### Décomposition d'un trinôme du second degré en facteurs du premier degré.

**192.** Soit un trinôme du second degré $x^2+px+q$, $x$ peut recevoir dans ce trinôme toutes les valeurs possibles. Égalons-le à zéro : il en résultera pour $x$ deux valeurs spéciales, $x'$ et $x''$, qui seront les racines de l'équation obtenue $x^2+px+q=0$. On aura (189)

$$p=-(x'+x'') \quad \text{et} \quad q=x'x''.$$

Si l'on substitue à la place de $p$ et de $q$ ces valeurs, le trinôme deviendra

$$x^2-(x'+x'')x+x'x''.$$

Ce ne sera là qu'une forme identique à la forme $x^2+px+q$ : on pourra de nouveau attribuer à $x$ dans ce trinôme toutes les valeurs possibles. Mais on a évidemment

$$x^2-(x'+x'')x+x'x''=x^2-x'x-x''x+x'x''.$$

Le second membre de cette égalité revient à

$$x(x-x')-x''(x-x'),$$

c'est-à-dire à

$$(x-x')(x-x'').$$

On a donc finalement

$$x^2+px+q=(x-x')(x-x''),$$

et, dans les deux membres de cette égalité, on peut donner à $x$ toutes les valeurs possibles, de sorte que cette égalité est une véritable identité.

On arrive donc à ce théorème, dont on fait un usage continuel : *Tout trinôme du second degré de la forme $x^2+px+q$ est égal au produit de deux facteurs du premier degré, formés en retranchant successivement du symbole $x$ chacune des racines $x'$, $x''$, obtenues en égalant le trinôme à zéro.*

Si le trinôme se présente sous la forme plus générale

$$ax^2+bx+c,$$

on peut écrire

$$ax^2+bx+c=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)=a(x^2+px+q).$$

En remplaçant $x^2+px+q$ par $(x-x')(x-x'')$, il vient

$$ax^2+bx+c=a(x-x')(x-x'').$$

*Le théorème est donc le même, sauf la multiplication par le coefficient $a$ du premier terme du trinôme.*