N° d'ordre : 2006-04 Année 2006

Ecole Centrale de Lyon

THESE

Présentée pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'ECOLE CENTRALE DE LYON
Spécialité : MECANIQUE

préparée au Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, dans le cadre de l'Ecole Doctorale Mécanique Energétique Génie Civil et Acoustique

soutenue publiquement le 7 février 2006 par

Nicolas Tauveron

Simulation numérique et analyse du déclenchement et du développement des instabilités axiales dans les turbomachines. Application à un transitoire de brèche dans un réacteur nucléaire à hélium

---

devant le jury composé de :

M. Lebrun	Professeur à l'ISTIL, Roanne	Président
O. Léonard	Professeur à l'Université de Liège (Belgique)	Rapporteur
J.-C. Micaelli	Directeur Scientifique Adjoint à l'IRSN, Cadarache	Rapporteur
F. Ducros	Expert Senior au CEA, Grenoble	Examinateur
P. Ferrand	Directeur de Recherches au CNRS, Lyon	Directeur de Thèse
F. Leboeuf	Professeur à l'ECL, Lyon	Directeur de Thèse

“La Nature n’a malheureusement pas été assez aimable pour faire les choses aussi simples que nous l’aurions aimé.
Il nous faut affronter les complexités.”
(T. Dobzhansky cité par E. Morin)

“Une pensée parvenue à maturité et à son terme doit pouvoir se résumer sur un ticket de métro.”
(J. Baechler)

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Christian Chauliac, alors chef du service DTP/SMTH, d'avoir soutenu mon initiative lorsque j'ai souhaité m'engager dans la préparation d'une thèse de doctorat dans le cadre de mon activité professionnelle. Au-delà des formules convenues, je souligne que, sans son soutien, ce travail n'aurait pas été possible.

Je remercie également Jean-Claude Bouchter, alors chef du département DTP, Franck Carré, directeur des programmes des systèmes du futur et Yves Vandenboomgaerde, directeur scientifique, pour leur attitude bienveillante à l'égard de ce projet professionel et scientifique.

Je remercie ensuite les personnes qui ont encadré ce travail de recherche : Pascal Ferrand pour ses intuitions et sa connaissance des mécanismes d'instabilités, son écoute, le volontarisme qu'il a déployé et son aide précieuse pour les aspects administratifs ; Francis Leboeuf pour sa rigueur, ses explications éclairantes sur les turbomachines, ses relectures minutieuses du manuscrit et des articles et son intérêt pour les applications nucléaires ; Frédéric Ducros pour sa culture numérique, sa lecture personnelle de mes travaux et la résolution de nombreux problèmes, techniques ou non, dans une (bonne) humeur toujours égale.

Mes remerciements vont également aux partenaires du Consortium Industrie Recherche en Turbomachines et au président René Carillo dont je sais gré de l'implication personnelle dans l'obtention de données et dans l'avancement du dossier relatif à mon projet. Parmi les membres du Consortium, je remercie particulièrement les autres partenaires du projet : EDF, SNECMA-MOTEURS et FLUOREM et leurs représentants, que j'ai cotoyés : Alexandra Krings, Vincent Maupu, Michel Dumas et Fabien Bardoux. Je n'oublie pas les collègues allemands de la société EVO (Günter Zahn, Udo Bassler, Willi Karow) qui ont bien voulu mettre à ma disposition les données de l'installation "Oberhausen II", même si leur utilisation est restée, dans le cadre du présent travail, limitée.

Enfin que les personnes avec lesquelles j'ai travaillé "au quotidien" pendant tout ou partie de ces trois années soient assurées de ma profonde et sincère gratitude : au LMFA, André Vouillarmet, à FLUOREM, Stéphane Aubert et à travers lui toute son équipe, Christian Kunkelmann et Louison Roy, au CEA Manuel Saez, Fabrice Bentivoglio, Yannick Piet, Didier Jamet, Geneviève Geffraye, Alain Ruby, Dominique Bestion et Hervé Lemonnier. De manière plus générale, je suis très reconnaissant envers tous mes collègues des différents laboratoires (LMFA, LMDL, LIEX, LDAS), dont j'ai pu apprécier la compétence et le chaleureux esprit d'entraide.

Je remercie enfin Olivier Léonard et Jean-Claude Micaelli, d'avoir accepté de rapporter ma thèse et d'avoir formulé des critiques qui ont permis d'enrichir ma réflexion et d'améliorer le présent manuscrit. Je remercie également Michel Lebrun d'avoir présidé le jury de la thèse.

Résumé

"Simulation numérique et analyse du déclenchement et du développement des instabilités axiales dans les turbomachines. Application à un transitoire de brèche dans un réacteur nucléaire à hélium"

Le présent travail a porté sur le développement de modèles pour la simulation numérique du déclenchement et du développement des instabilités axiales dans les turbomachines multiétagées. L'élaboration d'un modèle monodimensionnel axisymétrique instationnaire de l'écoulement à l'intérieur d'une turbomachine (à l'échelle de la roue), a été le fruit d'une démarche dont les principales étapes ont été : la génération de corrélations en régime stationnaire, adaptées aux différents régimes rencontrés (hors nominal, bas débit positif, débit négatif) ; la construction d'un modèle physique capable de décrire les comportements transitoires ; l'utilisation d'une méthode numérique implicite adaptée à des transitoires longs ; la validation du modèle par rapport à des observations, des données expérimentales et des résultats de simulations numériques de la bibliographie. Ce modèle a été intégré à un outil qui a la capacité de décrire le comportement dynamique d'un gaz dans différents éléments d'un circuit (conduits, volumes, vannes). Ainsi le modèle complet permet de représenter le couplage des phénomènes locaux et globaux, qui constitue un mécanisme particulièrement important pour l'apparition et le développement des instabilités axiales. Des modèles théoriques élémentaires, basés sur la généralisation de la théorie de Greitzer, ont également été élaborés. Ces modèles simples, qui ont été validés sur différentes configurations, ont fourni des éléments de qualification du modèle complet. Ils ont aussi renforcé la compréhension des phénomènes physiques régissant l'apparition et le développement des instabilités en quantifiant différents effets (inerties, compressibilité, seuils de performance) et en mettant en relief les phénomènes majeurs (en particulier la cinétique de remplissage et de vidange du volume aval), les seuls retenus dans les formulations théoriques élémentaires finales.

Les modèles ont d'abord été appliqués à des configurations académiques (système de compression), puis à un projet industriel innovant : un réacteur nucléaire rapide à caloporteur hélium et à cycle de Brayton. L'utilisation des modèles développés a permis d'apporter un certain nombre de réponses aux problèmes de la survenue du pompage en cas de brèche : il a été montré que l'apparition des instabilités est très sensible à la localisation de la brèche et que le développement des oscillations reste très limité dans le temps (quelques secondes). Il est montré également que, dans une situation accidentelle de brèche, la turbomachine peut apporter une contribution significative à l'évacuation de la chaleur résiduelle du réacteur nucléaire. Enfin il a été établi que l'autonomie de ce dispositif est sensible à un certain nombre de paramètres, parmi lesquels la localisation de la brèche et la valeur de la pression de repli.

Abstract

"Numerical simulation and analysis of axial instabilities occurrence and development in turbomachines. Application to a break transient in a helium nuclear reactor."

The subject of the present work was to develop models able to simulate axial instabilities occurrence and development in multistage turbomachines. The construction of a 1D unsteady axisymmetric model of internal flow in a turbomachine (at the scale of the row) has followed different steps : generation of steady correlations, adapted to different regimes (off-design conditions, low mass flowrate, negative mass flowrate) ; building of a model able to describe transient behaviour ; use of implicit time schemes adapted to long transients ; validation of the model in comparison of experimental investigations, measurements and numerical results from the bibliography. This model is integrated in a numerical tool, which has the capacity to describe the gas dynamics in a complete circuit containing different elements (ducts, valves, plena). Thus, the complete model can represent the coupling between local and global phenomena, which is a very important mechanism in axial instability occurrence and development. An elementary theory has also been developed, based on a generalisation of Greitzer's model. These models, which were validated on various configurations, have provided complementary elements for the validation of the complete model. They have also allowed a more comprehensive description of physical phenomena at stake in instability occurrence and development by quantifying various effects (inertia , compressibility, performance levels) and underlying the main phenomena (in particular the collapse and recovery kinetics of the plenum), which were the only retained in the final elementary theory.

The models were first applied to academic configurations (compression system), and then to an innovative industrial project : a helium cooled fast nuclear reactor with a Brayton cycle. The use of the models have brought comprehensive elements to surge occurrence due to a break event. It has been shown that surge occurrence is highly dependent of break location and that surge development is very limited (no more than few seconds). It is also shown that in the case of a break event, the turbomachine can have a significant contribution to decay heat removal from the nuclear core. At last, such a device is autonomous for a certain time only, and that this time is sensitive to some parameters such as break location and back pressure value.

Table des matières

Introduction **1**

1 Contexte d'étude des turbomachines à hélium dans leur environnement nucléaire **7**
1.1 Introduction . . . 8
1.2 Bibliographie sur les turbomachines à hélium et leur environnement (les réacteurs nucléaires à gaz) . . . 8
1.3 Résultats des premières simulations de réacteurs nucléaires à cycle direct . . . 18
1.4 Conclusion . . . 23

2 Eléments bibliographiques sur l'apparition et le développement d'instabilités en turbomachine **27**
2.1 Introduction . . . 28
2.2 Instabilités dans les compresseurs axiaux. Aspects phénoménologiques et observations . . . 28
2.3 Conclusions . . . 41

3 Modèle stationnaire : construction et validation **45**
3.1 Introduction . . . 46
3.2 Corrélations utilisées pour décrire le comportement d'un compresseur à faible débit ou à débit inverse . . . 49
3.3 Corrélations utilisées pour décrire le comportement d'un compresseur pour des conditions stationnaires hors nominales . . . 60
3.4 Validation du modèle stationnaire de compresseur à faible débit ou à débit inverse . . . 65
3.5 Validation du modèle stationnaire de compresseur en régime hors nominal . . . 69
3.6 Conclusion . . . 71

4 Construction du modèle instationnaire **73**
4.1 Introduction . . . 73
4.2 Modélisation linéaire des instabilités d'un système de compression . . . 75
4.3 Modélisation non linéaire des instabilités dans les compresseurs axiaux en utilisant les courbes caractéristiques 78
4.4 Etablissement des équations d'une turbomachine axiale grille par grille en quasi-stationnaire . . . 84
4.5 Consistance temporelle et précision des schémas utilisés . . . 88
4.6 Conclusion . . . 89

5 Validation du modèle instationnaire et exploitation des résultats **91**
5.1 Base de validation . . . 92
5.2 Validation du modèle dynamique de pompage . . . 92
5.3 Exploitation des résultats du pompage profond . . . 101
5.4 Conclusion . . . 113

6 Interaction entre mécanismes locaux et comportement du système. Généralisation du facteur B de Greitzer 117
6.1 Introduction . . . 119
6.2 Mécanisme de survenue de l'instabilité du système . . . 120
6.3 Phénomènes locaux impliqués dans la survenue de l'instabilité d'un système . . . 123
6.4 Autres modifications du facteur B de Greitzer . . . 134
6.5 Applications . . . 142
6.6 Conclusion . . . 144

7 Application aux transitoires d'un réacteur nucléaire à gaz 145
7.1 Introduction . . . 146
7.2 Modélisation du RCG-R . . . 146
7.3 Première application du modèle : risque de pompape dû à la dépressurisation . . . 147
7.4 Deuxième application du modèle : évacuation de la puissance résiduelle en cas de brèche . . . 158
7.5 Conclusions . . . 167

Conclusion et perspectives 169

A Quelques modèles décrivant l'apparition (et le développement) d'instabilités et de décollement tournant 175
A.1 Seuil d'apparition des instabilités à partir de la théorie d'Emmons (Emmons et al. [1955]) . . . 175
A.2 Seuil d'apparition des instabilités à partir des données de Stenning (Stenning et al. [1955]) . . . 177
A.3 Seuil d'apparition des instabilités à partir de la théorie et des données de Kriebel (Kriebel et al. [1958], Stenning and Kriebel [1958]) . . . 177
A.4 Seuil d'apparition des instabilités à partir des théories et des données de Ludwig (Brady and Ludwig [1965], Ludwig et al. [1973], Ludwig and Nenni [1983], Ludwig and Nenni [1979]), Takata et Nagano (Takata and Nagano [1972]) et Orner (Orner [1976]) linéarisées . . . 178
A.5 Seuil d'apparition des instabilités à partir de la théorie et des données de Lieblein . . . 180
A.6 Seuil d'apparition des instabilités à partir de la théorie de Dunham (Dunham [1965]) . . . 180
A.7 Seuil d'apparition des instabilités à partir des données et de la théorie de Fabri (Bot et al. [1970]) . . . 180
A.8 Performance à débit nul à partir des données de Day, Greitzer et Cumpsty (Day et al. [1978]) . . . 181
A.9 Seuil d'apparition de l'instabilité avec prise en compte d'une interaction entre les étages : théories de Yocum (Yocum [1988]) et de Bloch et O'Brien (Bloch and O'Brien [1992]) . . . 181

B Etablissement des équations d'une turbomachine axiale grille par grille en quasi-stationnaire (détails) 183
B.1 Passage de la roue fixe . . . 183
B.2 Passage de la roue mobile, espace intergille . . . 191

C Tentatives de description locale plus élaborée de la zone à bas débit : décollement tournant 193
C.1 Construction des modèles et validation en stationnaire . . . 193
C.2 Validation stationnaire des tentatives de description locale du décollement tournant . . . 196
C.3 Validation dynamique des modèles . . . 197
C.4 Conclusion sur les tentatives de description locale du décollement tournant . . . 198

