (contrainte en entrée du transformateur), défini sur la Figure III-20. En effet, lorsque le pylône 1 est foudroyé, un amorçage en retour à lieu sur les phases 2 et 3, ce qui contraint le transformateur ($V_{t_{ph1}}$ et $V_{t_{ph2}}$).

On remarque que la valeur crête de $V_{t_{ph1}}$ et $V_{t_{ph2}}$ dépend peu du cas et du modèle utilisé pour la grille ('LF' ou 'HF'). La différence relative entre les valeurs maximales calculées par les deux approches apparaît dans le cas 4 et sur la phase 2, et ne dépasse pas 15%. L'explication principale est que U_l est bien inférieure à la valeur crête du potentiel des phases 2 et 3 (cf. Figure III-25). Notons la présence d'oscillations dues au comportement résonnant du circuit lignes / capacité C_t .

Enfin, pour cette étude, la tension maximale admissible en entrée du transformateur doit être supérieure à 10^6 V et cette étude de coordination d'isolement peut être raisonnablement menée en se contentant du modèle le plus simple pour la grille de mise à la terre ('LF').

4.1.4 Conclusion

Lors des études de transitoires électromagnétiques sur les postes, il est important de bien choisir parmi les modèles de systèmes de mise à la terre, qui vont des plus simples, qui ne sont théoriquement valides qu'en basse fréquence, aux plus rigoureux et compliqués. En pratique, l'approche basse fréquence qui consiste à réduire le système de mise à la terre à une simple résistance est souvent utilisée, même pour les systèmes étendus comme les grilles de postes.

Nous avons présenté une étude comparative des valeurs de la montée en potentiel d'une grille de mise à la terre écoulant un courant de foudre calculées en utilisant alternativement un modèle de système de mise à la terre électrostatique et l'approche présentée dans ce chapitre. Cette étude nous a permis de montrer que le modèle 50Hz nous entraîne à :

- sous-estimer la montée en potentiel du point d'injection ; ceci vient du fait que l'on néglige le comportement inductif de la mise à la terre ;
- surestimer la montée en potentiel des parties du réseau de terre éloignées du point d'injection. Ceci est dû au fait que le couplage entre ces points est faible en HF.

Notre modèle nous a donc permis de tirer les conclusions suivantes :

- ➔ lors des études de coordination d'isolement, on peut parfois se contenter d'une résistance pour modéliser la grille de mise à la terre d'un poste ;
- ➔ inversement, pour des études de CEM, lorsqu'on s'intéresse directement au potentiel des conducteurs, il faut prendre en compte le comportement dynamique de la grille de mise à la terre lors des simulations.

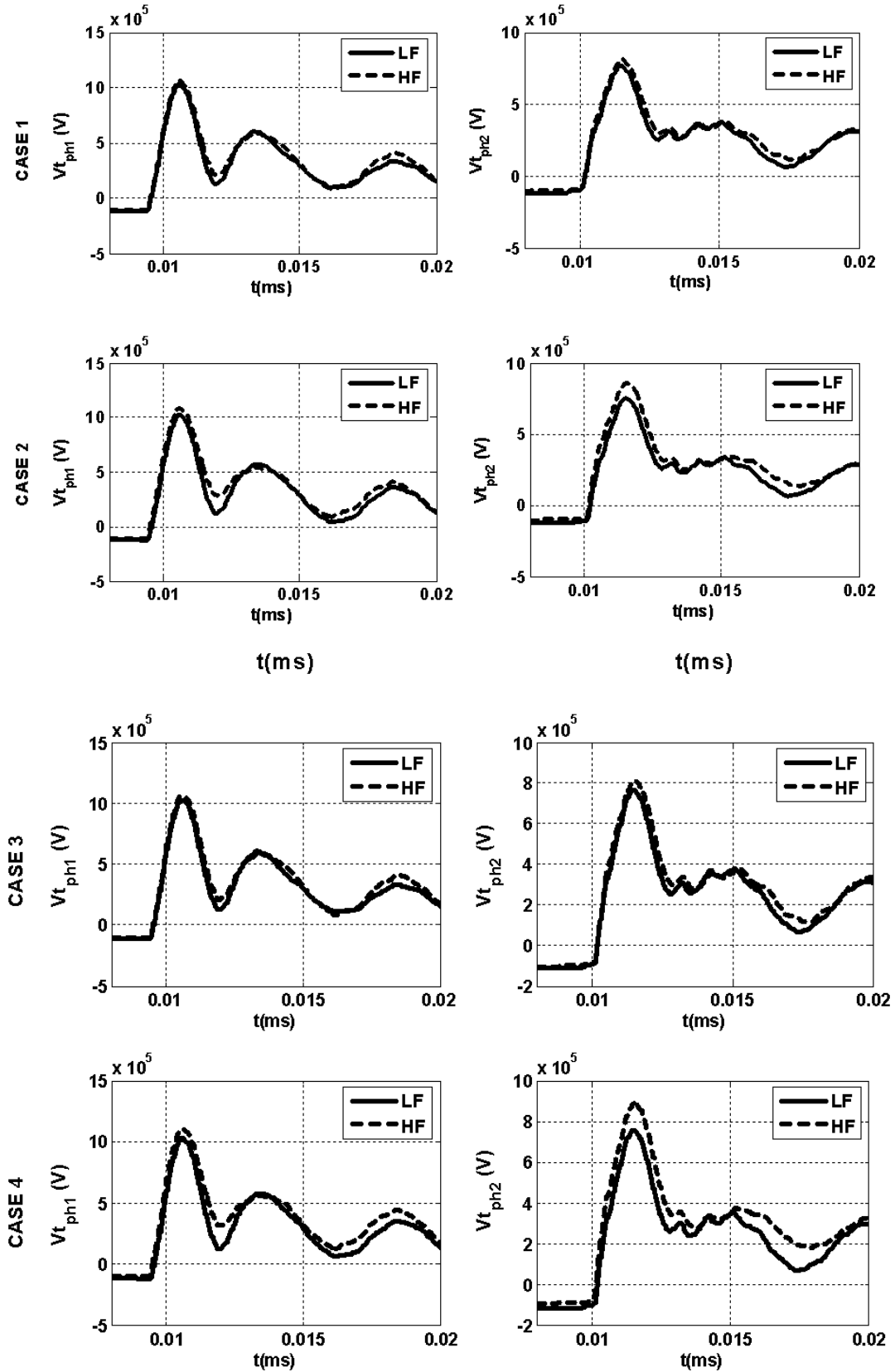


Figure III-26 : Tension V_t lorsque le pylône 1 est foudroyé.

4.2 CONTREPOIDS

Nous avons dit en partie 4.4 du chapitre II que lorsque le sol est trop résistif pour obtenir une résistance de mise à la terre d'un pylône du transport inférieure à 10Ω en utilisant des boucles seule, il est d'usage de les compléter par des antennes ou piquets. Une autre solution est de relier la prise de terre en question à celle, plus efficace, d'un autre pylône faisant parti ou non de la même ligne. Cette liaison est souvent appelée 'contrepois'. Notre modèle a été validé pour ce type de configuration en partie 3.2 de ce chapitre et permet donc de prendre en compte de façon rigoureuse leur comportement lors d'études de coordination d'isolement sous EMTP-RV. Nous en présentons ici une application.

4.2.1 Présentation du cas étudié

a) problématique

On considère ici deux lignes 225kV double ternes parallèles. Une de ces lignes (Ligne 1) est équipée de deux câbles de garde et se situe au dessus d'un sol bon conducteur (limon, $\rho=100\Omega.m$), contrairement à l'autre (Ligne 2), qui n'en a aucun et pour laquelle le sol est granitique ($\rho=5000\Omega.m$).

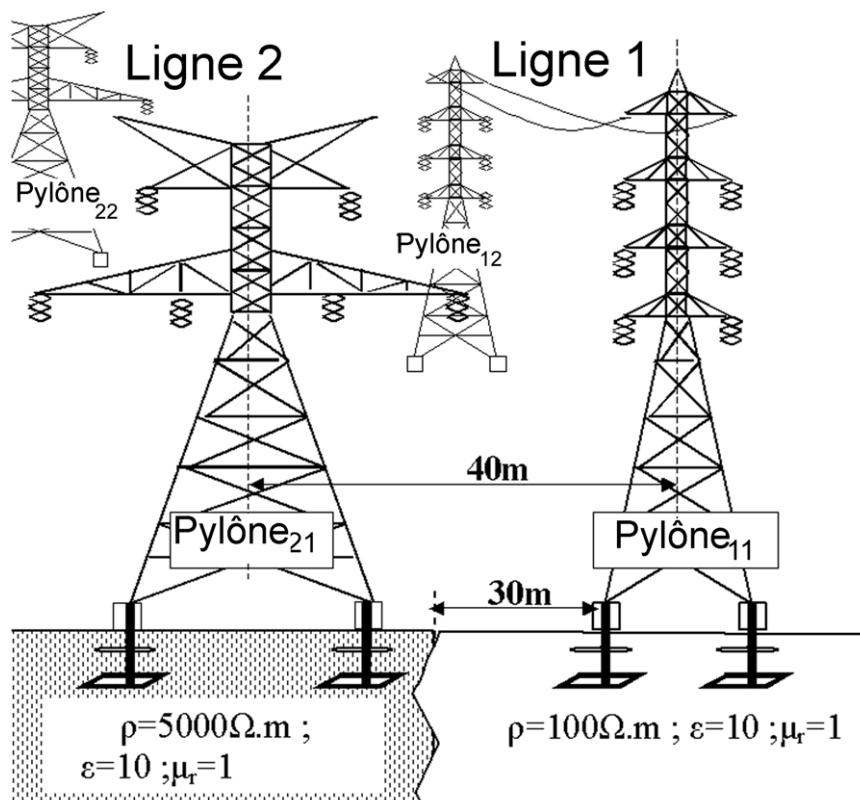


Figure III-27 : Lignes reliées par un contrepois.

Chaque pylône est mis à la terre par un ensemble de 4x3 boucles que nous avons présenté en Figure I-3. Un modèle électrostatique nous permet de calculer la résistance de terre de chaque ligne ($R_{1_50\text{Hz}}$ pour la ligne 1 et $R_{2_50\text{Hz}}$ pour la ligne 2) :

- pour la ligne 1 (Pylône₁₁, Pylône₁₂, ...): $R_{1_50\text{Hz}}=5\Omega$;
- pour la ligne 2 (Pylône₂₁, Pylône₂₂, ...): $R_{2_50\text{Hz}}=250\Omega$.

En raison de la forte résistivité du sol au niveau de la ligne 2, $R_{2_50\text{Hz}}$ est bien supérieure à la limite 10Ω . Nous chercherons donc dans cette étude la meilleure solution pour améliorer la mise à la terre des pylônes de la ligne 2.

b) Solutions étudiées pour la mise à la terre des pylônes de la ligne 2

On propose d'étudier 4 configurations de mise à la terre :

- Cas 1 : configuration présentée précédemment : mise à la terre de chaque pylône des lignes 1 et 2 par un ensemble de 4x3 boucles (cf. Figure I-3) ;
- Cas 2 : mise à la terre des pylônes de la ligne 2 par un conducteur de longueur 30m enterré dans le sol granitique (cf. Figure III-28) ;
- Cas 3 : mise à la terre des pylônes de la ligne 2 en les reliant grâce à un conducteur enterré isolé du sol aux pieds des pylônes de la ligne 1 (cf. Figure III-29);
- Cas 4 : même démarche que le cas 4, mais avec un câble non isolé du sol.

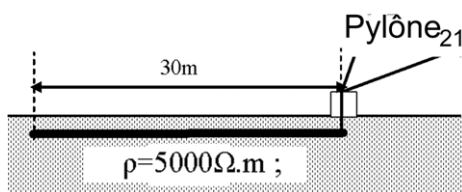


Figure III-28 : Mise à la terre, cas 2.

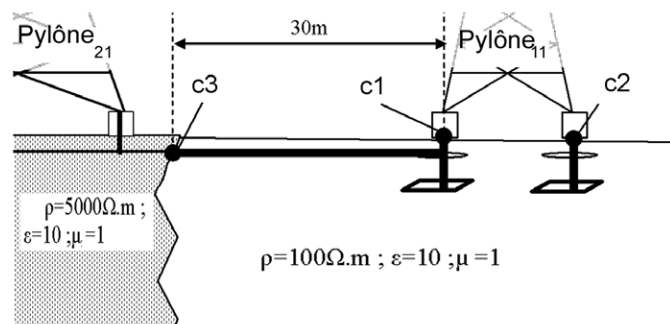


Figure III-29 : Mise à la terre, cas 3 et 4.

Pour ces 4 cas, nous calculerons la montée en potentiel des pylônes de la ligne 1 et de la ligne 2 lorsque la ligne 2 est foudroyée. Un raisonnement comparatif nous permettra alors de choisir la meilleure solution.

4.2.2 Modélisation

a) Modèle du réseau

L'étude est réalisée sous EMTP-RV à partir du schéma de la figure suivante :

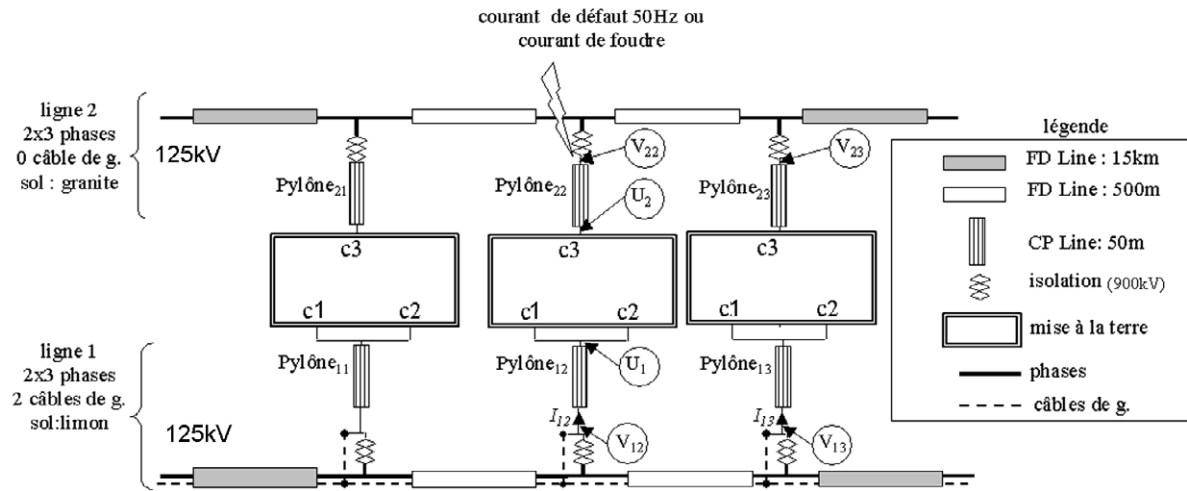


Figure III-30: Schéma global du système étudié: 2 lignes reliées par un contrepoids.

La même démarche que pour l'application précédente (partie 4.1 de ce chapitre) est suivie pour la modélisation des lignes ('FD Line' avec portées longues en extrémité pour éviter les problèmes de réflexion) et des pylônes ('FD Line' d'impédance caractéristique 85Ω).

Les mises à la terre sont implémentées sous forme d'équation d'état, en suivant l'approche présentée dans ce chapitre. Il s'agit de blocs à trois points de connexion c1, c2 et c3. Le détail de cette modélisation est fait ci-dessous pour le cas d'étude 4.

b) Modèle des systèmes de mise à la terre, cas 4

Dans le cas 4, présenté en Figure III-29, on ne considérera que les conducteurs plongés dans le sol de résistivité faible, en assumant que la proportion de courant qui s'écoule dans le granite est négligeable. Le système de mise à la terre dispose donc de trois points de connexion avec le réseau (c1 à c3) et son comportement sera décrit par la matrice impédance :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{1,1} & Y_{1,2} & Y_{1,3} \\ Y_{2,1} & Y_{2,2} & Y_{2,3} \\ Y_{3,1} & Y_{3,2} & Y_{3,3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} \quad (\text{III-26})$$

Sur la Figure III-31, les valeurs discrètes (symboles 'x', '+' et '*') représentent les admittances Y_{ij} ($1 \leq i, j \leq 3$) calculées par le modèle électromagnétique pour 26 fréquences sur [100Hz, 1MHz] alors que les courbes pleines sont leur approximation rationnelle à 10 pôles.

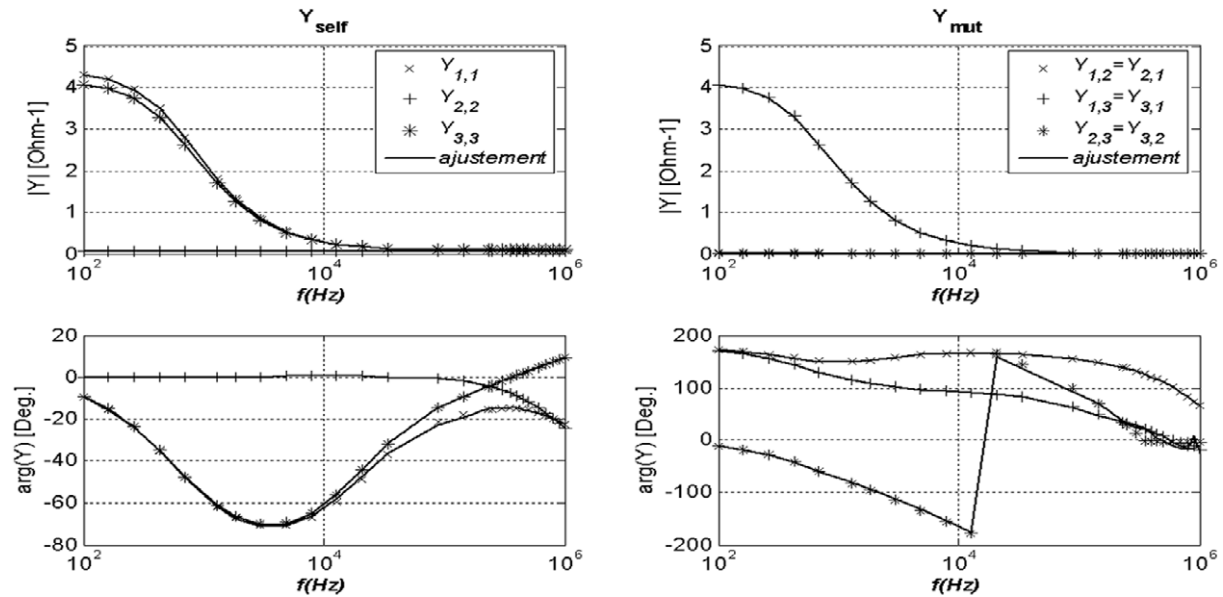


Figure III-31 : Réponse fréquentielle de Y_{ij} ($1 \leq i, j \leq 3$) pour le cas d'étude 4.

On remarque que les admittances $Y_{1,1}$ et $Y_{3,3}$ sont beaucoup plus grandes que $Y_{2,2}$ en valeur absolue. De plus, $Y_{2,1}$ et $Y_{2,3}$ sont faibles, car c3 n'est pas connecté à c1 et c2. Les courbes présentées sur la Figure III-31 montrent bien que le comportement de ce système de mise à la terre dépend fortement de la fréquence : un modèle électrostatique ne serait pas adapté pour les études de foudre.

4.2.3 Résultats de l'étude

Afin de choisir parmi les quatre configurations de mise à la terre proposées, nous allons réaliser pour chacun une étude de coordination d'isolement en 50Hz et en foudre. On déterminera alors le meilleur compromis.

a) Montée en potentiel des pylônes : défaut 50Hz

On considère dans un premier temps un défaut 50Hz dû au court-circuit phase/pylône au niveau du Pylône₂₂. On présente alors en Figure III-32 la montée en potentiel de la tête des pylônes.

Dans le cas 1, les deux lignes ne sont pas reliées par un contrepoids et la mise à la terre des pylônes de la ligne 2 étant très mauvaise ($R_{2,50\text{Hz}}$ est très grand), leur montée en potentiel sera très importante. Dans les cas 2, 3 et 4, cette montée en potentiel est bien moins importante, mais elle se retrouve presque entièrement sur les pylônes de la ligne 1 pour les cas 3 et 4.

Cette étude aurait pu être menée en utilisant un modèle électrostatique pour les systèmes de mise à la terre (cf. partie 2.3.2 du chapitre I), en considérant qu'ils sont équipotentiels. Nous allons à présent voir que cette conclusion n'est pas vraie pour des études de foudre.

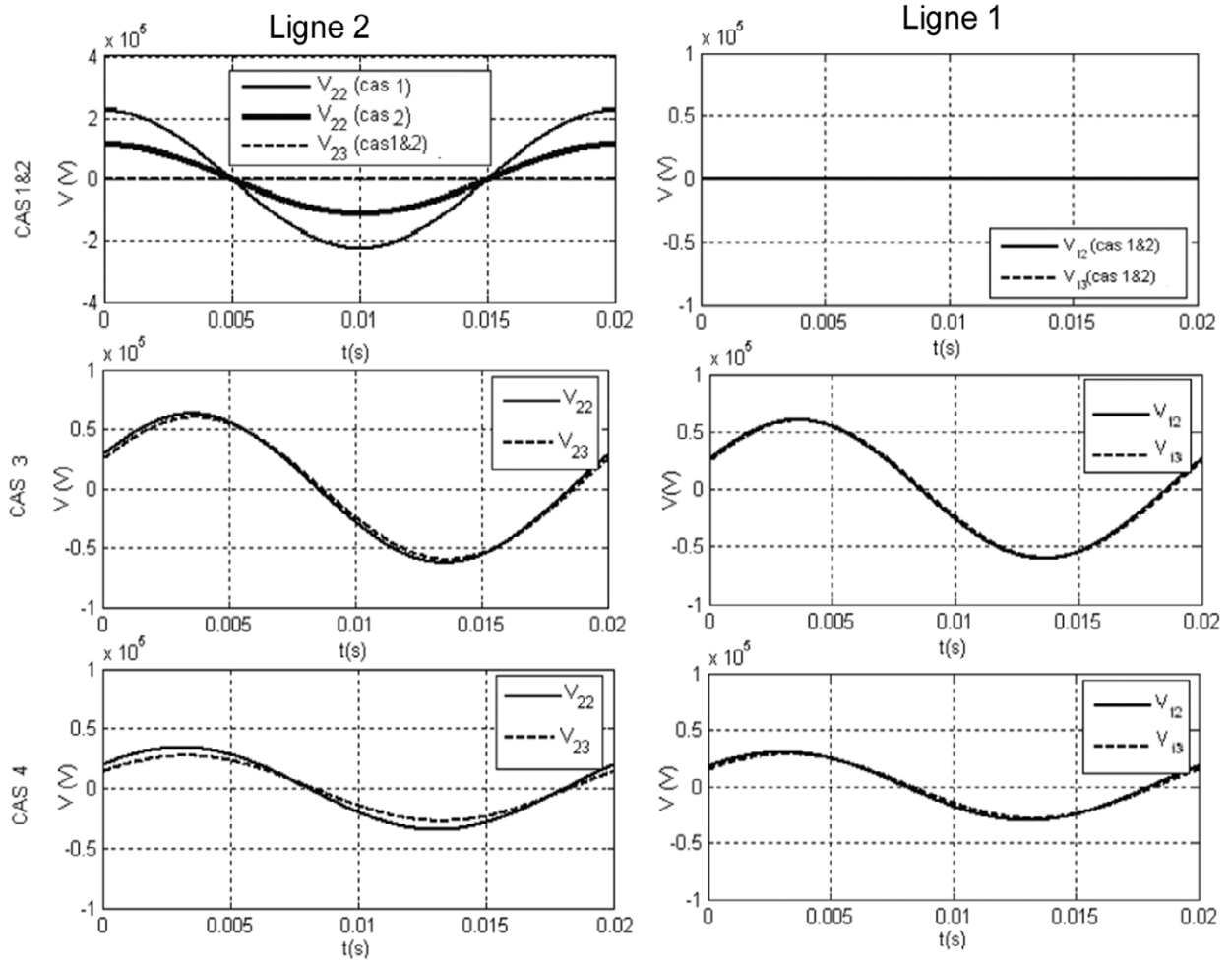


Figure III-32 : Montée en potentiel des pylônes lors d'un défaut 50Hz sur la ligne 2.

b) Montée en potentiel des pylônes : impact de foudre

On s'intéresse à présent au cas où le Pylône₂₂ est frappé par un courant de foudre (cf. Figure III-30). On considère que ce courant est de la forme CIGRE présenté sur la Figure I-9, avec les caractéristiques suivantes :

- $I_{\max 1}=100\text{kA}$;
- $S_m=36.7\text{kA}/\mu\text{s}$;
- $T_h=77.5\mu\text{s}$.

On présente sur la Figure III-33 la montée en potentiel des pylônes au niveau des éclateurs ($V_{j,k}$ pour le pylône j de la ligne k) et des points de connexion avec le système de mise à la terre (U_1 et U_2).

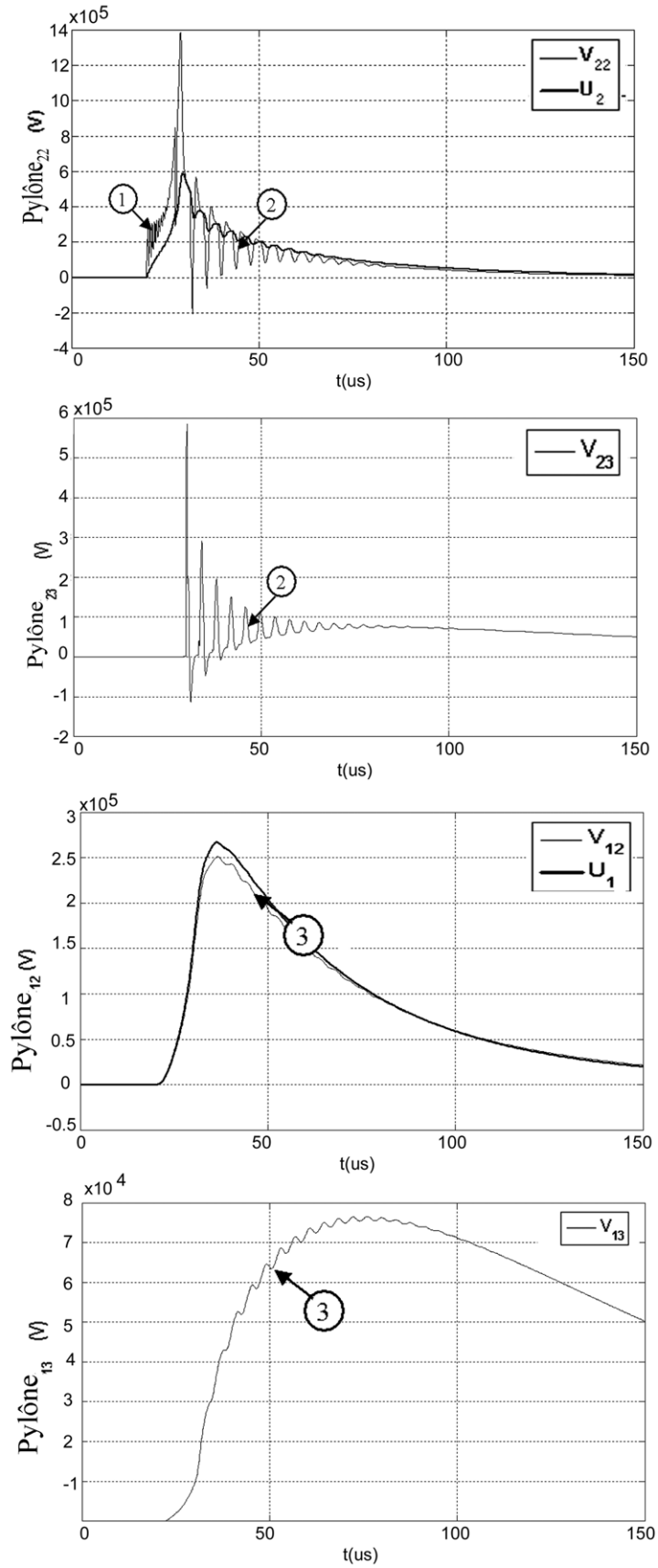


Figure III-33 : Montée en potentiel des pylônes lors d'un coup de foudre, cas 4.

Remarquons tout d'abord la présence d'oscillations dues aux multiples réflexions. Afin de justifier leur fréquence elles ont été numérotées sur les courbes :

- 1: Oscillations de période $0.33\mu\text{s}$, soit une longueur d'onde d'environ 100m. Ces oscillations sont dues à la réflexion de l'onde de foudre au niveau des pieds du pylône, dont la hauteur est 50m, soit un trajet aller-retour de 100m ;
- 2 et 3: Oscillations de période $3.3\mu\text{s}$, soit une longueur d'onde d'environ 1km. Ces oscillations sont dues à la réflexion de l'onde de foudre au niveau des pieds des pylônes voisins séparés d'une portée de 500m, soit un trajet aller-retour de 1km.

On peut voir pour ce cas d'étude qu'un coup de foudre d'intensité 100kA sur un pylône de la ligne 2 provoque un amorçage de cette ligne. On remarque également que contrairement au cas d'un défaut 50Hz, la montée en potentiel du pylône de la ligne 2 frappé par la foudre ne se retrouve pas entièrement au niveau du pylône de la ligne 1 qui lui est relié. Cela est dû au comportement 'passe bas' de l'admittance mutuelle entre les points de connexion 1/2 et 3 (cf. $Y_{1,3}$ et $Y_{2,3}$ sur la Figure III-31).

Des calculs similaires ont été réalisés pour les quatre configurations de prise de terre (cas 1 à 4). On relève alors dans le Tableau III-4 les valeurs extrêmes des potentiels V_{12} , V_{13} , V_{22} et V_{23} :

CAS	Ligne 1		Ligne 2		Amorçage
	V_{12}	V_{13}	V_{22}	V_{23}	
1	0	0	$9.7 \cdot 10^7 \text{V}$	0	Ligne 2
2	0	0	$6.83 \cdot 10^6 \text{V}$	$5.59 \cdot 10^6 \text{V}$	Ligne 2
3	$8.8 \cdot 10^5 \text{V}$	$1.9 \cdot 10^5 \text{V}$	$2.7 \cdot 10^6 \text{V}$	$2.3 \cdot 10^5 \text{V}$	Lignes 1&2
4	$2.7 \cdot 10^5 \text{V}$	$0.76 \cdot 10^5 \text{V}$	$1.4 \cdot 10^6 \text{V}$	$6 \cdot 10^5 \text{V}$	Ligne 2

Tableau III-4 : Valeurs crêtes de la montée en potentiel des pylônes.

La valeur crête de V_{22} est donc la plus importante pour la configuration 1 et la plus faible pour la configuration 4 : le taux d'amorçage de la ligne 2 sera le plus faible pour la configuration 4. De plus, un impact de foudre sur la ligne 2 entraîne une élévation du potentiel des pylônes de la ligne 1 dans les cas 3, et 4, et même un amorçage de cette dernière dans le cas 3.

