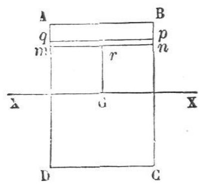
105. *Recherche des moments d'inertie des sections usuelles de poutre.*

Rectangle plein. — Le rectangle ABCD étant donné, le centre de gravité de la figure est le point G de rencontre des deux diagonales ; par ce point menons une droite XX, parallèle aux côtés AB, CD, et proposons-nous de trouver le moment d'inertie I de la section par rapport à cette droite. Soit AB $= a$, AD $= b$.

Fig 101.



Considérons un rectangle infiniment petit $mnpq$, et appelons x la distance Gr du côté mn de ce rectangle au centre de gravité G ; la hauteur mq du rectangle élémentaire sera représentée par dx, et son moment d'inertie par rapport à XX sera égal à $adx \times x^2$. Le moment d'inertie total I est la somme des éléments ax^2dx étendue à toute la section ABCD, c'est-à-dire prise entre les limites $x = -\frac{b}{2}$ et $x = +\frac{b}{2}$, ce qui donne en définitive $\frac{ab^3}{12}$; on a donc

$$I = \frac{1}{12} ab^3.$$

Le maximum de la distance v dans la section rectangulaire ABCD est égal à $\frac{b}{2}$, de sorte que la valeur minimum de $\frac{I}{v}$ est égale à $\frac{1}{6} ab^2$.

La formule $I = \frac{1}{12} ab^3$ peut se mettre sous la forme

$$I = ab \times \frac{1}{12} b^2.$$

Or ab est l'aire Ω du rectangle ABCD ; $\frac{1}{12} b^2$ est le carré d'une longueur $\frac{1}{2\sqrt{3}} b$, qui est le rayon de giration de la surface considérée.

Nous avions déjà trouvé ce résultat par une autre méthode, § 45.