D Extension du domaine de fonctionnement : moyens de lutte contre le pompage 201
D.1 Aspects bibliographiques . . . 201
D.2 Validation sur une configuration incluant des moyens de lutte contre le pompage . . . 205
D.3 Conclusion . . . 208

E Turbine en conditions stationnaires hors nominales, à bas débit et à débit négatif **209**
E.1 Corrélations utilisées pour décrire le comportement d'une turbine en conditions hors nominales, à faible débit ou à débit inverse 209
E.2 Validation du modèle stationnaire de turbine 214

F Interprétation du fonctionnement du réacteur à l'aide de modèles simples **219**
F.1 Application du modèle élémentaire de pompage profond 219
F.2 Condition d'équilibre à long terme des couples exercés sur l'arbre de la turbomachine 220

Bibliographie **221**

Publications associées à ce travail

Les travaux suivants ont été publiés :

Périodique avec comité de lecture : Tauveron et al. [2005c]

Conférences avec comité de lecture : Tauveron et al. [2005a], Tauveron et al. [2005b], Tauveron et al. [2003]

Liste des tableaux

1.1 Effet de la température sur le rendement (cycle de Rankine I cycle de Brayton), repris de Melese and Katz [1984] . . . 9
1.2 Exemples de nombre d'étages de différentes machines à hélium . . . 11
1.3 Comparaison de différentes turbines à gaz (données parfois incomplètes) . . . 12
1.4 Conditions de fonctionnement des projets de réacteurs GTHTR300, PBMR et GT-MHR . . . 15

2.1 Valeur limite de B entre le pompage et le décollement tournant pour différents volumes, extrait de Greitzer [1976a] . . . 33
2.2 Valeur du paramètre $\frac{T_{pompage}}{L/c}$ pour les principales configurations étudiées . . . 38

3.1 Différents modèles de corrélations . . . 49
3.2 Différents modèles de décollement tournant (physique) . . . 55
3.3 Différents modèles de décollement tournant (documentation) . . . 56
3.4 Différents modèles de décollement tournant (interprétation des critères) . . . 56
3.5 Résultats des différents modèles pour la prédiction de la survenue des instabilités . . . 56
3.6 Résultats des différents modèles pour la prédiction de la performance à débit nul . . . 57
3.7 Comparaison des calculs de sensibilité sur le taux de pression de la machine à différents paramètres de la troisième roue mobile . . . 71
3.8 Différents modèles de corrélations validés et utilisés en stationnaire . . . 72

5.1 Evaluation du paramètre B critique sur des configurations expérimentales . . . 108
5.2 Evaluation du paramètre B critique sur des configurations numériques . . . 109
5.3 Différents modèles de corrélations validés et utilisés en instationnaire . . . 115

6.1 Débit réduit de survenue de l'instabilité du compresseur C106 (configuration de Longley and Hynes [1990]) : comparaison entre mesures et simulation (Cx/U) . . . 121
6.2 Grandeurs aérodynamiques du premier étage du compresseur C106 (configuration de Longley and Hynes [1990]) : comparaison entre mesures et modèles à Cx/U égal à 0.52 . . . 121
6.3 Grandeurs aérodynamiques du premier étage du compresseur C106 (configuration de Longley and Hynes [1990]) : comparaison entre mesures et modèles à Cx/U égal à 0.46 . . . 122
6.4 Ecart entre les grandeurs aérodynamiques du premier étage du compresseur C106 (configuration de Longley and Hynes [1990]) entre les débits (Cx/U égal à 0.52 et Cx/U égal à 0.46) : comparaison entre mesures et modèles . . . 122
6.5 Grandeurs aérodynamiques du premier étage du compresseur C106 (configuration de Longley and Hynes [1990]) : comparaison entre mesures et modèles pour la différence entre les deux débits réduits (Cx/U égal à 0.52 à Cx/U égal à 0.46) . . . 123

6.6 Effet de la modification de la définition de B 133
6.7 Effet de la modification de la définition de B (complet) 141

7.1 Comparaison des sens d'écoulement (cas a), CBP) 150
7.2 Comparaison des sens d'écoulement (cas b), CHP) 151
7.3 Risque de pompage des différents compresseurs selon la localisation de la brèche 158

C.1 Seuil d'instabilités obtenu pour différents modèles 198

D.1 Exemples de capteurs et de déclencheurs 202
D.2 Effet du traitement de carter sur le seuil d'instabilités 205
D.3 Efficacité du contrôle 207

E.1 Différents modèles de corrélations pour les turbines 211

Table des figures

1 Représentation schématique d'un étage de compresseur (d'après Ottavy [2004]) . . . xxv
2 Calendrier des générations nucléaires . . . 1
3 Evolution schématique de la simulation numérique instationnaire des turbomachines dans un circuit fermé . . . 2
4 Evolution schématique de la simulation numérique instationnaire des instabilités dans un circuit comportant un compresseur multiétagé . . . 3

1.1 Schéma du circuit . . . 10
1.2 Cycle de Brayton . . . 10
1.3 Éléments combustibles des RCG-T . . . 16
1.4 Etat nominal d'un RCG-R . . . 19
1.5 Débit dans différents composants du système, en fonction du temps . . . 21
1.6 Inventaire en masse dans le circuit, en fonction du temps . . . 21
1.7 Puissance thermique transférée au fluide dans le coeur, en fonction du temps . . . 22
1.8 Profil thermique du fluide dans le coeur, en fonction du temps (sans arrêt forcé de la turbomachine) . . . 22
1.9 Profil thermique du fluide dans le coeur, en fonction du temps (avec arrêt forcé de la turbomachine) . . . 24
1.10 Profil thermique du fluide dans le coeur, en fonction du temps (cas RCG-R-a) . . . 24

2.1 Courbes caractéristiques de compresseur : en traint plein noir la courbe de taux de pression, en pointillés rouges les contours d'isorendement, en pointillés bleus la "limite de pompage" (d'après Kunhel et al. [1998]) 28
2.2 Décollement tournant et pompage, extrait de Greitzer [1980] . . . 29
2.3 Cas académique d'étude du pompage . . . 30
2.4 Réponse du système de compression pour B=0.65, extrait de Greitzer [1976a]. . . . 34
2.5 Réponse du système de compression pour B=1.00, extrait de Greitzer [1976a]. . . . 35
2.6 Cycles de pompage classique et profond pour B=1.58, extrait de Greitzer [1976a] . . . 35
2.7 Pompage profond, extrait de Day [1994] . . . 36
2.8 Propagation du décollement tournant dans une grille d'aubages, extrait de Emmons et al. [1955] . . . 40
2.9 Décollement progressif et brutal, extrait de Pampreen [1993] . . . 41
2.10 Ecoulement à travers un compresseur soumis au décollement, extrait de Pampreen [1993] . . . 42

3.1 Courbe caractéristique de compresseur . . . 47
3.2 Modèle de mélange dans le cas d'un écoulement inverse (extrait de Cornell [1954] cité dans Koff and Greitzer [1986]) . . . 58
3.3 Comparaison entre les modèles à débit négatif et les mesures publiées dans Gamache [1985] : troisième étage (gauche), et deuxième étage (droite) . . . 59
3.4 Comparaison entre les modèles à débit négatif et les mesures publiées dans Gamache [1985] : premier étage (gauche) et machine complète (droite) . . . 60

3.5 Comparaison entre les mesures et les résultats numériques multidimensionnels publiés dans Yocum and O'Brien [1992a],Yocum and O'Brien [1992b] pour les pertes (gauche) et la déviation (droite) 66
3.6 Comparaison entre le premier modèle de corrélations à bas débit positif et les mesures publiées dans Greitzer [1976a] 67
3.7 Comparaison entre le deuxième modèle de corrélations à bas débit positif et les mesures publiées dans Greitzer [1976a] 68
3.8 Comparaison des performances de la machine : données simulées et mesurées : taux de pression divisé par le taux de pression nominal (gauche) et rendement relatif (différence entre rendement et rendement nominal) (droite) 70

4.1 Pompage : évolution de la pression réduite (gauche) et des cycles (droite) pour différents taux d'ouverture de vanne, pour B = 1 80
4.2 Pompage : évolution en cycle pour deux taux d'ouverture de vanne, pour B = 1.58 81
4.3 Pseudo "décollement tournant" : évolution en cycle, avec un pas de temps élevé, pour B = .65 81
4.4 Pompage : évolution en cycle, avec un pas de temps élevé, pour B = 1.58 82
4.5 Pompage : évolution en cycle pour B = 1.58 82
4.6 Pompage : évolution en cycle pour B = 1 (gauche) et B=1.58 (droite) 83
4.7 "décollement tournant" : évolutions en cycle pour B = .3 83
4.8 Représentation du domaine considéré pour les bilans 85
4.9 Comparaison des résultats de CATHARE et de la méthode directe de Kroon et Tobiasz, pour deux régimes, pour le taux de détente (gauche) et le rendement isentropique (droite) 89

5.1 Pompage pour B = 0.5 : évolution du débit réduit (gauche) et de la pression réduite (droite) 93
5.2 Pompage pour B = 0.5 : visualisation en cycle (gauche) et spectre de la pression réduite (droite) 93
5.3 Pseudo "décollement tournant" pour B = 0.3 : évolution du débit réduit (gauche) et de la pression réduite (droite) 94
5.4 Pseudo "décollement tournant" : visualisation en "cycle" pour B = 0.3 94
5.5 Pompage pour B = 1 : évolution du débit réduit (gauche) et de la pression réduite (droite) 94
5.6 Pompage pour B = 1 : visualisation en cycle (gauche) et spectre de la pression réduite (droite) 95
5.7 Pompage pour B = 1.58 : évolution du débit réduit (gauche) et de la pression réduite (droite) 95
5.8 Pompage : visualisation en cycle pour B = 1.58 95
5.9 Pompage : visualisation en cycle à deux taux d'ouverture de vanne pour B = 1.58 96
5.10 Survenue d'instabilité de pompage: évolution du débit réduit, en fonction du pas de temps, pour un schéma numérique d'ordre 1 en temps 96
5.11 Survenue d'instabilité de pompage : évolution du débit réduit, en fonction du pas de temps, pour un schéma numérique d'ordre 2 en temps 97
5.12 Expression des fréquences en fonction du facteur B 98
5.13 Expression de la limite d'instabilité en fonction du facteur B 98
5.14 Pompage pour B = 4.5 : évolution du débit réduit (gauche) et de la pression réduite (droite) 99
5.15 Pompage : visualisation en cycle pour B = 4.5 99
5.16 Pompage : évolution du débit réduit pour différentes valeurs de B 100
5.17 Pompage : évolution du débit réduit, pour différentes valeurs du taux d'ouverture de la vanne 100
5.18 Fréquence de pompage profond obtenue en fonction du facteur B 101
5.19 Schéma simplifié du cycle de pompage profond 103
5.20 Exemples de fonctions g^+ et g^-, fonction de $\frac{S_{col}}{S}/(\frac{S_{col}}{S})*$ 106

5.21 Exemples de fonctions $h = T^+/T^-$, en fonction de $\frac{S_{col}}{S}/(\frac{S_{col}}{S})*$ . . . 107
5.22 Fréquence de pompage profond en fonction du volume du réservoir, d'après les points expérimentaux de Day [1994] . . . 110
5.23 Valeur de $\frac{\Delta P^-}{\rho U^2}_{max}$ en fonction du facteur B, d'après les points expérimentaux de Day [1994] . . . 111
5.24 Pompage : évolution du débit réduit, influence de l'ouverture de la vanne et de B . . . 112
5.25 Pompage : évolution du débit réduit, influences de l'ouverture de la vanne et de B . . . 112

6.1 Notations pour une machine axiale . . . 119
6.2 Taux de pression au point de fonctionnement en fonction de U . . . 137
6.3 Période de l'oscillateur en fonction de X(0-), à différentes valeurs de U . . . 137
6.4 Débit de survenue d'instabilités en fonction de U : comparaison entre les données expérimentales (croix) et le modèle avec les meilleurs constantes possibles . . . 139

7.1 Présentation du maillage et des différents volumes en jeu pour le RCG-R . . . 148
7.2 Schématisation du RCG-R et principaux niveaux des paramètres aux bornes des différents composants (pression, température, puissance) . . . 149
7.3 Représentation schématique du système et des sens d'écoulements lors du pompage profond . . . 152
7.4 Inventaire en hélium dans le circuit (kg), pour les cas a) et b), en fonction du temps (s) . . . 153
7.5 Vitesses à différents points du circuit (m/s), pour le cas b), en fonction du temps (s) . . . 153
7.6 Vitesse axiale adimensionnelle dans le compresseur HP, pour les cas a) et b), en fonction du temps (s) . . . 154
7.7 Taux de pression aux bornes du compresseur HP, pour le cas b), en fonction du temps (s) . . . 155
7.8 Pression à l'entrée du compresseur HP (bar), pour le cas b), en fonction du temps (s) . . . 155
7.9 Débit perdu à la brèche (kg/s), pour le cas b), en fonction du temps (s) . . . 156
7.10 Températures du fluide à différentes altitudes dans le coeur (C), pour les cas a) et b), en fonction du temps (s) 157
7.11 Températures du solide à différentes altitudes dans le coeur (C), pour les cas a) et b), en fonction du temps (s) 158
7.12 Inventaire en hélium dans le circuit (kg), pour le cas b), en fonction du temps (s) . . . 159
7.13 Débit perdu à la brèche (kg/s), pour le cas b), en fonction du temps (s) . . . 160
7.14 Pression à l'entrée du compresseur HP (bar), pour le cas b), en fonction du temps (s) . . . 160
7.15 Débit traversant le coeur (kg/s), pour le cas b), en fonction du temps (s) . . . 161
7.16 Inventaire en hélium dans le circuit (kg), pour le cas a), en fonction du temps (s) . . . 161
7.17 Débit traversant le coeur (kg/s), pour le cas a), en fonction du temps (s) . . . 162
7.18 Températures du fluide à différentes altitudes dans le coeur (C), pour le cas b), en fonction du temps (s) . . . 163
7.19 Températures du solide à différentes altitudes dans le coeur (C), pour le cas b), en fonction du temps (s) . . . 163
7.20 Puissance disponible sur l'arbre (W), pour le cas b), en fonction du temps (s) (zoom) . . . 164
7.21 Puissance disponible sur l'arbre (W), pour le cas b), en fonction du temps (s) . . . 164
7.22 Travail effectué par la turbine (J), pour le cas b), en fonction du temps (s) . . . 165
7.23 Chute de température aux bornes de la turbine (K), pour le cas b), en fonction du temps (s) . . . 165
7.24 Puissance disponible sur l'arbre (W), pour le cas a), en fonction du temps (s) . . . 166