4.2.4 Conclusion

Notre modèle nous a donc permis d'étudier les performances de plusieurs configurations de mise à la terre et de choisir la mieux adaptée : la configuration 4, car elle permet, en 50Hz comme en foudre, d'obtenir la montée en potentiel des pylônes de la ligne 2 la plus faible. Il faudra néanmoins garder à l'esprit qu'un défaut à fréquence industrielle est presque totalement reporté d'une ligne à l'autre dans cette configuration.

5 CONCLUSION

Nous avons présenté une approche qui permet de construire un bloc d'équation d'état décrivant le comportement dynamique d'un système de mise à la terre connecté en plusieurs points au réseau. La représentation d'état est obtenue en approchant par une fonction rationnelle l'évolution fréquentielle de la matrice impédance, qui a été calculée à partir du modèle électromagnétique (cf. chapitre précédent). Dans ce cadre, il est important de s'assurer de certains critères de stabilité, comme le placement des pôles de la fonction rationnelle et la passivité du système.

D'un point de vue pratique, notre approche nous permet de représenter par un bloc unique un système de mise à la terre complexe possédant plusieurs points de connexion avec le réseau électrique.

D'un point de vue théorique, notre modèle hérite de la rigueur du modèle électromagnétique des systèmes de mise à la terre, notamment pour des transitoires rapides, pour lesquels les fréquences mises en jeu vont de la fréquence industrielle à quelques MHz.

Nous avons validé ce modèle sous EMTP-RV en nous appuyant sur des mesures issues de trois études présentées dans la littérature. Les résultats obtenus sont d'autant plus encourageants que les données expérimentales n'étaient pas complètes lors des simulations.

La possibilité de décrire sous EMTP-RV le comportement dynamique d'un système de mise à la terre nous permet de répondre à plusieurs questions qui reviennent souvent lors d'études de coordination des isolements et de CEM. Nous nous sommes intéressés à deux exemples :

- le premier exemple concerne un poste de transformation HTB. On modélise souvent dans ce cas la grille de mise à la terre par une simple résistance. Nous avons précisé grâce à notre modèle les limites de cette approche qui revient à :
 - ➔ sous-estimer la montée en potentiel du point d'injection ; ceci vient du fait que l'on néglige le comportement inductif de la mise à la terre ;
 - ➔ surestimer la montée en potentiel des points éloignés du point d'injection ; ceci est du au fait que le couplage entre ces points est faible en HF.
- le second exemple est une étude de coordination des isolements pour deux lignes HTB. Notre modèle nous a permis de valider l'efficacité d'une liaison entre les prises de terre des deux lignes, l'une d'entre elle étant située au-dessus d'un sol particulièrement résistif.

Nous élaborerons dans le chapitre suivant une méthode de calcul des grandeurs électromagnétiques engendrées dans le voisinage des systèmes de mise à la terre.

Chapitre IV

Détermination des grandeurs électromagnétiques engendrées dans le voisinage des systèmes de mise à la terre

S'inspirant de la méthode présentée au chapitre précédent, nous développerons un outil permettant de calculer sous EMTP-RV le champ électrique et le potentiel scalaire induits en un point du sol par un système de mise à la terre écoulant un courant de foudre.

Notre modèle sera utile afin d'estimer les effets de l'onde électromagnétique créée par le système de mise à la terre sur son environnement matériel (câbles enterrés) ou humain (sécurité).

On présentera ainsi l'exemple d'une étude du risque d'électrocution par tension de pas autour d'un pylône foudroyé.

En vue de l'étude des contraintes électriques appliquées aux câbles par les systèmes de mise à la terre, nous nous sommes enfin posé la question de la validité des formules approchées utilisées classiquement pour calculer les couplages faisant intervenir des conducteurs enterrés (formules de Lucca, des CCITT,). Nous présenterons donc un algorithme permettant de calculer directement l'expression plus rigoureuse proposée par Pollaczek.

1 CALCUL DU CHAMP ELECTRIQUE ET DU POTENTIEL SCALAIRE CREES PAR UN SYSTEME DE MISE A LA TERRE

1.1 PROBLEMATIQUE

Lorsqu'un système de mise à la terre écoule un courant de foudre, une onde électromagnétique se propage dans le sol. Nous présenterons ici un moyen de calcul du champ électrique et du potentiel électrique scalaire créés par le système de mise à la terre dans son voisinage, afin d'évaluer ses conséquences matériel et éventuellement humaines. La Figure IV-1 présente l'exemple d'un réseau de transport souterrain et d'un individu à proximité d'une ligne de transport foudroyée.

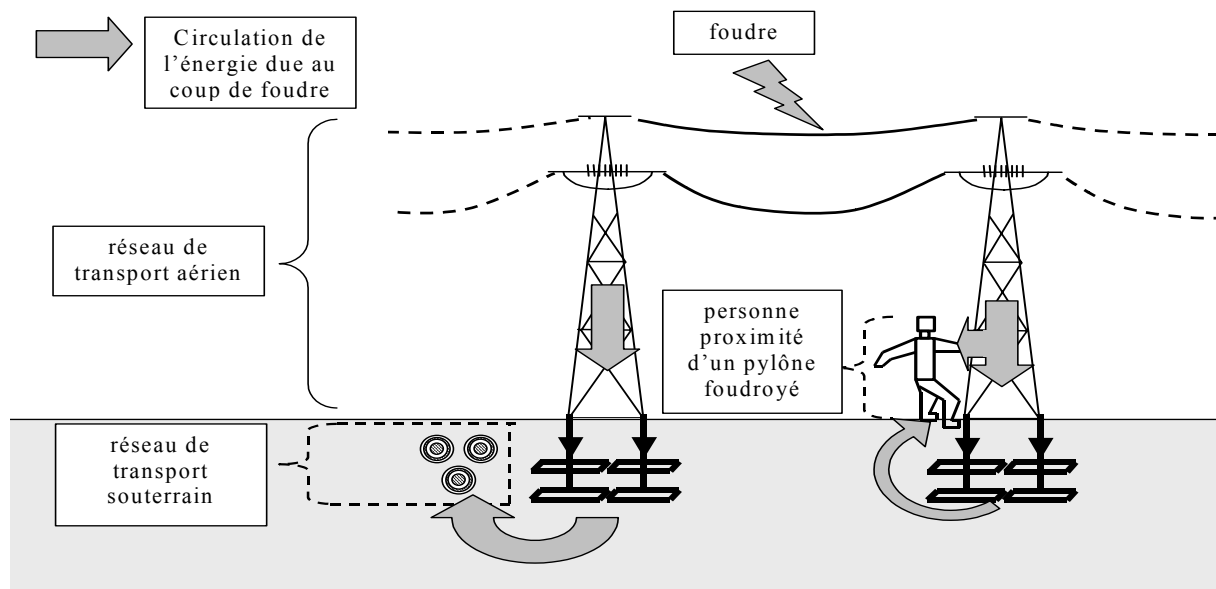


Figure IV-1 : Personnes et des conducteurs enterrés à proximité d'un système de mise à la terre écoulant un courant de foudre.

Le champ électrique et le potentiel électrique scalaire créés par le système de mise à la terre dans son voisinage seront calculés sous EMTP-RV à partir du courant qui circule en chaque point de connexion. Cet outil constituera en fait le module d'exploitation du modèle global présenté en Figure I-16 :

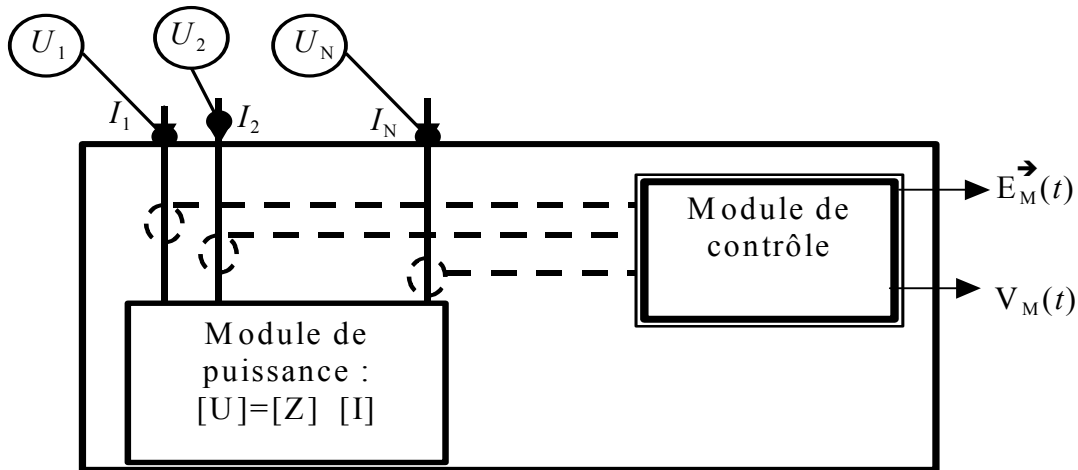


Figure IV-2 : Modèle à développer.

1.2 PRESENTATION GENERALE DE LA METHODE

Les composantes du champ électrique en un point M : E_{x_M} , E_{y_M} et E_{z_M} ainsi que son potentiel scalaire : V_M , sont exprimés en fonction du courant circulant dans chaque point de connexion. On utilise pour cela les fonctions de transfert : $T_{E_{x-M}}$, $T_{E_{y-M}}$, $T_{E_{z-M}}$ et T_{V-M} définies en partie 1.1 du chapitre II et telles que :

$$\begin{bmatrix} E_{x_M}(f_0) \\ E_{y_M}(f_0) \\ E_{z_M}(f_0) \\ V_M(f_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{E_{x-M,1}}(f) & T_{E_{x-M,n}}(f) & T_{E_{x-M,N}}(f) \\ T_{E_{y-M,1}}(f) & \dots & T_{E_{y-M,n}}(f) & \dots & T_{E_{y-M,N}}(f) \\ T_{E_{z-M,1}}(f) & T_{E_{z-M,n}}(f) & T_{E_{z-M,N}}(f) \\ T_{V-M,1}(f) & \dots & T_{V-M,n}(f) & \dots & T_{V-M,N}(f) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1(f) \\ \dots \\ I_n(f) \\ \dots \\ I_N(f) \end{bmatrix} \quad (IV-1)$$

Comme nous l'avons fait pour la matrice admittance $[Y]=[U]/[I]$ dans le chapitre précédent, nous allons représenter les fonctions de transfert $T_{E_{x-M}}$, $T_{E_{y-M}}$, $T_{E_{z-M}}$ et T_{V-M} sous forme d'un bloc d'équations d'état. Notons que ce bloc sera un bloc de contrôle, puisqu'il n'influence pas le calcul des courants $[I_1, I_2, \dots, I_N]$.

Afin de déterminer les équations d'état pour ces deux blocs :

- 1) On calcule en suivant l'approche présentée au chapitre II: $[T_{E_{x-M}}(f)]$, $[T_{E_{y-M}}(f)]$ et $[T_{E_{z-M}}(f)]$ et $[T_{V-M}(f)]$ (taille $1 \times N$) pour différentes fréquences f ;
- 2) On approche chaque terme par une fonction rationnelle (ajustement) ;
- 3) L'ensemble des fonctions rationnelles permet de construire les blocs d'équation d'état.

La Figure IV-3 présente ces étapes pour un système de mise à la terre à deux points de connexion (pour $N=2$).

Chacune des étapes (ajustement, passage en équations d'état) a été détaillée en partie 2 du chapitre III pour les termes de la matrice impédance $[Y]$ et ne sera donc pas reprise ici, la

Chapitre IV : détermination des grandeurs électromagnétiques engendrées dans le voisinage

démarche étant la même. On se contentera de donner un exemple détaillé s'appuyant sur des résultats déjà publiés dans la littérature.

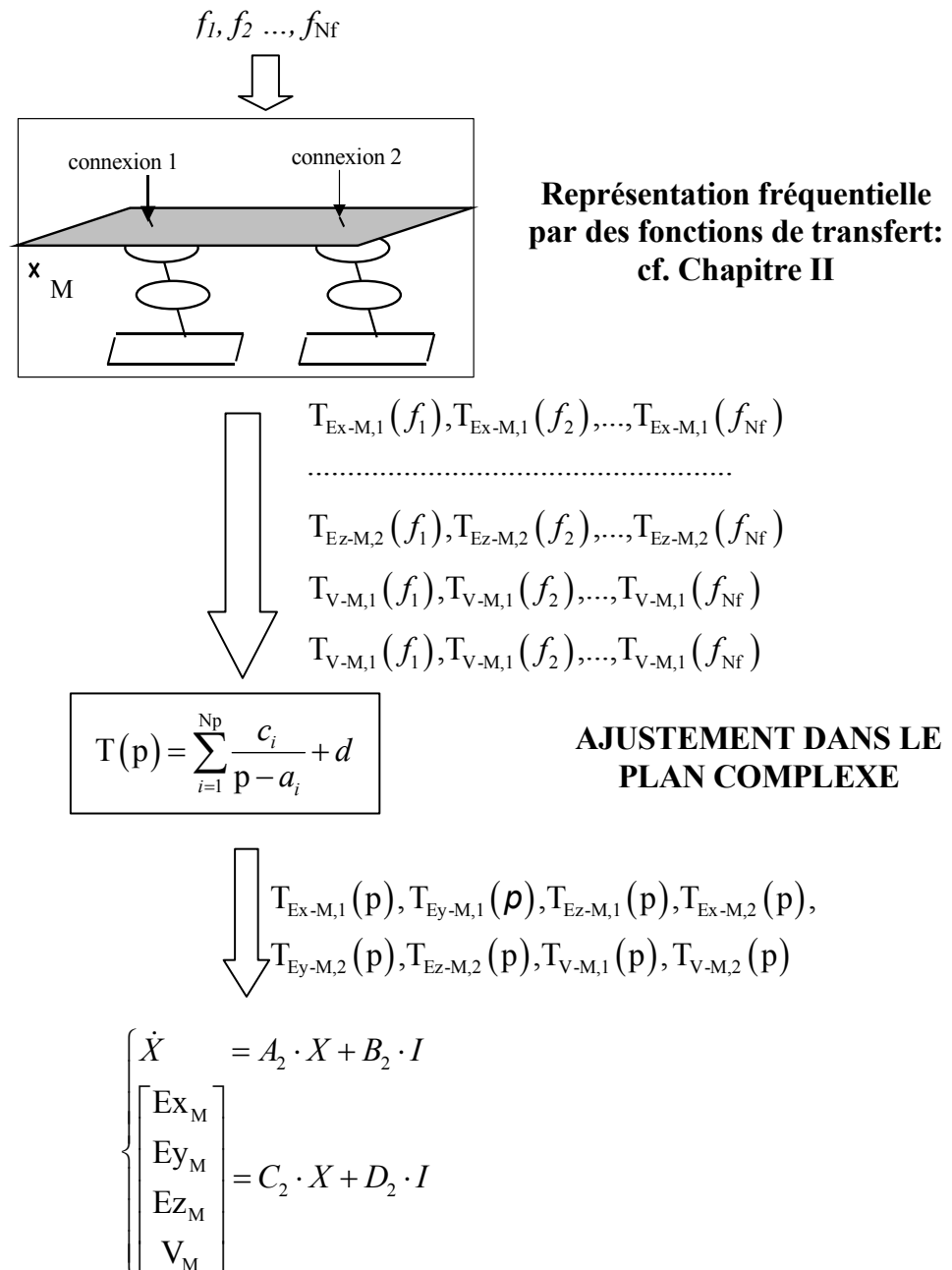


Figure IV-3 : Calcul du potentiel scalaire et du champ créés dans le sol.

1.3 EXPLOITATION DU MODELE PROPOSE ET COMPARAISON AVEC DES RESULTATS PUBLIES

La référence [119] propose une méthode de calcul du potentiel au sol sous EMTP s'appuyant sur un modèle de prise de terre électrostatique. Cette méthode est appliquée au cas présentée en Figure IV-4. Il s'agit d'une boucle enterrée à 0.5 m de profondeur. Le point d'observation M est situé au centre de cette boucle, à la surface

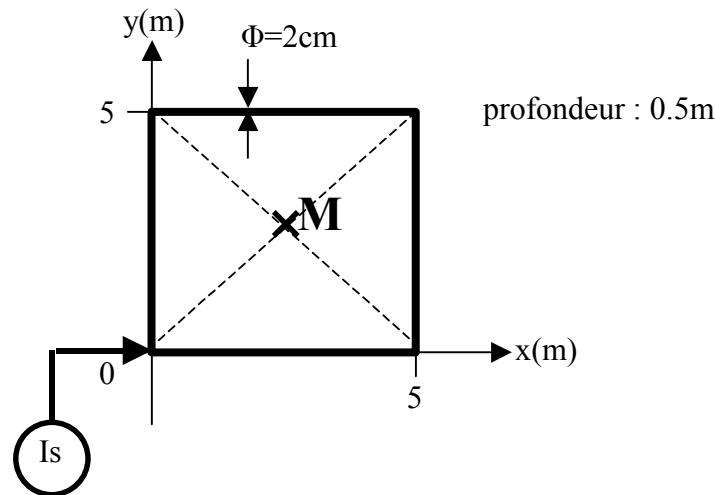


Figure IV-4 : Prise de terre étudiée, d'après [119].

On injecte au point de coordonnées (0,0) de la prise de terre, un courant de foudre I_s de forme $1/20 \mu s$ et d'amplitude 1000A.

Nous allons détailler ici les différentes étapes de mise en œuvre de notre modèle de calcul du potentiel au point M. On comparera ensuite nos résultats avec ceux présentés en [119].

a) Première étape : calcul de T_{V-M} à l'aide du modèle électromagnétique

On calcule tout d'abord, grâce au modèle électromagnétique T_{V-M} , pour plusieurs fréquences comprises entre 50Hz et 5MHz ('valeurs discrètes' sur la Figure IV-5). On remarque que le comportement de la fonction T_{V-M} est de type 'passe bas' : les courants basse fréquence induiront une montée en potentiel du point M plus grande que les hautes fréquences.

b) Seconde étape : ajustement par une fonction rationnelle

On applique l'algorithme d'ajustement présenté dans le chapitre précédent, pour approcher la fonction de transfert T_{V-M} par une fonction rationnelle à 10 pôles :

$$T_{V-M}(p) = \sum_{k=1}^{10} \frac{c_k}{p - a_k} + d \quad (IV-2)$$

On obtient alors les courbes suivantes :

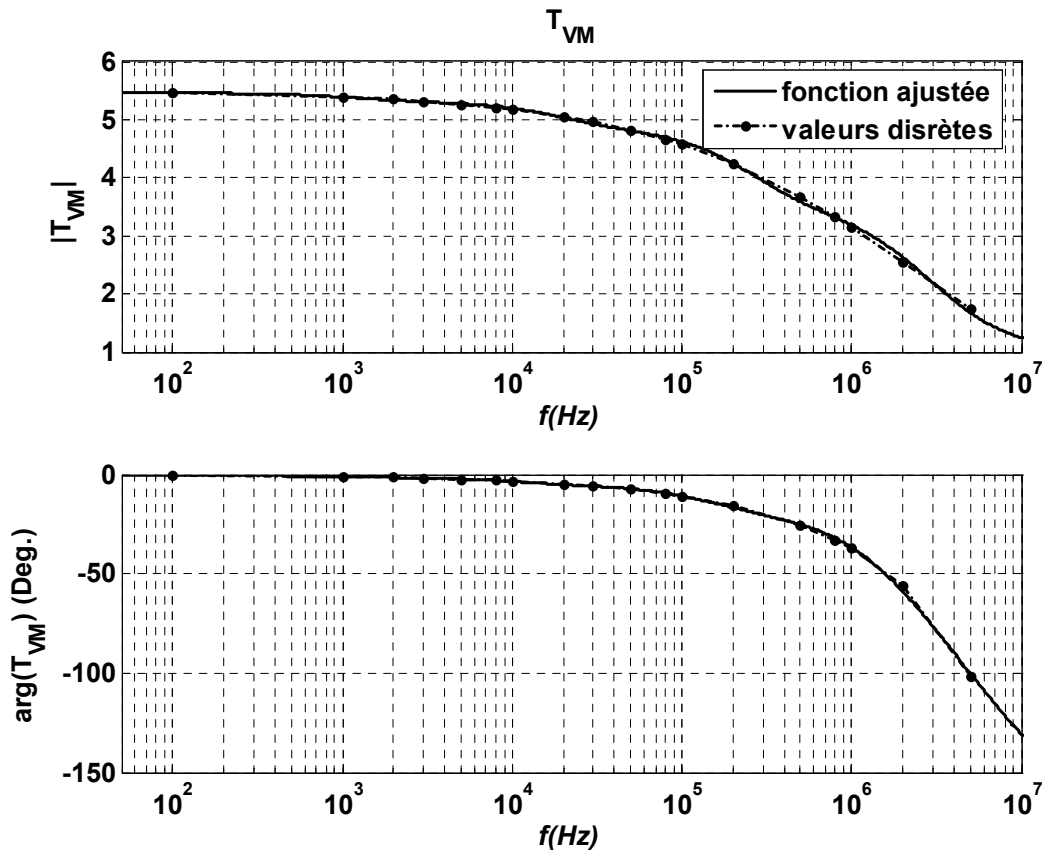


Figure IV-5 : $T_{VM}(p)$ pour un point M au sol à proximité d'un pylône.

c) Troisième étape : équation d'état sous EMTP

Après ajustement, la fonction de transfert $T_{VM}(p)$ est incluse sous forme d'équation d'état sous EMTP-RV. Le module d'exploitation (cf. Figure IV-2) n'aura ici qu'une seule entrée ($I(t)$) et une seule sortie ($V_M(t)$), car le système de mise à la terre a un point de connexion unique avec le réseau :

$$\begin{cases} \dot{X} = A_2 \cdot X + B_2 \cdot I \\ V_M = C_2 \cdot X + D_2 \cdot I \end{cases} \quad (IV-3)$$

d) Potentiel scalaire au point M:

On représente sur la Figure IV-6 :

- le courant source injecté dans la prise de terre ;
- le potentiel au point M calculé sous EMTP en prenant $T_{VM}=5.5$ (gain statique) pour toutes les fréquences ;
- le potentiel au point M présenté en référence [119] ;
- le potentiel au point M calculé sous EMTP-RV en utilisant la méthode qui vient d'être présentée.

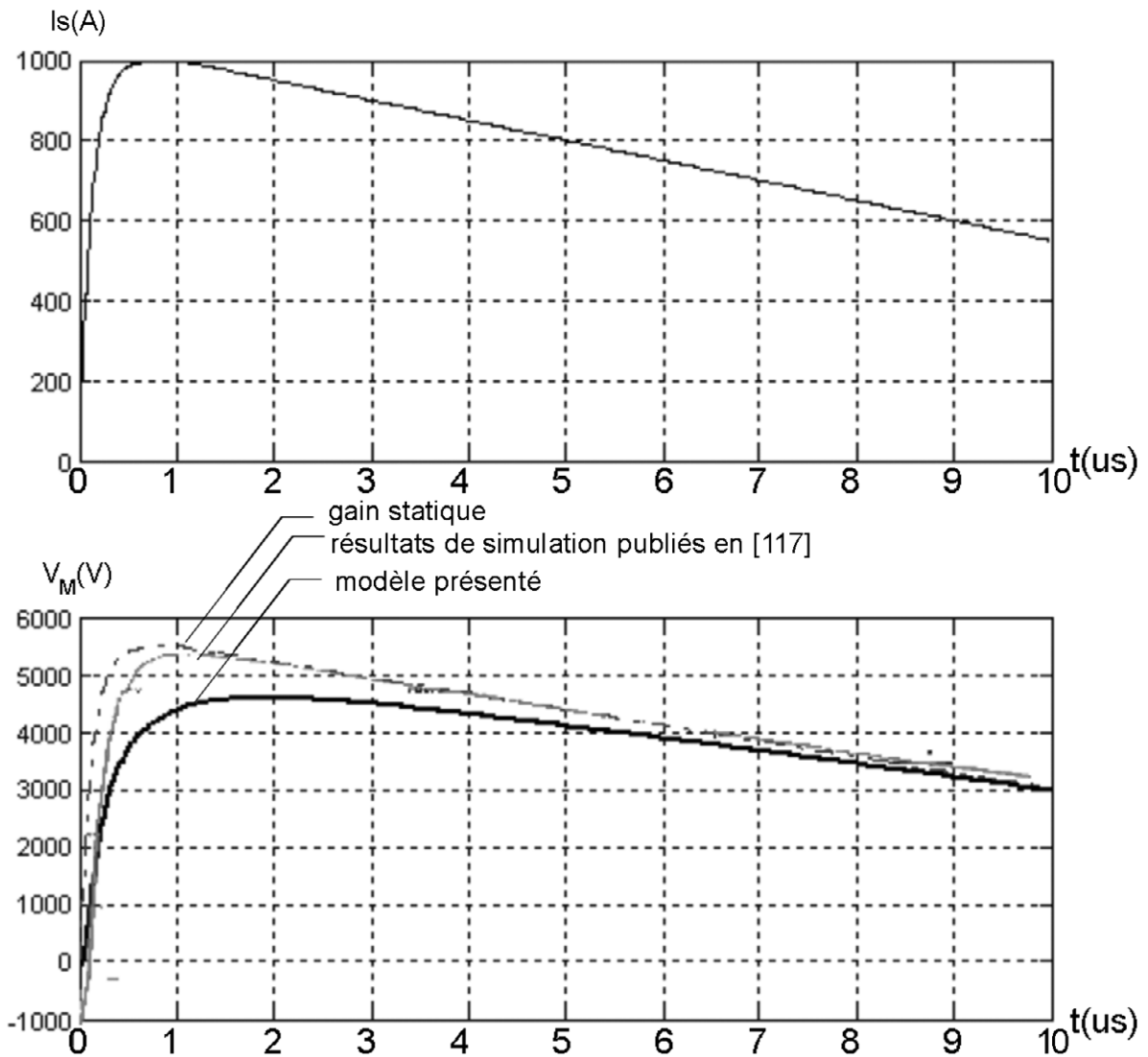


Figure IV-6 : Courant injecté dans la prise de terre et montée en potentiel du point M pour différentes méthodes de calcul.

On remarque que l'allure générale du potentiel V_M calculée en utilisant les trois méthodes est la même. Les méthodes statiques (référence et 'gain statique') négligeant le comportement 'passe bas' de la fonction T_{VM} , surestiment les fronts rapides de V_M .

Nous allons continuer à exploiter notre modèle pour une étude de sécurité dans le paragraphe suivant.

2 SECURITE DES PERSONNES A PROXIMITE D'UN SYSTEME DE MISE A LA TERRE

2.1 INTRODUCTION

Nous appliquerons ici notre modèle de calcul du potentiel au sol autour d'un système de mise à la terre à l'étude du risque d'électrocution par tension de pas pour une personne située à proximité d'un pylône foudroyé.

Notre étude commencera par une présentation générale de l'effet du courant électrique sur le corps humain. On se restreindra aux cas d'électrocution par tension de pas et on se fixera comme critère de sécurité l'énergie spécifique.

2.2 EVALUATION DES RISQUES D'ELECTROCUTION PAR TENSION DE PAS

2.2.1 Tension de pas

On considérera le cas d'électrocution par 'tension de pas', qui peut se produire si une personne se situe à proximité du support qui diffuse un courant dans le sol : une tension apparaît alors entre ses deux pieds, ce qui entraîne la circulation d'un courant I_{corps} .

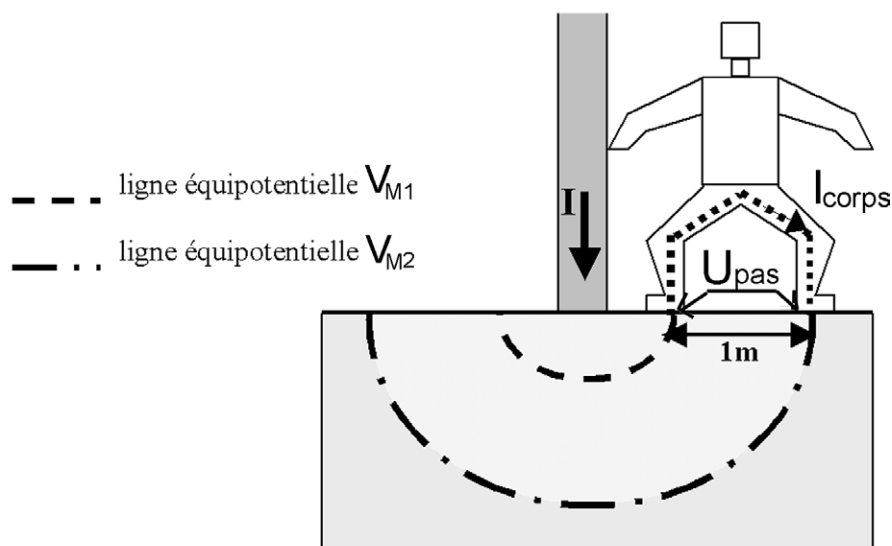


Figure IV-7: Electrocutation par tension de pas.

On définit la tension de pas $U_{\text{pas}} = |V_{M1} - V_{M2}|$, avec M1 et M2 deux points au sol distant d'un mètre (distance d'entrejambe par convention).

On ne s'intéressera pas ici aux autres cas d'électrocution suite à un coup de foudre :

- électrocution par tension de toucher ;
- choc électrique latéral ;

- choc direct.

Le lecteur est invité à consulter les documents CEI [120], [121] et [122] pour une description plus détaillée de ces différents types d'électrocution.

2.2.2 Critère d'évaluation : énergie spécifique

Les effets du courant électrique sur le corps humain dépendent essentiellement de sa forme et de son chemin (pied/pied pour une électrocution par tension de pas). Les critères de sécurité ne seront donc pas les mêmes en 50 Hz que pour un courant impulsionnel de type foudre. Dans les deux cas, néanmoins, le seuil servant de référence aux normes de sécurité est le seuil de fibrillation, car la fibrillation cardiaque est la première cause de mort suite à une électrocution.

Pour les études de foudre, la forme des courants se rapproche de celle d'une décharge de condensateur. La grandeur utilisée dans ce cas pour évaluer les risques de fibrillation est l'énergie spécifique F_e , définie par [121]:

$$F_e = \int_0^{t_i} [I_{\text{coeur}}]^2 dt \quad (\text{Ws}/\Omega \text{ ou } \text{A}^2\text{s}), \text{ avec } t_i \text{ le temps d'application du courant } I_{\text{coeur}}$$

dans le cœur.

On considérera comme en [123] un seuil de fibrillation limite (valeur de l'énergie spécifique pour laquelle il y a risque de fibrillation avec une probabilité de 5%) :

$$F_{e\text{-lim}} = 40 \cdot 10^{-3} \text{ A}^2 \cdot \text{s} \quad (\text{IV-4})$$

2.2.3 Détermination de l'énergie spécifique à partir du potentiel au sol

Le document CEI [120] propose de relier le courant I_{corps} circulant dans le corps humain à la tension de pas U_{pas} en considérant R_{corps} , la résistance du trajet du courant pied/pied qui prend en compte les résistances des chaussures, des jambes, ainsi que la résistance de contact avec le sol.

$$I_{\text{corps}} = \frac{U_{\text{pas}}}{R_{\text{corps}}} \quad (\text{IV-5})$$

On prendra la valeur $R_{\text{corps}}=6\text{k}\Omega$: d'après [120], pour un sol de résistivité $\rho=100\Omega\cdot\text{m}$, R_{corps} est inférieure à cette valeur dans moins de 5% des cas.

La même norme CEI [120] donne une relation entre le courant empruntant le chemin pied/pied et le courant circulant dans le cœur (qui peut donner suite à sa fibrillation):

$$I_{\text{coeur}} = K \times I_{\text{corps}} \quad (\text{IV-6})$$

avec $K=0.04$.

En définissant à partir du modèle électromagnétique deux points au sol éloignés d'un mètre, notre approche nous permettra de calculer sous EMTP-RV la tension U_{pas} . On pourra alors directement revenir à l'énergie spécifique par la relation :

$$F_e = \int_0^{t_i} \left[K \times \frac{U_{pas}}{R_{corps}} \right]^2 dt \quad (\text{Ws}/\Omega \text{ ou } \text{A}^2\text{s}) \quad (\text{IV-7})$$

2.3 CAS D'ETUDE : RISQUE D'ELECTROCUTION PAR TENSION DE PAS A PROXIMITE D'UN PYLONE FOUDROYE

2.3.1 Présentation du cas étudié

On s'intéresse à une ligne 2x225kV foudroyée à hauteur d'un pylône (Pylône₄ sur la Figure IV-8). Les pylônes sont distants de 300m et mis à la terre par un ensemble de 4x3 boucles que nous avons présenté en Figure I-3.

Nous souhaitons quantifier le risque d'électrocution par tension de pas pour un individu se trouvant à proximité du pylône foudroyé.

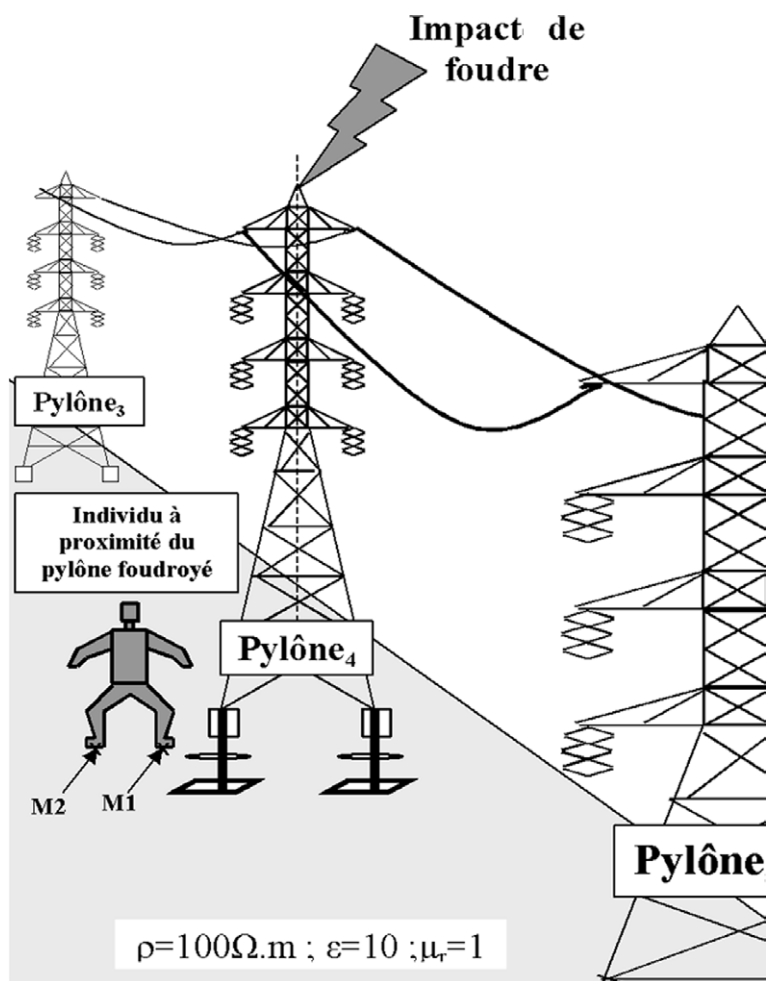


Figure IV-8 : Lignes reliées par un contrepois.

2.3.2 Modélisation

L'étude est réalisée sous EMTP-RV à partir du schéma de la Figure IV-9.

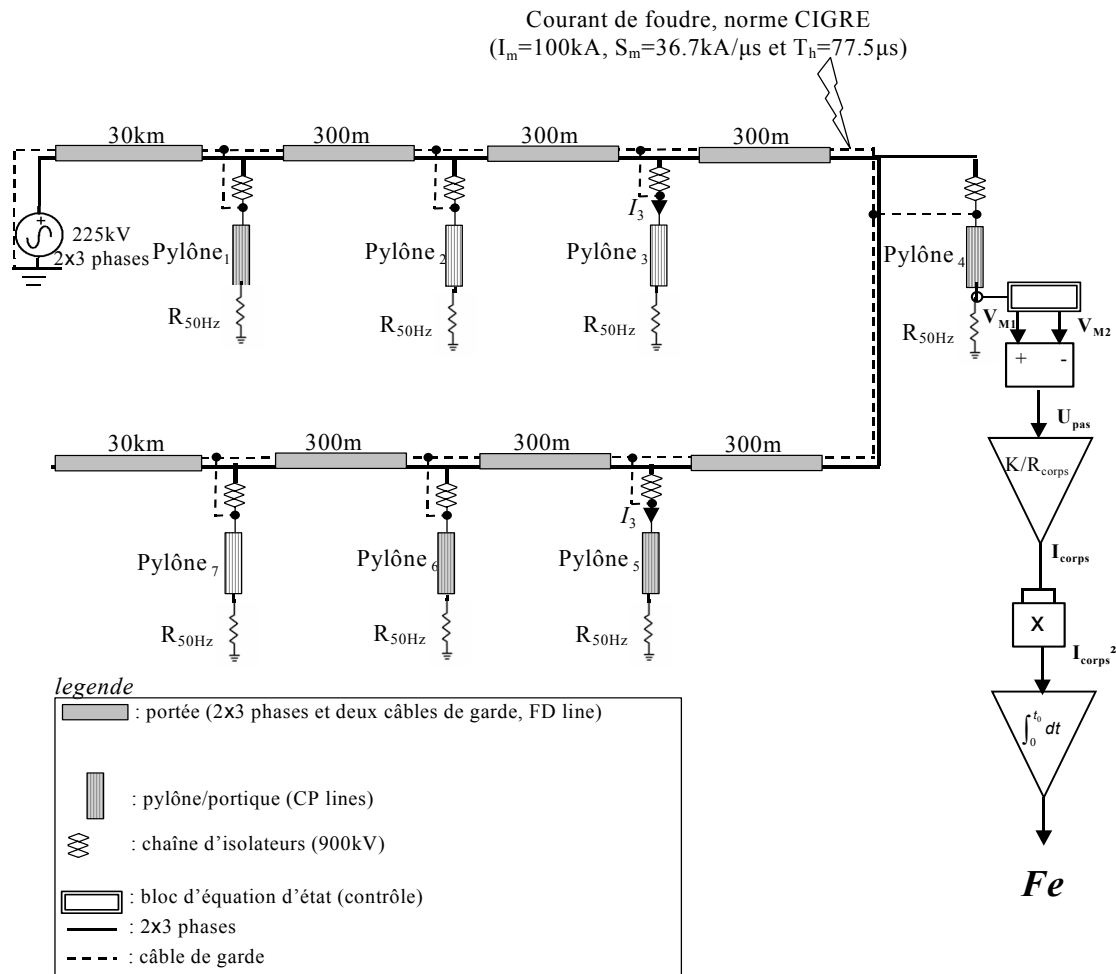


Figure IV-9: Schéma d'étude, risque d'électrocution par tension de pas.

On représente grâce au modèle 'FD Line' trois portées de 500m de chaque côté du pylône foudroyé, ainsi que des portées longues (30km) à chaque extrémité (pour éviter les problèmes de réflexion).

Les pylônes sont modélisés par des lignes 'CP' d'impédance caractéristique Z_c égale à 85Ω . Les chaînes d'isolateurs pylône/phases sont représentées par des éclateurs 'flashover switches' de tension de tenue 900kV.

Les mise à la terre étant très peu étendues, elles sont modélisées par leur résistance statique $R_{50\text{Hz}}$, de valeur 10Ω . Le modèle présenté au début de ce chapitre permet de calculer le potentiel scalaire du sol en deux points du sol M_1 et M_2 distant de un mètre du sol et à proximité du Pylône₄. En pratique, l'énergie spécifique dépendra de la position et de l'orientation de la personne autour du pylône ; on effectuera donc le calcul pour plusieurs ensembles points M_1 et M_2 .

2.3.3 Résultats de l'étude

On effectue les calculs correspondant au cas d'un coup de foudre de 140kA (valeur très élevée), et pour une personne située très proche du pied 2 Pylône₄, comme le présente la Figure IV-10.

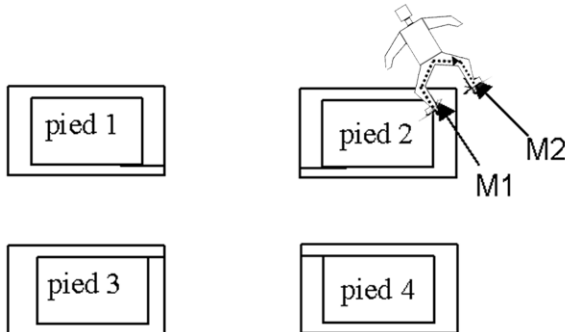


Figure IV-10 : Position de l'individu à proximité du pylône foudroyé.

Les différents résultats sont relevés sur la Figure IV-11.

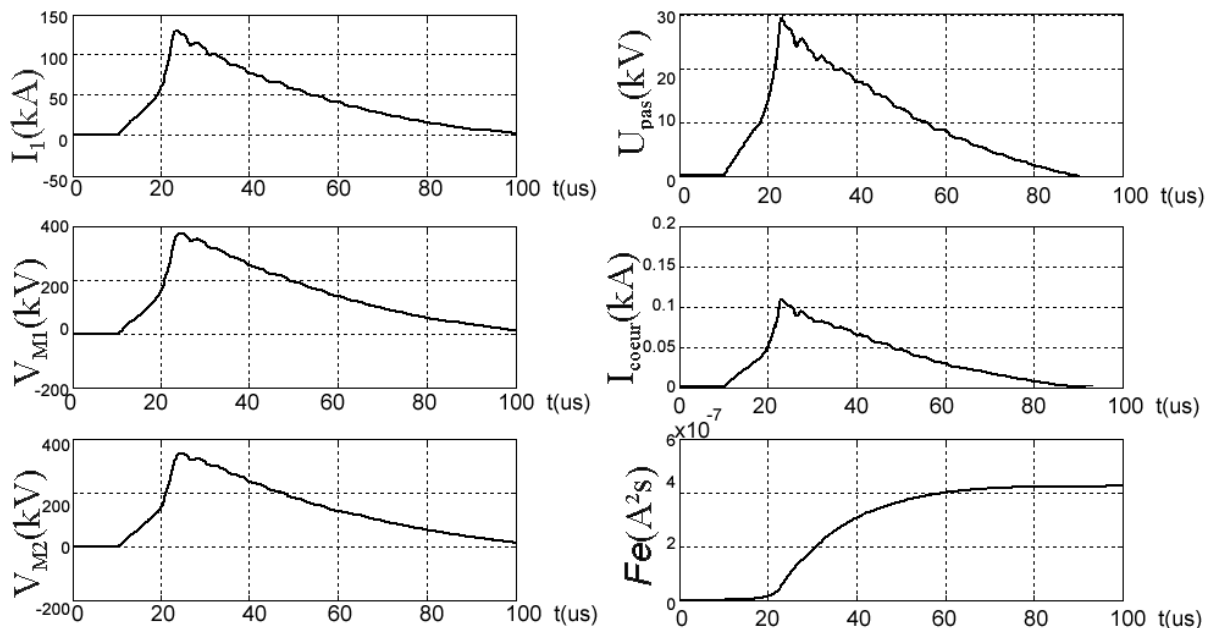


Figure IV-11 : Tension de pas et énergie spécifique, position définie en Figure IV-10 et courant de foudre 140kA.

Dans ce cas, l'énergie spécifique est largement inférieure à l'énergie spécifique de fibrillation ($40.10^{-3} A^2s$).

Nous avons effectué les mêmes calculs pour plusieurs positions et orientations de la personne victime autour du pylône. Dans tous les cas, l'énergie spécifique calculée à partir du schéma de la Figure IV-9 est largement inférieure au seuil choisi pour l'énergie spécifique de fibrillation.

Chapitre IV : détermination des grandeurs électromagnétiques engendrées dans le voisinage

Au vu des calculs effectués et des hypothèses prises (en particulier un facteur de cœur $K=0.04$), il apparaît donc que lorsqu'une personne est électrocutée par tension de pas à proximité d'un pylône foudroyé, le courant de foudre qui la traverse n'est pas suffisamment fort pour que l'énergie spécifique correspondante soit supérieure au seuil de fibrillation $40.10^{-3} \text{A}^2\text{s}$. Il est toutefois à noter que ce résultat dépend grandement des hypothèses faites sur :

- la résistivité du corps humain et la résistance de contact (les valeurs les plus pénalisantes ont été choisies mais la norme [120] ne donne pas de précision quant à leur domaine de validité en fréquence);
- le facteur de cœur K (comme pour les résistances, la norme [120] ne donne pas d'indication sur le choix de cette constante en haute fréquence).

2.4 CONCLUSION

Avec cette application, nous constatons que notre modèle convient bien à des études de type études de risque. Ceci nous a permis de constater qu'il ne semble pas y avoir de risque d'électrocution par tension de pas autour d'un pylône écoulant un courant de foudre, sachant que nous n'avons pas pris en compte le 50Hz.

Une autre application possible est le calcul des contraintes électromagnétiques appliquées par le système de mise à la terre sur des câbles situés à proximité. Dans cette optique, nous nous intéresserons dans le paragraphe suivant au calcul des couplages faisant intervenir des câbles.

3 MODELISATION DES CABLES

Au voisinage d'une prise de terre de pylônes, on trouve parfois des câbles de transport HT (par groupe de trois, pour le réseau triphasé). Notre modèle permet de calculer le champ électrique créé par la prise de terre au niveau de ces câbles. Dans cette optique, nous nous sommes interrogés sur leur modélisation.

Nous avons vu au chapitre I que lorsque l'on souhaite étudier le comportement d'un ensemble de circuits aériens et/ou souterrains par la théorie des lignes avec EMTP, la première étape est le calcul de l'ensemble des impédances mutuelles et propres qui entrent en jeu (termes de la matrice impédance linéique Z et de la matrice admittance linéique Y).

Le cas particulier des câbles enterrés a été traité par Pollaczek [125]. Les expressions proposées par celui-ci pour l'impédance entre deux câbles enterrés, l'impédance entre un câble et une ligne aérienne, et l'impédance de retour par le sol d'un câble sont difficiles à calculer numériquement. C'est pourquoi des approximations sont souvent préférées. Le degré de validité de ces approximations est lié aux paramètres physiques du cas étudié, mais aussi aux fréquences mises en jeu. Nous présentons ici un outil que nous avons développé pour calculer rigoureusement les expressions proposées par Pollaczek. Cet outil nous a servi à vérifier que les erreurs dues à ces approximations sont acceptables pour les études de foudre qui nous intéressent, et qui font intervenir des hautes fréquences.

3.1 IMPEDANCE FAISANT INTERVENIR DES CABLES SOUTERRAINS

3.1.1 Expressions de Pollaczek

Lorsque l'on souhaite étudier le comportement d'un ensemble de circuits aériens et/ou souterrains par la théorie des lignes avec EMTP, la première étape est le calcul de l'ensemble des impédances mutuelles et propres qui entrent en jeu (cf. partie 3.2.3 du chapitre I).

En considérant le champ électrique créé par un conducteur filaire enterré lorsqu'il est traversé par un courant longitudinal, Pollaczek a présenté en [125] une formulation pour le calcul:

- du couplage entre les câbles souterrains et les lignes aériennes Z_{M-ca} (cas 1 sur la Figure IV-12):

$$Z_{\text{terre_self}} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \cdot [K_0(R/\delta) - K_0((2h)/\delta) + J_{\text{self}}] \quad (\text{IV-8})$$

- du couplage entre les câbles souterrains Z_{M-cc} (cas 2 sur la Figure IV-12) :

$$Z_{M-cc} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \cdot [J_0(d/\delta) - J_0(D/\delta) + J_{M-cc}] \quad (\text{IV-9})$$

- de l'impédance de retour par la terre des câbles souterrains $Z_{\text{terre_self}}$ (cas 3 sur la Figure IV-12) :

$$Z_{M_ua} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \times [J_{M_ca}] \quad (\text{IV-10})$$

Dans les expressions (IV-8), (IV-9), (IV-10), on retrouve : δ la profondeur de pénétration telle que $\delta = 1/\sqrt{j\omega\mu_0\sigma}$, μ_0 la perméabilité du vide, σ la conductivité du sol, J_0 la fonction de Bessel d'ordre 0 et d, D, h et x des variables géométriques présentées sur la Figure IV-12.

Les 'intégrales de Pollaczek' J_{self} , J_{M_uu} et J_{M_ua} sont définies par:

$$J_{\text{self}} = -2 \cdot j \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-2h \times \sqrt{\beta^2 + 1/p^2})}{|\beta| + \sqrt{\beta^2 + 1/p^2}} \cdot \exp(j\beta R) \cdot d\beta \quad (\text{IV-11})$$

$$J_{M_uu} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-(h_1 + h_2) \times \sqrt{\beta^2 + 1/p^2})}{|\beta| + \sqrt{\beta^2 + 1/p^2}} \cdot \exp(j\beta x) \cdot d\beta \quad (\text{IV-12})$$

$$J_{M_ca} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-h_1 \times |\beta|) \cdot \exp(-h_2 \times \sqrt{\beta^2 + 1/\delta^2})}{|\beta| + \sqrt{\beta^2 + 1/\delta^2}} \cdot \exp(j\beta x) \cdot d\beta \quad (\text{IV-13})$$

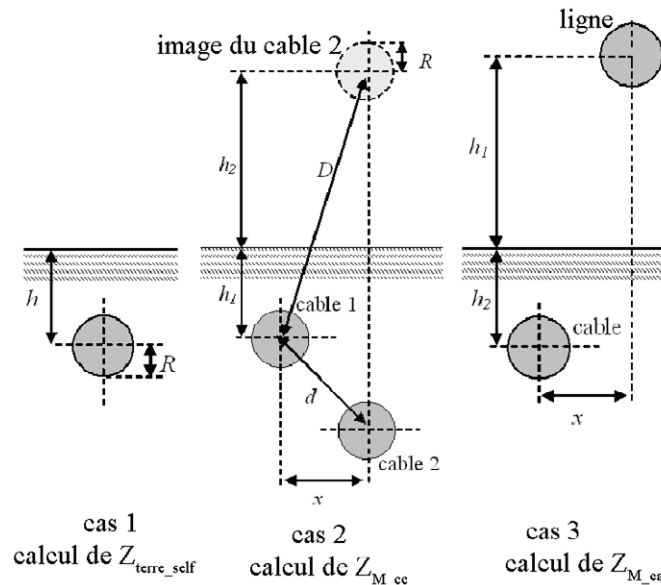


Figure IV-12 : Cas de couplages traités par Pollaczek.

Pollaczek a obtenu ces expressions pour $Z_{\text{terre_self}}$, Z_{M_ca} et Z_{M_cc} , à partir des hypothèses suivantes:

- le courant de déplacement est négligeable (approximation quasi-statique) ;
- le sol est un milieu semi infini homogène ;

- les conducteurs sont parallèles et leur diamètre est petit devant leur distance;
- tous les conducteurs sont sujets à l'approximation des fils minces.

Notons qu'Uribe propose en [130] d'exprimer les intégrales de Pollaczek (IV-11), (IV-12) et (IV-13) en fonction de variables sans dimension ξ , η et ζ :

$$J = -2 \times j \times \int_0^{\infty} \left[\sqrt{u^2 + j} - u \right] \times \exp\left(-\xi \times \sqrt{u^2 + j}\right) \times \exp\left(-\xi(\zeta u)\right) \times \cos(\xi \times \eta \times u) du \quad (IV-14)$$

avec pour chacun des cas définis sur la Figure IV-12 :

Cas 1	Cas 2	Cas 3
(calcul de $Z_{\text{terre_self}}$)	(calcul de $Z_{M\text{-cc}}$)	(calcul de $Z_{M\text{-ca}}$)
$\xi = (2 \cdot h) / p $	$\xi = (h_1 + h_2) / p $	$\xi = h_2 / p $
$\eta = R / (2 \cdot h)$	$\eta = x / (h_1 + h_2)$	$\eta = x / h_2 \quad \zeta = h_1 / h_2$
$\zeta = 0$	$\zeta = 0$	

Tableau IV-1 : Expression des variables sans dimension pour les trois cas d'étude.

3.1.2 Approximations

Les intégrales de Pollaczek, sous leurs formes (IV-11), (IV-12) et (IV-13) ou (IV-14), sont difficiles à calculer numériquement car elles présentent de nombreuses oscillations sur leur domaine d'intégration. C'est pourquoi des approximations sont souvent préférées en pratique pour évaluer ces impédances [30][126]-[129] parmi lesquelles on peut citer les formules de Lucca [126] et des CCITT [30].

Il est souvent admis que ces formules représentent un bon compromis entre temps de calcul et précision des résultats. Elles sont donc couramment utilisées dans les programmes reposant sur la théorie des lignes tels que EMTP-RV. Néanmoins, elles restent des approximations, et possèdent des limites d'application [130][131][136]. Nous avons développé un algorithme de calcul des expressions rigoureuses de Pollaczek sous leur forme (IV-14) afin de :

- disposer d'un outil pour estimer les erreurs commises par l'utilisation des formules approchées, notamment lorsque des transitoires rapides sont mis en jeu ;
- disposer d'une alternative aux formules approchées pour les configurations pour lesquelles celles-ci se montreraient inapplicables.

Peu de travaux ont été publiés portant sur le calcul numérique des expressions rigoureuses de Pollaczek. On comparera nos travaux à ceux présentés par Uribe en [130].

3.2 METHODE DE QUASI-MONTE CARLO APPLIQUÉE AU CALCUL DES INTÉGRALES DE POLLACZEK

Nous rappellerons tout d'abord les principes théoriques des méthodes d'intégration dites 'de Monte Carlo' et 'de quasi-Monte Carlo'. On mettra alors en avant les qualités de la méthode de quasi-Monte Carlo avant de l'appliquer au calcul de l'intégrale de Pollaczek.

3.2.1 Méthode de Monte Carlo

a) Principe de la méthode de Monte Carlo

L'idée générale de la méthode de Monte Carlo, présentée par Metropolis et Ulman en 1949, est de transformer un problème d'intégration en calcul de valeur moyenne [132].

Considérons $\{X_1, X_2, \dots\}$, une suite infinie de variables aléatoires indépendantes et équidistribuées dont l'écart-type et l'espérance sont finis. On note $E(X_i) = \mu$ l'espérance de cette suite ($|\mu| < \infty$). La loi forte des grands nombres dit que si $P[X]$ désigne la probabilité d'occurrence d'un événement X , alors on a :

$$P \left[\left(\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \cdot (X_1 + X_2 + \dots + X_n) \right) \right) = \mu \right] = 1 \quad (\text{IV-15})$$

En d'autres termes, la valeur moyenne de la suite $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ converge vers μ avec une probabilité unité lorsque le nombre de termes n devient très grand.

Intéressons nous à présent à une suite de n variables aléatoires réelles X_i ($1 \leq i \leq n$) distribuées uniformément sur l'intervalle $[0,1]$. En prenant $Y_i = g(X_i) \forall i$ ($1 \leq i \leq n$), avec g une fonction réelle définie sur $[0,1]$, on construit une autre suite de n variables aléatoires réelles : $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$ pour laquelle on peut encore appliquer la loi forte des grands nombres :

$$P \left[\left(\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \cdot (Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n) \right) \right) = E(Y_1) \right] = 1 \quad (\text{IV-16})$$

ou:

$$P \left[\left(\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{i=1}^n g(X_i) \right) \right) \right) = E(Y_1) \right] = 1 \quad (\text{IV-17})$$

Or l'espérance de Y_1 , notée $E(Y_1)$, peut être exprimée:

$$E(Y_1) = \int_0^1 g(x) \cdot dx \quad (\text{IV-18})$$

Si on considère le $i^{\text{ème}}$ terme de la suite $\{X_1, X_2, \dots\}$, on peut écrire à partir de (IV-17) et (IV-18) :

$$P \left[\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n g(X_i) \right) = \int_0^1 g(x) \cdot dx \right] = 1 \quad (\text{IV-19})$$

Ainsi, en prenant n très grand, on tend vers l'égalité :

$$\int_0^1 g(x) \cdot dx \approx \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n g(x_i) \quad (\text{IV-20})$$

La méthode de Monte Carlo consiste alors à approcher l'intégrale (IV-18) par une somme, grâce à l'expression (IV-20).

Enfin, l'erreur de calcul peut être évaluée comme une fonction de la variance $Var(X_i)$ des variables aléatoires X_i . Néanmoins, l'intervalle de confiance est probabiliste et on ne dispose pas de valeur absolue pour l'extremum de l'erreur.

b) Défauts et qualités de la méthode de Monte Carlo

La méthode de Monte Carlo est une méthode d'intégration numérique puissante extrêmement flexible pour laquelle le taux de convergence est indépendant de la dimension du problème.

Parmi les défauts de cette méthode, notons que :

- la convergence est parfois lente (l'erreur diminue en $1/\sqrt{n}$).
- elle ne permet pas d'exploiter les éventuelles régularités de la fonction à intégrer.
- l'erreur est bornée uniquement de manière probabiliste, il est donc impossible d'être strictement certain d'un résultat. On ne peut pas trouver un nombre de terme n_0 tel que : $n > n_0 \Rightarrow \text{Erreur} < \varepsilon$ donné.
- elle repose entièrement sur l'utilisation de nombres aléatoires impossibles à obtenir de manière rigoureuse avec les systèmes déterministes que sont les ordinateurs.

On lui préférera donc la méthode quasi-Monte Carlo.

3.2.2 Méthode de quasi-Monte Carlo

a) Principe de la méthode de quasi-Monte Carlo

Une grande difficulté numérique dans l'application de la méthode de Monte Carlo est la génération de n échantillons aléatoires: une mauvaise qualité de la source de hasard peut mener à des résultats incorrects.

Chapitre IV : détermination des grandeurs électromagnétiques engendrées dans le voisinage

Au lieu d'effectuer un tirage aléatoire pour les termes de la suite $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, la méthode de quasi-Monte Carlo consiste à choisir une suite dite 'pseudo aléatoire' sur $[0,1]$, c'est-à-dire une suite connue, qui a de bonnes propriétés de distribution sur $[0,1]$.

La discrédance est une valeur qui quantifie l'équipartition des échantillons d'une suite: plus ses termes sont distribués régulièrement sur un intervalle, et plus la discrédance correspondante est faible. C'est pour cela que les suites pseudo-aléatoires sont souvent qualifiées de 'suites à discrédance faible'.

A titre d'exemple, la suite présentée sur la Figure IV-13.a) a une discrédance plus faible que celle de la Figure IV-13.b sur l'intervalle $[0,1]$:

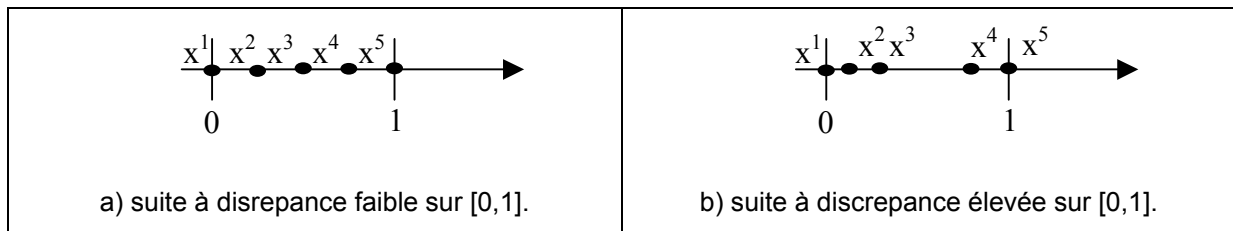


Figure IV-13 : Discrédance d'une suite.

Contrairement à la méthode de Monte Carlo classique, le choix de la suite $\{x^1, x^2, \dots, x^n\}$ est donc effectué de façon déterministe. L'estimation de l'erreur d'approximation sera également déterministe.

Si une fonction $g(x)$ a une variation bornée sur $[0,1]$ au sens de de Hardy et Krause, alors pour toute suite de points $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ sur $[0,1]$, l'inégalité de Koksma-Hlawka s'écrit [137]:

$$\left| \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g(x_i) - \int_0^1 g(t) dt \right| \leq V(g) \cdot D_n^*(x) \quad (\text{IV-21})$$

pour notre problème à une dimension, la variation au sens de Vitali $V(g)$ est définie par :

$$V(g) = \sup [g(p^0) - g(p^1)] \quad (\text{IV-22})$$

pour tous les intervalles $P = [p^0, p^1) \in [0,1]$.

Ainsi, l'erreur correspondant à l'approximation (IV-20) est dans le pire des cas égale au produit de la variation $V(g)$ (une grandeur qui ne reflète que l'irrégularité de la fonction g) et de la discrédance $D.n(x)$ (qui mesure uniquement la qualité de la répartition de la séquence). On recherchera donc une suite possédant la discrédance la plus faible possible pour minimiser cette borne sur l'erreur.

b) Suite de Van Der Corput

La recherche de suites présentant une discrédance faible a conduit les mathématiciens à présenter plusieurs solutions parmi lesquelles on citera : les suites de Van der Corput, les

Chapitre IV : détermination des grandeurs électromagnétiques engendrées dans le voisinage

suites de Halton et les suites de Sobol. Nous exploiterons dans notre cas une méthode de quasi-Monte Carlo basée sur une suite de Van der Corput en base 2 [137].