C.1 Comparaison entre les modèles construits à partir des travaux d'Emmons (gauche) et ceux de de Day, Cumpsty et Greitzer (droite) et les mesures publiées dans Gamache [1985] et Eastland [1982] . . . 194
C.2 Comparaison entre le modèle construit à partir des travaux de Bloch et les mesures publiées dans Gamache [1985] et Eastland [1982] . . . 196
C.3 Comparaison entre les modèles locaux de décrochage tournant et les mesures publiées dans Greitzer [1976a] : premier modèle (gauche) et deuxième modèle (droite) . . . 196

C.4 Pompage : évolution du débit réduit, pour le modèle standard et différents modèles locaux de décollement tournant, pour B = .65 197
C.5 Pompage : évolution en cycle, avec le premier modèle local de décollement tournant, pour B = 1 (gauche) et B = 0.5 (droite) 197
C.6 Pompage pour B = .65 : évolution en cycle, avec le deuxième modèle local de décollement tournant, avec un taux d'ouverture de vanne élevé (gauche) et très élevé (droite) 198

D.1 Effet du contrôleur sur un système de compression en train de pomper, extrait de Williams and Huang [1988] 204
D.2 Schéma du système de compression ayant une paroi mobile dans le réservoir, extrait de Gysling et al. [1991] . 204
D.3 Comparaison de courbes caractéristiques entre un compresseur et le même compresseur ayant subi un traitement de carter 205
D.4 Contrôle actif : évolution du débit réduit, dans un cas sans contrôle actif et avec contrôle actif, pour B = 1 . . 206
D.5 Contrôle actif : évolution du débit réduit, pour B = 1, pour différentes valeurs du gain (gauche) et différentes valeurs de la bande passante (droite) 207
D.6 Contrôle actif : évolution du débit réduit, pour un contrôle avec injection d'air, pour B = 1 207
D.7 Contrôle structural : évolution du débit réduit pour B = 1 208

E.1 Comparaison des résultats du premier modèle et des données expérimentales de Fottner [1990] pour la machine ISUH_1 : taux de détente (gauche) et rendement (droite) 214
E.2 Comparaison des résultats du deuxième modèle et des données expérimentales de Zehner (Zehner [1980]) pour la machine globale de 7 étages : puissance (gauche) et taux de pression (droite) 215
E.3 Comparaison des résultats du premier modèle et des données expérimentales de Zehner (Zehner [1980]) : évolution de la température dans la machine de 7 étages : température adimensionnelle (gauche) et pression adimensionnelle (droite) pour différentes valeurs du débit (en pourcentage du débit nominal) 216
E.4 Comparaison des résultats du deuxième modèle et des données expérimentales de Zehner (Zehner [1980]) pour la machine de un étage : puissance (gauche) et taux de pression (droite) 217
E.5 Comparaison des résultats du premier et du deuxième modèle à débit inverse et des données expérimentales de Zehner (Zehner [1980]) pour la machine globale de 4 étages : puissance (gauche) et taux de pression (droite) 217

Liste des corrélations utilisées

Compresseur

Premier modèle à faible débit positif, décrit en page 49
Deuxième modèle à faible débit positif, décrit en page 51
Premier modèle local de décollement tournant, décrit en page 193
Deuxième modèle local de décollement tournant, décrit en page 194
Modèle pour des conditions stables hors nominales, décrit en page 60
Premier modèle à débit négatif, décrit en page 57
Deuxièmes modèles à débit négatif, décrits en page 57
Troisième modèle à débit négatif, décrit en page 57

Le tableau 3.1 en page 49 récapitule les différents modèles.

Turbine

Modèle hors nominal simple pour débit positif, décrit en page 211
Modèle de dissipation (débit positif), décrit en page 213
Premier modèle à débit négatif, décrit en page 213
Deuxième modèle à débit négatif, décrit en page 214

Le tableau E.1 en page 211 récapitule les différents modèles.

Liste des machines sur lesquelles ont été déployés les modèles

Compresseurs à air

Basse vitesse [1]

“Greitzer” est référencé en page 33
“Day” est référencé en page 36
“Gamache” est référencé en page 37
“Longley et Hynes” est référencé en page 120

Haute vitesse [2]

CREATE0 est référencé en page 64
VIPER est référencé en page 134

Turbines à air

ISUH_1 est référencée en page 210
“Bammert et Zehner” à un étage est référencée en page 211
“Bammert et Zehner” à quatre étages est référencée en page 211
“Bammert et Zehner” à sept étages est référencée en page 211

Machines à hélium à basse vitesse

Pour des raisons de confidentialité le dessin de ces machines n’est pas détaillé.

[1] Day (Day [1996]) en a donné la définition suivante : une machine basse vitesse est une machine pour laquelle les effets de compressibilité ne sont pas importants et pour laquelle la vitesse de rotation est normalement fixée.

[2] Day (Day [1996]) en a aussi donné une définition : il s’agit d’une machine pour laquelle les effets de compressibilité sont très importants et pour laquelle la vitesse de rotation n’est pas normalement fixée.

Notations

Avertissement

Dans toute le document, sauf exception mentionnée localement, les notations suivantes sont utilisées.

Grandeurs

On note les grandeurs suivantes :
c : la corde
$\underline{\underline{\tau_c}}$: le tenseur des contraintes visqueuses et turbulentes
C_x ou V_x : la vitesse axiale dans le compresseur
$\underline{F_{i,a}}$: la force d'inertie d'accélération angulaire
$\underline{F_{i,e}}$: la force d'inertie centrifuge
$\underline{F_{i,c}}$: la force d'inertie de Coriolis
g : le pas interaube
h_a : la hauteur de l'aube
h_s : l'enthalpie statique massique
h_T : l'enthalpie totale massique
h_{TR} : l'enthalpie totale relative massique
j : le jeu
L_{inter} : distance inter-grille
m : le débit massique
$\underline{n}$: la normale sortante d'une surface
o : le col géométrique
$\Delta P = P_2 - P_1$: la différence de pression aux bornes du compresseur ("pressure rise")
$\frac{P_2}{P_1}$: le rapport de pression aux bornes du compresseur ("pressure ratio")
P_a : la pression atmosphérique
P_s : la pression statique
P_T : la pression totale (pour un volume les grandeurs statiques et totales sont égales, il n'y a pas lieu de les différencier)
r : le rayon ou la constante des gaz parfaits
T_s : la température statique
T_T : la température totale
$\underline{U}$: la vitesse d'entraînement
$\underline{V}$: la vitesse absolue
$\underline{W}$: la vitesse relative
$\underline{\Omega}$: la vitesse angulaire, donc : $\underline{U} = r\underline{\Omega}$
Z : la puissance

Γ_X : la corde axiale

γ : le rapport des chaleurs massiques

η : le rendement

λ : angle de calage

ρ : la masse volumique

ρ_s : la masse volumique statique

σ : la solidité

τ : le temps de retard

Φ : le coefficient de débit ($\frac{V_X}{U}$), appelé parfois vitesse axiale adimensionnelle ou débit réduit (“flow coefficient”)

Π : le taux de compression

Ψ : le coefficient de pression ($\frac{\triangle P}{\frac{1}{2}\rho U^2}$), appelé parfois “coefficient de pression” adimensionnel (“pressure coefficient”) ou pression réduite. Dans certaines publications, Day omet le facteur $\frac{1}{2}$. Ceci est mentionné dans le texte.

ω : le facteur de pertes d’énergie cinétique

^{corr} : une grandeur donnée par une corrélation

* : une grandeur de référence

$^+$: une grandeur de la partie du cycle de pompage à débit positif

$^-$: une grandeur de la partie du cycle de pompage à débit négatif

$_1$: une grandeur affectée à l’entrée

$_2$: une grandeur affectée à la sortie

$_{Alt}$: une grandeur de l’alternateur

$_{CBP}$: une grandeur du compresseur basse pression

$_{Coeur}$: une grandeur du coeur nucléaire

$_{CHP}$: une grandeur du compresseur haute pression

$_{breche}$: une grandeur à la brèche

$_{elec}$: une grandeur électrique

$_f$: une grandeur de frottement

$_{is}$: une grandeur isentropique

$_{moyen}$: une grandeur moyenne

$_{min}$: une grandeur minimale

$_{max}$: une grandeur maximale

$_{pCC}$: une grandeur au pic de la courbe caractéristique (Φ, Ψ)

$_{Turb}$: une grandeur de la turbine

La projection de tout vecteur $\underline{f}$ sur un axe Y est notée f_Y.

Référentiels

Dans le cas du référentiel mobile, on remplace les vitesses absolues $\underline{V}$ par les vitesses relatives $\underline{W}$. L’angle entre la vitesse et l’axe X est noté α pour la vitesse absolue et β pour la vitesse relative (voir la figure 1).

Acronymes utilisés

AGR : Advances Gas Cooled Reactor (Réacteur à gaz avancé)

AVR* : Arbeitsgemeinschaft VersuchsReaktor (Réacteur de recherche)

CBP : Compresseur Basse Pression

CFD : Computationnal Fluid Dynamics (Dynamique des Fluides Numérique)

CHP : Compresseur Haute Pression

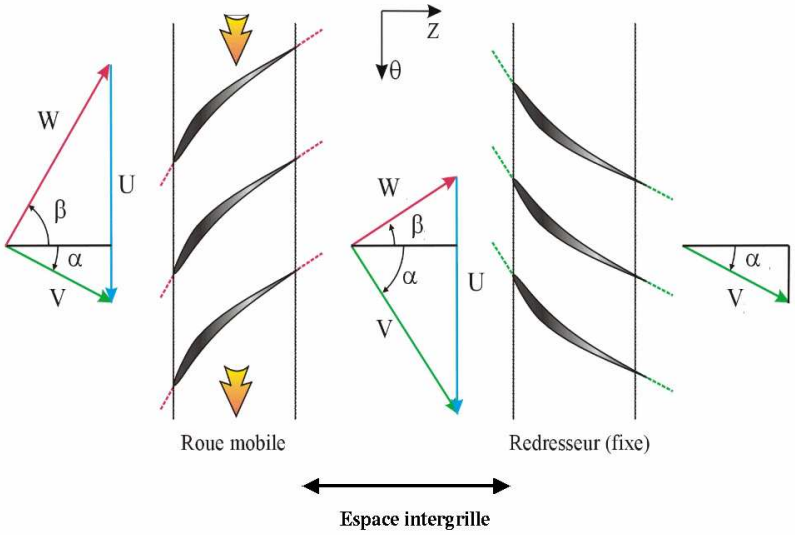

FIG. 1 – Représentation schématique d'un étage de compresseur (d'après Ottavy [2004])

DOE : Department of Energy (Ministère américain de l'énergie)

EPR : Evacuation de la puissance résiduelle [3]

EVO* : Energie Versorgung Oberhausen (Compagnie allemande qui fournit de l'énergie à la ville d'Oberhausen)

GA* : General Atomics (Compagnie américaine de génie nucléaire)

GBR* : Gas Breeder Reactor (Réacteur surgénérateur à gaz)

GCFR* : Gas Cooled Fast Reactor (Réacteur à gaz rapide)

GE* : General Electric (Compagnie américaine multiservices)

GTHTR* : Gas Turbine High Temperature Reactor (Reacteur à haute température avec une turbine à gaz)

GT-MHR* : Gas Turbine Modular Helium Reactor (Reacteur à hélium modulaire avec une turbine à gaz)

GV : Générateur de vapeur

HBA* : Helium Breeder Associates (Association américaine d'étude des surgénérateurs à hélium)

HHT* : Helium HochTemperatur Reaktor (Réacteur à hélium à haute température)

HHV* : Helium Hochtemperatur Verdichter (Compresseur à hélium à haute température)

HTGR : High Temperature Gas Reactor (Réacteur à haute température à gaz)

HTGR-GT* : High Temperature Gas Reactor Gas Turbine (Réacteur à haute température à gaz avec une turbine à gaz)

HTR : High Temperature Reactor (Réacteur à haute température)

HTTR* : High Temperature Test Reactor (Réacteur d'essai à haute température)

IN : Inconel

INEEL* : Idaho National Engineering and Environmental Laboratory (Laboratoire national d'ingéniérie et d'environnement de l'Idaho)

MIT : Massachussets Institute of Technology (Institut de Technologie du Massachussets)

NEA : Nuclear European Agency (Agence nucléaire européenne)

NRG* : Nuclear Research and consultancy Group (Groupe de recherche et d'étude nucléaires)

OCDE : Organisation de Coopération et de Développement Economiques

PCS : Power Conversion System (Système de conversion d'énergie)

PBMR* : Pebble Bed Modular Reactor (Réacteur modulaire à boulets)

[3] excepté sur la Figure 2 de l'introduction : European Pressurized Reactor (réacteur européen à eau pressurisée)

RCCS* : Reactor Cavity Cooling System (Système de refroidissement de la cavité du réacteur)
RCG : Réacteur à caloporteur gazeux
RCG-T : Réacteur à caloporteur gazeux à spectre neutronique thermique
RCG-R : Réacteur à caloporteur gazeux à spectre neutronique rapide
REP : Réacteur à Eau Pressurisée
TAG : Turbine à gaz
THTR* : Thorium Hoch Temperatur Reaktor (Réacteur au thorium à haute température)
TIT : Tokyo Institute of Technology (Institut de Technologie de Tokyo)
TM : Turbomachine
UNGG : réacteur à Uranium Naturel au Graphite et au Gaz
VHTR : Very High Temperature Reactor (Réacteur à très haute température)

0D : modélisation zéro-dimensionnelle c'est à dire avec un modèle ponctuel
multi-D : modélisation multidimensionnelle

* : marque déposée

Correspondance anglais-français

Une partie significative de la bbiliographie est écrite en langue anglaise. Certaines illustrations issues de celle-ci sont reprises dans le texte. Nous donnons ici la correspondance avec les termes français utilisés.