Dans une suite de Van der Corput en base b , le $i^{\text{ième}}$ échantillon x_i est calculé de façon biunivoque à partir des chiffres qui composent l'entier i lorsqu'il est écrit en base b . La partie entière de x_i est nulle (x_i appartient à $[0,1[$). Sa partie décimale est quant à elle obtenue par permutation totale des chiffres de i en base b .

Par exemple, calculons le 12^{ème} terme ($i=12$) de la suite de Van Der Corput en base 2:

1) i en base 2 est $i_{b_2} = 1100$;

2) après permutation, on obtient: $\overline{i_{b_2}} = 0011$;

3) ce qui s'écrit en décimal (base 10): $x^n = 0 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} = 0.1875$.

Ainsi, le 12^{ème} terme de la suite de Van Der Corput de base 2 est 0.1875.

La discrédance $D_n(x)$ d'une suite de Van Der Corput en base 2 à n termes peut être bornée grâce à la formule [137]:

$$n \cdot D_n(C_2) \leq \frac{\log_{10}(n)}{3 \times \log_{10}(2)} + 1 \quad \forall n \geq 1 \quad (\text{IV-23})$$

Les formules (IV-21) et (IV-23) permettent alors de majorer l'erreur de manière déterministe lors d'un calcul d'intégrale par la méthode de quasi-Monte Carlo.

Notons enfin qu'un autre avantage de la méthode de quasi-Monte Carlo sur la méthode de Monte Carlo classique est sa vitesse de convergence (l'erreur diminue plus vite que $\log_{10}(n)/n$ au lieu de $1/\sqrt{n}$ pour la méthode de Monte Carlo classique).

3.2.3 Algorithme proposé pour le calcul de l'intégrale de Pollaczek [78]

Nous présentons ici un algorithme de calcul des intégrales de Pollaczek basé sur la méthode de quasi-Monte Carlo qui vient d'être décrite.

Partons de l'expression de l'intégrale de Pollaczek en fonction de variables sans dimension (IV-14) :

$$J = -2 \times j \times \int_0^{\infty} \left[\sqrt{u^2 + j} - u \right] \times \exp(-\xi \times \sqrt{u^2 + j}) \times \exp(-\xi (\zeta u)) \times \cos(\xi \times \eta \times u) du \quad (\text{IV-24})$$

Le terme J peut être factorisée par la somme de deux termes J_1 et J_2 :

$$J = -2 \times j \times [J_1 + J_2] \quad (IV-25)$$

avec

$$J_1 = \int_0^1 [\sqrt{u^2 + j} - u] \cdot \exp(-\xi \cdot \sqrt{u^2 + j}) \cdot \exp(-\xi(\zeta u)) du \quad (IV-26)$$

et

$$J_2 = \int_1^\infty [\sqrt{u^2 + j} - u] \cdot \exp(-\xi \cdot \sqrt{u^2 + j}) \cdot \exp(-\xi(\zeta u)) du \quad (IV-27)$$

En choisissant une fonction $g(u)$ telle que:

$$g(u) = [\sqrt{u^2 + j} - u] \cdot \exp(-\xi \cdot \sqrt{u^2 + j}) \cdot \exp(-\xi(\zeta u)) \quad (IV-28)$$

on peut écrire:

$$J_2 = \int_0^1 g(u) \cdot du \quad (IV-29)$$

Afin de changer les bornes d'intégration de J_2 , on définit une nouvelle variable v :

$$v = \frac{1}{u} \quad (IV-30)$$

On peut donc présenter J_2 comme une intégrale sur $[0,1]$:

$$J_2 = \int_0^1 g\left(\frac{1}{u}\right) \cdot \left(\frac{1}{u^2}\right) du \quad (IV-31)$$

Les termes J_1 et J_2 peuvent être calculés en appliquant la méthode de quasi-Monte Carlo: d'après l'expression (IV-20), pour n suffisamment grand, on a:

$$J_1 \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [g(x_i)] \quad (IV-32)$$

$$J_2 \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[g\left(\frac{1}{x_i}\right) \cdot \left(\frac{1}{x_i}\right)^2 \right]$$

Ainsi, l'intégrale de Pollaczek (IV-14) sera calculée numériquement à partir de la somme :

$$J \approx -2j \cdot \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left[g(x_i) + g\left(\frac{1}{x_i}\right) \cdot \left(\frac{1}{x_i}\right)^2 \right] \quad (IV-33)$$

avec $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ la suite de Van Der Corput en base 2, et de taille n .

En pratique, $g(x_i)$ est calculé sous la forme proposée en [131]:

$$g(x_i) = [F(x_i) - x_i + j \cdot G(x_i)] \cdot \exp[-\xi \cdot F(x_i)] \times \exp[-j \cdot \xi \cdot G(x_i)] \cdot \cos(\xi \cdot \eta \cdot x_i) \quad (\text{IV-34})$$

où:

$$F(x_i) = \frac{\sqrt{x_i^2 + \sqrt{x_i^4 + j}}}{\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad G(x_i) = \frac{\sqrt{-x_i^2 + \sqrt{x_i^4 + j}}}{\sqrt{2}}$$

Les termes $F(x_i)$, $G(x_i)$, $F(1/x_i)$, $G(1/x_i)$ et $(1/x_i)^2$ ne dépendent ni de la géométrie, ni des propriétés électriques du problème considéré, mais seulement des termes de la suite de Van der Corput. Ils peuvent donc être calculés hors ligne, comme le montre la Figure IV-14:

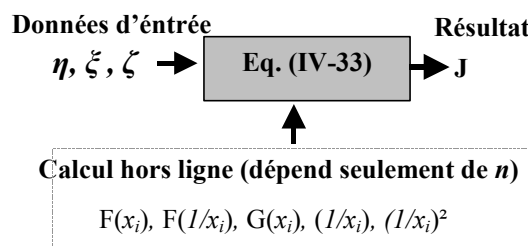


Figure IV-14 : Méthode de quasi-Monte Carlo appliquée au calcul de l'intégrale de Pollaczek.

3.3 APPLICATION DE L'ALGORITHME DEVELOPPE

3.3.1 Présentation

Nous allons tout d'abord valider l'algorithme que nous venons de présenter en le comparant à l'approche proposée par Uribe en [130]. Nous l'appliquerons ensuite pour vérifier la validité d'une formule de calcul approchée fréquemment utilisée en substitution de la formule de Pollaczek.

Pour nos études, nous avons choisi le même domaine de variation des variables physiques que dans [130] :

$$4\text{m} \leq h_1 \leq 50\text{m}$$

$$0.1\text{m} \leq h_2 \leq 30\text{m}$$

$$1\text{Hz} \leq f \leq 1\text{MHz}$$

$$10^{-4}\text{S/m} \leq \sigma \leq 1\text{S/m}$$

$$10^{-2}\text{m} \leq x \leq 10^3\text{m}$$

$$10^{-2}\text{m} \leq R \leq 10\text{m}$$

Si on considère la profondeur de pénétration p et les variables sans dimension définies dans le Tableau IV-1, cela revient à :

$$0.36\text{m} \leq p \leq 3.6 \cdot 10^4 \text{m}$$

$$10^{-4} \leq \xi \leq 10^2$$

$$10^{-4} \leq \eta \leq 10^2$$

$$\zeta = 0 \text{ ou } (10^{-1} \leq \zeta \leq 10^2)$$

Les temps de calcul présentés ont été obtenus avec un Intel Xéon 2 x 3.4GHz avec 4Go de mémoire vive. L'algorithme a été implémenté sous Matlab® V6.5.

3.3.2 Comparaison avec un autre algorithme d'intégration numérique

a) *Algorithme proposé par Uribe*

Uribe a présenté en [130] et [131] une autre solution pour calculer numériquement l'expression (IV-24). Son approche consiste à :

- 1) tronquer l'intégrale en limitant sa borne supérieure à une valeur u_0 qui dépend des données du problème (ξ , η et ζ) ;
- 2) étudier la fonction $g(x)$ de (IV-34) et rechercher ses zéros ;
- 3) intégrer par morceaux, limités par chaque zéro et par u_0 , grâce à la méthode de Simpson.

Nous comparerons l'algorithme proposé par Uribe à la solution reposant sur la méthode de quasi-Monte Carlo.

b) *Comparaison des résultats*

La Figure IV-15 présente différentes valeurs de l'intégrale de Pollaczek (IV-14) calculées en utilisant alternativement notre algorithme (J_{QMC}) et celui d'Uribe (J_{alg2}). Pour ce travail, nous avons fixé :

- $\zeta=0$, ce qui correspond aux cas 1 et 2 définis sur la Figure IV-12 ;
- 10 000 termes pour la suite de Van Der Corput lors du calcul de J_{QMC} ($n=10\ 000$ dans (IV-33)) ;
- 256 pas d'intégration pour la méthode de Simpson de J_{alg2} .

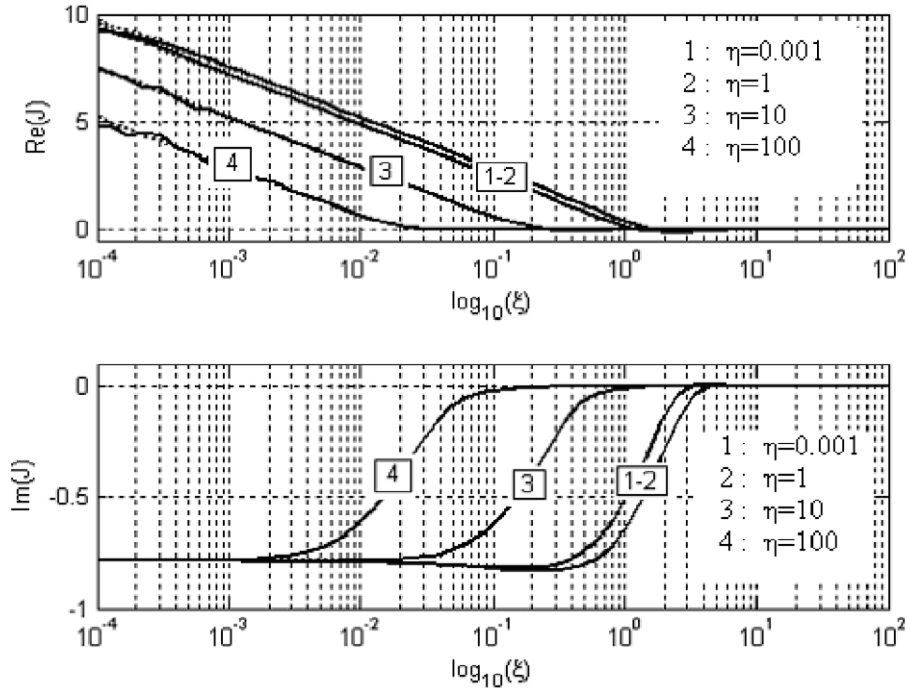


Figure IV-15 : Intégrale de Pollaczek calculée par deux méthodes différentes, $\zeta=0$.

Les deux algorithmes donnent des résultats comparables pour $\zeta=0$. Nous avons élargi cette étude à $\zeta=1$ sur la Figure IV-16 et la Figure IV-17, pour lesquelles nous avons défini les différences absolue et relative :

$$\delta_{\text{abs}}(\eta, \xi, \zeta) = |J_{\text{QMC}}(\eta, \xi, \zeta) - J_{\text{algo2}}(\eta, \xi, \zeta)| \tag{IV-35}$$

$$\delta_{\%}(\eta, \xi, \zeta) = 100 \cdot \delta_{\text{abs}}(\eta, \xi, \zeta) / J_{\text{QMC}}(\eta, \xi, \zeta) \tag{IV-36}$$

Ces figures nous permettent de valider notre algorithme. Dans cette optique, il est important de considérer les différences en valeur relative ($\delta_{\%}$) mais aussi en valeur absolue (δ_{abs}). En effet, pour certains paramètres d'entrée (par exemple $\xi > 1$), J tend vers zéro et $\delta_{\%}$ est très grand même si δ_{abs} est insignifiant.

Nous avons tracé ce type de figure pour plusieurs valeurs de ζ . Un petit écart entre J_{QMC} et J_{algo2} apparaît uniquement pour ($\eta > 50$ & $\xi < 2 \cdot 10^{-4}$), ce qui revient pour les variables physiques à :

Variables d'entrée	Correspondance pour les variables physiques		
	Cas 1	Cas 2	Cas 3
$\eta > 50$	$h < R/100$ (1)	$x > 50 \cdot (h_1 + h_2)$ (3)	$x > 50 \cdot h_2$ (5)
&	&	&	&
$\xi < 2 \cdot 10^{-4}$	$h < 10^{-4} \cdot p $ (2)	$(h_1 + h_2) < 2 \cdot 10^{-4} \cdot p $ (4)	$h_2 < 2 \cdot 10^{-4} \cdot p $ (6)

Tableau IV-2 : Différence entre les deux méthodes.

Pour le cas 1, $\eta > 50$ implique l'inégalité impossible $R > h$. De plus, $\zeta < 2 \cdot 10^{-4}$ est peu probable, vu les relations (2), (4) et (6) correspondantes. On considère donc que les deux algorithmes concordent dans la très grande majorité des cas.

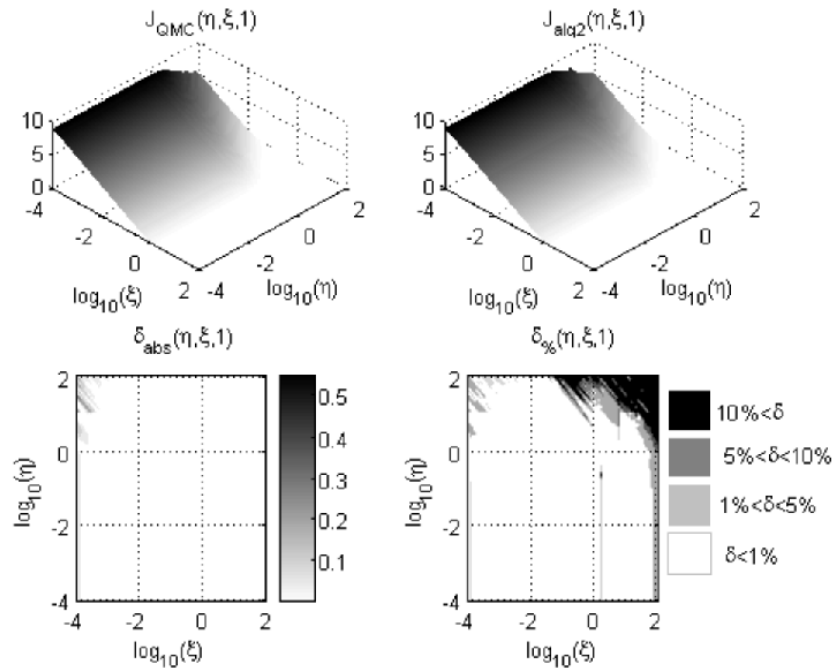


Figure IV-16 : Partie réelle de l'intégrale de Pollaczek calculée par deux méthodes différentes, $\zeta=1$.

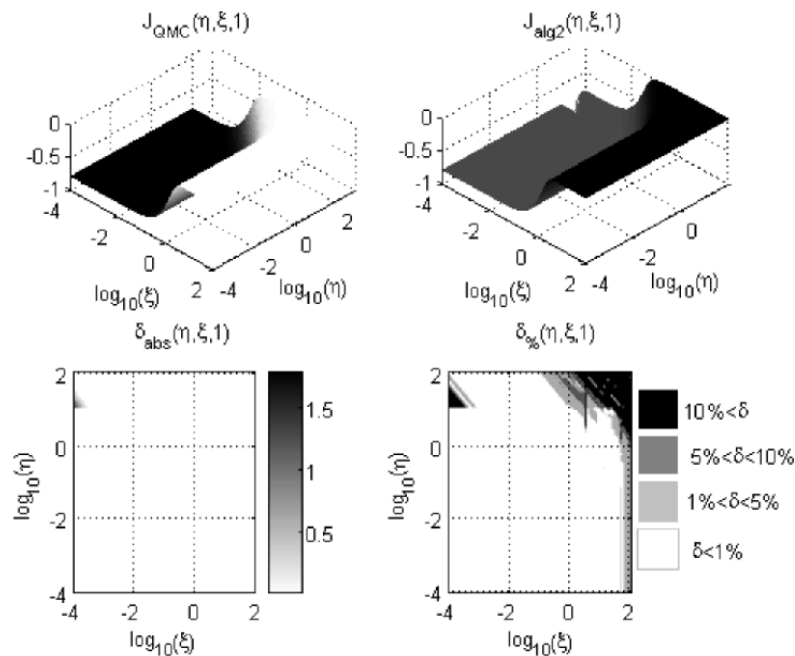


Figure IV-17: Partie imaginaire de l'intégrale de Pollaczek calculée par deux méthodes différentes, $\zeta=1$.

Enfin, afin d'illustrer la convergence de la méthode de quasi-Monte Carlo, nous avons tracé en Figure IV-18 pour plusieurs tailles de la suite de Van Der Corput (n dans (IV-33)) :

- J_{QMC} ;
- J_{alg2} ;
- la borne sur l'erreur calculée à partir de la formule (IV-21), notée $\max(\text{Err}_{QMC})$;
- l'écart $\delta_{abs} = \left| J_{QMC} - J_{alg2} \right|$.

Nous avons fixé pour ce travail : $h_1=h_2=3\text{m}$, $f=100\text{kHz}$, $\sigma=10^{-2}\text{S/m}$ et $x=1\text{m}$, ce qui revient à : $|p|=11.254\text{m}$, $\zeta=0.266$, $\zeta=1$ et $\eta=1/3$).

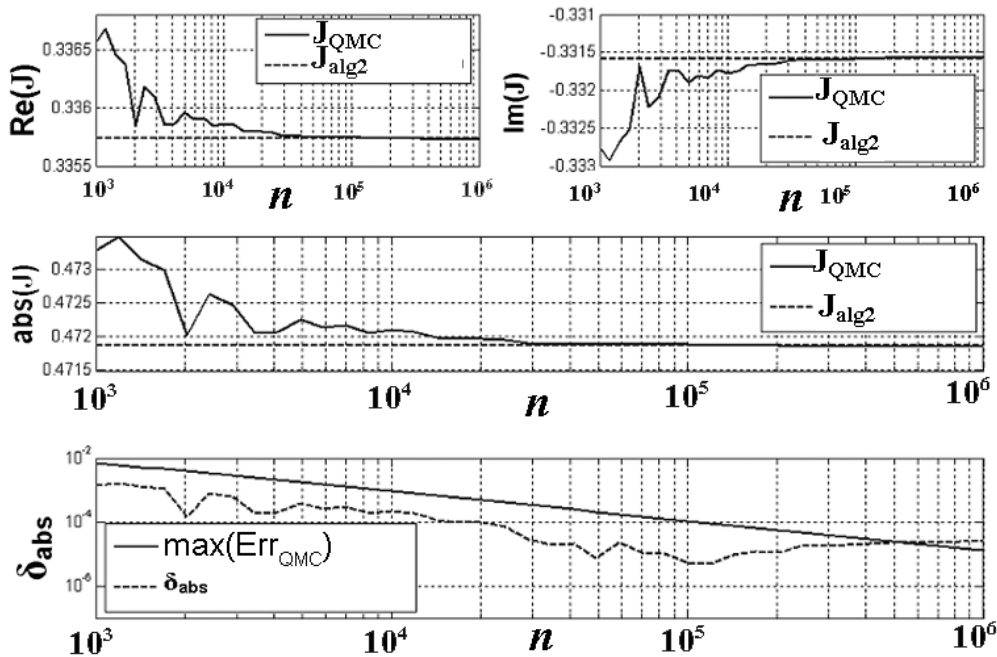


Figure IV-18 : Illustration de la convergence de notre méthode pour un cas d'étude.

Pour ce cas d'étude, on a donc $J \approx 335.55 \times 10^{-3} - 332.45 \times 10^{-3} \times j$.

On remarque que pour $n > 5 \times 10^5$, δ_{abs} est plus grand que la borne sur l'erreur $\max(\text{Err}_{QMC})$, ce qui veut dire que J_{QMC} est alors forcément plus précis que J_{alg2} .

c) Temps de calcul

Pour effectuer le calcul de J_{QMC} lorsque la suite de Van der Corpu a 10 000 termes, il nous a fallu 16ms (sans prendre en compte les calculs hors lignes (cf. Figure IV-14)). Ce temps de calcul ne dépend pas des paramètres d'entrée, contrairement à la solution proposée par Uribe.

Nous avons présenté sur la Figure IV-19 le temps de calcul de J_{alg2} pour 256 pas d'intégration (méthode de Simpson).

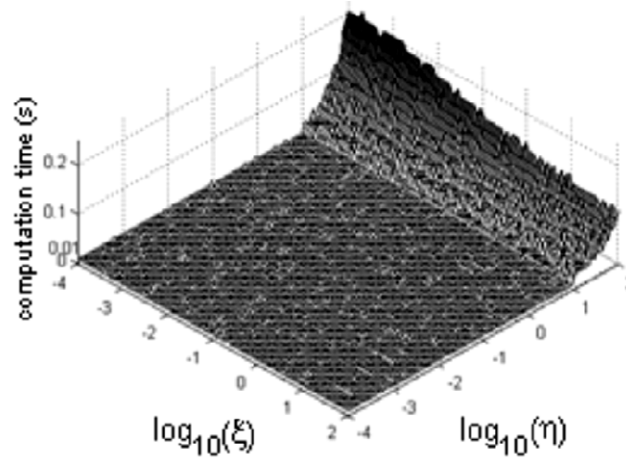


Figure IV-19 : Temps de calcul de J_{alg2} , $\zeta=1$, $\epsilon=0$.

Bien que l'algorithme présenté par Uribe soit plus rapide pour certaines valeurs des paramètres d'entrée, il peut nécessiter jusqu'à 200ms pour certaines configurations. On souligne donc l'un des avantages de la méthode de Monte Carlo : les ressources informatiques nécessaires ne dépendent pas de la complexité de la fonction à intégrer.

d) Complexité de l'algorithme

Notre algorithme, qui se réduit à la résolution de l'équation (IV-33), est beaucoup plus léger et facile à implémenter que les solutions qui nécessitent une étude des irrégularités de la fonction avant de l'intégrer, comme celle proposée par Uribe.

3.4 EXEMPLE D'APPLICATION DE L'ALGORITHME PROPOSE A LA VALIDATION DE LA FORMULE DE LUCCA

3.4.1 Présentation

Lucca a présenté en [126] une formule approchée pour le calcul de l'impédance mutuelle entre un câble enterré et une ligne aérienne (cas 3 sur Figure IV-12) :

$$Z_{M-ca} \approx \tilde{Z}_{M-ca} = \frac{j \cdot \omega \cdot \mu_0}{2\pi} \left\{ \log \left(\frac{\bar{R}_{12}}{R_{12}} \right) - \frac{2\bar{y}}{2\gamma^3} \cdot \left[\frac{y^2 - 3x^2}{\bar{R}_{12}^6} \right] \right\} \quad (IV-37)$$

avec

$$R_{12} = \sqrt{x^2 + (h_1 - h_2)^2}, \quad k_e^2 = -j \cdot \omega \mu_0 \sigma, \quad \bar{R}_{12} = \sqrt{\bar{y} + x^2}, \quad \gamma = j \cdot k_e \quad \text{et} \quad \bar{y} = h_1 - h_2 + \frac{2}{\gamma}.$$

Les variables géométriques h_1 , h_2 et x sont définies sur la Figure IV-12 (cas 3).

Nous montrons ici comment l'algorithme d'intégration par la méthode de quasi-Monte Carlo que nous avons présenté peut être appliqué pour estimer l'erreur.

3.4.2 Etude comparative

La Figure IV-20 et la Figure IV-21 présentent les valeurs calculées pour l'intégrale de Pollaczek en utilisant alternativement notre algorithme (J_{QMC}) et la formule de Lucca (J_{LUCCA}), pour $\zeta=10$. Nous avons également défini :

- l'écart absolu : $\delta_{abs} = |J_{QMC} - J_{LUCCA}|$;
- l'écart relatif : $\delta_{\%} = \frac{\delta_{abs}}{|J_{LUCCA}|} \cdot 100$

Cette étude a été réalisée pour plusieurs valeurs de ζ .

On remarque que l'écart J_{QMC} et J_{LUCCA} est la plus grande lorsque :

$$-1.5 < \log_{10}(\xi) < 1.5 \leftrightarrow 0.03 < \log_{10}(\eta) < 30$$

ce qui peut être écrit : $\boxed{0.03|p| < h_2 < 30|p|}$

Cette approche nous permettra donc de valider ou non l'utilisation de la formule de Lucca en fonction des paramètres d'entrée (ξ , η et ζ) et de la précision recherchée.

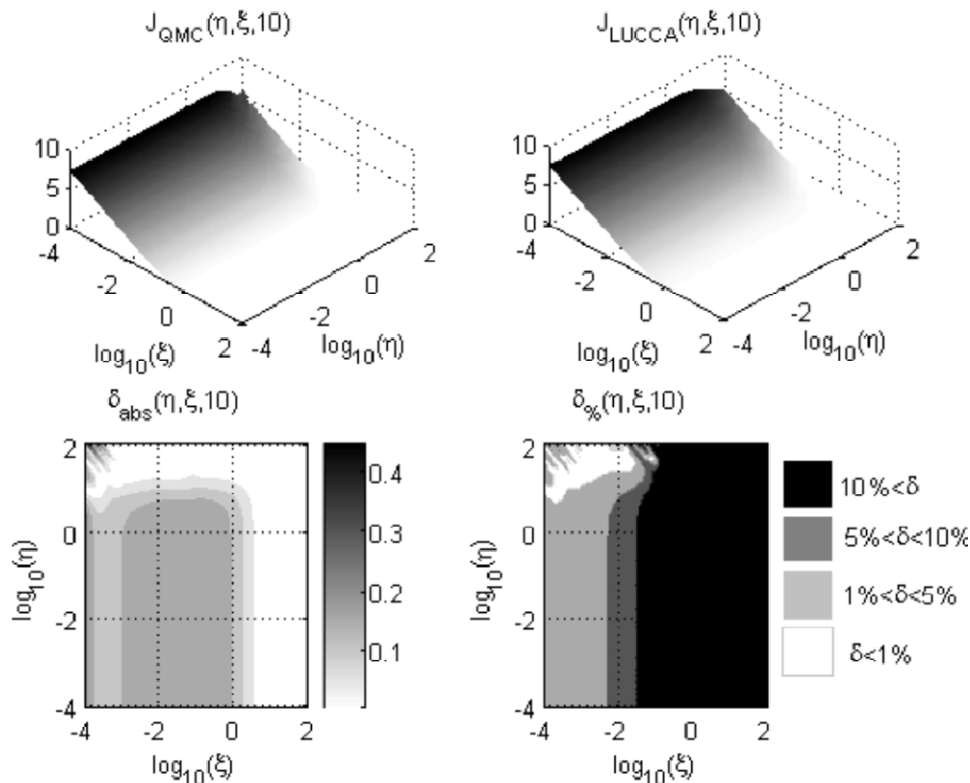


Figure IV-20 : $J(\eta, \xi, 10)$ calculé par la méthode de quasi-Monte Carlo et la formule de Lucca, real partie réelle.

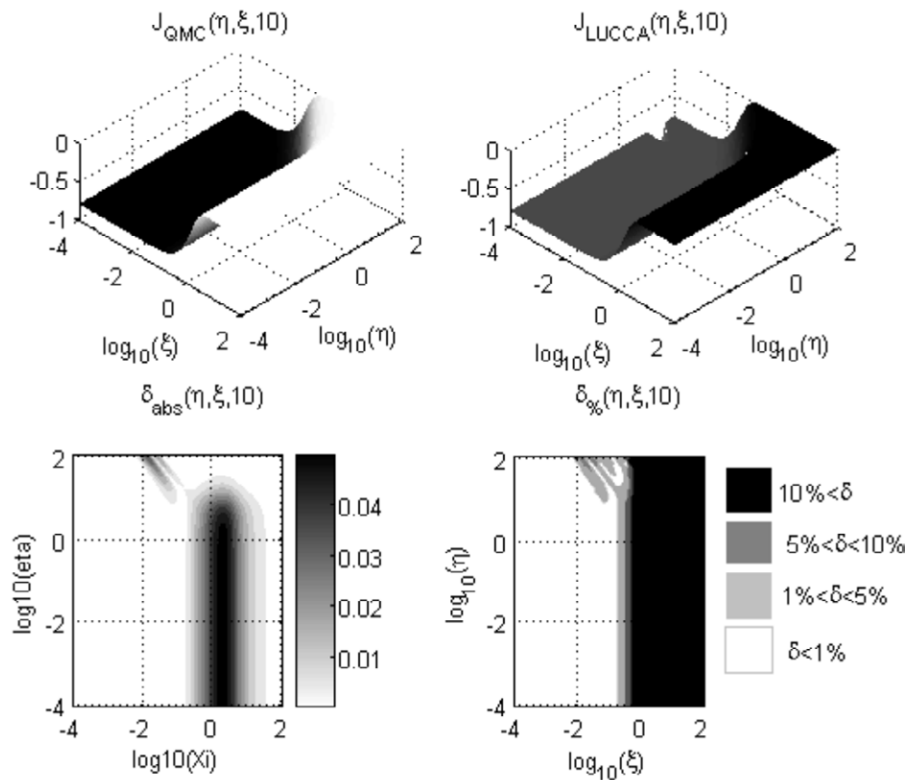


Figure IV-21 $J(\eta, \xi, 10)$ calculé par la méthode de quasi-Monte Carlo et la formule de Lucca, real partie imaginaire.

3.5 CONCLUSION

Nous envisageons d'utiliser notre modèle de systèmes de mise à la terre pour calculer les contraintes électriques appliqués aux câbles enterrés dans le voisinage. Dans cette optique, nous avons développé un algorithme permettant de calculer avec précision les expressions proposées par Pollaczek pour les couplages entre câbles, les couplages entre un câble et le sol, ainsi que les couplages entre un câble et une ligne aérienne.

Notre solution repose sur l'application de la méthode de quasi-Monte Carlo. Nous l'avons comparée avec l'approche proposée par Uribe en [130]. Les deux algorithmes donnent des résultats très proches dans la très grande majorité des cas. Notre algorithme a plusieurs avantages :

- il fournit une borne sur l'erreur ;
- les ressources requises sont indépendantes des paramètres d'entrée ;
- il est très facile à implémenter.

Nous avons finalement montré comment cet algorithme peut être appliqué pour valider la formule approchée de Lucca pour certaines configurations.

Conclusion générale

Nos travaux de recherche ont concerné la modélisation, pour les études de transitoire de foudre, des systèmes de mise à la terre qui équipent le réseau de transport d'énergie électrique.

Nous avons tout d'abord identifié et caractérisé les différents paramètres qui influencent le comportement des systèmes de mise à la terre, en particulier lorsqu'ils diffusent un courant de la foudre.

En négligeant les phénomènes non linéaires dans le sol, nous avons proposé de représenter dans un premier temps leur comportement dynamique en fréquentiel. A cet effet, nous nous sommes appuyés sur le modèle électromagnétique proposé par Grcev et Dawalibi après avoir montré que les hypothèses qui sont à la base de ce modèle sont raisonnables pour les structures et la plage de fréquence qui nous intéressent et en avoir identifié les limites. Une validation expérimentale nous a confortés dans ce choix. Cette modélisation fréquentielle nous a finalement permis d'établir diverses règles d'ingénierie permettant d'optimiser la structure des systèmes de mise à la terre.

A partir de la représentation du système de mise à la terre dans le domaine fréquentiel, nous avons montré comment construire un modèle compatible avec EMTP-RV décrivant son comportement dynamique pour les études de transitoires en temporel. D'un point de vue pratique, notre approche nous permet de représenter par des équations d'état un système de mise à la terre complexe possédant plusieurs points de connexion avec le réseau électrique. D'un point de vue théorique, ce modèle hérite de la rigueur du modèle électromagnétique. Nous avons calculé grâce à notre modèle sous EMTP-RV des valeurs de montée en potentiel de réseau de terre en bonne concordance avec des mesures. La possibilité de décrire le comportement dynamique d'un système de mise à la terre nous a finalement permis de répondre à plusieurs questions qui reviennent souvent lors d'études de coordination des isollements et de CEM.

Notre modèle sert également à estimer les effets de l'onde électromagnétique créée par le système de mise à la terre sur son environnement matériel (câbles

enterrés) ou humain (sécurité). Nous avons par exemple montré qu'il était bien adapté pour les études de sécurité autour d'un pylône foudroyé.

Parmi les travaux à venir, le travail que nous avons présenté ici nous permettra de calculer les contraintes électromagnétiques imposées aux câbles enterrés. Nous envisageons ainsi de représenter sous EMTP-RV :

- les courants induits dans un câble par un système de mise à la terre situé à proximité (à partir du champ électrique calculé par notre modèle) ;
- la contrainte diélectrique imposée à son isolant externe en raison de la montée en potentiel de la terre locale (à partir du potentiel scalaire calculé par notre modèle).

Dans cette optique, nous nous sommes posé la question de la validité des formules approchées utilisées classiquement pour calculer les couplages faisant intervenir des conducteurs enterrés (formules de Lucca, des CCITT, ...). Nous avons pour cela développé un algorithme original permettant de calculer directement l'expression plus rigoureuse proposée par Pollaczek. Cet algorithme, basé sur une méthode de quasi-Monte Carlo, s'est montré efficace et bien adapté aux logiciels de simulation numérique. Il nous permettra de :

- disposer d'un outil pour estimer les erreurs commises par l'utilisation des formules approchées, notamment lorsque des transitoires rapides sont mis en jeu ;
- disposer d'une alternative aux formules approchées pour les configurations où celles-ci se montreraient inapplicables.

ANNEXES

1	Résistivité électrique du sol.....	151
2	Résistivité électrique du béton.....	153
3	Tension et potentiel	156
5	Méthode de galerkin / approximation sinusoïdale par parties.	159
4	Tragsys	160
6	Modèle électromagnétique sous emtp d'après grcev.....	162
7	Prises de terre équipées d'antennes	163
8	Vector fitting	171
9	Choix du nombre de pôle pour un ajustement, exemple	172
10	Passivité.....	175

1 RESISTIVITE ELECTRIQUE DU SOL

1.1 Méthode de Wenner

Les méthodes dites ‘des quatre électrodes’ sont les méthodes de mesure de la résistivité apparente des sols les plus utilisées. Parmi elles, on distingue en particulier la méthode de WENNER, pour laquelle les quatre électrodes sont équidistantes et disposées en ligne.

Comme le présente la Figure A 1, l'appareil utilisé est un telluromètre classique pour lequel les électrodes extérieures injectent un courant I_s alors que les deux électrodes centrales permettent la mesure de la chute de la différence de potentiel ΔV (50Hz).

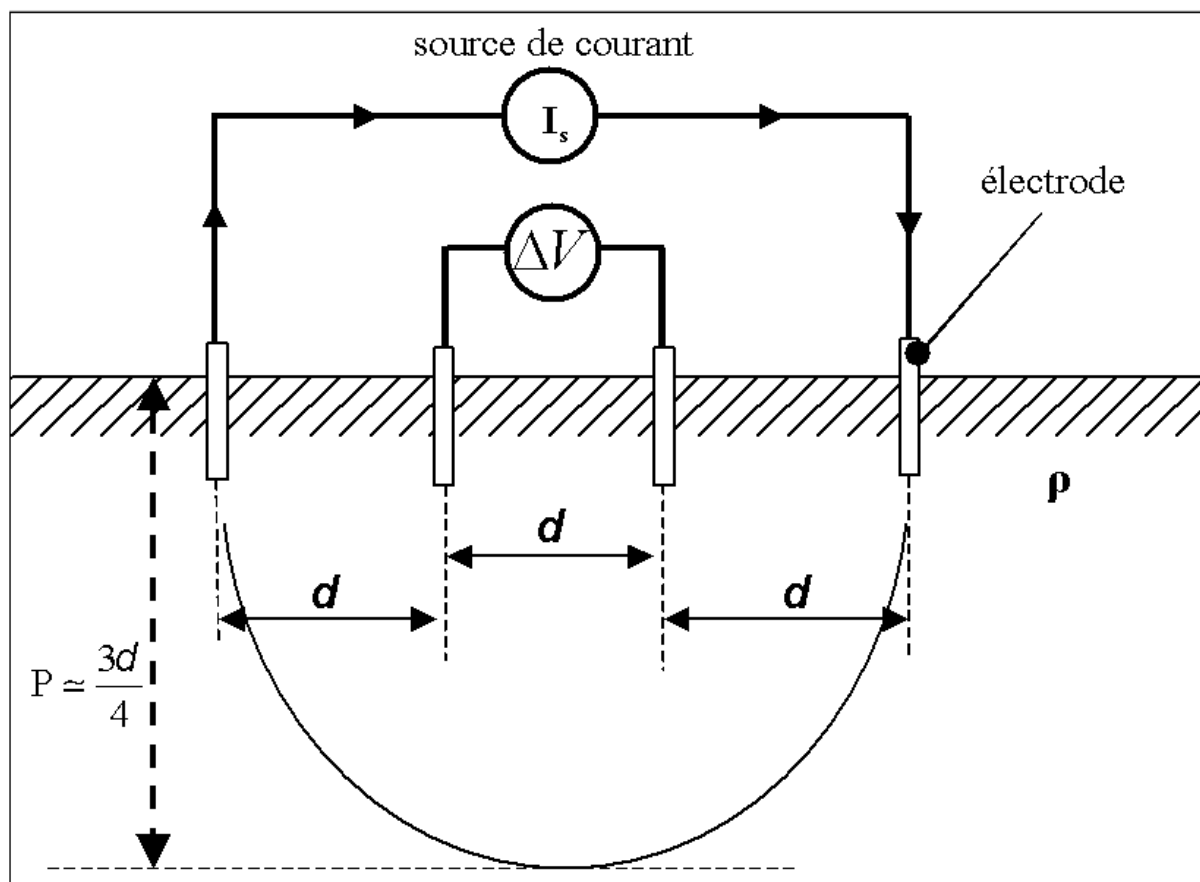


Figure A 1 : Mesure de la résistivité du sol : méthode de Wenner.

Les quatre électrodes sont équidistantes (distance d), et on considère que lors de la mesure, le courant s'écoule sur une couche d'épaisseur $P=3d/4$. La formule générale donnant la valeur de la résistivité apparente de cette couche est alors:

$$\rho = 2\pi \cdot d \cdot \frac{\Delta V}{I_s} \quad (\text{IV-38})$$

1.2 Résistivité des sols français

La Figure A 2 et le Tableau A 1, tirés de [3], présentent la répartition de la résistivité des sols en France ainsi que les plages de résistivité pour les matériaux les plus courants:

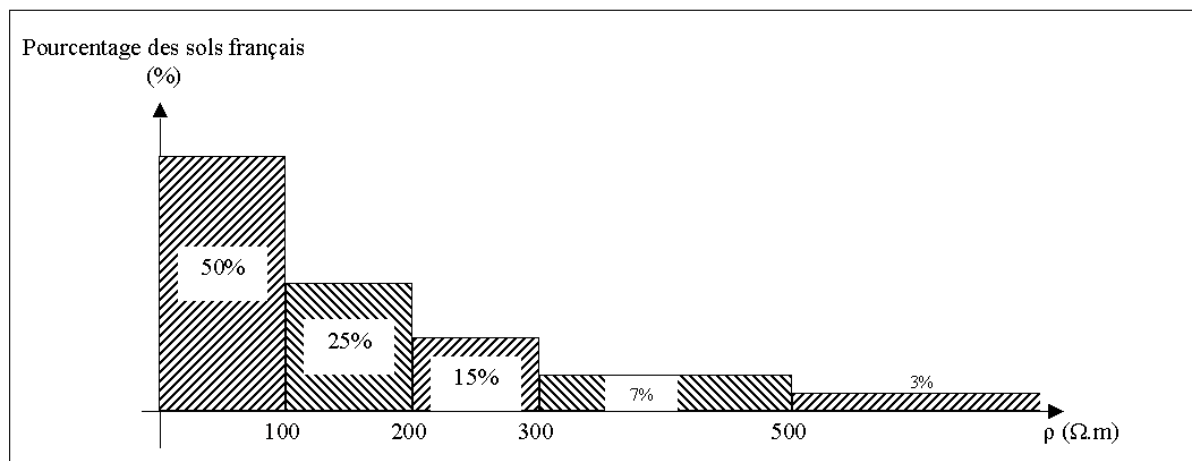


Figure A 2 : Histogramme des résistivités des sols [3].

NATURE DU TERRAIN	RESISTIVITE (Ω.m)
Terrains marécageux.....	quelques unités à 30
Limon.....	20 à 100
Humus.....	10 à 150
Tourbe humide.....	5 à 100
Argile plastique.....	10 à 70
Marnes et argiles compactes.....	100 à 200
Marnes du jurassique.....	30 à 40
Sable argileux.....	50 à 500
Sable silicieux.....	200 à 3000
Sol pierreux nu.....	1500 à 3000
Sol pierreux recouvert de gazon...	300 à 500
Calcaires tendres.....	100 à 300
Calcaires compacts.....	1000 à 5000
Calcaires fissurés.....	500 à 1000
Schistes.....	50 à 300
Micaschistes.....	800 à 5000
Granits et grès suivant altération..	1500 à 10000
Granits et grès très altérés.....	100 à 600
Béton humide.....	50 à 100
Béton sec.....	2000 à 10000

Tableau A 1: Résistivité des types de sol les plus courants [3].

2 RESISTIVITE ELECTRIQUE DU BETON

2.1 Phénomène de conduction électrique dans le béton

Les trois principaux processus de conduction électrique dans le béton sont :

- la conduction de type électrolytique ;
- la conduction par étincelles ;
- la conduction par arcs électriques.

Le document [110] décrit ces trois phénomènes. On retiendra que pour de faibles densités de courant J , la conduction est purement électrolytique et la résistivité du béton ρ est constante ($J < J_1$ sur la Figure A 3). Si J est assez élevé, l'énergie dissipée peut provoquer l'évaporation de l'eau contenue dans le béton et l'apparition de micro fissures, sièges d'étincelles (si $J_1 < J < J_2$ sur la Figure A 3), ou même d'arcs électriques (si $J > J_2$ sur la figure 1). La résistivité ρ diminue lors de l'apparition d'étincelles et atteint sa valeur minimale lorsque la densité de courant devient suffisante pour créer des arcs dans le béton.

La Figure A 3 présente l'allure de la résistivité ρ du béton en fonction de la densité du courant qui le parcourt :

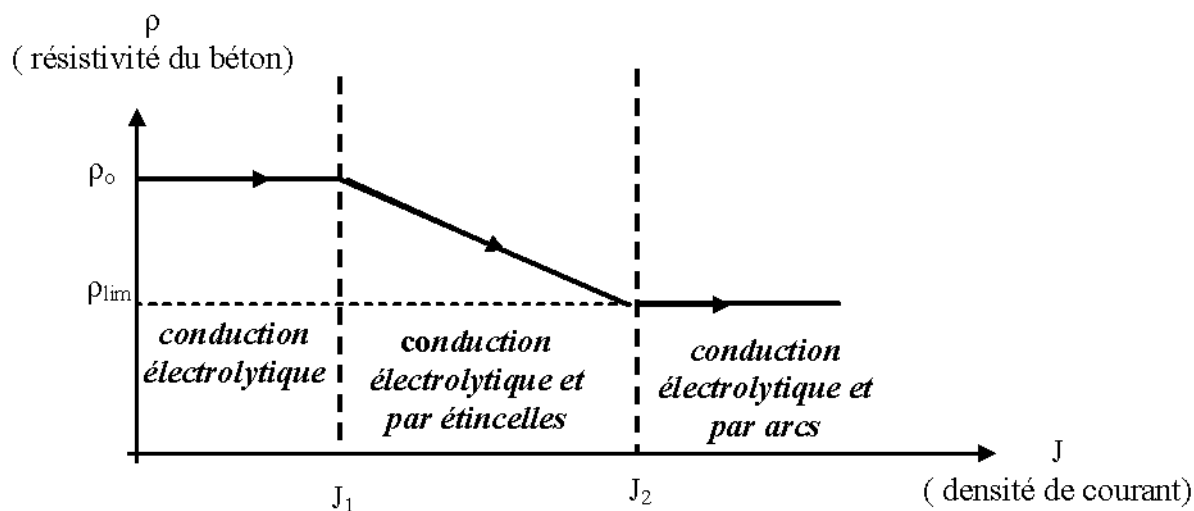


Figure A 3 : Variation de la résistivité du béton en fonction de la densité de courant.

On appellera dans la suite 'résistivité électrique du béton' ou 'résistivité du béton' la valeur correspondant à la conduction électrolytique (ρ_0 sur la Figure A 3). Les phénomènes non linéaires dans le sol ne seront en effet pas pris en compte. Remarquons que cette démarche donnera des résultats conservatifs puisqu'elle revient à prendre la valeur maximale pour ρ . De plus, on considère que les ouvrages sont dimensionnés de telle manière que la densité de courant J dépasse rarement le seuil J_1 , car dans le cas contraire, l'apparition de

micro-fissures dans le béton pourraient compromettre dangereusement la tenue mécanique de l'ensemble [22].

2.2 Résistivité électrique du béton

Comme pour le sol, la résistivité électrique du béton dépend de nombreux paramètres comme la température, le degré d'humidité et la pression [5]. Le plus influent de ces facteurs est le degré d'humidité. En général, plus le béton est humide, et mieux il conduira l'électricité. Notons néanmoins que, comme c'est précisé en [111] et en [112], l'eau ne suffit pas à rendre un milieu bon conducteur : c'est son contenu électrolytique qui est important. Ainsi un milieu très humide peut être mauvais conducteur si les matériaux électrolytiques en sont absents. Les expériences montrent par ailleurs que pour le sol, au-delà d'un taux d'humidité de 50 à 60%, une hydratation supplémentaire n'a plus d'influence sur la résistivité globale.

Le béton est naturellement bon conducteur, en comparaison avec la majorité des sols naturels. Il est en effet hygroscopique (tend à s'imprégner d'eau) et alcalin (son contenu électrolytique est riche).

Nous avons vu sur le Tableau A 1 que la référence [3] donne une résistivité comprise entre 50 et 100 $\Omega.m$ pour un béton humide et 2000 et $10^4 \Omega.m$ pour un béton sec.

La norme IEEE [2] donne quant à elle les valeurs de résistivité du béton:

NATURE DU BETON	RESISTIVITE (en $\Omega.m$)
humide	21 à 100
sec	10^6 à 10^9

Tableau A 2 : Résistivité du béton selon [2].

D'après ces références, la plage de variation de la résistivité du béton est donc extrêmement large, allant de 21 $\Omega.m$ à $10^9 \Omega.m$.

Il est important de noter que la référence [2] précise que le terme 'sec' utilisé dans le Tableau A 2 signifie que le béton a été séché au four, ce qui n'est évidemment pas le cas dans les configurations qui nous intéressent. Vu sa nature hygroscopique, le béton sera en effet humide dans la majorité des cas.

On retrouve dans la littérature présentée en bibliographie des valeurs de ρ qui correspondent assez bien à la plage de variation donnée ci-dessus pour le béton humide (21 $\Omega.m$, 100 $\Omega.m$) :

- en [111]: $\rho=30 \Omega m$;
- en [113]: $\rho=70 \Omega m$;

- en [114]: $\rho=30 \Omega\text{m}$;
- en [115]: $\rho=30 \Omega\text{m}$ à $90 \Omega\text{m}$;
- en [116]: $\rho=111 \Omega\text{m}$.3

En rappelant la Figure A 2 qui présente la répartition de la résistivité des sols en France, on peut souligner le fait que le béton humide est meilleur conducteur que la majorité des milieux qui l'entourent. B.Thapar confirme cette remarque en [114] en écrivant que 'dans la majorité des sols, la résistivité du béton est approximativement la même, ou est inférieure, à celle du sol environnant'. Il complète son analyse en précisant qu'en général, pour le type de béton utilisé dans les fondations, la résistivité du béton est inférieure à celle du sol environnant si le taux d'humidité du milieu est supérieur à 5%.

2.3 Variation dans le temps des propriétés électriques du béton

a) *Saisonnalité*

Nous l'avons dit, la résistivité du béton dépend, entre autres, de son taux d'humidité et de sa température. Il faut donc s'attendre à retrouver des variations de ρ avec les saisons.

S'intéressant à l'évolution de la résistance de terre $R_{50\text{Hz}}$ d'un pieu enrobé de béton l'article [111] met en évidence:

- une hausse forte de $R_{50\text{Hz}}$ lors des périodes de gel ;
- une baisse de $R_{50\text{Hz}}$ pour les période de pluie.

La référence [112] présente plusieurs courbes intéressantes donnant l'évolution de l'humidité du sol en fonction de la saison.

Notons enfin que certains auteurs considèrent que le caractère hygroscopique du béton lui permet, lors de sécheresse, de subir une augmentation de résistivité moins forte que le sol environnant (cf. expérience de Ufer dans des zones désertiques [21]).

b) *Vieillessement*

La majorité des études tendent à montrer que les propriétés diélectriques du béton sont peu altérées au cours de la vie d'une fondation. L'article [117] présente même cette propriété d'invariance temporelle comme un avantage par rapport aux sols traités (bentonite), qui, selon l'auteur, donnent des résultats comparables au niveau résistivité, mais moins durables.

3 TENSION ET POTENTIEL

3.1 Cas général : régime variable

Par convention, la tension électrique U_{AB} entre deux points A et B est définie comme suit :

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (\text{IV-39})$$

où l'intégration du champ électrique \vec{E} s'effectue de A à B le long d'un chemin (L_{AB} ou L'_{AB} par exemple).

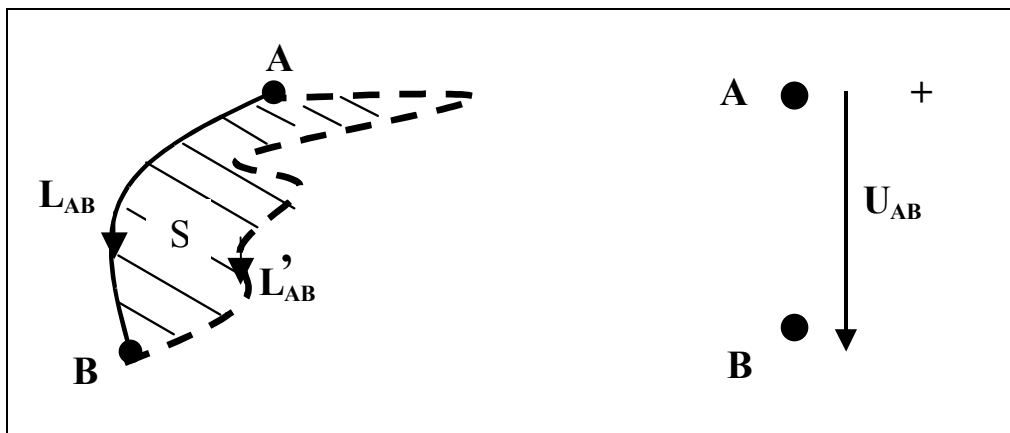


Figure A 4 : Définition de la tension entre deux points A et B.

Si Φ_M et \vec{A}_M sont respectivement les potentiels électriques scalaire et vecteur en un point M de l'espace, on a :

$$\vec{E}_M = -\text{grad}(\Phi_M) - \frac{\partial}{\partial t} \vec{A}_M \quad (\text{IV-40})$$

D'où :

$$\begin{aligned} U_{AB} &= \int_A^B -\text{grad}(\Phi(\vec{l})) \cdot d\vec{l} - \frac{\partial}{\partial t} \int_A^B \vec{A}(\vec{l}) \cdot d\vec{l} \\ &= \Phi(A) - \Phi(B) - \frac{\partial}{\partial t} \int_A^B \vec{A}(\vec{l}) \cdot d\vec{l} \end{aligned} \quad (\text{IV-41})$$

En régime variable, la tension U_{AB} dépend donc du chemin d'intégration, à l'instar de $\int_A^B \vec{A}(\vec{l}) \cdot d\vec{l}$. On ne trouvera par exemple pas le même résultat selon que l'on intègre le long du chemin L_{AB} ou L'_{AB} définis sur la Figure A 4. La loi de Faraday précise que la différence

entre ces résultats dépendra de la variation temporelle du flux magnétique traversant la surface S définie par les deux chemins (hachurée sur la Figure A 4) :

$$U_{AB_circuit\ L_{AB}} - U_{AB_circuit\ L'_{AB}} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (IV-42)$$

3.2 Régime statique

En régime statique (et par extension en régime quasi-statique), (IV-40) se réduit à $\vec{E}_M = -\text{grad}(\Phi_M)$ et la tension U_{AB} est indépendante du chemin L_{AB} :

$$U_{AB} = \Phi_A - \Phi_B \quad (IV-43)$$

On vérifie que les relations (IV-41) et (IV-42) sont toujours vérifiées avec :

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

et

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_A^B \vec{A}(\vec{l}) \cdot d\vec{l} = 0$$

3.3 Cas particulier : théorie des lignes

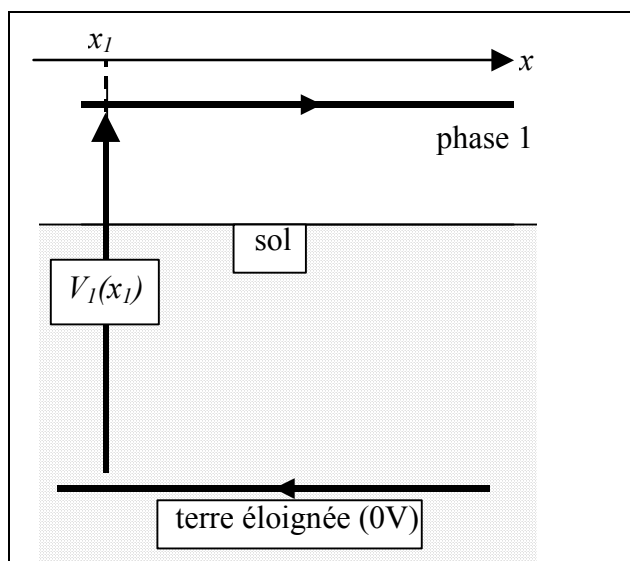
En théorie des lignes, on définira les tensions dans un plan transverse à la ligne (on parle parfois de ‘tension transversale’). La Figure A 5 présente par exemple la tension phase/terre d’une ligne monofilaire (le retour du courant s’effectue par la terre, supposée être au potentiel $\Phi(\text{terre})=0V$).

On considère de plus que dans le plan transversal, seul le mode TEM (transverse électromagnétique) existe. Le flux magnétique traversant toute surface définie dans le plan de coupe transversal sera donc nul :

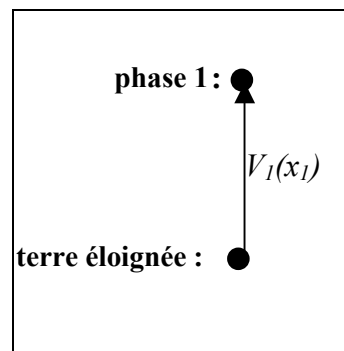
$$\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (IV-44)$$

D’après (IV-44) et (IV-42), les tensions utilisées en théorie des lignes ne dépendent pas du chemin d’intégration et sont définies comme dans le cas statique. Par exemple pour la Figure A 5, la tension phase / terre est définie par :

$$\begin{aligned} V_1(X_1) &= \Phi(\text{phase 1}, X_1) - \Phi(\text{terre}, X_1) \\ &= \Phi(\text{phase 1}, X_1) \end{aligned} \quad (IV-45)$$



Coupe longitudinale.



Coupe transversale pour $x=x_1$.

Figure A 5 : Définition de la tension phase/terre pour une ligne monofilaire.

4 TRAGSYS

TRAGSYS (Computer Software for Transient Analysis of Grounding Systems), est le logiciel développé par Grcev qui sera utilisé pour nos travaux. Il est conçu pour l'analyse en basse et haute fréquence du comportement transitoire des systèmes de mise à la terre. Le modèle utilisé pour les prises de terre dans TRAGSYS est présenté en [1] et [55] ; il s'agit d'une modélisation électromagnétique dans un sol homogène, utilisant l'approche du Point Matching et la méthode des images pour prendre en compte l'interface sol/air. L'historique suivant permet de comprendre plus finement la nature du logiciel TRAGSYS :

- 1990 : publication de L. Grcev et F. Dawalibi présentant un modèle électromagnétique des prises de terre. Le développement de l'équation intégrale du courant dans ce modèle n'est pas simplifié par la théorie des images et le courant est calculé grâce au 'Point Matching'. Le principal défaut de ce modèle réside dans l'importance des temps de calcul.
- 1992 : publication de L. Grcev [55] présentant 2 modèles électromagnétiques. L'un utilise la méthode de 'Galerkin' et l'autre le 'Point Matching'. Les deux simplifient les calculs grâce à la théorie des images. Les résultats obtenus sont comparés à ceux des modèles déjà existants (théorie des circuits et théorie des lignes) et jugés plus précis. Il est remarqué que l'approximation des images limite la validité du modèle à des fréquences de quelques MHz.
- 1995 : publication de L. Grcev reprenant le modèle électromagnétique utilisant la théorie des images et la méthode de Galerkin. Les résultats obtenus sont comparés à des séries de mesures EDF [49].
- 1995 -1998 : Plusieurs publications de L. Grcev exploitent le modèle présenté en 1995 pour étudier le comportement des prises de terre en HF ([104][50]). En 1997, connexion du modèle à EMTP [87].
- 1998 : commercialisation du logiciel TRAGSYS et présentation dans diverses publications de L. Grcev ([51][54]).
- 2002 : publication de L. Grcev et Al. présentant un modèle plus complet [60].

5 METHODE DE GALERKIN / APPROXIMATION SINUSOIDALE PAR PARTIES

Nous avons présenté au chapitre II la méthode des moments utilisée dans le logiciel TRAGSY, qui repose sur l'approximation de la distribution du courant par une forme de 'marches d'escalier'. Une autre solution largement utilisée est de considérer une distribution du courant sinusoïdale par partie et une méthode de Galerkin [49] [66]. Nous présentons ici sommairement cette méthode.

La méthode des moments est appliquée pour approcher la distribution du courant par une somme (cf. 2.4.1 du chapitre II):

$$I_l \approx \tilde{I}_l = \sum_{n=1}^{N_s} I_n \cdot F_n \quad (\text{IV-46})$$

pour laquelle des fonctions de base F_n ne sont plus de type 'portes' mais définies par :

$$\begin{aligned} F_n(x) &= \frac{\sinh \gamma(x - x_n)}{\sinh \gamma d} \text{ sur le segment } n; \\ &= \frac{\sinh \gamma(x_n - x)}{\sinh \gamma d} \text{ sur le segment } (n+1); \\ &= 0 \text{ sinon.} \end{aligned} \quad (\text{IV-47})$$

On présente sur la partie gauche de la Figure A 6 la fonction F_2 pour un conducteur de terre linéaire composé de N_s segments. La distribution du courant sera alors approchée par la superposition de toutes les fonctions F_n , comme illustré sur la partie droite de la même figure, pour $N_s=4$.

Physiquement, on peut alors assimiler chaque segment à un monopôle pour ramener la prise de terre à un ensemble de (N_s-1) dipôles auxquels s'ajoute un monopôle (mp1+) correspondant à la source (segment 1 sur la Figure A 6).

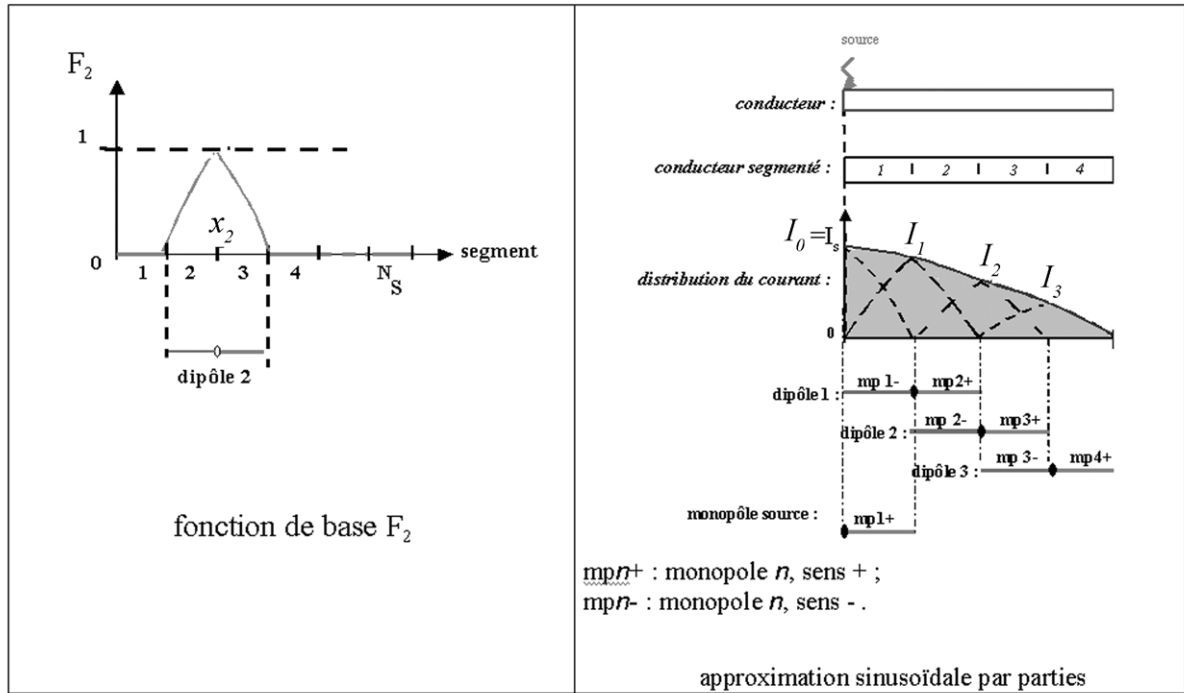


Figure A 6 : Méthode de Galerkin, distribution du courant.