(axial) chord : corde (axiale)
bandwidth : bande passante
break : brèche
compressor cgaracteristic : courbe caractéristique du compresseur
cold duct : tuyau d'entrée (froide) de la chaudière (branche froide)
compressor : compresseur
core : coeur
corrected mass flow : débit massique, ramené aux conditions de référence
exit duct : tuyau de sortie
flow coefficient : vitesse axiale adimensionnelle ou débit réduit
flow deflection : déviation
frequency : fréquence
fuel element : élément combustible
generator : alternateur
height : hauteur de l'aube
hot duct : tuyau de sortie (chaude) de la chaudière (branche chaude)
inlet : entrée
instability inception : apparition des instabilités
intercooler : refroidisseur intermédiaire
isentropic efficicency : rendement isentropique
mass : masse
mass flowrate : débit massique
nominal (flow, regime) : (condition ou régime) nominal

outlet : sortie

overshoot : surpression

pebble fuel element : boulet de combustible

period : période

power : puissance

precooler : refroidisseur amont

pressure (rise) coefficient : le coefficient de pression, appelé parfois “coefficient de pression” adimensionnel ou pression réduite

pressure ratio : taux de pression

prismatic fuel element : combustible prismatique

reactor trip : arrêt d’urgence

recuperator (hot or cold side) : échangeur récupérateur (côté chaud ou froid)

revs. : nombre de tours de la machine

row-row axial spacing : espace intergrille

solidity : compacité

(rotating) stall : décollement (tournant)

static : statique

stagger angle : angle de calage

stall cell : cellules de décollement

surge : pompage

throttle : vanne

total pressure loss coefficient : coefficient de perte (de pression totale)

work : travail

working point : point de fonctionnement

Introduction

Contexte des systèmes nucléaires du futur

Dans le cadre du développement des systèmes nucléaires du futur, un groupe de réflexion international " Generation IV " a été réuni afin de sélectionner différents concepts innovants, répondant à un cahier des charges ambitieux en termes économique, environnemental et de sûreté. Cette quatrième génération prendrait le relais de la Generation III, qui n'en est qu'à ses débuts d'industrialisation.

Pour plus de clarté, les différentes générations de réacteurs nucléaires déployées, en cours de déploiement ou éventuellement déployables sont illustrées sur la Figure 2, sur l'exemple français. Les réacteurs nucléaires du parc français actuel sont des Réacteurs à Eau Pressurisée (REP) dont le principe de production d'énergie électrique est le suivant : l'eau sous pression d'un circuit, dit primaire, ralentit les neutrons émis par la réaction nucléaire en chaîne et récupère la chaleur produite par la fission nucléaire des noyaux d'uranium ou de plutonium fissile. Cette chaleur est transmise à un circuit secondaire via un générateur de vapeur afin de vaporiser l'eau sous pression qui entraîne une turbine couplée à un alternateur afin de produire de l'électricité. Ces réacteurs pourraient être remplacés par des réacteurs à eau pressurisée de troisième génération, version évolutive des REP fonctionnant de la même manière, mais avec des améliorations, notamment au niveau du rendement, du coût de l'énergie produite, et de la sûreté.

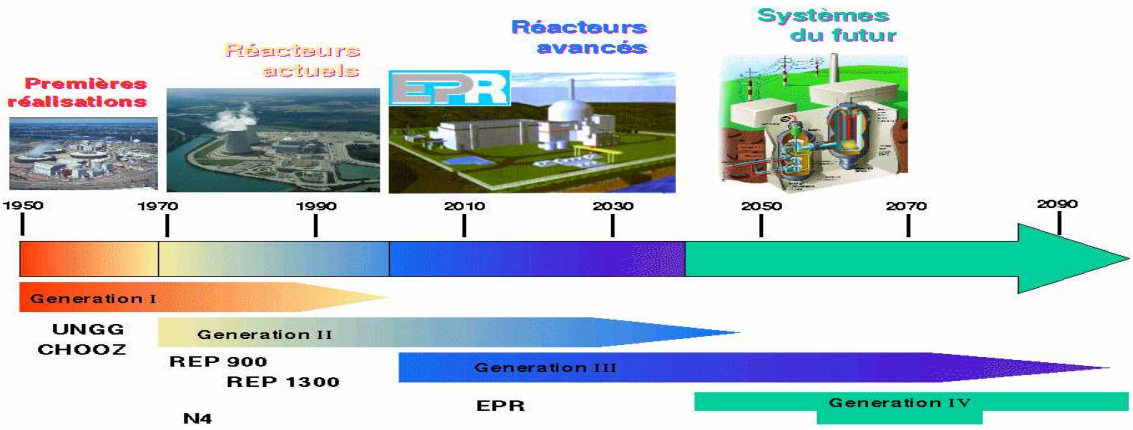

FIG. 2 – Calendrier des générations nucléaires

Les réacteurs nucléaires de 4ème génération - la génération suivante - ont comme objectifs de produire moins de déchets et être encore plus sûrs que les réacteurs actuels, plus économes en combustible et non proliférants, c'est-à-dire qu'ils ne produiront pas de matière facilement utilisable à des fins militaires. La communauté scientifique réfléchit à plusieurs types de réacteurs pouvant satisfaire ces critères. Ses efforts de recherche portent notamment sur les Réacteurs à Caloporteur Gaz

(RCG) qui présentent de nombreux atouts. Deux types de RCG, issus de la filière des réacteurs à haute température (HTR), retiennent l'attention : les systèmes à neutrons rapides (RCG-R) qui présentent des avantages économiques et environnementaux décisifs ; les systèmes à neutrons thermiques (RCG-T) qui présentent de grandes qualités de sûreté. Parmi les différents projets, l'option " cycle direct " est une des plus attractives, notamment du point de vue du rendement électrique : la chaleur produite par la fission nucléaire est transmise à un gaz (l'hélium), qui subit une détente, dans une turbine située directement à la sortie du coeur nucléaire. La turbine entraîne un alternateur, qui produit de l'électricité, et un compresseur, qui impose un débit de gaz dans le circuit. Cependant cette option de cycle direct implique un fort couplage entre le coeur nucléaire et la turbomachine : tout événement affectant la turbomachine va avoir des conséquences directes sur le coeur nucléaire, ce qui constitue un certain désavantage pour le cycle direct. C'est en particulier le cas des instabilités et du pompage. Mais ce fort couplage peut aussi être avantageux : la turbomachine peut avoir un rôle significatif dans l'évacuation de la chaleur résiduelle du réacteur nucléaire, dans le cas d'une hypothétique rupture de tuyauterie dans le circuit (" accident de brèche "), et en particulier pour le RCG-Rapide, pour lequel ce problème est crucial. Cette idée nouvelle de profiter de la contribution de la turbomachine au maintien d'une convection forcée, dans le cas de la brèche, a en fait constitué la motivation initiale du présent travail : en effet le caractère " passif " de cette stratégie d'utilisation de la turbomachine, visant à utiliser la chaleur produite par le coeur pour fournir naturellement un débit permettant de refroidir celui-ci, correspond aux exigences des réacteurs nucléaires des futures générations. A notre connaissance, les autres options de sûreté passives ont toutes échoué.

Les évaluations des performances de l'option cycle direct en terme de sûreté nécessitent de développer une expertise sur le comportement des turbomachines (et notamment des compresseurs) à bas débit et de pouvoir inscrire ce comportement dans son environnement : le reste du circuit, et en particulier le coeur nucléaire. La voie choisie est celle de la simulation numérique, car elle donne facilement accès à différentes configurations (possibilité de modifier les géométries des machines, les composants du circuit, voire les fluides) ; cette souplesse paramétrique est particulièrement adaptée au stade actuel de " pré-projet ". La Figure 3 présente l'évolution historique schématique de la simulation numérique instationnaire des turbomachines dans un circuit fermé, en général celui d'un réacteur nucléaire. On passe d'une description filaire (c'est à dire monodimensionnelle, dans laquelle les termes d'accumulation sont souvent négligés) comportant des termes sources d'énergie pour le coeur et les échangeurs et une modélisation TM 0D (c'est à dire que la turbomachine est décrite avec un modèle ponctuel) à des représentations de plus en plus élaborées du point de vue de la physique (modélisation multi-D : des parties du réacteur sont décrites de façon multidimensionnelle).

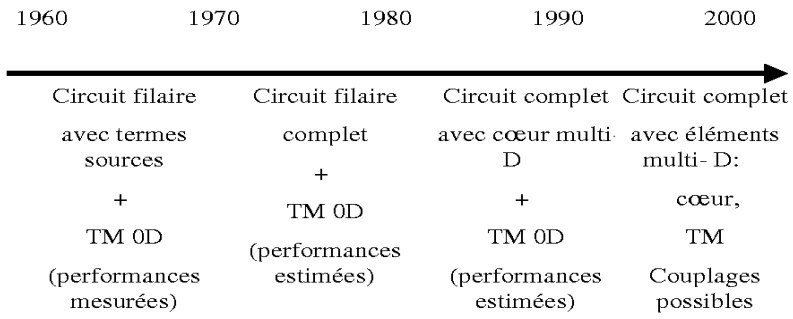

FIG. 3 – Evolution schématique de la simulation numérique instationnaire des turbomachines dans un circuit fermé

On peut la mettre en parallèle de la progression de la simulation instationnaire des instabilités dans un circuit comportant

un compresseur multiétagé (Figure 4).

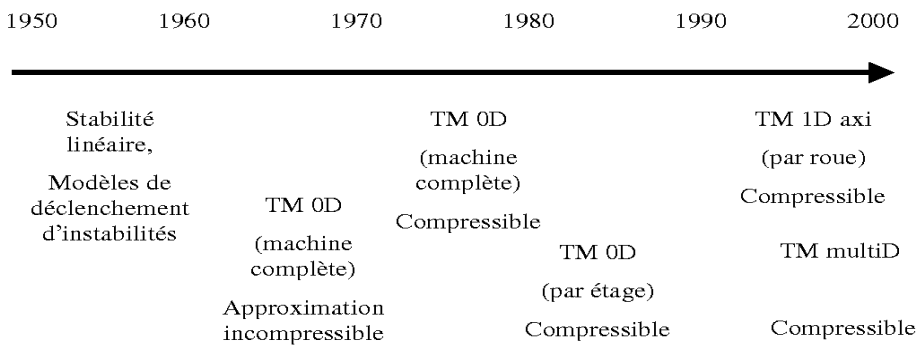

FIG. 4 – Evolution schématique de la simulation numérique instationnaire des instabilités dans un circuit comportant un compresseur multiétagé

Le développement de modélisation ponctuelle a apporté des éléments quantitatifs décisifs quant à la prédiction de la survenue des instabilités et surtout de leur développement. Cette modélisation a connu différents degrés de complexification, et est toujours utilisée aujourd'hui, du fait de sa facilité de mise en oeuvre. Mais la tendance actuelle de la simulation numérique est celle du développement de modèles plus précis que les modèles ponctuels ou filaires ; des aspects multidimensionnels sont introduits.

Objet de la thèse

L'objet principal du présent travail est la compréhension des mécanismes d'instabilités axiales rencontrées en turbomachine à l'aide de modélisations physiques et numériques. Ces modélisations associent des aspects locaux relativement précis au niveau des turbomachines mais aussi prennent en compte la totalité des composants du circuit. S'il est prévisible que la CFD sera amenée à prendre le relais de ce type de méthodes, la modélisation tridimensionnelle de longs transitoires pour des machines industrielles est, à l'heure actuelle, hors de portée.

Le but de la thèse est toutefois plus large que le développement d'un code de calcul 1D axisymétrique instationnaire pour l'analyse des performances de compresseurs. En fait la thèse recouvre non seulement cet aspect de développement de modèles (réflexions sur la physique, codage, validation, évaluation,...) mais aussi leur mises en oeuvre sur des cas d' instabilités axiales pour en approfondir les mécanismes. Ce travail est donc centré sur la description et la compréhension de ces phénomènes physiques, même si cela a nécessité un important travail de développement d'un outil numérique.