En choisissant des fonctions-test égales aux fonctions portes (méthode de ‘Galerkin’):

$$\varepsilon \omega_n(x) = F_n(x) \quad \forall x \tag{IV-48}$$

et en définissant le produit interne : $\langle I_l, E^i \rangle = \int_l I_l \cdot E^i dx$ (intégration sur la longueur l du conducteur), la référence [49] montre que l’application de la méthode des moments permet de ramener le problème au système d’équations :

$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1N_s} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2N_s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{N_s 1} & z_{N_s 2} & \dots & z_{N_s N_s} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \dots \\ I_{N_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z'_{10} I_s \\ -z'_{20} I_s \\ \dots \\ -z'_{N_s 0} I_s \end{bmatrix} \tag{IV-49}$$

où z_{mn} est l’impédance mutuelle entre les dipôles m et n et Z'_{m0} l’impédance mutuelle entre le monopole d’excitation et le segment m . L’expression de ces impédances est donnée dans la référence [67]. Une fois celles-ci calculées, le système (IV-49) est résolu pour déterminer la distribution du courant sur le système de mise à la terre (inconnus I_n).

6 MODELE ELECTROMAGNETIQUE SOUS EMTP D'APRES GRCEV

Heimbach et Grcev ont présenté en [87] une première méthode pour inclure dans EMTP le modèle de prise de terre considéré. Leur approche est basée sur l'utilisation de lignes dont l'impédance caractéristique est égale aux impédances d'entrée de la mise à la terre (termes de la diagonale de la matrice $[Z]$ apparaissant dans l'équation (II-1)). Le couplage entre chaque point d'injection (termes hors de la diagonale de la matrice $[Z]$) est modélisé par des sources de tension commandées. La Figure A 7 présente cette méthode dans le cas d'un système de mise à la terre à deux points de connexion (c1 et c2).

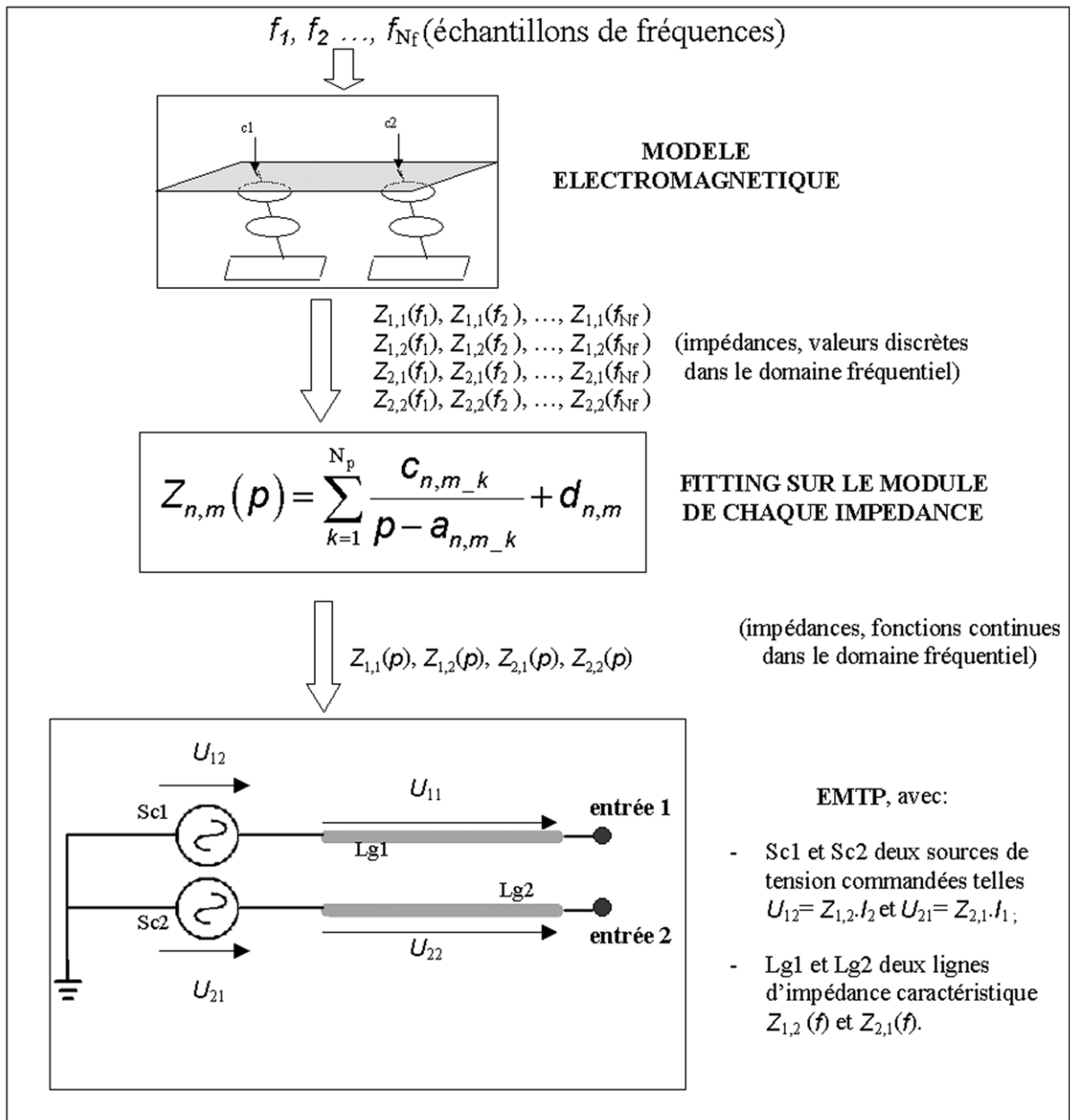


Figure A 7 : Modèle électromagnétique d'un système de mise à la terre à quatre points de connexion : méthode de passage sous EMTP présentée en [87]

7 PRISES DE TERRE EQUIPEES D'ANTENNES

Lorsque les prises de terre de type boucles présentée sur la Figure I-1 ne sont pas suffisantes pour obtenir une résistance de terre inférieure à la limite de 10Ω (résistivité du sol importante), il est courant d'ajouter des antennes ou des piquets (au nombre de 4, 8 ou 12 en fonction de la résistivité du sol).

Cette pratique améliore notablement la qualité de la mise à la terre pour la fréquence industrielle, mais il nous est paru nécessaire de considérer le comportement vis-à-vis des transitoires rapides. Le modèle électromagnétique a donc été employé pour caractériser le comportement d'une antenne seule, puis d'un groupe de quatre antennes rajoutées à une prise de terre de type boucles. L'étude a été réalisée pour différentes valeurs de la résistivité du sol et de la longueur des antennes et a débouché sur des spécifications techniques.

7.1 Antenne seule

Afin de mettre en évidence le comportement soit capacitif soit inductif des prises de terre équipées d'antennes (conducteur horizontal), nous nous intéressons tout d'abord au cas simple présenté en Figure A 8 :

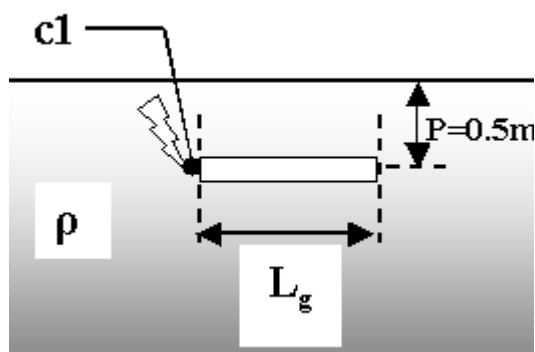


Figure A 8 : Mise à la terre par une antenne seule.

Nous avons relevé sur les figures suivantes la réponse fréquentielle de l'impédance d'entrée au point de connexion c1 de cette mise à la terre pour plusieurs types de sol et plusieurs valeurs pour la longueur L_g (les courbes sont des interpolations d'ordre 1 des valeurs discrètes calculées par TRAGSYS) :

$$Z(f) = \frac{U_1(f)}{I_1(f)} \quad (\text{IV-50})$$

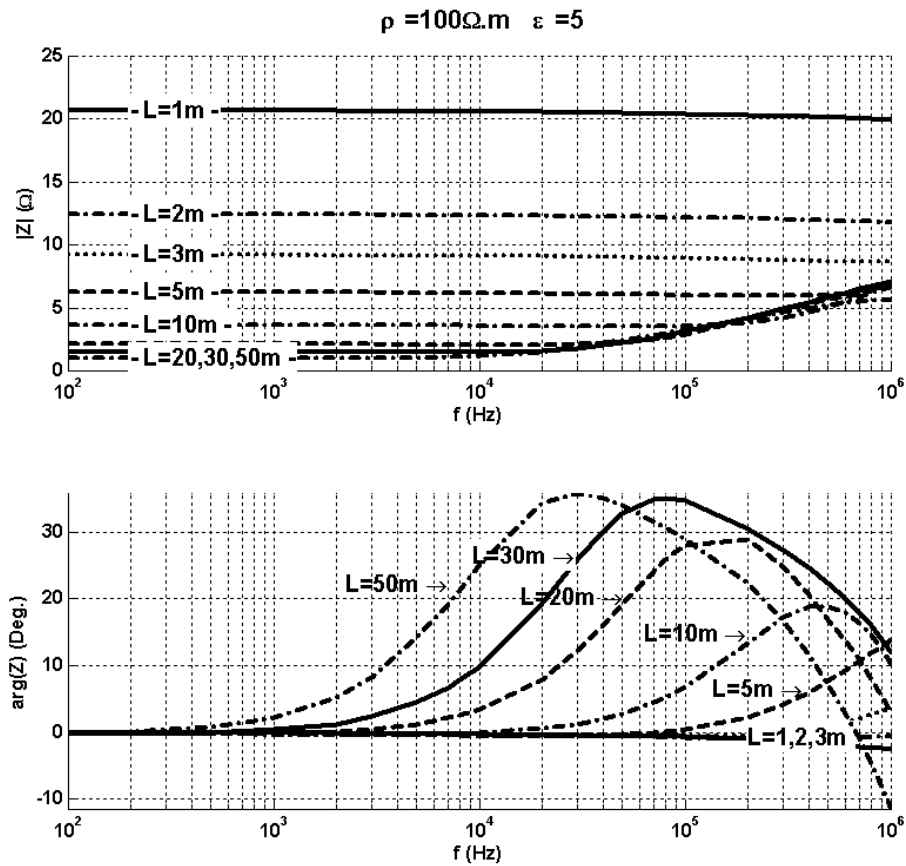


Figure A 9 : Réponse fréquentielle d'une prise de terre de type antenne pour $\rho=100\Omega.m$ et $\varepsilon=5$.

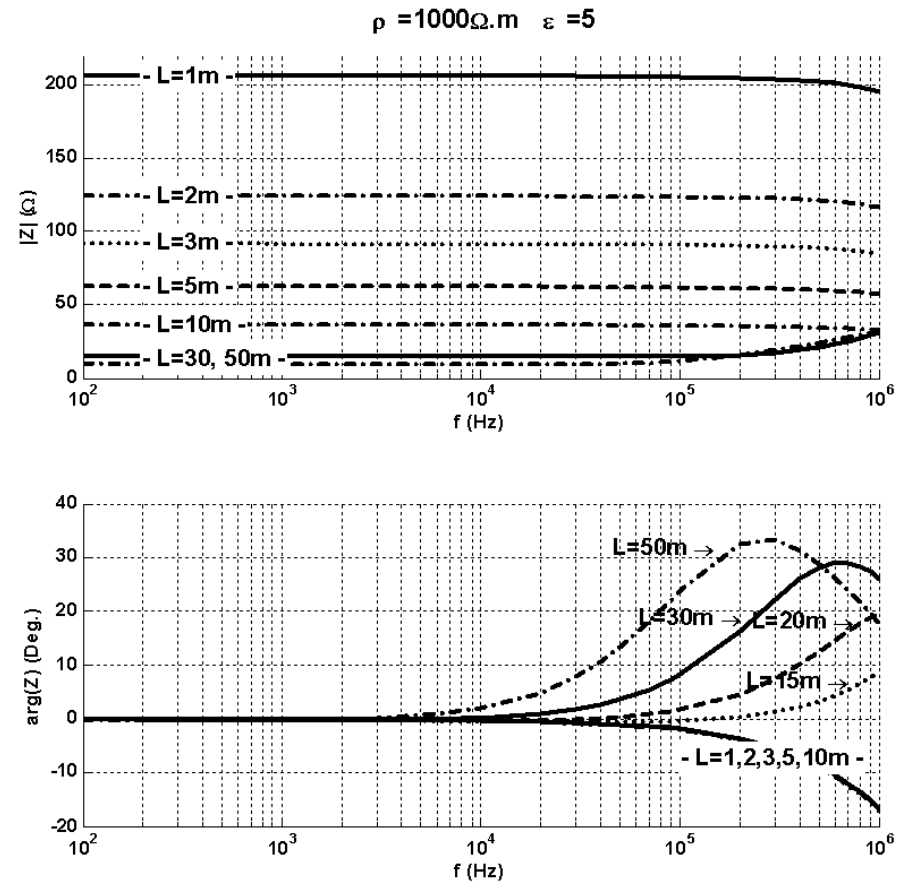


Figure A 10 : Réponse fréquentielle d'une prise de terre de type antenne pour $\rho=1000\Omega.m$ et $\varepsilon=5$.

On remarque en particulier que :

- Plus l'électrode est longue et plus son impédance en basse fréquence est faible, mais plus le comportement est inductif : au delà d'une certaine longueur, allonger l'antenne ou le pieu ne diminuera plus l'impédance pour une fréquence donnée. Par exemple, pour $\rho=100\Omega.m$, à 100Hz, une antenne de 30m présente une impédance deux fois plus basse qu'une antenne de 10m alors qu'à 100kHz, ils ont un comportement similaire;
- Plus la résistivité du sol est élevée, et plus le comportement est capacitif. Par exemple, la courbe 'L=30m' rejoint la courbe 'L=10m' pour $f=100kHz$ si $\rho=100\Omega.m$ alors que cette fréquence s'élève à 1MHz pour $\rho=1000\Omega.m$.

Ces résultats confirment les travaux de Grcev, qui a présenté en [118] le récapitulatif suivant :

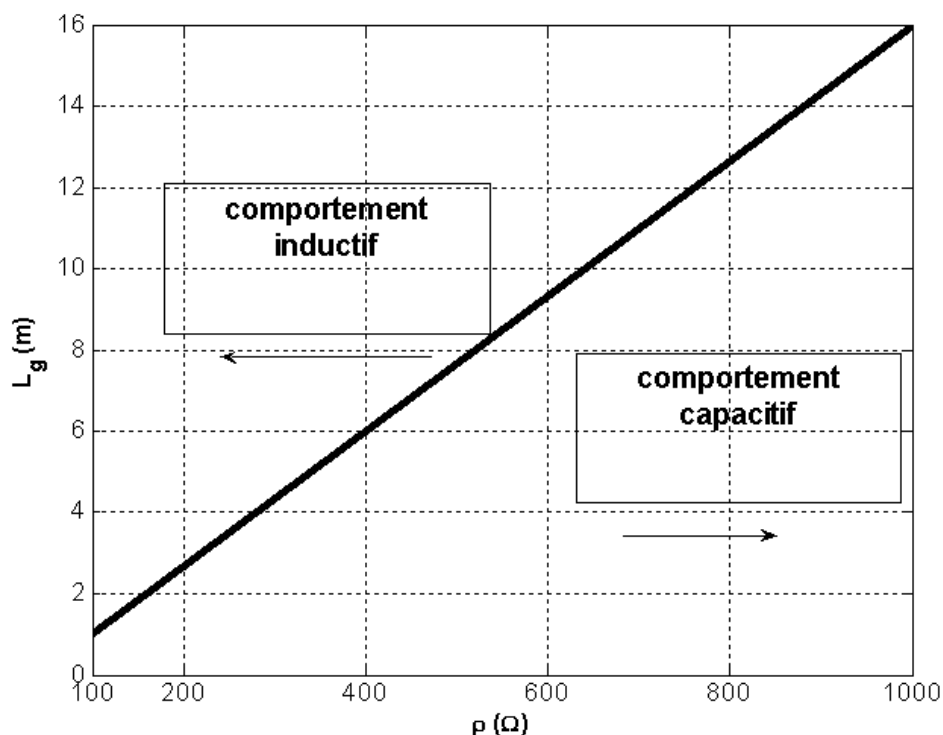


Figure A 11 : Comportement capacitif ou inductif d'une mise à la terre de type antenne, d'après [118].

Remarquons qu'en général, les antennes longues sont utilisées seulement pour des sols très résistifs, les prises de terre de type 'boucles' étant suffisantes dans le cas contraire. On peut donc penser que l'on se placera dans la majorité des cas dans le demi plan 'capacitif' de la courbe ci-dessus.

Il est toutefois important de garder à l'esprit que le type de comportement reste relatif à la résistance de terre basse fréquence: une antenne dans un sol très peu résistif, même si elle a

un comportement très inductif, constituera une meilleure mise à la terre que la même électrode dans un sol très résistif, et dont le comportement est capacitif (cf. Figure A 12).

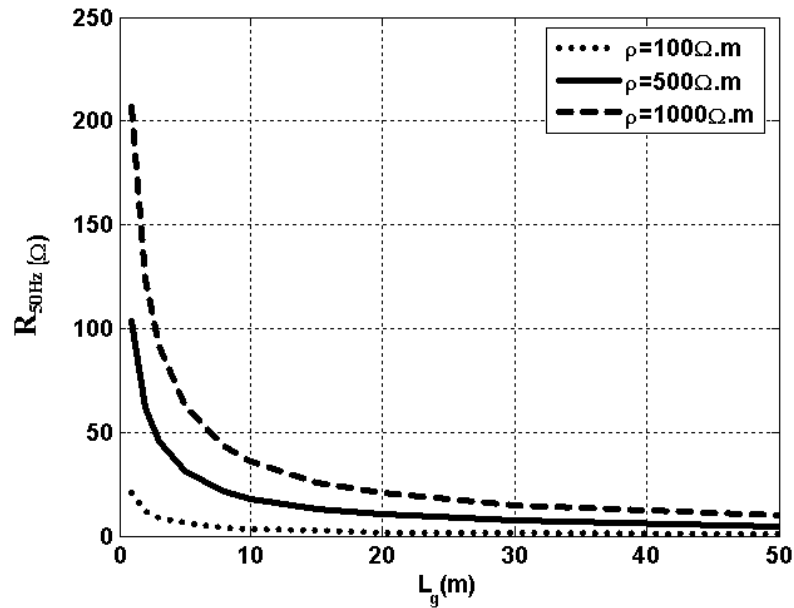


Figure A 12: Résistance à fréquence industrielle d'une prise de terre de type antenne.

7.2 Prises de terre de type 'boucles' équipées d'antennes

On reprend ici la configuration de mise à la terre de type boucles présentée sur la Figure I-1, en ajoutant des antennes de longueur L_g :

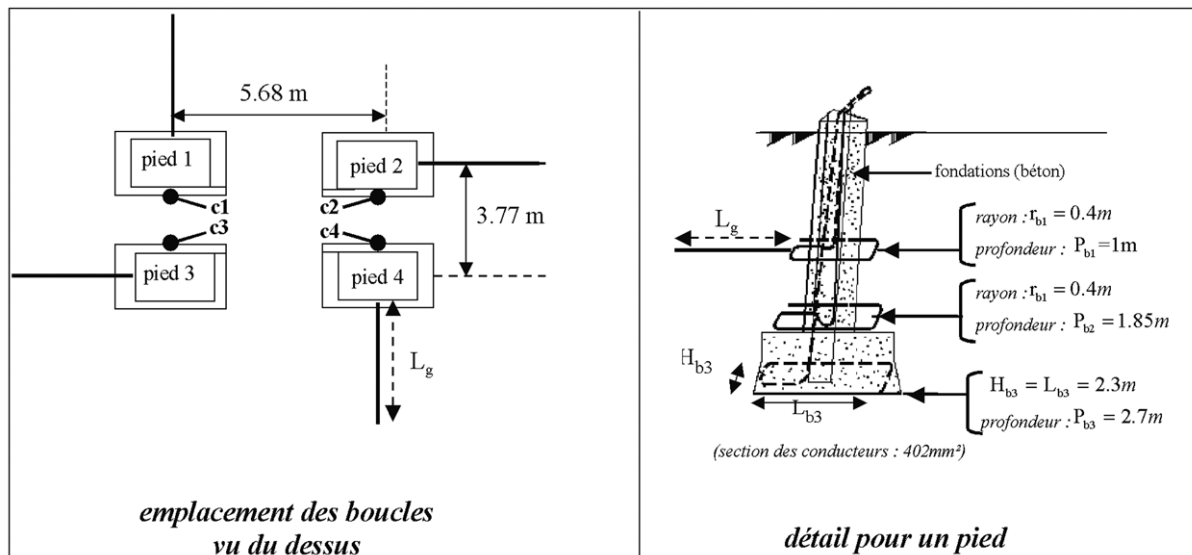


Figure A 13: configuration étudiée pour évaluer l'influence de la longueur L_g des antennes.

On obtient les réponses présentées sur les figures Figure A 14 à Figure A 18.

Annexe 7 : prises de terre équipées d'antennes

$\rho=100\Omega.m, \epsilon=5$

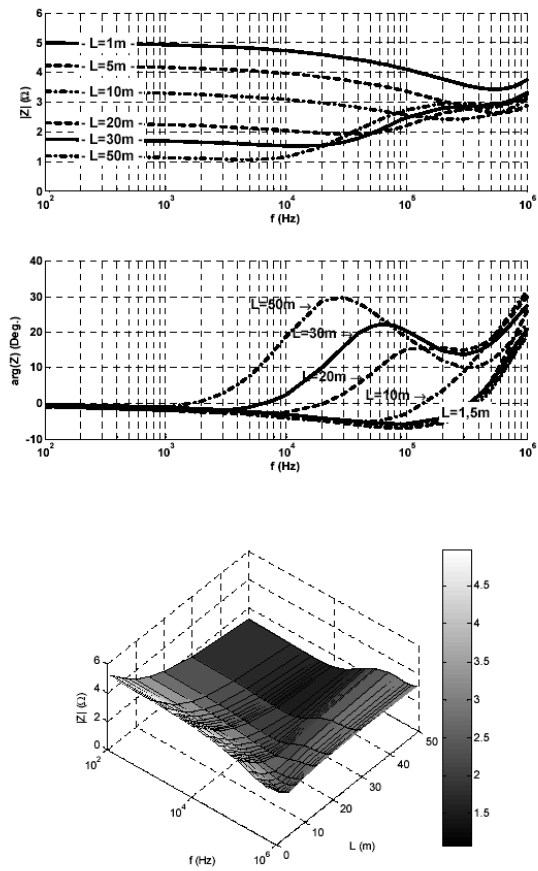


Figure A 14 : $Z(f)$, mise à la terre équipée d'antennes, résistivité du sol : $100\Omega.m$.

$\rho=500\Omega.m, \epsilon=5$

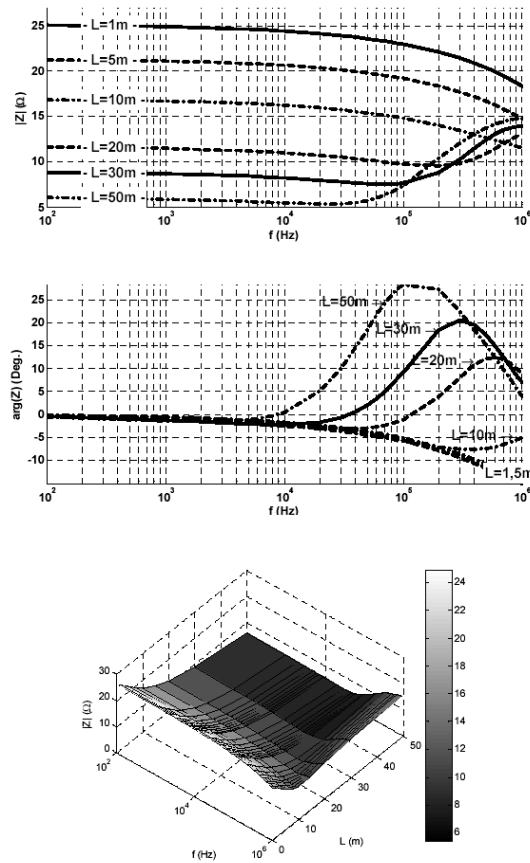


Figure A 15 : $Z(f)$, mise à la terre équipée d'antennes, résistivité du sol : $500\Omega.m$.

$\rho=1000\Omega.m, \epsilon=5$

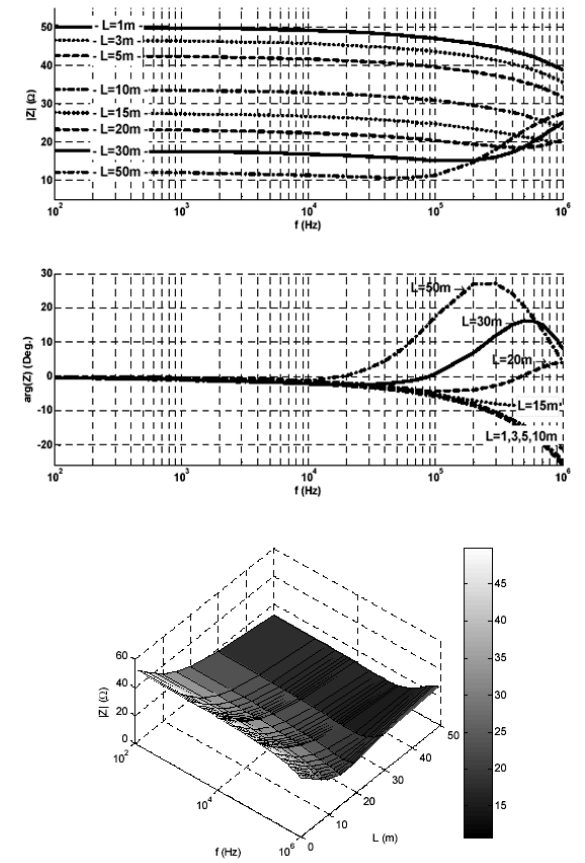
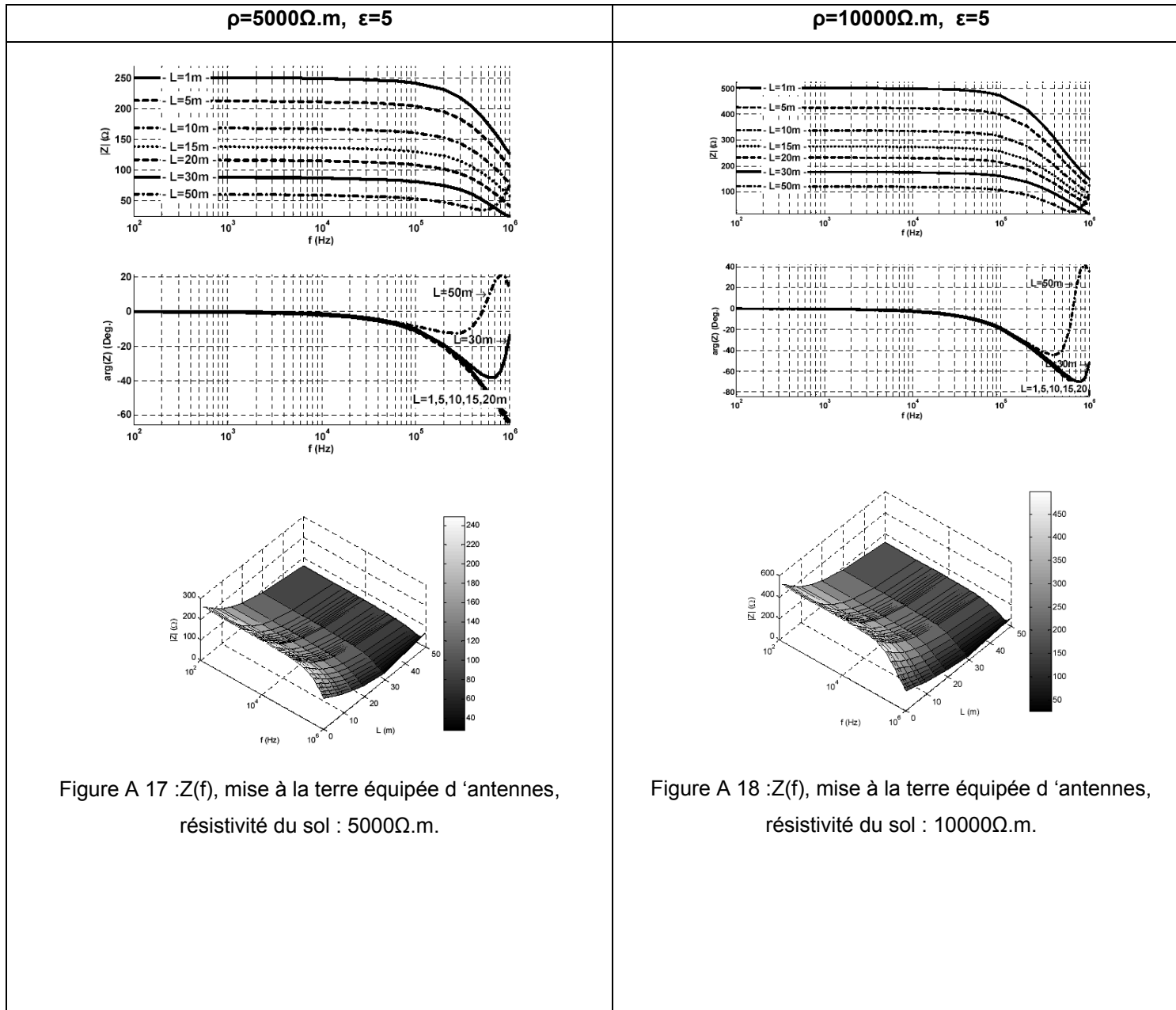


Figure A 16 : $Z(f)$, mise à la terre équipée d'antennes, résistivité du sol : $1000\Omega.m$.



Sur la Figure A 19, nous nous sommes intéressés aux valeurs du module de l'impédance Z pour les fréquences 500Hz et 1MHz.