Contexte et cadre de la thèse

L'objectif de ce travail est donc d'apporter des éléments qualitatifs et quantitatifs relatifs à la survenue et au développement des instabilités dans les turbomachines axiales (en particulier le pompage). L'application visée est le circuit d'un réacteur nucléaire à cycle direct. Le moyen utilisé pour fournir ces éléments (risque d'apparition des instabilités, description de la dynamique de développement de ces instabilités) sera le développement d'une modélisation numérique instationnaire satisfaisant aux exigences suivantes :

– capacité de décrire des transitoires longs (pompage, ou transitoires de réacteurs),

– précision supérieure ou égale à celle d'un modèle 0D, basé sur les courbes caractéristiques (afin de pouvoir valider ou invalider cette approche traditionnelle),
– capacité de décrire un écoulement de turbomachines comportant un grand nombre d'étages (cas des machines industrielles étudiées),
– possibilité d'intégrer l'ensemble d'un circuit.

Les simulations réalisées avec l'outil ainsi construit permettront de bâtir une théorie simplifiée, qui sera, elle aussi, capable de fournir des estimations du risque d'apparition des instabilités et de leur comportement dynamique. L'élaboration d'une telle théorie élémentaire permettra d'éclaircir et de hiérarchiser les phénomènes physiques en jeu. Enfin les simulations numériques et la théorie élémentaire seront appliquées à notre cas d'étude (réacteur nucléaire à hélium).

L'outil utilisé est le code CATHARE [4] . Il s'agit d'un code de calcul thermo-hydraulique diphasique instationnaire 1D à sept équations [5] qui comporte aussi des modules : volume 0D, vanne, échangeur de chaleur, calcul neutronique, coeur 3D, etc. Ce code industriel et de recherche, développé conjointement par le CEA, l'IRSN, EDF, AREVA, de grande envergure, a pour objectif le calcul de situations accidentelles dans les réacteurs à eau. En 2002, un module turbocompresseur 0D y a été développé (Tauveron et al. [2002]) et des premiers transitoires de dépressurisation ont été simulés (Tauveron et al. [2003]). La possibilité entrouverte par les premiers résultats obtenus pouvait laisser présager un rôle significatif de la turbomachine dans la problématique de l'évacuation de la puissance résiduelle, ce qui paraissait tout à fait novateur et inespéré. Mais certains points dans les calculs étaient situés près de la marge au pompage. Les questions relatives à la validité des résultats obtenus et au risque d'instabilités dans le système sont apparues. C'est pourquoi l'objet de la thèse est bien de comprendre la physique d'apparition des instabilités et de la modéliser. Pour comprendre cette physique différents outils seront utilisés ou développés :

- CATHARE standard avec le module turbocompresseur 0D (appelé 0D dans la suite), parcequ'il s'agit de la modélisation la plus courante,

- CATHARE avec module de turbomachine 1D axisymétrique (appelé 1D axisymétrique dans la suite)[6] : CATHARE avec un nouveau module entier 1D axisymétrique pour une turbomachine. C'est l'essentiel de ce travail de thèse en volume, mais cela ne reste qu'un outil. Pour développer un tel module instationnaire, des corrélations stationnaires relativement simples seront établies, adaptées et validées. Quelques pistes pour les améliorer seront indiquées. Après la phase de construction du modèle instationnaire, viendra celle de la validation. Le modèle sera testé sur une configuration académique : le système de compression (configuration de Greitzer).

A la lumière de ces résultats, un modèle analytique sera également construit : on pourra le considérer comme une extension, une généralisation du modèle de Greitzer. L'élaboration de ce modèle analytique permettra de mieux comprendre la physique du pompage. Ce modèle sera aussi validé, mais sur d'autres configurations. Sa base de validation, indépendante du modèle 1D axisymétrique permettra d'en faire un élément de validation supplémentaire pour le modèle 1D axisymétrique.

Les deux modèles orginaux développés dans la thèse (le modèle analytique et le modèle 1D axisymétrique) feront l'objet de deux types d'application :

- première application : le couplage local-système. Par son échelle (celle de la roue), le modèle 1D axisymétrique validé permettra d'identifier la première roue instable et souligne certains aspects de l'interaction entre les échelles locales et système, qui sont la base de la compréhension de ces mécanismes d'instabilité. Le modèle analytique sera étendu.

- deuxième application : le réacteur à gaz rapide. Avec le modèle 1D axisymétrique deux transitoires assez longs seront simulés. Le modèle analytique généralisé sera également déployé sur ces configurations.

[4]Code Avancé de Thermohydraulique Accidentelle pour les Réacteurs à Eau

[5](bilans de masse liquide, masse vapeur d'eau, masse incondensable, quantité de mouvement axiale liquide, quantité de mouvement axiale gaz, Enthalpie liquide et enthalpie gaz)

[6](bilans de masse, quantité de mouvement axiale, quantité de mouvement circonférentielle, enthalpie totale) et prise en compte des référentiels

Plan du manuscrit

Le présent document est ainsi organisé de la façon suivante :

Le premier chapitre va situer le contexte général de l'intérêt de la présente étude, en précisant les enjeux des réacteurs nucléaires à caloporteur gazeux et le rôle de la turbomachine dans ces systèmes. La spécificité de la turbomachine à hélium sera également abordée. Une fois le contexte posé, la problématique de notre contribution sera recentrée sur le fonctionnement du réacteur à bas débit et, donc, sur l'apparition et le développement d'instabilités dues au cycle direct (rôle du compresseur). Le deuxième chapitre sera naturellement consacré à une étude bibliographique sur les phénomènes d'instabilités dans les compresseurs : les phénomènes seront décrits d'après les observations expérimentales. Un certain nombre de conclusions en seront tirées quant au développement d'une modélisation numérique instationnaire capable de fournir des estimations du risque d'apparition des instabilités et de leur comportement dynamique. En particulier, il sera établi qu'une étape nécessaire dans notre démarche consiste à disposer d'un modèle capable de décrire les régimes stationnaires suivants : régime à bas débit positif, régime à débit négatif. Le troisième chapitre aura donc pour objet la construction et la validation d'un modèle stationnaire pour ces différents régimes. Le quatrième chapitre sera alors dédié à l'élaboration du modèle de turbomachine permettant de décrire des fonctionnements transitoires. Le cinquième chapitre comprendra des éléments de validation du modèle instationnaire, en comparaison de résultats expérimentaux. L'exploitation des résultats numériques permettra de bâtir une théorie élémentaire du pompage, basée sur celle de Greitzer et fiable parce qu'elle comprend l'essentiel de la physique en jeu dans ces phénomènes. Le sixième chapitre sera constitué par une première application des modèles élaborés : la généralisation de la théorie simplifiée, qui permettra de prendre en compte des phénomènes négligés dans la bibliographie : effets locaux, sources diverses d'instationnarités, compressibilité, complexité d'un circuit. Une fois la validation du modèle instationnaire effectuée et la généralisation de la théorie élémentaire mieux appréhendée, le septième chapitre comprendra l'application finale à la dépressurisation d'un réacteur nucléaire à hélium. On discutera d'abord de la survenue du pompage lors de ce transitoire, puis des premières conséquences du pompage sur le reste du circuit. Enfin le comportement à long terme sera abordé et fournira l'occasion de tester une stratégie d'évacuation de la puissance résiduelle ne faisant appel qu'à la turbomachine du circuit primaire.

Contribution personnelle

Ce travail s'appuie sur une activité de recherche complémentaire entre les équipes du CEA et de l'ECL. C'est donc un travail personnel mais qui s'inscrit dans la continuité de ces équipes. A ce propos, je pourrais noter les contributions suivantes :

- Chapitre 1 : les calculs 0D ont été effectués avec des collègues du CEA, comme ceci est attesté par la présence des co-auteurs de la publication Tauveron et al. [2005c] .
- Chapitre 1 : quelques éléments de la bibliographie sur la centrale thermique "Oberhausen II" ont été empruntés à un travail commun avec F. Bentivoglio du CEA (Bentivoglio and Tauveron [2004]).
- Chapitre 2 et annexe D : quelques éléments de la bibliographie sur le décollement tournant et le contrôle ont été empruntés à un travail commun avec M. Saez et Y. Piet du CEA (Saez et al. [2004]).
- Chapitre 3 : les simulations Turb'Opty ont été réalisées par un stagiaire de Fluorem (C. Kunkelmann) et extraites de son rapport (Kunkelmann [2005]), que j'ai coencadré avec des personnes de Fluorem.
- Chapitre 4 : j'ai comparé les résultats du solveur de CATHARE à un autre développé au CEA (Geffraye et al. [2005]).
- Chapitre 7 : j'ai utilisé la base du jeu de données réacteur du chapitre 1 pour mener les calculs.

Chapitre 1

Contexte d'étude des turbomachines à hélium dans leur environnement nucléaire

Sommaire

1.1 Introduction 8

1.2 Bibliographie sur les turbomachines à hélium et leur environnement (les réacteurs nucléaires à gaz) . . 8

1.2.1 Les différents types de réacteurs à gaz (RCG) 8

1.2.2 Eléments de contexte sur le cycle direct de conversion d'énergie des réacteurs à gaz 8

1.2.2.1 Généralités. Présentation du cycle de Brayton 8

1.2.2.2 Généralités sur les cycles à hélium 10

1.2.2.3 Historique des cycles à hélium 13

1.2.2.4 Les grands projets actuels 14

1.2.2.5 Perspectives 14

1.2.3 Eléments de contexte sur les réacteurs à gaz à neutrons thermiques (RCG-T) 15

1.2.3.1 Généralités 15

1.2.3.2 Historique de cette filière 16

1.2.3.3 Installations expérimentales actuellement en service et grands projets actuels 17

1.2.3.4 Réacteur à neutron thermique (RCG-T) étudié 17

1.2.4 Eléments de contexte sur les réacteurs à gaz à neutrons rapides (RCG-R) 17

1.2.4.1 Généralités 17

1.2.4.2 Historique 17

1.2.4.3 Projets actuels 18

1.2.4.4 Réacteur rapide (RCG-R) étudié : différences avec le RCG-T 18

1.3 Résultats des premières simulations de réacteurs nucléaires à cycle direct 18

1.3.1 Bibliographie sur la modélisation de réacteurs nucléaires à cycle direct 18

1.3.2 Dépressurisation d'un réacteur à gaz thermique 20

1.3.2.1 Introduction 20

1.3.2.2 Description et résultats du transitoire de brèche sans arrêt forcé de la turbomachine 20

1.3.2.3 Analyse du comportement de la turbomachine 20

1.3.2.4 Contribution de la turbomachine au refroidissement du coeur 21

1.3.3 Dépressurisation dans un réacteur à gaz rapide 23

1.3.3.1 Présence d'un échangeur de sauvegarde en partie haute de la cuve coeur 23

1.3.3.2 Transitoire de brèche en branche froide sans arrêt forcé de la turbomachine, avec échangeur de sauvegarde actif (cas RCG-R-a) 23
1.3.3.3 Transitoire de brèche en branche froide avec arrêt forcé de la turbomachine, mais avec échangeur de sauvegarde actif (cas RCG-R-b) 23
1.4 Conclusion 23

1.1 Introduction

Ce chapitre a pour objectifs de présenter d'abord le contexte d'étude des turbomachines à hélium, dans leur environnement de réacteurs nucléaires refroidis au gaz. On se concentrera essentiellement sur les aspects particuliers des machines à hélium. Le contexte des réacteurs nucléaires refroidis au gaz sera rapidement replacé dans une perspective historique double : l'héritage du passé, incluant une bibliographie sur les travaux antérieurs consacrés aux réacteurs à gaz et les projets en devenir. Après ces généralités, la problématique du fonctionnement à bas débit sera posée : il s'agit d'étudier le fonctionnement du réacteur dans le cas d'un accident de référence, celui d'une rupture de tuyauterie entraînant une brèche de grosse taille dans le circuit du réacteur.

1.2 Bibliographie sur les turbomachines à hélium et leur environnement (les réacteurs nucléaires à gaz)

1.2.1 Les différents types de réacteurs à gaz (RCG)

Les RCG se subdivisent en différents concepts (Carré et al. [2001]). Une première subdivision concerne la partie nucléaire :

* réacteurs à spectre thermique (RCG-T) comprenant les réacteurs à gaz à haute température (HTGR) ; les réacteurs à très haute température (VHTR), qui présentent une température de 950 à 1000 ˚C en sortie de coeur sont aussi de ce type : Le spectre d'énergie des neutrons est " thermalisé ", c'est à dire très ralenti par les collisions avec les noyaux du modérateur. L'intérêt est de pouvoir profiter de sections efficaces élevées dans le domaine thermique pour l'uranium ou le plutonium fissile.

* réacteurs à spectre rapide (RCG-R) : le spectre d'énergie des neutrons est volontairement non ralenti (absence de modérateur) afin de profiter des hautes énergies des neutrons pour pouvoir interagir avec des noyaux fissiles ou non (transuraniens). Ils présentent aussi une température de 850 ˚C en sortie de coeur.

Une seconde dichotomie concerne la conversion d'énergie. Plusieurs types de cycles sont envisagés :

* le cycle direct ;

* différents types de cycles indirects à gaz, à eau (hélium/azote au secondaire, puis un tertiaire en eau, cycle à dioxyde de carbone supercritique) (Petit et al. [2005], Wang and Gu [2005]).

Dans la suite de ce travail seul le cycle direct sera abordé, en comparaison au cycle de Rankine.

1.2.2 Eléments de contexte sur le cycle direct de conversion d'énergie des réacteurs à gaz

1.2.2.1 Généralités. Présentation du cycle de Brayton

Dans la quête d'une amélioration du rendement électrique d'une centrale, des études ont porté sur une modification du cycle thermodynamique, par rapport au cycle à vapeur. Le cycle de Brayton direct offre un grand avantage car il permet de gagner plus de 15 points sur le rendement global de l'installation au cycle indirect utilisé dans les réacteurs à eau pressurisée (cycle de Rankine). Le Tableau 1.1 permet d'illustrer ces faits.

Pour des raisons liées à la sûreté nucléaire, l'ensemble du cycle primaire fonctionne en circuit fermé. L'hélium étant incondensable, ce cycle est monophasique, contrairement au cycle de Rankine. La Figure 1.1 représente un diagramme des

différents éléments tandis que la Figure 1.2 décrit le cycle dans un diagramme T-S. Par souci de simplification, ces deux figures présentent des cycles dans lesquels les pertes de charge cinétiques sont négligées : les seules variations d'entropie sont liées à des échanges de chaleur avec des sources externes d'énergie. Il se produit dans le coeur une réaction de fission qui réchauffe l'hélium (y-1). En sortie de coeur, l'hélium subit une détente quasi-isentropique dans la turbine qui fait chuter sa température (1-2). Cette turbine entraîne un alternateur qui fournit le courant électrique au réseau. L'hélium traverse ensuite la branche chaude du récupérateur (2-x) et un premier échangeur (x-3) appelé refroidisseur amont, qui font encore baisser sa température. Il entre ensuite dans le compresseur basse pression où il subit une compression quasi-isentropique qui fait remonter sa température (3-3'). On le refroidit de nouveau avec un deuxième échangeur (3'-3"), appelé refroidisseur intermédiaire, avant d'entrer dans le compresseur haute pression pour une deuxième compression quasi-isentropique (3"-4). On traverse enfin la branche froide du récupérateur qui permet le réchauffement du gaz (4-y) avant de rentrer dans le coeur. Si l'on néglige les pertes de charge, on peut considérer que les échanges de chaleurs (2-3, 3'-3" et 4-1) se font à pression constante. On met ainsi en évidence trois zones de pression distinctes dans le cycle de Brayton. La présence du récupérateur permet d'augmenter la température d'entrée de la source chaude et donc d'augmenter le rendement. Pour améliorer l'efficacité de la compression (en faisant rapprocher la transformation d'un processus isotherme), la température à l'entrée des compresseurs est abaissée à l'aide des échangeurs intermédiaires, reliés à la source froide. Signalons la présence d'une ligne de bypass entre la sortie du compresseur haute pression et l'entrée de la turbine, dont le rôle est de modérer la vitesse de l'arbre : en régime nominal cette ligne est fermée, par contre lors d'une perte de réseau électrique, le couple résistant fourni par l'alternateur étant perdu, l'arbre accélérant rapidement, la ligne est ouverte et permet alors de sousalimenter la turbine et de suralimenter les compresseurs, fournissant ainsi un couple moteur moindre et un couple résistant plus élevé.

TAB. 1.1 – Effet de la température sur le rendement (cycle de Rankine I cycle de Brayton), repris de Melese and Katz [1984]

Température à l'entrée de la turbine (˚C)	Rendement du cycle de Rankine (%)	Rendement du cycle de Brayton (%)
280	33 (Cas d'un REP)	-
550	38 (Cas d'un RCG au circuit primaire)	30
650	40 (Cas théorique)	40
750	-	43
850	-	47.5 (Cas du GT-MHR)
1000	-	53 (Cas d'un VHTR)

L'utilisation, dans un réacteur, d'un caloporteur gazeux en cycle fermé présente d'autres avantages génériques que les arguments économiques :

* Lors des régimes de charge partiels, on peut adapter les pressions du circuit sans modifier les température de fonctionnement, en jouant sur la densité et la masse d'hélium dans le circuit (par un système de stockage - déstockage dans des volumes externes). Ceci permet de pouvoir fonctionner avec souplesse et simplicité à différents niveaux de puissance et sans affecter les valeurs des températures dans le cycle, et donc de conserver approximativement le même rendement. Ces avantages sont significatifs par rapport aux REP.

* Une absence de changement de phase, donc, pas de variation brutale de réactivité ou des conditions d'échange thermique.

Ces qualités ont été à l'origine du développement d'une filière de centrales thermiques à flamme, à air, à cycle fermé, en Suisse et surtout en Allemagne (Deuster [1978]) : Oberhausen I, Coburg, ...

Le fluide caloporteur gazeux peut être le dioxyde de carbone ou l'hélium. Dans la suite de ce travail on se concentrera essentiellement sur l'utilisation de l'hélium comme fluide caloporteur.

Nous soulignons alors les qualités propres de l'hélium :

* un coefficient de transfert thermique élevé,

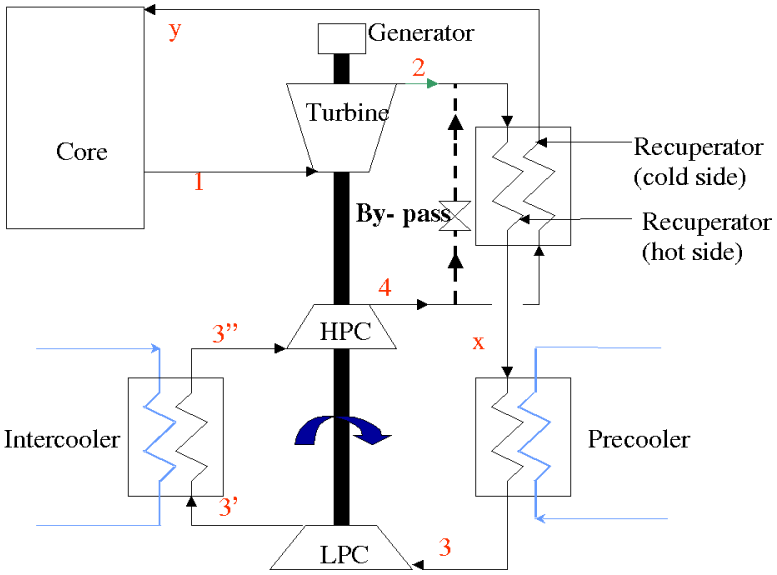

FIG. 1.1 – Schéma du circuit

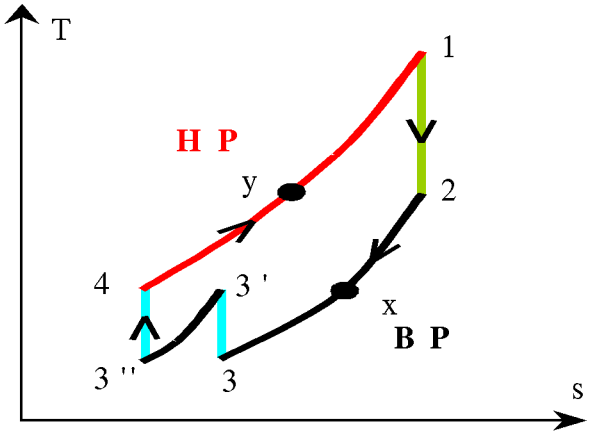

FIG. 1.2 – Cycle de Brayton

* une compatibilité, à toute température, avec tous les matériaux, ce qui constitue un atout décisif par rapport au dioxyde de carbone,

* une transparence aux neutrons,

* une faible activation sous rayonnement.

En revanche, l'hélium a tendance à s'échapper facilement et requiert des dispositifs d'étanchéité particuliers.

1.2.2.2 Généralités sur les cycles à hélium

Une revue succincte de différents concepts de turbomachines à hélium, présentée dans le Tableau 1.2, fait apparaître le nombre élevé d'étages des différents compresseurs et turbines.

Si on excepte les machines de plus petites puissances (HHV), ou celles fonctionnant à vitesse de rotation plus élevée, le nombre d'étages varie entre 20 et 30 pour le(s) compresseur(s) et entre 10 et 15 pour la(es) turbine(s). Une explication basée sur des considérations simples peut être avancée : une méthode rapide permettant d'évaluer le nombre d'étages d'une turbine fait appel au diagramme de Smith (Wilson and Korakianitis [1998]). Ce diagramme indique au concepteur qu'une turbine doit

TAB. 1.2 – Exemples de nombre d'étages de différentes machines à hélium

Projet ou concepteur	Nombre d'étages pour la compression	Nombre d'étages pour la détente	Remarque particulière	Références
GT-MHR	16+24	12		Lecomte [2001]
PBMR	9+9	2+2+8	Ω = 3000 - 7000 tr/min	Liebenberg [1996]
GTHTR300	20	6	Ω = 3600 tr/min Π = 2 au lieu de 2.7	Yan et al. [2002]
TIT	?	9	Ω = 3600 tr/min	Kato et al. [2002]
OBERHAUSEN II	10+15	7+11	Ω = 3000 - 5500 tr/min	Melese and Katz [1984]
HHV	8	2	Faible Π	Melese and Katz [1984]
SULZER 250MWe	12+12+12	7+10		Keller and Schmidt [1967]
GA HTGR-GT 400MWe	18	8	Ω = 3600 tr/min	Donald and Smith [1980]

avoir une valeur par étage du coefficient de compression isentropique ((ψ) approximativement égale à une valeur constante (ψ^*)). En conséquence le nombre d'étages pour une turbine à hélium peut s'écrire :

$$N_{stage} = \frac{C_p(T_{T,1} - T_{T,2})}{\Psi^* R_m^2 \Omega^2} \tag{1.1}$$

Dans la formule 1.1 :

* $(T_{T,1} - T_{T,2})$ est donnée par le cycle thermodynamique global (400˚C environ)

* Ψ^* est approximativement constant à cause du diagramme de Smith (1.2-1.4 environ)

* Ω est la fréquence de rotation du turboalternateur (50 Hz ou 60 Hz ; cette dernière valeur permet d'avoir un nombre d'étages plus faible)

* C_p, la capacité calorifique à pression constante, est à peu près constante pour l'hélium. Cette valeur est cinq fois plus élevée que pour l'air.

* Le rayon moyen R_m est un facteur que le concepteur peut augmenter (afin de diminuer le nombre d'étages). Toutefois pour des raisons technologiques R_m ne peut croître au-dessus d'une certaine valeur. Pour les machines à hélium les forces centrifuges sont le facteur limitant pour l'augmentation du rayon et donc pour la conception (Melese and Katz [1984]).

La conclusion que nous voulions illustrer ici par des exemples et par des considérations plus "théoriques" est que toutes les machines à hélium comporte(ront) un nombre d'étages élevé. Ceci est principalement dû à la valeur élevée de la capacité calorifique Cp (gaz léger). Ceci est à l'origine de travaux menés sur l'utilisation d'un cycle secondaire avec des gaz plus lourds (azote, air, mélange hélium/azote).

D'autres caractéristiques des turbomachines à hélium peuvent être mentionnées :

* écoulement toujours subsonique, voire à bas nombre de Mach (la vitesse du son est très élevée dans un gaz léger),

* aubes courtes (à section de passage fixée, la hauteur de la pale est inversement proportionnelle au rayon moyen, que l'on cherche à augmenter le plus possible), d'où la grande importance des jeux aux extrémités des pales.

Le Tableau 1.3 compare les projets à hélium actuels à d'autres réalisations industrielles dans le domaine aéronautique ou électrique (Burlet [2002]).

On retrouve la caractéristique déjà mentionnée du grand nombre d'étages (malgré un faible taux de compression demandé), ainsi que :

* une relativement faible température d'entrée chaude (850˚C), mais ... assez élevée si on considère l'option non refroidis-

TAB. 1.3 – Comparaison de différentes turbines à gaz (données parfois incomplètes)

	GTMHR	GTHTR300	GE-MS9001F	ALSTOM-GT26	CFM-56-5C	M88-2
Secteur	électro-nucléaire	électro-nucléaire	TAG-terrestre	TAG-terrestre	Turbo réacteur civil	Turbo réacteur militaire
Puissance (MW)	285 (électrique)	280 (électrique)	226 (électrique)	262 (électrique)	~ 200 (mécanique)	~ 25 (mécanique)
Gaz	Hélium	Hélium	Air	Air	Air	Air
Echangeur dans le cycle thermodynamique	Récupérateur + Refroidisseurs amont et intermédiaire	Récupérateur + Refroidisseur amont	Sans	Sans	Sans	Sans
Température d'entrée turbine (˚C)	850	850	1288	1255	1350	1577
Taux de compression	2.7	2	15	30	38.3	24.5
Débit massique (kg/s)	317	438	613	562	483	65
Nombre d'arbres Orientation	1 verticale	1 horizontale	1 horizontale	1 horizontale	2	2
Etages de compression	16+24	20	18	22	6+9	3+6
Basse pression (MPa)	2.55	3.5	0.1	0.1	0.1	0.1
Etages de détente	12	6	3	1+4	1+6	1+1
Refroidissement turbine	Aucun	Aube/ disque	Aube/ disque	Aube/ disque	Aube/ disque	Aube/ disque
Tmax aube (˚C)	800-850	800-850	?	?	1100	1100
Tmax disque (˚C)	800	600	600	?	650	600
Intervalle de maintenance (h)	60000	60000	8000-20000	8000-20000	5000	100

sement des structures, ou le faible refroidissement [1] .

* la longue durée entre deux inspections ou maintenances (60000 h).