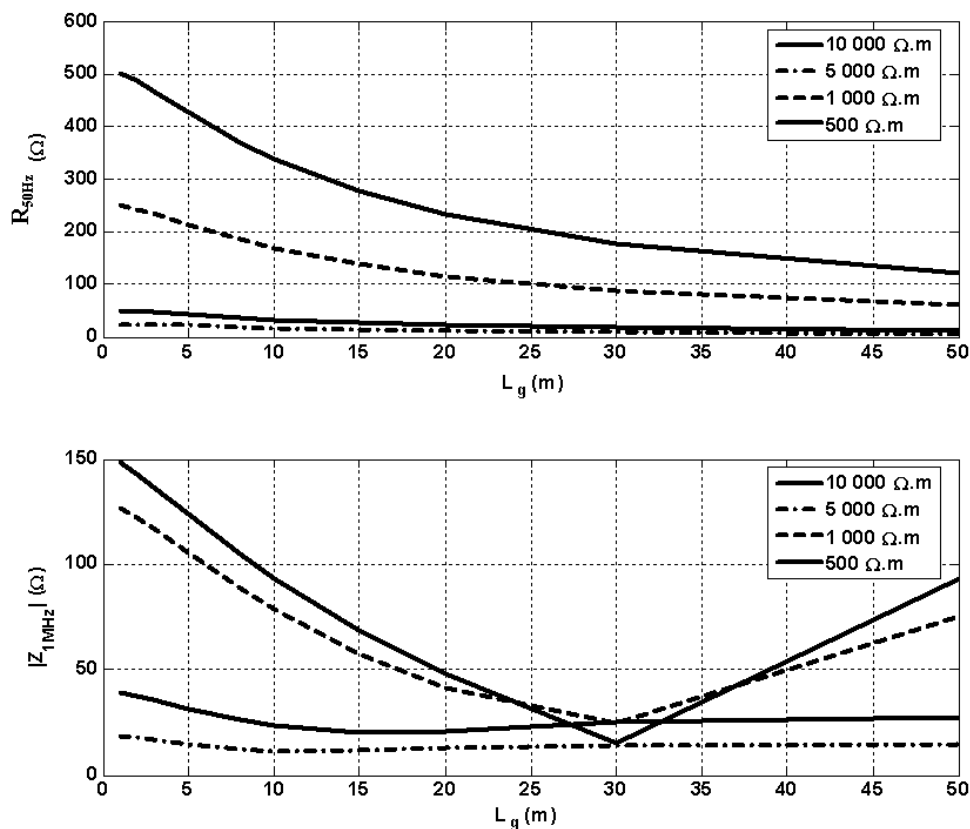


Figure A 19 : $|Z(50Hz)|$ et $|Z(1MHz)|$, mise à la terre équipée d'antennes.

D'une manière générale, les conclusions sont les mêmes pour une prise de terre de type 'boucles + antennes' que pour une antenne seule:

- plus L_g est grande et plus l'impédance en basse fréquence est faible, mais plus le comportement est inductif.
- plus la résistivité du sol est élevée et plus le comportement est capacitif.

On constate en particulier que :

- pour [$\rho < \text{quelques k}\Omega.m$], le choix d'allonger les antennes ne conduit pas forcément à une amélioration du comportement HF (comportement fortement inductif);
- pour [$\rho > \text{quelques k}\Omega.m$], le comportement en hautes fréquences est meilleur qu'en basse fréquence pour toutes les longueurs d'antenne et de piquets simulées (comportement capacitif). On pourra donc les allonger (jusqu'à 50m) sans craindre de détériorer le comportement HF.

Cette étude paramétrique nous a permis en pratique de tirer les conclusions suivantes :

Si le concepteur d'une prise de terre veut s'assurer que son impédance HF sera inférieure à une certaine limite (10 Ω par exemple) sans avoir la possibilité, ni de la simuler, ni de la mesurer, alors il devra limiter la longueur des antennes et piquets pour assurer un comportement capacitif. Il serait en effet dans ce cas certain d'avoir un comportement HF 'au moins aussi bon' que le comportement BF aisément simulé et mesuré. Nous avons vu que pour [$\rho = 1000 \Omega.m$, cette longueur correspond à environ 15m, valeur donnée comme limite dans la directive [3].

8 VECTOR FITTING

Le principe de l'algorithme choisi (présentée par Gustavsen en [88]) est rappelé ici.

La forme recherchée sera :

$$f(p) = \sum_{k=1}^{N_p} \frac{c_k}{p - a_k} + d \quad (\text{IV-51})$$

On cherche à déterminer c_k , a_k , et d pour obtenir un ajustement au sens des moindres carrés sur $f(p)$. L'équation est non linéaire car les inconnus a_k se retrouvent au dénominateur.

La méthode utilisée se décompose en deux étapes : l'identification des pôles a_k puis l'identification des résidus c_k .

Plusieurs améliorations et applications ont été publiées, parmi lesquelles nous avons référencé :

- en [95] : amélioration de la méthode pour plus de stabilité ;
- en [97] : application aux systèmes multidimensionnels, chaque impédance se voit attribuer le même ensemble de pôles : $(a_{n,m_k} = a_{n+1,m+1_k}$, pour $(n,m) \in [1,N-1]$ et $k \in [1,N_p]$;
- en [95] : application à la modélisation d'une ligne ;
- en [98] : forçage de la passivité;
- en [97] : réduction de la dimension du système dans le cas où le même ensemble de pôles est utilisé pour chaque impédance.

9 CHOIX DU NOMBRE DE POLES POUR UN AJUSTEMENT, EXEMPLE

A titre d'exemple, on présente ici l'ajustement des données discrètes présentées sur la Figure III-23. Nous utilisons pour cela l'algorithme présenté en annexe 8. L'ajustement sera réalisé en fixant 3 itérations et pour plusieurs valeurs en terme de nombre de pôles (N_p). Dans le but d'estimer l'influence de ce paramètre sur la qualité de l'ajustement, on définit l'erreur d'ajustement Err par :

$$Err = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{Nf} \sum_{n,m=1}^N \left| Y_{n,m,fit}(f_i) - Y_{n,m}(f_i) \right|^2}{N^2 \cdot Nf}} \quad (IV-52)$$

avec :

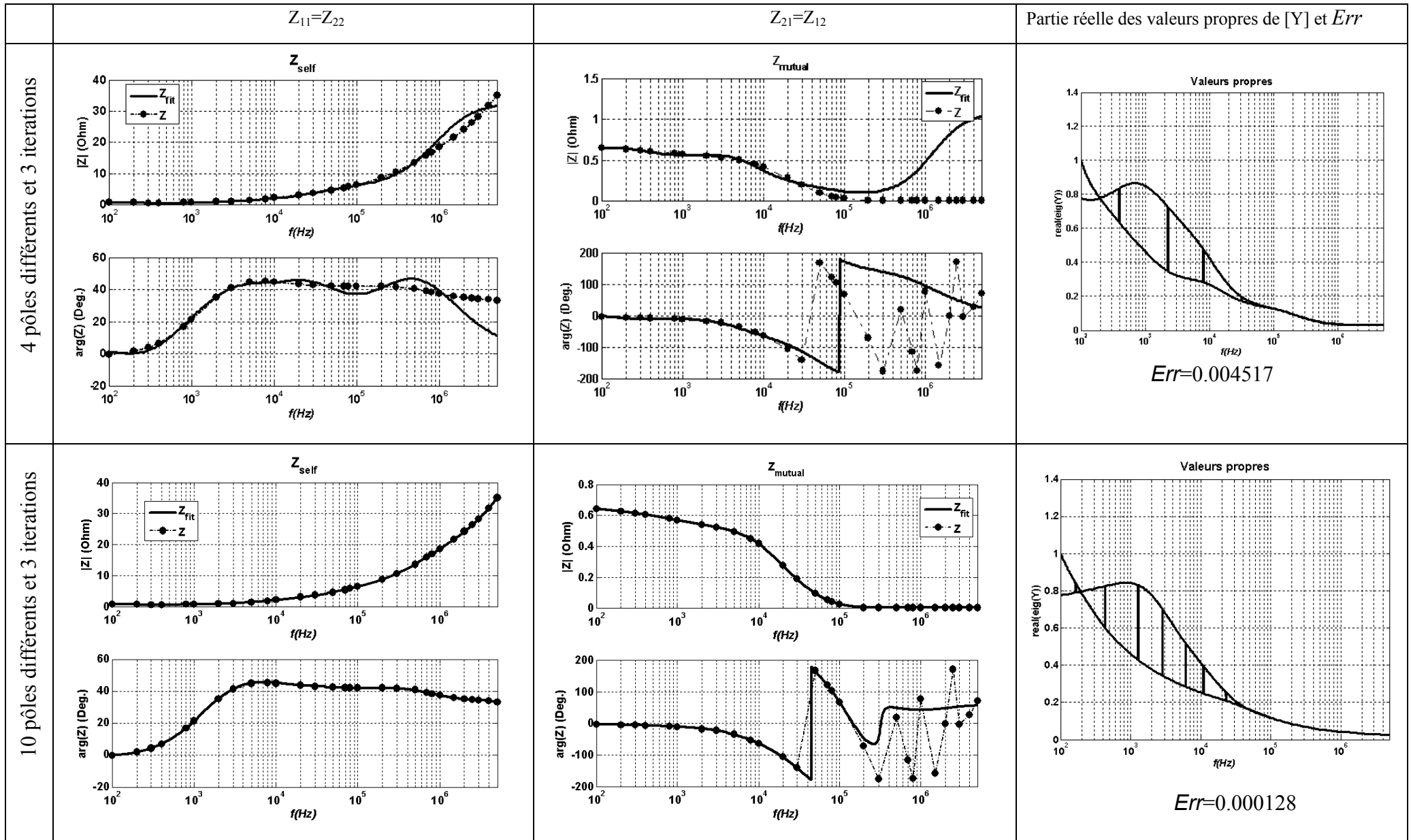
- N le nombre de points de connexion (la matrice $[Y]$ est de la taille $N \times N$) ;
- Nf le nombre de valeurs discrètes calculées par le modèle électromagnétique (nombre de fréquences f_i) ;
- $Y_{n,m}(f_i)$ le terme de la matrice admittance calculée à fréquence f_i par le modèle électromagnétique;
- $Y_{n,m,fit}(f_i)$ la valeur de la fonction rationnelle ajustée à la fréquence f_i .

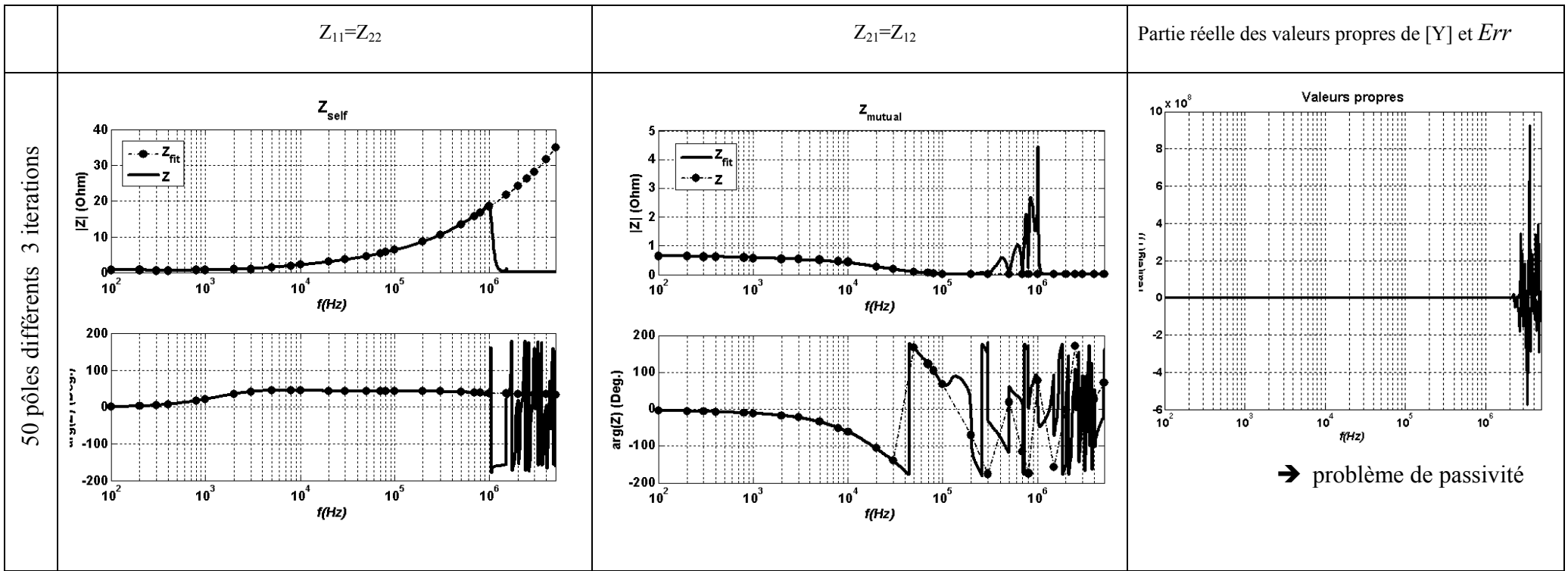
On représente sur les pages suivantes $[Z_{fit}(f_0)] = [Y_{fit}(f_0)]^{-1}$ pour $f_0 \in [100\text{Hz}; 2\text{MHz}]$ et pour $N_p = [4, 10, 50]$. Pour chaque ajustement, on présente la partie réelle des valeurs propres de la matrice Z_{fit} , afin de vérifier que le système sera passif (cf. annexe 10).

On remarque entre autre que pour un ajustement à 50 pôles, l'algorithme aboutit à une matrice impédance dont les valeurs propres ont une partie réelle négative pour certaines fréquences: le système ne sera pas passif, ce qui pourra entraîner des instabilités lors des simulations.

Cette étude nous a conduit à choisir au chapitre III (Figure III-23) un ajustement à 10 pôles.

Annexe 10 : choix du nombre de pôles





10 PASSIVITE

Un composant est dit passif s'il ne peut que consommer de la puissance, et à aucun moment en produire. C'est bien entendu le cas de nos réseaux de terre, et il faut veiller à ce que l'ajustement aboutisse à une matrice admittance qui respecte cette condition, afin de ne pas entraîner d'instabilité numérique.

11.1 Cas d'une admittance de dimension 1

Formellement, dire qu'un réseau à une entrée est passif revient à imposer $\int_{-\infty}^T U(t)I(t)dt \geq 0$, pour tout intervalle de temps T , avec $U(t)$ et $I(t)$ la tension et le courant au point de connexion.

On peut se ramener à une condition nécessaire sur l'impédance $Z=Y^{-1}$, en considérant l'énergie échangée entre le composant et le reste du système e_{tot} :

$$e_{tot} = \int_{-\infty}^{\infty} U(t)I(t)dt \quad (\text{IV-53})$$

En appliquant le théorème de Parseval, on obtient alors :

$$\begin{aligned} e_{tot} &= \int_{-\infty}^{\infty} U(t)I(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(j\omega)e^{j\omega t} d\omega \right] \cdot I(t)dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(j\omega)I(-j\omega)d\omega \end{aligned}$$

soit :

$$e_{tot} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(j\omega)\overline{I(j\omega)}d\omega \quad (\text{IV-54})$$

En faisant intervenir l'impédance $Z(i\omega)$ on pourra alors arriver à l'expression:

$$e_{tot} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \Re e(Z(j\omega))|I(j\omega)|^2 d\omega \quad (\text{IV-55})$$

Une condition nécessaire à la passivité du système est alors que $\Re e(Z(j\omega)) \geq 0$ pour toutes les fréquences $f_0 = \frac{2\pi}{\omega}$. Cela signifie que le courant ne peut jamais être déphasé de plus de 90 degrés par rapport à la tension correspondante.

11.2 Généralisation pour une matrice admittance de dimension $N \times N$

On peut montrer que pour qu'un réseau à plusieurs entrées soit passif, il faut que la matrice $[Y]$ (ou $[Z]$) soit semi définie positive, ce qui signifie :

- qu'elle n'a pas de pôles a partie réelle positive;
- que les valeurs propres de la partie réelle de $\underline{Y}(p)$ sont positives sur tout le domaine fréquentiel.

Dans la pratique, on tracera pour chaque fréquence d'échantillonnage les valeurs propres de la partie réelle de $[Y_{fit}]$ et on vérifiera qu'elles sont toujours positives.

Gustavsen et Semlyen ont présenté en [98] une méthode d'ajustement qui permet de s'assurer que le réseau est passif. Le principe général est de modifier le plus légèrement possible les pôles calculés par l'algorithme d'ajustement original pour assurer la passivité.

TABLE DES ILLUSTRATIONS

Figure I-1. Réseau de transport et mise à la terre de pylônes et d'un poste.	14
Figure I-2 : Mise à la terre d'un poste.	15
Figure I-3 : Prise de terre d'un pylône HTB, type '4x3 boucles'.	16
Figure I-4: Vitrification d'un sol sablonneux frappé par la foudre, d'après [12].	19
Figure I-5 : Embase et fondation d'un pied de pylône HTB.	20
Figure I-6 : Mesure du courant résiduel circulant dans les pieds d'un pylône 90kV, ligne 'Aurence – Maureix'.	20
Figure I-7: Coup de foudre descendant négatif.	23
Figure I-8 : Forme du courant de foudre, coup de foudre multiple.	23
Figure I-9 : Forme du premier arc du courant de foudre d'après [13].	24
Figure I-10 : Amorçage en retour aux bornes d'une chaîne d'isolateurs.	25
Figure I-11 : Mesure de la montée en potentiel d'une mise à la terre de la forme d'un pieux de 8m, d'après [27].	27
Figure I-12: Mise à la terre d'un poste, définition des courants et potentiels.	28
Figure I-13 : Ligne de transmission composée d'un conducteur, retour par le sol.	33
Figure I-14 : Ligne de transmission composée de m conducteurs, avec retour par le sol.	35
Figure I-15 : Modèle simple de mise à la terre à N points de connexion (notés c_1 à c_N).	36
Figure I-16 : Modèle de mise à la terre à développer.	37
Figure I-17 : Représentation d'un élément de la grille de mise à la terre d'après [42].	38
Figure I-18 : Représentation d'une mise à la terre longiligne par une ligne d'après [18].	39
Figure I-19 : Méthode des moments et éléments finis pour un piquet.	40
Figure II-1: Système de mise à la terre avec plusieurs points de connexion.	43
Figure II-2: Système de mise à la terre avec un point de connexion excité.	45
Figure II-3 : Approximation des fils minces.	48
Figure II-4 : Prise de terre assimilée à une antenne proche du sol.	49
Figure II-5: Conducteur filaire.	50
Figure II-6: Méthode des images.	54
Figure II-7 : Segmentation du système de mise à la terre.	57
Figure II-8 : Approximation du courant, fonction de distribution.	58
Figure II-9 Prises de terre étudiées à Saint-Privat d'Allier.	64
Figure II-10 : Comparaison simulation / mesures, impédance d'une prise de terre.	66

Figure II-11 : Prises de terre étudiées sur le site de Gramat.	67
Figure II-12 : $Z(f)$: comparaison simulation / mesures	69
Figure II-13 : Prise de terre classique de type '4x3 boucles'.	70
Figure II-14: Impédance d'une prise de terre de type '4x3 boucles' pour $\rho=[100,500,1000]\Omega.m$ et $\varepsilon=5$.	72
Figure II-15: Impédance d'une prise de terre de type '4x3 boucles' pour $\rho=100\Omega.m$ et $\varepsilon=[5,10,40]$.	73
Figure II-16 : Potentiel du sol en surface pour $f=[50Hz, 1MHz]$.	73
Figure II-17 : Potentiel en un point du sol pour $100Hz \leq f \leq 5MHz$.	74
Figure II-18 : Ajout de quatre antennes à une prise de terre de type 'boucles'.	74
Figure II-19 : Impédance de la prise de terre en fonction de la longueur des antennes.	76
Figure III-1 : Modèle à développer.	79
Figure III-2 : Complémentarité EMTP/modèle électromagnétique.	79
Figure III-3 : Modélisation d'un système de mise à la terre à deux points de connexion sous EMTP-RV à l'aide des équations d'état.	81
Figure III-4 : Exemple d'ajustement de la réponse fréquentielle $Z(f)$ d'une prise de terre.	82
Figure III-5 : ajustement de Bode (d'après [46]).	84
Figure III-6 : Matrice admittance de dimension $N \times N$.	85
Figure III-7 : Définition des variables d'état pour un terme de la matrice admittance.	88
Figure III-8 : Schéma expérimental, d'après [105][106] (étude 1) et [107] (étude 2).	92
Figure III-9 : Modélisation de l'installation sous EMTP-RV.	92
Figure III-10 : Réponses fréquentielles du système de mise à la terre.	93
Figure III-11 : Etude 1 : simulation sur $[0 ; 1\mu s]$.	94
Figure III-12 : Etude 1, courant injecté dans l'antenne 1 et montée en potentiel des points de connexion 1 et 2 (mesures d'après [105]).	95
Figure III-13 : Etude 2 : simulation sur $[0 ; 1\mu s]$.	96
Figure III-14 : Etude 2 : Courant injecté dans le pieu 1 (mesures d'après [107]).	97
Figure III-15 : Schéma expérimental selon [108].	98
Figure III-16 : Mise à la terre, étude 3 : contrepoids.	98
Figure III-17 : Résultat de la simulation pour l'étude 3 : contrepoids de 34.1m.	99
Figure III-18 : Résultats présentés [108] en pour l'étude 3 : contrepoids de 34.1m.	99
Figure III-19 : Mise à la terre de poste étudiée.	102
Figure III-20 : Schéma global du système considéré : grille de mise à la terre d'un poste.	102
Figure III-21 : Modèle basse fréquence de la grille de mise à la terre.	104

Figure III-22: Modèle de la grille sous EMTP.	105
Figure III-23 : Impédance de la grille sur le domaine [100Hz, 1MHz], après ajustement.	106
Figure III-24 : Termes de la matrice impédance de la grille.	106
Figure III-25 : Montée en potentiel de la grille lorsque le pylône 1 est foudroyé.	107
Figure III-26 : Tension V_t lorsque le pylône 1 est foudroyé.	109
Figure III-27 : Lignes reliées par un contrepoids.	110
Figure III-28 : Mise à la terre, cas 2.	111
Figure III-29 : Mise à la terre, cas 3 et 4.	111
Figure III-30: Schéma global du système étudié: 2 lignes reliées par un contrepoids.	112
Figure III-31 : Réponse fréquentielle de $Y_{i,j}$ ($1 \leq i, j \leq 3$) pour le cas d'étude 4.	113
Figure III-32 : Montée en potentiel des pylônes lors d'un défaut 50Hz sur la ligne 2.	114
Figure III-33 : Montée en potentiel des pylônes lors d'un coup de foudre, cas 4.	115
Figure IV-1 : Personnes et des conducteurs enterrés à proximité d'un système de mise à la terre écoulant un courant de foudre.	119
Figure IV-2 : Modèle à développer.	120
Figure IV-3 : Calcul du potentiel scalaire et du champ créés dans le sol.	121
Figure IV-4 : Prise de terre étudiée, d'après [119].	122
Figure IV-5 : $T_{VM}(p)$ pour un point M au sol à proximité d'un pylône.	123
Figure IV-6 : Courant injecté dans la prise de terre et montée en potentiel du point M pour différentes méthodes de calcul.	124
Figure IV-7: Electrocutation par tension de pas.	125
Figure IV-8 : Lignes reliées par un contrepoids.	127
Figure IV-9: Schéma d'étude, risque d'électrocutation par tension de pas.	128
Figure IV-10 : Position de l'individu à proximité du pylône foudroyé.	129
Figure IV-11 : Tension de pas et énergie spécifique, position définie en Figure IV-10 et courant de foudre 140kA.	129
Figure IV-12 : Cas de couplages traités par Pollaczek.	132
Figure IV-13 : Discrédance d'une suite.	136
Figure IV-14 : Méthode de quasi-Monte Carlo appliquée au calcul de l'intégrale de Pollaczek.	139
Figure IV-15 : Intégrale de Pollaczek calculée par deux méthodes différentes, $\zeta=0$.	141
Figure IV-16 : Partie réelle de l'intégrale de Pollaczek calculée par deux méthodes différentes, $\zeta=1$.	142
Figure IV-17: Partie imaginaire de l'intégrale de Pollaczek calculée par deux méthodes différentes, $\zeta=1$.	142

Figure IV-18 :Illustration de la convergence de notre méthode pour un cas d'étude.	143
Figure IV-19 : Temps de calcul de $J_{\text{alg2}}, \zeta=1.=0$.	144
Figure IV-20 : $J(\eta, \zeta, 10)$ calculé par la méthode de quasi-Monte Carlo et la formule de Lucca, real partie réelle.	145
Figure IV-21 $J(\eta, \zeta, 10)$ calculé par la méthode de quasi-Monte Carlo et la formule de Lucca, real partie imaginaire.	146

TABLE DES SYMBOLES

symbole	Unité	Signification	Définie en Page
---------	-------	---------------	-----------------

Caractéristiques du sol.	symbole	Unité	Signification	Définie en Page
	ρ	[Ω .m]	Résistivité du sol.....	pp.17
	σ	[S.m]	Conductivité du sol.....	pp.17
	ϵ	-	Permittivité relative du sol.....	pp.17
	μ	-	Perméabilité relative du sol	pp.18
	$\underline{\epsilon}$	-	Permittivité complexe du sol	pp.18
	ρ_{eq}	[Ω .m]	Résistivité du sol déduite des mesures	pp.63
	ϵ_{eq}	[F/m]	Perméabilité relative du sol déduite des mesures	pp.63
	E_0	[V/m]	Champs disruptif du sol.....	pp.18
	$\alpha_1, \alpha_2, \dots$	-	Constantes définies en référence[19].....	pp.19
n	-	Indice de réfraction.....	pp.29	

Courant de foudre.	symbole	Unité	Signification	Définie en Page
	I_{max1}	[A]	Valeur crête du courant de foudre, premier arc	pp.24
	I_{max2}	[A]	Valeur crête du courant de foudre, second arc	pp.24
	S_m	[A/s]	Pente de courant	pp.24
	T_{end}	[s]	Durée du courant persistant	pp.24
	T_H	[s]	Time to half value.....	pp.24
	M	-	Médiane d'une loi normale.....	pp.24
	β	-	Écart Type d'une loi normale	pp.24
	I_{foudre}	[A]	Courant de foudre	pp.23
	I_c	[A]	Courant de foudre persistant.....	pp.23
t_f	[s]	Temps de montée du courant de foudre	pp.23	

Système de mise à la terre.	Géométrie.	L_g	[m]	Longueur d'antenne.....	pp.64
		P	[m]	Profondeur d'un conducteur.....	pp.64
		d	[m]	Distance entre deux conducteurs.....	pp.64
		H_1	[m]	Empattement.....	pp.70
		L_{TOT}	[m]	Longueur total de conducteurs d'une grille.....	pp.27
		L_1, L_2	[m]	Dimensions d'une grille de mise à la terre.....	pp.15
		a	[m]	rayon du conducteur de terre.....	pp.47
		N	-	Nombre de points de connexion.....	pp.15
		cn	-	Point de connexion n ($1 \leq n \leq N$).....	pp.16
		Electrique.	Z_s	[Ω/m]	Impédance de surface du conducteur.....
σ_2	[S/m]		Conductivité du conducteur.....	pp.53	
ϵ_2	[F/m]		Permittivité du conducteur.....	pp.53	
Réponse du système de mise à la terre.	I_{50Hz}	[A]	Courant 50 Hz total injecté dans la mise à la terre.....	pp.14	
	V_{50Hz}	[V]	Potentiel du système de mise à la terre en 50 Hz.....	pp.14	
	R_{50Hz}	[Ω]	Résistance de terre à 50 Hz, valeur mesurée.....	pp.14	
	I_n	[A]	Courant dans le point de connexion n ($1 \leq n \leq N$).....	pp.27	
	U_n	[V]	Potentiel électrique scalaire au point d'injection n ($1 \leq n \leq N$).....	pp.27	
	$Z_{n,m}$	[Ω]	Impédance mutuelle entre les points d'injections n et m	pp.28	
	[Z]	[Ω]	Matrice impédance de taille NxN portant les termes $Z_{n,m}$	pp.28	
	Z_{self}	[Ω]	Termes de la diagonale de [Z] lorsque ceux -ci sont égaux.....	pp.93	
	Z_{mutual}	[Ω]	Termes hors de la diagonale de [Z].....	pp.93	
	[Y]	[S]	Matrice admittance de taille NxN $[Y]=[Z]^{-1}$	pp.80	
	$Y_{n,m}$	[S]	Terme de la matrice admittance [Y] ($1 \leq n, m \leq N$).....	pp.80	
	\vec{j}	[A/m ²]	Densité de courant dans un conducteur.....	pp. 48	
	I_l	[A]	Conrant longitudinal dans un conducteur.....	pp.50	
Eq. d'état	X	-	Vecteur d'état.....	pp.80	
	\dot{X}	-	Dérivée temporelle de X	pp.80	
	$A, B,$	-	Matrice d'équations d'état (constantes).....	pp.80	
	C, D	-			

Ajustement.	N_p	-	Nombre de pôles.....	pp.82
	c_{n,m_k}	-	Résidu ($1 \leq n, m \leq N$ et $1 \leq k \leq N_p$).....	pp.82
	a_{n,m_k}	-	Pôle ($1 \leq n, m \leq N$ et $1 \leq k \leq N_p$).....	pp.82
	$d_{n,m}$	-	Constante($1 \leq n, m \leq N$)	pp.82
	c_k, a_k, d	-	Termes c_{n,m_k} , a_{n,m_k} et $d_{n,m}$ lorsque le système de mise à la terre n'a qu'une entrée ($n=m=1$).....	pp.87
	z_n	-	Zéro d'une fonction rationnelle.....	pp.83
	H	-	constante réelle positive	pp.83
	N_f	-	Nombre d'échantillons de fréquences	pp.81
	Err	-	Erreur commise lors de l'ajustement.....	pp.83
	$T(p)$	-	Fonction de transfert d'un système (forme rationnelle)	pp.83
	$T^*(p_i)$	-	Réponse d'un système pour le $i^{\text{ème}}$ échantillon.....	pp.83

Méthode des moments.	L	-	Opérateur linéaire connu	pp.55
	D	-	Domaine de définition de L.....	pp.55
	g	-	excitation connue du système considéré.....	pp.55
	h	-	réponse du système considéré	pp.55
	\tilde{h}	-	Approximation de h	pp.55
	N_s	-	Nombre de segments (nombre de fonctions de base et de fonctions test)	pp.55
	F_n	-	fonctions de base ($1 < n < N_s$)	pp.55.
	α_n	-	Constantes définissant \tilde{h} sur l'ensemble des fonctions de base ($1 < n < N_s$)	pp.55
	$\langle u, v \rangle$	-	Produit interne sur D : $\langle u, v \rangle = \int_D u(s) \cdot v(s) \cdot ds$	pp.56
	ω_n	[rad/s]	Fonctions test ($1 < n < N_s$).....	pp.56
	Δ_m	[m]	Longueur du segment m ($1 < n < N_s$)	pp.57
	\hat{I}_s	[A]	Courant imposé au segment source	pp.45
	$\int_l dx$	-	Intégration tout au long des conducteurs qui forment le système de mise à la terre.....	pp.50

Conducteur aérien.	Dc	[m]	Longueur du conducteur aérien.....	pp.91
	H	[m]	Hauteur du conducteur aérien.....	pp.91
	R'	[Ω/m]	Résistances linéique d'une ligne	pp.31
	L'	[H/m]	Inductances linéique d'une ligne	pp.31
	G'	[Ω^{-1}/m]	Conductance linéique d'une ligne	pp.31
	C'	[F/m]	Capacitance linéique d'une ligne.....	pp.31

Expression des grandeurs électriques dans l'espace.	\vec{E}_M	[V/m]	Champs électrique au point M.....	pp.44
	E_{xM}			
	E_{yM}	[V/m]	Composante de \vec{E}_M	pp.44
	E_{zM}			
	$T_{E_{x-M},n}$		Fonctions de transfert pour le calcul de E_{xM} , E_{yM} et E_{zM} en fonction des courants I_n	pp.44
	$T_{E_{y-M},n}$	[V/m/A]		
	$T_{E_{z-M},n}$			
	V_M	[V]	Potentiel scalaire au point M	pp.44
	V_{M-n}	[V]	V_M du à la circulation d'un courant I_n au point de cn	pp.44
	$T_{V-M,n}$	[V/A]	Fonctions de transfert pour le calcul de V_M en fonction des courants I_n	pp.44
	E_r	[V/m]	Champ électrique radial.....	pp.61
	(\vec{E}^i, \vec{H}^i)	-	Champ électromagnétique incident	pp.50
	(\vec{E}^d, \vec{H}^d)	-	Champ électromagnétique diffracté	pp.50
	\vec{j}	[A/m ²]	Densité de courant sortant d'un conducteur de terre	pp.61
	$\sigma_l(r')$	C/m ²	charge surfacique.....	pp.50
	$\Phi(r)$	[V]	potentiel électrique scalaire	pp.50
	$\vec{A}(r)$	[V]	Potentiel vecteur	pp.50

Fonctions de Green.	$g_1(r,r')$	-	Fonction de Green pour un espace libre pp.50
	$G_1(r,r')$	-	Fonction dyadique de Green pour un espace libre pp.53
	$G(r,r')$	-	Fonction de Green prenant en compte l'interface 'sol/air' ... pp.53
	$G_i(r,r')$	-	Terme de $G(r,r')$ dû à l'image du conducteur (l'interface 'sol/air') pp.53
	$G_s(r,r')$	-	Terme correctif pour $G(r,r')$ pp.53
	$G_s(r,r')$	-	Terme correctif pour $G(r,r')$ pp.53

Repères dans l'espace.	M	-	Point situé sur la surface du conducteur pp.50
	P	-	Un point situé à la surface d'un conducteur parfait..... pp.50
	\vec{r}	-	Position d'un point situé sur l'axe du conducteur pp.50
	\vec{r}'	-	Position d'un point situé sur la surface du conducteur..... pp.50
	\vec{s}'	-	Vecteur unité le long de l'axe du conducteur pp.50
	\vec{s}	-	Vecteur unité tangent à la surface du segment pp.50

Divers.	t	[s]	Temps
	p	-	Variable de Laplace
	j	-	$j = \sqrt{-1}$
	f	[Hz]	Fréquence
	$\omega=2\pi f$	[rad/s]	Pulsation
	λ_0	[m/s]	Longueur d'onde dans le vide
	λ	[m/s]	Longueur d'onde dans le sol
	J_0, J_1	-	Fonctions de Bessel d'ordre 0 et 1
	δ_m	-	Distribution de Dirac
	∇	-	Opérateur 'dérivée spatiale'
	Nv	-	Nombre de volumes élémentaires après maillage pp.39 pp.39
	τ_m	[s]	Temps de montée de l'onde incidente pp.47
	Δt	[s]	Pas de temps pour la simulation numérique pp.31
	μ_0	[H/m]	Perméabilité du vide
ϵ_0	[F/m]	Permittivité du vide	

BIBLIOGRAPHIE

- [1] L. Grcev, F. Dawalibi, "An Electromagnetic Model for Transients in Grounding Systems", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 5, pp. 1773-1781, nov. 1990.
- [2] IEEE Std 80-2000, "IEEE guide for safety in AC substation grounding", janvier 2000.
- [3] Note EDF, Guide d'application de la note H115, "Principes de mise à la terre des ouvrages du service du transport et des télécommunications", septembre 1991.
- [4] BRGM, Bureau de recherches géologiques et minières, www.brgm.fr.
- [5] R. Johnson, K. Kreiter, J. Zhu, B. Russo, T. Saarenketo, "Electrical properties of water in clay and silty soils", Elsevier, Journal of Applied Physics 40, pp 73- 88, 1998.
- [6] S. Sreedeeep, A.C. Reshma, D.N. Singh, "Generalized relationship for determining soil electrical resistivity from thermal resistivity", Elsevier, Experimental Thermal and Fluid Science 29, pp 217-226, 2005.
- [7] D.N. Singh, K. Devid, "Generalized relationships for estimating soil thermal resistivity", Elsevier, Experimental Thermal and Fluid Science 22, pp 133-143, 2000.
- [8] H. Stoffregen, U. Yamamanci, T. Zenker, G. Wessolek, "Accuracy of soil water content measurements using ground penetrating radar: comparison of ground penetrating radar and lysimeter data", Elsevier, Journal of Hydrology 267, pp 201-206, 2002.
- [9] D.A. Robinson, "Measurement of the Solid Dielectric Permittivity of Clay Minerals and Granular Samples Using a Time Domain Reflectometry Immersion Method", Soil Science Society of America, 2003.
- [10] D.A. Robinson, C.M.K. Gardner, J.D. Cooper, "Measurement of relative permittivity in sandy soils using TDR, capacitance and theta probes: comparison, including the effects of bulk soil electrical conductivity", Elsevier, Journal of Hydrology 223, pp 198-211, 1999.
- [11] G.C. Topp, J.L. Davis, A.P. Annan, "Electromagnetic Determination of Soil Water Content : Measurements in Coaxial Transmission Lines", Water Ressources Researh, vol. 16, No. 3, juin 1980.

- [12] A.M. Mousa, "The soil ionization gradient associated with discharge of high currents into concentrated electrodes", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 9, juillet 1994.
- [13] CIGRE, "Guide to procedure for estimating the lightning performance of transmission lines", Working Group 01 (lightning) of Study Committee 33 (Overvoltages and Insulation Co-ordination), octobre 1991.
- [14] EPRI, "Tower Grounding and Soil Ionization", Technical Report 1001908, 2002.
- [15] IEEE, "1243 Guide for Improving the Lightning Performance of Transmission Lines", IEEE Piscataway, New Jersey, U.S.A.
- [16] Villas J.E.T, Portela, C.M., "Soil heating around the ground electrode of an HVDC system by interaction of electrical, thermal, and electroosmotic phenomena", IEEE Transactions on Power Delivery, vol.18, pp 874-881, juillet 2003.
- [17] Yaqing L., Theethayi N., Gonzalez R.M., Thottappillil R., "The residual resistivity in soil ionization region around grounding system for different experimental results", 2003 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, vol. 2, pp 794-799, août 2003.
- [18] E. D. Sunde, "Earth conduction effects in transmission systems", Dover Edition, 1967.
- [19] Portela, C., "Frequency and transient behavior of grounding systems. I. Physical and methodological aspects", IEEE 1997 International Symposium on Electromagnetic Compatibility, pp 379–384, août 1997.
- [20] B.R Gupta and B. Thapar, "Impulse Impedance of Grounding Grids", IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-99, pp 2357-2352, 1980.
- [21] H.G. Ufer, "Investigation and testing of footing-type grounding electrodes for electrical installations, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 83, pp 1024-1048, 1964.
- [22] W. Bogajewski, F. Dawalibi, Y. Gervais, D. Mukhedkar, "Effects of Sustained Ground Fault Current on Concrete Poles", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems vol. PAS-101, pp 2686-2693, 1982.

- [23] C.Gary, “51, Les propriétés diélectriques de l’air et les très hautes tensions“, Collection de la Direction des Etudes et Recherches d’ Electricité de France, éditions Eyrolles, pp 231-250, 1984.
- [24] CIGRE, “Cloud-to-ground lightning parameters derived from lightning detection systems, the effects of System Performance”, draft document, CIGRE task Force C4.404A, juin 2007.
- [25] IEEE, “Modeling guidelines for fast front transients”, Fast Front Transients Task Force of Modeling and Analysis of System Transients Working Group, 1996.
- [26] P. Hubert, R. Fieux, “Mesures des courants de foudre à la station d’étude de la foudre de Saint-Privat d’Allier”, EDF, note HM/72-04482-RF/MC, 1980.
- [27] S. Bourg, “Comportement en hautes fréquences des prises de terre profondes dans un sol à résistivité faible : bilan des essais réalisés aux Renardières”, note HM-25/94/021, 1993.
- [28] S. Bourg, T. Debu, “Deep earth electrodes in highly resistive soil : frequency behaviour”, IEEE International Symposium on EMC, août 1995.
- [29] X. Legrand, A. Xémard, P. Auriol, C.A. Nucci, C.Mouychard, “Modeling of substations grounding for fast front over-voltages studies”, IPST, 2007, Lyon, France.
- [30] CCITT UIT-T, “Directives concernant la protection des lignes de télécommunication contre les effets préjudiciables des lignes électriques et des chemins de fer électrifiés”, vol. 2, 1999.
- [31] S. A. Schelkunoff, “The electromagnetic theory of coaxial transmission lines and cylindrical shields”, Bell System Technical Journal, vol. 13, pp. 532-579, 1934.
- [32] J. Mahseredjian, S. Denetière, L. Dubé, B. Khodabakhchian, L. Gérin-Lajoie, “On a new approach for the simulation of transients in power systems”, Electric Power System Research, Volume 77, Issue 11, sept. 2007, pp. 1514-1520.
- [33] J. Mahseredjian, “Simulation des transitoires électromagnétiques dans les réseaux électriques”, Edition ‘Les Techniques de l’Ingénieur’, Dossier numéro D83, à paraître en 2008.

- [34] J. Mahseredjian, C. Dewhurst, documentation d'EMTP-RV, Version 2.1.
- [35] H. W. Dommel, "Electromagnetic Transients Program Reference Manual (EMTP Theory Book)", Second Edition, Microtran Power System Analysis Corporation, Vancouver, British Columbia, mai 1992.
- [36] J. Mahseredjian, A. Xémard, B. Khodabakhchian, "Régimes transitoires dans les réseaux électriques", Techniques de l'Ingénieur [D 82], à paraître.
- [37] J. Marti, "Accurate Modeling of Frequency Dependent Transmission Lines in Electromagnetic Transient Simulations", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-101, pp 147-157, 1982.
- [38] A. Morched, B. Gustavsen, M. Tartibi, "A universal model for accurate calculation of electromagnetic transients on overhead lines and underground cables", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 14, p. 1032-1038, juillet 1999.
- [39] S. Visacro, "Performance of transmission line grounding electrodes for lightning currents", Working group 33.01 – Lightning – Task force- 33.01.04.
- [40] R. Verma, D. Mukhedkar, "Fundamental Considerations and impulse impedance of grounding grids", IEEE Transactions on Power Apparatus and systems, Vol. PAS-100, pp. 1023-1030, mars 1981.
- [41] A.A. Meliopoulos, M.G. Moharam, "Transients Analysis of Grounding Systems", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-102, pp 389-399, 1983.
- [42] M.Ramamoorthy, M.M.B. Narayanan, S. Parameswaran, D. Mukhedkar, "Transient Performance of Grounding Grids", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. PWRD-4, pp 2053-2059, oct. 1989.
- [43] R.Velazquez, D. Mukhedkar, "Analytical modelling of grounding electrodes transient behavior", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems", vol. PAS-103, pp1314-1322, juin 1984.
- [44] A.A. Papalexopoulos, A.P. Meliopoulos, "Frequency Dependent Characteristics of Groundings Systems", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. PWRD-2, pp 1073-1081, oct. 1983.

- [45] Y. Liu, "Transients Response of Grounding Systems Caused by Lightning: Modelling and Experiments", Comprehensive Summaries of Uppsala Dissertations from the Faculty of Science and Technology of Uppsala, 2004.
- [46] F. Menter, L. Grcev, "EMTP-Based Model for Grounding Systems Analysis," IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 9, pp 1838-1849, oct. 1994.
- [47] B. Nekhoul, C. Guerin, P. Labie, G. Meunier, R. Feuillet, X. Brunotte, "A finite element method for calculating the electromagnetic fields generated by substation grounding systems", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 31, pp 2150–2153, mai 1995.
- [48] B. Nekhoul, P. Labie, F.X. Zgainski, G. Meunier, F. Morillon, S. Bourg, "Calculating the impedance of a grounding system", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 32, pp1509 – 1512, mai 1996.
- [49] L. Grcev, "Computer Analysis of Transient Voltages in Large Grounding Systems," IEEE Transaction on Power Delivery, vol. 11, pp 815-823, avril 1996.
- [50] L. Grcev, "Improved Design of Transmission Line Grounding Arrangements for Better Protection against Effects of Lightning," Proceedings of the International Symposium on Electromagnetic Compatibility (EMC'98 ROMA), Roma, Italy, pp 100-103, septembre 1998.
- [51] L. Grcev, N. Grcevski, "Software Methods for Interactive Optimization of High Frequency and Transient Performance of Complex Grounding Systems," Proc. of the International Conference on Grounding and Earthing (GROUND'98), Brazil, pp 68-73, 1998.
- [52] L. Grcev, "Dynamic Behavior of Grounding Systems", International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility (EMC Zurich 2003), Zurich, Switzerland, Paper 106P6, pp. 569-574, 2003.
- [53] L. Grcev, "High-Frequency Performance of Ground Rods in Highly Resistive Soil," Proc. of the International Conference on Grounding and Earthing (GROUND'2000), Brazil, pp 85-89, 2000.
- [54] L. Grcev, M. Heimbach, "Computer Simulation of Transient Ground Potential Rise in Large Earthing Systems," Proceedings of the 23rd International Conference on Lightning Protection (ICLP'96), Paper 5.15, pp 585-590, Firenze, Italy, 1996.

- [55] L. Grcev, "Computation of Transient Voltages Near Complex Grounding Systems Caused by Lightning Currents," Proceedings of the IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, pp 393-399, Anaheim, California, U.S.A., 1992.
- [56] L. Grcev, M. Heimbach, "Frequency Dependent and Transient Characteristics of Substation Grounding Systems," IEEE Transaction on Power Delivery, vol. 12, pp 172-178, 1997.
- [57] "TRAGSYS, Computer Software for Transient Analysis of Grounding Systems, Version 2.0, User Manual", oct. 2004.
- [58] A.T. Adams, B. J. Strait, D. E. Warren, D.C. Kuo, T. E. Baldwin, "Near fields of Wire Antennas by Matrix Methods", IEEE Transactions On Antennas And Propagation, vol. AP-21, sept. 1973.
- [59] C.A. Nucci and CIGRE Working Group 33.01 (Lightning), "Lightning-induced voltages on overhead power lines – Part 1: return stroke current models with specified channel-base current for the evaluation of the return stroke electromagnetic fields", Electra No. 61, août 1995.
- [60] V. Arnautovski-Toseva, L. Grcev, "Electromagnetic analysis of horizontal wire in two-layerd soil", Elsevier, Journal of Computation and Applied Mathematics 168, 2004.
- [61] Dawalibi, F.P.; Donoso, F. "Integrated analysis software for grounding, EMF, and EMI", Computer Applications in Power, IEEE, vol. 6, pp 19–24, avril 1993.
- [62] E. Mombello, O. Trad, J. Rivera, A. Andreoni, "Two-layer model for power station grounding system calculation considering multiplayer soil stratification", Elsevier, Electric Power Systems Research 37, 1996.
- [63] J.L. del Alamo, " A comparison among eight different techniques to achieve an optimum estimation of electrical grounding parameters in two-layered earth", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 8, pp 1890-1897, oct 1993.
- [64] Ch. Dumond, "Etude de la réponse de structures filaires à des parasites électromagnétiques transitoires en présence du sol réel », thèse soutenue le 21 octobre 1994, Université de Limoges.

- [65] G.E. Bridges, L. Shafai, "Validity of the thin wire-approximation for conductors near a material half-space", IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, pp 232-235, juin 1989.
- [66] J.H. Richmond and N.H. Geary, " Mutual impedance of nonplanar-skew sinusoidal dipoles", IEEE Trans Antennas Propagations, vol. AP-23, pp 412, mai 1975.
- [67] J.H. Richmond, "Radiation and scattering by thin-wire structures in an homogeneous conducting medium", IEEE Transactions on Antennas and Propagation , vol. 22, pp 365, 1974.
- [68] R.F. Harrington, "Field Computation by Moment Method", IEEE Press.
- [69] G.J. Burke and A.J. Poggio, "Numerical Electromagnetics Code (NEC) - Method of Moments", Lawrence Livermore Laboratory, Report UCID-18834 January 1981.
- [70] G. Dural, M. Aksun, "Closed-form Green's functions for general sources and stratified media", IEEE Transactions on Antennas Propagation, vol.43, pp 1545-1552, 1995
- [71] J. Ma, F. Dawalibi, W.K. Daily, "Analysis of grounding systems in soils with hemispherical layering", IEEE Transactions on Power Delivery, vol.8, oct.1993.
- [72] G.J. Burke, E. K. Miller, "Modeling Antenna near to and Penetrating a Lossy Interface", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP-32, pp 1040-1049, oct. 1984.
- [73] F. Dawalibi, "Electromagnetic fields generated by overhead and buried short conductors, Part 1 – Single conductor", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. PWRD-1, pp 105-111, oct. 1986.
- [74] K.A. Ewy, H.A. Smolleck, "A Graphical Explanation of the Resistance and Surface Potentiel Calculations for Grounding Systems in Two-Layer Earth", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems vol. PAS-103, pp 631-639, 1984.
- [75] T. Takashima, T. Nakae, R. Ishibashi, "High frequency characteristics of impedances to ground and field distributions of ground electrodes", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-100, pp 1893-1900, avril 1981.

- [76] C. Faure, F. Paladian, J. Fontaine, "Electromagnetic scattering and radiation by thin wires partially immersed in a homogenous dissipative half space. Importance of the internal coupling effects", 8th International Conference on Electromagnetic Compatibility, Sep 1992, Edinburgh.
- [77] G. Fleury, F. Paladian, J. Chandezon, M. Gourgand, "Evaluation numérique d'intégrales de Sommerfeld par une méthode quasi Monte Carlo", CEM94 (Compatibilité ElectroMagnétique), Toulouse, pp 317-321, mars 1994.
- [78] X. Legrand, A. Xémard, G. Fleury, P. Auriol, C.A. Nucci, "A quasi-Monte Carlo integration method applied to the computation of the Pollaczek integral", acceptée en mai 2007 pour la revue 'IEEE Transactions On Power Delivery'.
- [79] C.D. Taylor, "Electromagnetic Scattering from Arbitrary Configurations of Wires", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, sept. 1969.
- [80] C.D. Taylor, "Scattering from crossed wires", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, janvier 1970.
- [81] H. Chao, B. Strait, C. Taylor, "Radiation and Scattering by Configurations of Bent Wires with Junctions", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 19, pp 701-702, septembre 1970.
- [82] E.E. Sayre, "Junctions and discontinuities in wire Antenna and scattering Problems", IEEE Transactions on Antennas and propagation, mars 1973.
- [83] R. Fieux, P. Kouteynikoff et F. Villefranque, "Mesure de la réponse impulsionnelle des prises de terre parcourues par un courant de foudre", 15^e Conf. Europ. de Protection contre la foudre, juin 1979, Uppsala.
- [84] S. Bourg, G. Laurent, "Comportement en hautes fréquences des prises de terre profondes dans un sol à résistivité élevée : comparaison calculs / mesures et interprétation", note EDF HM-25/94/067, août 1994, .
- [85] X. Legrand, A. Xémard, P. Auriol, C.A. Nucci, O. Bérard "Comportement des prises de terre des pylônes en HF", présenté au congrès CEM 06, avril 2006, St Malo, France.

- [86] T. Debu, «Comportement en haute fréquence des prises de terre des supports des lignes aériennes », note EDF D-5730.06.74/95.083, nov. 1995.
- [87] M. Heimbach, L. Grcev, “Grounding System Analysis in Transients Programs Applying Electromagnetic Field Approach”, IEEE Transactions on Power Delivery , vol. 12, janvier 1997.
- [88] B. Gustavsen , A. Semlyen, “ Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting”, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 14, juillet 1999.
- [89] R. Pintelon, P. Guillaume, Y. Rolain, J. Schoukens, H.V. Hamme, “Parametric identification of transfer functions in the frequency domain – A survey”, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 39, pp 2245-2260, nov. 1994.
- [90] C.P. Coelho, J. R. Phillips, and L.M. Silveira, “Robust rational function approximation algorithm for model generation”, Proceedings of the 36th Design Automation Conference, New Orleans, pp. 207-212, juin 1999.
- [91] M.H. Richardson and D.L. Formenti, “Parameter estimation from frequency response measurements using rational fraction polynomials,” in Proc. First Int. Modal Analysis Conf., Orlando, Fl, vol. 1, pp.167-181, 1982.
- [92] H.W. Bode, Network Analysis and Feedback Amplifier design, Van Nostrand, New York, 1945.
- [93] J.R. Marti, “The problem of frequency dependence in transmission line modelling”, Ph.D. thesis, The University of British Columbia, Vancouver, Canada, avril 1981.
- [94] F.E. Menter, L. Grcev, “EMTP-based model for grounding system analysis”, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 21, pp 1587-1592, 2006.
- [95] B. Gustavsen, ”Improving the pole relocation properties of vector fitting”, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 21, pp 1587-1592, 2006.
- [96] B. Gustavsen, A. Semlyen, “Simulation of transmission line transients using vector fitting and modal decomposition”, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 13, pp 605-614, avril 1998.

- [97] B. Gustavsen, A. Semlyen, "A robust approach for system identification in the frequency domain", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 19, pp 1167-1173, juillet 2004.
- [98] B. Gustavsen, A. Semlyen, "Enforcing passivity for admittance matrices approximated by rational functions", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 16, pp 97-104, février 2001.
- [99] E.D. Sontag, "Mathematical Control Theory: Deterministic Finite Dimensional Systems". Second Edition, Springer, 1999.
- [100] A. Semlyen, B. Gustavsen, "Vector fitting by pole relocation for the state equation approximation of non rational transfer matrices", Circuits Systems Signal Process, vol. 19, pp 549-566, 2000.
- [101] E. Groschupf, "Simulation transients Vorgänge auf Leitungssystemen der Hochspannungs-Gleichstrom und Drehstrom-Übertragung", ("Simulation of transient phenomena in system with HVDC and ac transmission lines", in German) Ph.D. thesis, Technical University, Darmstadt, Germany, 1976.
- [102] A. Semlyen, A. Dabuleanu, "Fast and Accurate Switching Transient Calculations on Transmission Lines With Ground Return Using Recursive Convolution", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 94, pp.561-571, mars 1975.
- [103] P. Penfield, "Passivity Conditions", IEEE Transactions on circuit theory, September 1964.
- [104] L. Grcev, M. Heimbach, "Frequency Dependent and Transient Characteristics of Substation Grounding Systems", IEEE Transaction on Power Delivery, vol. 12, pp 172-178, janvier 1997.
- [105] M. Nayel, J. Zhao, A. Ametani, J. He, Q. Wang, "Experimental study of Induced Voltage between Two Bare Horizontal Electrodes in Ground", IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2006.
- [106] M. Nayel, J. Zhao, A. Ametani, J. He, Z. Cai, Q.A. Wang,, "A study of zero reference effects on electromagnetic transient measurements of a grounding electrode", IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility 2006, pp 314-318, 2006.

- [107] M. Nayel, A. Ametani, Y. Baba, S; Sekioka, “A study on a Mutual Grounding Impedance and Its Transients Characteristic”, IEEE transmission and Distribution Conference and Exhibition, vol. 2, pp 1270-1275, oct. 2002.
- [108] A.K. Mishra, N. Nagaoka, A. Ametani,, “ Frequency-dependent distributed-parameter modelling of counterpoise by time-domain fitting”, IEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution, vol. 153, juillet 2006.
- [109] IEC, International Electrotechnical Commission, «Insulation CO-Ordination », Part 4 : “computational guide to insulation co-ordination and modelling of electrical networks”, 2004.
- [110] Ch. Perrot, “Influence de l’enrobage de béton sur la résistance de terre d’un pieu métallique’, EDF, mars 1984.
- [111] E.J. Fagan, R. Lee, “The Use of Concrete-Enclosed Reinforcing Rods as Grounding Electrodes”, IEEE Transactions on Industry and General Applications, vol. IGA-6, juillet 1970.
- [112] M. Veledar, Z. Timic, S. Skok, Z. First, “Amélioration des caractéristiques des mises à la terre avec la bentonite”, CIGRE 1982, Paris, papier 22-06.
- [113] G.B. Niles, “Using Transmission Foundation Resistance for Grounding Purposes and in Determining an Effective Earth Resistivity”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1977.
- [114] W. Rowland, “Industrial System Grounding for Power, Static, Lightning, and Instrumentation, Practical Applications”, IEEE Transactions on Industry Applications, nov. 1995.
- [115] B. Thapar, V. Gerez, A. Balakrishnan, “Foundations in power systems act as grounding elements”, IEEE Power Symposium, pp 237-243, 1989.
- [116] M.B. Kostic, G.H. Shirkoohi, “Numerical analysis of a class of foundation grounding systems surrounded by two-layer soil”, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 8, no. 3, July 1993.

- [117] M.F. Filho, A. Raizer, V. Solio, V.L. Coulho, W. Clausen, M.R. de Lima, E.L. da Silva, “A new grounding technique in power distribution systems”, IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, EMC 2004, vol. 3, pp 846- 849, août 2004.
- [118] L. Grcev, EES-UETP course, “Grounding Analysis and Techniques: from industrial to high frequencies and lightning”, Sardenia, 2006.
- [119] S. Vujević, P. Sarajčev, “Dangerous Voltages due to Direct Lightning Strike into the Communication Tower”, Journal of Communications Software and Systems, vol. 3, pp 44-51, mars 2007.
- [120] IEC, document technique CEI 60479-1, “Effets du courant sur l’homme et les animaux domestiques », première partie : « aspects généraux »”, 2005.
- [121] IEC, document technique CEI 60479-2, “« Effets du courant sur l’homme et les animaux domestiques », seconde partie: « aspects particuliers»”, 1987.
- [122] IEC, document technique CEI 60479-3, “« Effets du courant sur l’homme et les animaux domestiques », seconde partie: «Effets de courants passant par le corps d’animaux domestiques»”, 1998.
- [123] E. Gourbière, J. Lambrozo, D. Folliot, C. Gary, “Complications et sequelles des accidents dus à la foudre”, Conférence Foudre et Montagne, Chamonix-Mont Blanc, 1994.
- [124] Ametani, référence sur les modèles de câbles
- [125] F. Pollaczek, “Über die Induktionswirkungen einer Wechselstrom-einfachleitung”, Electricische Nachrichten 1926.
- [126] G. Lucca, “Mutual Impedance between an Overhead and a Buried Line with Earth Return”, Electromagnetic Compatibility, IEE Conference Publication 396, 1994.
- [127] O. Saad, G. Gaba and M. Giroux, “A closed-form approximation for ground return impedance of underground cables”, IEEE Trans. On Power Delivery, vol. 11, No.3, July 1996, pp.1536-1545.
- [128] J. R. Carson, “Wave propagation in overhead wires with ground return”, Bell syst. Tech. Journal, vol. 5, pp. 539-554, 1926.

- [129] F. Rachidi, S.L. Loyka, C.A. Nucci, M. Ianoz, "A new expression for the ground transient resistance matrix elements of multiconductor overhead transmission lines", *EPSR journal*, 65, pp. 41-46, 2003.
- [130] F. A. Uribe, "Mutual Ground Impedances between Overhead and Underground Transmission Cables", IPST05-151.
- [131] F. A. Uribe, J.L. Naredo, P. Moreno, L. Guardado "Algorithmic Evaluation of Underground Cable Earth Impedances", *IEEE Trans. On Power Delivery*, Vol. 19, No. 1, January 2004.
- [132] Metropolis, N. and Ulam, S. "The Monte Carlo Method." *J. Amer. Stat. Assoc.* 44, 335-341, 1949.
- [133] Hammersley, J. M. "Monte Carlo Methods for Solving Multivariable Problems." *Ann. New York Acad. Sci.* 86, 844-874, 1960.
- [134] G. Fleury, F. Paladian, J. Chandezon, M. Gourgand, "Evaluation numérique d'intégrales de Sommerfeld par une méthode quasi Monte Carlo. ", CEM 94 (Compatibilité ElectroMagnétique), Toulouse, 2-4 mars 1994, pp. 317-321.
- [135] W.J. Morkoff and R.E. Caflisch "Quasi-Monte Carlo Integration", *Journal of Computational Physics*, Volume 122, Number 2, December 1995, pp. 218-230, publisher: Academic Press.
- [136] C. F. Mugombozi, "évaluation du couplage inductif pour la modélisation des câbles et lignes électriques de transmission sous EMTP", Département de Génie Electrique, Ecole Polytechnique de Montréal, mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de maitrise, décembre 2006.
- [137] Eric Thiémard, "le calcul et la majoration de la discrédance à l'origine", Thèse présentée en 2000 à l'EPFL, Lausanne.
- [138] J. G. van der Corput, *Verteilungsfunktionen*. *Proc. Ned. Akad. v. Wet.*, 38:813-821, 1935.

AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 25 avril 2002,

Vu la demande du Directeur de Thèse

Monsieur Ph. AURIOL

et les rapports de

Monsieur J. MAHSEREDJIAN
Professeur agrégé, Docteur - Ecole Polytechnique de Montréal - CP 6079 succ. Centre-ville - Montréal
Québec, H3C 3A7 - CANADA

Et de

Monsieur C-A. NUCCI
Professeur - Universta di Bologna - Dipartimento di Ingegneria Elettrica - Viale Risorgimento 2
40136 Bologna - ITALIA

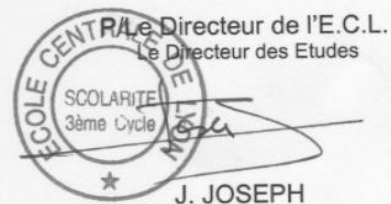
Monsieur LEGRAND Xavier

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

Ecole doctorale ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE (EEA)

Fait à Ecully, le 4 décembre 2007

Le Directeur de l'E.C.L.
Le Directeur des Etudes



J. JOSEPH