L'aspect matériau est aussi très important pour le dimensionnement de la machine. Nous nous bornerons ici à présenter quelques travaux concernant le premier étage de la turbine (le plus sensible). Si les matériaux revêtant les aubes sont à peu près cernés (même s'ils doivent encore être qualifiés en milieu nucléaire), ceux constituant le disque sont plus problématiques à trouver. A l'heure actuelle, il n'existe pas de matériau répondant aux spécifications (température élevée et grand rayon) de la turbine du GT-MHR (dans l'option sans refroidissement). Pour les projets pour lesquels la température est inférieure à 600˚C l'IN706 peut être retenu, pour ceux allant jusqu'à 650˚C l'IN718 ; pour une température plus élevée (700-750˚C) l'Udimet 720 semble prometteur. Si les deux premiers matériaux sont couramment utilisés pour des applications aéronautiques, le dernier en est au stade de développement (dans l'aéronautique également). Il semble aussi admis que la voie traditionnelle lingot/forgeage ait atteint ses limites pour produire des disques de rayon élevés pour des matériaux à haute propriétés thermomécaniques. La passage à des procédés issus de la métallurgie des poudres semble une bonne solution technologique.

[1] Le refroidissement du disque à 600˚C conduit à une perte de rendement de la turbine de 0.5 à un point.

Ajoutons que certains aspects sont très spécifiques, par rapport aux turbines terrestres et surtout aéronautiques : le nombre de cycles démarrage/arrêt est beaucoup plus faible, le temps entre deux maintenances est élevé, l'environnement chimique est à très faible potentiel d'oxydation, l'environnement nucléaire (certains types d'alliage sont " interdits " (Co en particulier)).

1.2.2.3 Historique des cycles à hélium

L'hélium n'a pratiquement jamais été utilisé dans des cycles de Brayton de grande puissance, la seule expérience significative est celle acquise avec la centrale allemande d'Oberhausen II. Une description détaillée apparaît incontournable dans le cadre de notre travail. Les essais HHV sont également abordés.

Oberhausen II

Oberhausen II était une centrale thermique, utilisant l'hélium comme caloporteur, qui a fonctionné pendant 24000 h entre 1974 et 1988. Cette installation allemande de 50 MWe[2] (EVO [1977]), exploitée par la société EVO, utilisait une chaudière thermique à hélium dont la partie conversion d'énergie est similaire à celle des réacteurs nucléaires à cycle direct, mais avec un brûleur à gaz comme source d'énergie. La centrale thermique Oberhausen II fonctionnait avec le cycle thermodynamique de Brayton direct récupéré, avec deux compresseurs et deux turbines. La centrale Oberhausen II est un cas unique par son cycle de conversion. Les dimensions, bien que prévues pour fournir 50MWe, les niveaux de pressions et de débits choisis l'ont été de manière à obtenir des turbomachines et un récupérateur de même taille que ceux qui seraient utilisés pour une centrale de 300MWe (EVO [1988]).

De façon plus précise, le Compresseur Basse Pression (CBP) et le Compresseur Haute Pression (CHP) ainsi que la Turbine Haute Pression (THP) se trouvent sur un même arbre tournant à 5500 tr/min alors que la Turbine Basse Pression (TBP) se trouve sur un second arbre tournant à 3000 tr.min-1 et où se trouve aussi l'alternateur. Ces deux arbres sont couplés via un réducteur de vitesse. La turbine HP fournit au nominal l'énergie nécessaire à entraîner les deux compresseurs et la turbine BP l'énergie qui entraîne l'alternateur[3] . La température d'entrée de la turbine HP (750˚C) a nécessité un circuit de refroidissement pour son disque (prélèvement d'hélium frais en sortie de compresseur HP). Les solutions utilisées à cette époque pour les matériaux ne sont plus d'actualité aujourd'hui. La centrale n'était pas uniquement dédiée à la production d'électricité : le refroidisseur amont était divisé en deux parties, l'une haute température (120˚C) et l'autre basse température (40˚C), et l'eau chaude récupérée sur la partie haute température servait au chauffage urbain. Le rendement global du cycle est donc amené à 71.6%.

Ajoutons qu'en terme de retour d'expérience, la centrale Oberhausen II n'a jamais pu fournir les 50MWe prévus, elle n'en a fourni au maximum que 30.7 MWe. Les rendements des turbomachines sont en grande partie à l'origine du mauvais fonctionnement d'Oberhausen II puisqu'ils sont responsables de 11.6 des 20.2MW de pertes constatées. L'explication technologique de ces mauvais rendements n'est abordée que de façon très partielle dans la documentation dont nous avons pu disposer (EVO [1981], EVO [1988]). Ceci est une des raisons pour lesquelles nous n'avons pas pu utiliser comme cas-test le cas d'Oberhausen II. Les autres raisons sont : le manque de résultats expérimentaux réellement disponibles en 2005, et également la conception " datée " de la machine (elle remonte à la fin des années 1960 et elle est assez éloignée de celle des machines que l'on peut dessiner aujourd'hui).

HHV

L'installation HHV était une installation expérimentale en hélium exploitée au centre de Julich (Melese and Katz [1984]) et comprenant un compresseur et une turbine. HHV était une installation d'étude, de puissance plus faible qu'Oberhausen II

[2] 50 MW d'électricité devaient y être produits

[3] L'intérêt du couplage mécanique est d'assurer : des processus de démarrage et d'arrêt " assez " simples, et surtout de permettre que l'arbre du turboalternateur soit freiné lors de la perte de réseau électrique. Certaines conceptions sans couplage mécanique ont existé (PBMR par exemple), mais elles ont mené à de graves difficultés lors des phases hors nominales citées.

et qui n'a fonctionné que 1100 heures (dont 350 heures à 850˚C). Cette installation n'avait pas pour objet l'étude d'un cycle de Brayton complet (pas de conversion réelle d'énergie). De plus, la turbine et les compresseurs étaient de taille réduite. Le retour d'expérience sur ces turbomachines est bon. Cependant, l'entrée accidentelle d'huile dans HHV (à froid) a conduit à une immobilisation assez longue de la machine. C'est pourquoi, des mécanismes alternatifs (paliers magnétiques) sont maintenant envisagés dans la plupart des nouveaux projets.

1.2.2.4 Les grands projets actuels

Trois grands projets industriels sont à l'étude actuellement. D'autres projets à cycle direct existent, mais ne sont pas à des stades de maturité équivalents.

Le GT-MHR (Gas Turbine-Modular Helium Reactor) est un réacteur à haute température développé dans le cadre d'un programme international depuis 1995 (Lecomte [2001]) impliquant la Russie, les Etats-Unis, la France et le Japon. On vise à développer ce réacteur dans le but de consommer le surplus de plutonium militaire russe tout en fournissant de l'énergie électrique.

Le PBMR (Pebble Bed Modular Reactor) est un réacteur à boulets étudié par un consortium sud-africain faisant appel à une technologie allemande (Liebenberg [1996]). Au stade actuel, il semble que le cycle du PBMR soit complètement revu du fait de l'arrivée d'un nouveau partenaire industriel dans le consortium sud-africain. En effet Mitsubishi semble préconiser un dessin similaire au GTHTR300 au lieu de l'ancien cycle à trois arbres (Matzner [2004]).

Le GTHTR300 (Gas Turbine High Temperature Reactor 300 MW) est un réacteur à blocs développé au Japon, par le centre de recherches JAERI (Yan et al. [2002]). La partie nucléaire possède un prototype de petite taille : le HTTR (voir la section consacrée aux installations expérimentales existantes). D'une façon analogue à la partie nucléaire un prototype du système de conversion d'énergie doit être construit (échelle 1/3, petite puissance : moins de 10 MW, voir Takizuda et al. [2004]) afin de valider la technologie ; cette boucle a vocation à être couplée au HTTR. Mentionnons qu'un aspect fondamental dans ce projet est aussi le couplage à un procédé de production d'hydrogène.

Les conditions de fonctionnement sont résumées dans le tableau suivant (Tableau 1.4).

1.2.2.5 Perspectives

Les changements de notre environnement économique associés à divers progrès technologiques ont conduit à rendre à nouveau attractive la filière haute température, écartée des projets industriels dans les années 1970 et 1980. Trois projets industriels visent à construire un prototype dans la prochaine décennie. Le concept à cycle direct apparaît comme très prometteur. Associé à des utilisations de chaleur à basse température (pour le chauffage urbain, le dessalement d'eau de mer, par exemple), il permet des rendements énergétiques très élevés. Si les travaux encourageants sur les hauts taux de combustion sont confirmés (voir la section consacrée à la chaudière nucléaire), l'ensemble de ces qualités, haut rendement et haut taux de combustion, devrait contribuer à économiser les ressources tout en minimisant les volumes de déchets nucléaires.

Sous réserve de la réussite des projets actuels, les concepts à cycles direct sont également ouverts à des rendements encore plus importants, à condition d'augmenter la température de sortie du coeur. Le rendement du concept est élevé mais limité pour des raisons technologiques concernant surtout les matériaux. Les progrès technologiques futurs permettront d'améliorer les rendements avec, à la clé, des rejets thermiques ou déchets nucléaires décroissant par unité énergétique produite.

La valorisation de la haute température pour des applications non électrogènes comme la production d'hydrogène par voie chimique est en cours d'étude. Différentes réactions chimiques sont considérées : électrolyse haute température, réaction iode-soufre, etc...

TAB. 1.4 – Conditions de fonctionnement des projets de réacteurs GTHTR300, PBMR et GT-MHR

Réacteur	PBMR	GTHTR300	GT-MHR
Pays impliqués ou ayant été impliqués	Afrique du Sud, Etats-Unis, Japon, Royaume-Uni, Allemagne	Japon	Etats-Unis, Russie, France, Japon
P thermique (MW)	240	600	600
P électrique (MW)	115	276	285
Divergence prévue	2005 (?)	>2010	2009
Nombre de boucle	1	1	1
P Hélium max (MPa)	7	7	7.1
T Hélium coeur (entrée/sortie) (˚C)	500 / 900	588 / 850	488 / 850
Coeur Diamètre (m) Hauteur (m)	 6 20	 7.89 18.8	 6,8 13.6
Combustible	Uranium enrichi	Uranium enrichi	Plutonium militaire
Éléments combustibles	Boulets	Blocs	Blocs prismatiques
Tmax combustible (˚C)	1650	1600	1600
Conversion d'énergie	Cycle direct : Turbine à gaz	Cycle direct : Turbine à gaz	Cycle direct : Turbine à gaz
Rendement (%)	48	46	47.5

1.2.3 Eléments de contexte sur les réacteurs à gaz à neutrons thermiques (RCG-T)

1.2.3.1 Généralités

Du point de vue de la chaudière nucléaire, le réacteur à gaz à neutrons thermiques se caractérise par un combustible céramique finement divisé, situé dans un environnement de graphite qui joue à la fois un rôle de modérateur (il réduit l'énergie des neutrons libérés dans une réaction de fission pour les amener dans un état où ils sont susceptibles de provoquer à leur tour de nouvelles réactions) et de structure mécanique. L'atout majeur de ce concept réside dans les propriétés remarquables de ce combustible en terme de tenue à la température. Celui-ci se présente comme une particule comprenant un noyau de matériau fissile (et éventuellement fertile) de quelques centaines de microns de diamètre, entouré d'une première couche peu dense et de deux couches denses de carbone pyrolytique, elles-mêmes séparées par du carbure de silicium. La particule a un diamètre extérieur d'environ 1 millimètre. Les particules sont ensuite agglomérées dans une matrice de graphite, selon deux grandes familles d'application : des bâtonnets cylindriques, encore appelés compacts, ou des boulets sphériques (Figure 1.3).

Les propriétés de modération du graphite conduisent à des dimensions géométriques de coeur importantes, d'où des puissances volumiques faibles et une inertie thermique considérable. Le graphite, par ailleurs, conserve d'excellentes propriétés mécaniques à des températures élevées, même sous irradiation.

Le combustible à particules a montré dans le passé sa relative insensibilité au taux de combustion[4] . Il semble donc prometteur d'utiliser les HTR non seulement pour brûler le plutonium militaire, mais aussi pour brûler le plutonium ou d'autres transuraniens issus du retraitement des combustibles des REP. Les coeurs HTR se prêtent aussi à une utilisation efficace du thorium. L'utilisation de cet élément convertible en combustible permettrait d'augmenter significativement les ressources. Enfin, le cycle de thorium produit sensiblement moins d'actinides à vie longue contribuant ainsi à simplifier la gestion des déchets.

[4]De façon régulière les réacteurs des années 1970 ont accompli des taux de combustion supérieurs à 100.000 MWj/t.

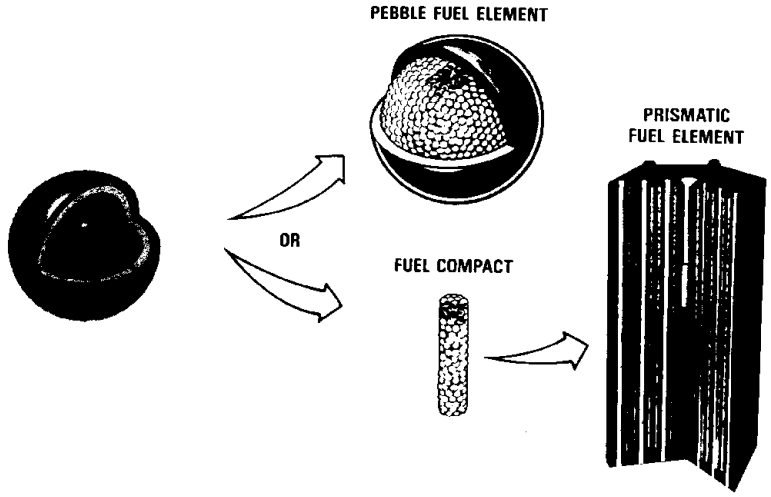

FIG. 1.3 – Éléments combustibles des RCG-T

1.2.3.2 Historique de cette filière

Les réacteurs de type RCG-T ont une longue histoire qui remonte aux années 1950, lors des études des UNGG (Uranium Naturel Graphite Gaz), Magnox, AGR (Advanced Gas-Cooled Reactor), et essentiellement des HTR (High Temperature Reactor). C'est l'historique de ces derniers que nous allons aborder (Patarin [2002], Rouault [2002]) parce qu'il éclaire les raisons pour lesquelles les réacteurs à haute température connaissent un nouveau regain d'intérêt.

La première réalisation d'un réacteur HTR a été le fruit d'une large coopération internationale regroupant les pays membres de l'OCDE. Il s'agit du réacteur expérimental Dragon, d'une puissance de 20 MW thermiques, construit au Royaume-Uni, qui divergea en 1964 et fonctionna jusqu'en 1975. Le développement s'est poursuivi ensuite de façon symétrique aux Etats-Unis, pour la filière à combustible hexagonal, et en Allemagne, pour la conception à boulets, avec la réalisation des réacteurs de recherche : Peach Bottom (40 MWe) et AVR (15 MWe). Des réacteurs de puissance fonctionnant en cycle vapeur ont ensuite été construits : le réacteur de Fort Saint-Vrain, mis en service en 1972 (330 MWe), et le THTR, mis en service en 1983 (300 MWe). Enfin des réacteurs de puissance encore plus élevée : 500 MWe en Allemagne et 1160 MWe aux Etats-Unis ont été dessinés. Cette tendance vers les fortes puissances est liée au contexte optimiste de l'époque en matière de besoins énergétiques dans les pays les plus industrialisés et au souci de concurrencer " sur son terrain " la filière à eau pressurisée, déjà assez largement répandue.

Le retour d'expérience a validé les principes de base des RCG-T : la physique du coeur, les performances attendues du combustible et la production d'hélium à haute température, entre 800 et 1000 °C. Côté technologique, la faisabilité des particules enrobées, ainsi que l'obtention et l'usinage de graphite à hautes caractéristiques sont acquises. De même les processus de purification d'hélium et les problèmes d'étanchéité ont été maîtrisés. En exploitation, la souplesse et les très faibles dosimétries attendues ont été confirmées. En revanche les prototypes industriels Fort Saint-Vrain et THTR 300 ont connu des déboires, que l'honnêteté nous pousse à exposer ci-après, mais sans remise en cause fondamentale de la filière.

Expérience de Fort Saint-Vrain (Colorado, Etats-Unis) Le couplage au réseau en 1976 n'a pas su démontrer les avantages des réacteurs à haute température. La mauvaise qualité de la réalisation d'une part, des défauts de conception d'autre part, notamment l'instabilité de l'empilement des blocs du coeur et la carence des joints hydrauliques à eau sur les arbres des moto-soufflantes, ont fait que ce réacteur a eu des indisponibilités très nombreuses avec un facteur de charge cumulé de 16 %. D'autres difficultés liées au contexte (site très isolé, petite compagnie d'électricité, récession nucléaire) en plus des problèmes précédemment cités amèneront l'arrêt de cette installation en 1989.

Expérience de THTR300 (Schmehausen, Allemagne) Après une construction qui a duré près de 14 ans, il a été couplé au réseau électrique en 1985 et réalisa pendant sa période de fonctionnement un facteur de charge inférieur à 36 %. Ce réacteur a été confronté à des difficultés de déchargement du combustible ; des ruptures sont ensuite apparues sur les fixations du calorifuge d'une des tuyauteries de sortie du coeur. La décision de l'arrêt de la centrale a été motivée également pour des raisons politiques, puisque le problème du calorifugeage n'était pas insurmontable.

1.2.3.3 Installations expérimentales actuellement en service et grands projets actuels

Deux réacteurs d'essais actuellement en service en Chine et au Japon permettront à court terme de perfectionner la technologie et d'étendre ses utilisations potentielles :

* HTTR (installation japonaise de 30 MW), à blocs prismatiques, proches des concepts américains (Fujimoto et al. [2004])
* HTR-10 (installation chinoise de 10 MW), à boulet, très semblables aux concepts allemands (Gao and Shi [2002])

D'autre part, les grands projets actuels sont ceux déjà décrits plus haut (GT-MHR, PBMR, GTHTR300).

1.2.3.4 Réacteur à neutron thermique (RCG-T) étudié

Il est largement inspiré du dessin GT-MHR (of Machine Building [OKBM]). C'est un réacteur modulaire à haute température à cycle direct en hélium. Les modules ont une puissance unitaire nette de 285 MW électrique pour une puissance thermique de 600 MW. Ce réacteur se caractérise par sa compacité, chaque module ne comprend pour l'essentiel que deux enceintes, une cuve réacteur pour la partie nucléaire et une enceinte de conversion d'énergie (PCS) pour la partie conventionnelle, raccordées par un double tuyau concentrique.

1.2.4 Eléments de contexte sur les réacteurs à gaz à neutrons rapides (RCG-R)

1.2.4.1 Généralités

Nous ne revenons pas ici sur l'intérêt d'utiliser des réacteurs à neutrons rapides en terme d'utilisation durable des ressources naturelles et de transmutation de déchets. Deux grands types de réacteurs à neutrons rapides ont été déclinés selon le type de caloporteur : réacteur à métal liquide (sodium, mais aussi Pb-Bi), réacteur à gaz (hélium, dioxyde de carbone, N_2O_4). Nous nous concentrons ici sur les réacteurs refroidis à l'hélium pressurisé.

La partie coeur du RCG-R a des caractéristiques peu éloignées des autres réacteurs rapides. On retrouve la forte densité de puissance et la faible inertie thermique du coeur, surtout si on la compare à celle des RCG-T, où la masse de modérateur (graphite) est très élevée. Il en résulte que les concepts à sûreté totalement passive sont sans doute à exclure pour les RCG-R. Des dispositifs actifs seront sans doute présents dans tous les concepts de RCG-R, en particulier lors de la perte du réfrigérant primaire. En dehors du coeur, les RCG-R à hélium ont un grand nombre de points en commun avec les RCG-T, notamment pour la conversion de l'énergie et les gros composants.

1.2.4.2 Historique

Aucune installation à neutrons rapides n'a été réalisée dans le passé. De nombreux projets ont été développés dans le passé (Etats-Unis, Europe, Japon, URSS) parmi lesquels deux grands projets méritent quelques lignes (Melese and Katz [1984]).

Le projet GCFR américain (développé par la société General Atomics et l'association HBA et supporté financièrement par le DOE, voir Bandini et al. [2000]) a vu le jour dans les années 1960 pour se terminer en 1981, date à laquelle le projet a été arrêté pour deux raisons essentielles : la grande maturité des projets de réacteurs à neutrons rapides refroidis au sodium et le faible gain en terme de non prolifération apporté par le projet GCFR par rapport aux projets à métaux liquides, malgré des avantages indiscutables du point de vue de la régénération. Le GCFR devait utiliser comme combustible un mélange d'oxydes d'uranium et de plutonium (avec un enrichissement de 10 à 20 %) et un cycle indirect de Rankine (avec plusieurs boucles de conversion d'énergie). Comme pour les AGR et les RCG-T, le coeur nucléaire et tous les gros composants (circulateurs,

générateurs de vapeur) devaient être inclus dans une enceinte en béton précontraint. Pour des questions de matériaux, la température maximale ne devait pas excéder 700-750˚C, ce qui ne donnait pas un avantage décisif au cycle direct. Différentes versions en terme de puissance et de dimension ont été déclinées de 300MWe à 1200MWe. Il faut mentionner la présence de plusieurs boucles redondantes, comprenant des circulateurs spécifiques alimentés électriquement, pour assurer la fonction d'évacuation de puissance résiduelle.

Les projets GBR européens ont été lancés en 1968 dans le cadre d'Euratom et de la NEA (Frias [2000]). Les Etats-Unis en ont été aussi parties prenantes. Vers 1972 les projets ont convergé vers quatre variantes de concepts à hélium ou dioxyde de carbone autour de 1000MWe : GBR-1 à GBR-4, utilisant différents caloporteurs (un sur les quatre était au dioxyde de carbone), différents combustibles (à aiguille ou à particules), conduisant à différents niveaux de température en sortie (700˚C au maximum pour GBR-2). Différentes solutions provenant des AGR britanniques et des HTR allemands ont été préconisées. Il faut également mentionner la présence de plusieurs boucles redondantes qui assurent la fonction d'évacuation de puissance résiduelle. L'arrêt de tels projets a certainement eu une cause analogue à celle de l'arrêt du GCFR (concurrence des réacteurs à métaux liquides).

1.2.4.3 Projets actuels

Aucun projet actuel n'en est au stade industriel. Différents concepts sont au stade de l'étude dans le cadre de Generation IV. Parmi ceux qui sont les plus avancés figure celui que nous avons étudié. Celui-ci est détaillé dans la section suivante.

1.2.4.4 Réacteur rapide (RCG-R) étudié : différences avec le RCG-T

Le réacteur rapide étudié est présenté en Figure 1.4. Nous insistons uniquement sur les différences entre le RCG-R et le RCG-T étudiés. Elles sont présentées ci-après (Chauvin et al. [2003], Garnier et al. [2003], Gaillard et al. [2003]) :

- coeur de puissance volumique 100 MW/m3 : combustible (UPu)C dans une matrice SiC et réflecteur ZrC ;
- fraction fluide (i.e. volume fluide ramené au volume total du coeur) de 55 % ;
- écoulement ascendant dans le coeur (inversé par rapport au RCG-T) ;
- ajout d'un échangeur de sauvegarde au-dessus de la cuve, relié à celle-ci par un piquage et isolé du circuit primaire par un clapet ; cet échangeur peut fonctionner soit en thermosiphon naturel soit en circulation forcée via un circulateur adjoint au circuit de sauvegarde.

1.3 Résultats des premières simulations de réacteurs nucléaires à cycle direct

Après avoir exposé les enjeux des réacteurs nucléaires à hélium et en avoir présenté les caractéristiques générales, nous allons aborder la problématique spécifique de ce travail : celui du fonctionnement du réacteur dans le cas d'un accident de référence, celui d'une rupture de tuyauterie entraînant une brèche de grosse taille dans le circuit du réacteur. Cette section est la traduction de l'essentiel d'un article en langue anglaise publié prochainement dans la revue Nuclear Engineering and Design (Tauveron et al. [2005c]). Les calculs préliminaires montrés dans cette partie et effectués avec une modélisation ponctuelle des turbomachines, ont une présentation délibérément simplifiée du fait du positionnement à l'intérieur de ce chapitre introductif. Cependant il nous semble que seuls les éléments quantitatifs fournis par ces résultats permettent d'éclairer correctement la problématique du présent travail.

1.3.1 Bibliographie sur la modélisation de réacteurs nucléaires à cycle direct

Les efforts intensifs déployés en Europe et aux Etats-Unis pour le développement de la filière HTR pendant les années 1960, 1970 et 1980 ont conduit en particulier au développement de modèles dynamiques de cycles directs fermés de turbine à gaz (la question du choix du cycle direct était déjà ouverte). Pour le projet Germano-Suisse HHT, un modèle a été développé

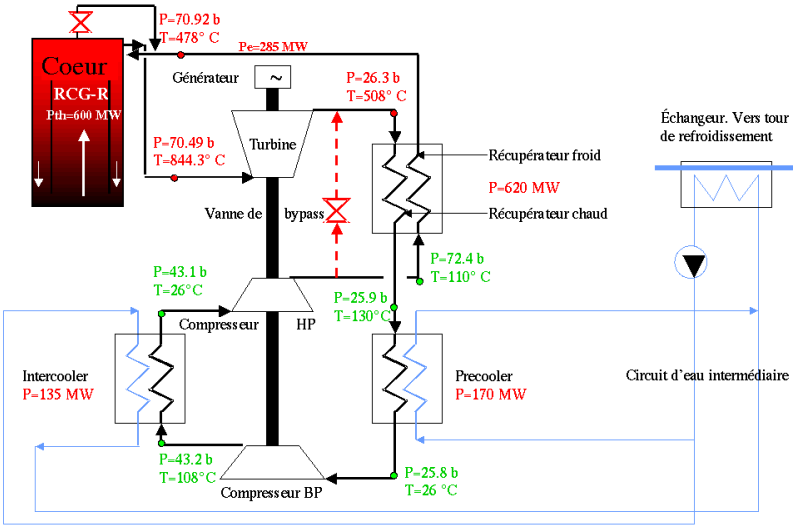

FIG. 1.4 – Etat nominal d'un RCG-R

à l'Institut de Turbomachine d'Hannovre (Bammert and Krey [1971]) avec une attention particulière à la modélisation des turbomachines. Ce modèle a été testé sur une centrale thermique à cycle fermé à air (Oberhausen I : Bammert and Groschup [1977]). Cependant aucun circuit secondaire n'était modélisé (côté eau des refroidisseurs amont et intermédiaire, côté gaz du brûleur). Pour le projet américain HTGR-GT, General Atomics a développé son propre code système pour les réacteurs nucléaires refroidis à l'hélium, comprenant une ou plusieurs boucles de conversion d'énergie (code REALY2 : Atomics [1976]). Chaque composant du circuit y est décrit de manière dynamique. En 1990 Yan a développé un nouvel outil (Yan [1990]) adapté à la gestion du contrôle - commande d'un HTGR.

Les récents développements des nouveaux projets de réacteurs à hélium à cycle direct ont donné lieu à des activités de recherche et développement sur le sujet : l'Université Sud-Africaine de Potchefstroomse a construit un modèle du PBMR et du HTTR avec une description fine des tuyaux, du coeur et des échangeurs (le code FLOWNET : Greyvenstein et al. [2002]). L'institut néerlandais NRG a développé une plateforme complète de simulation pour le projet de réacteur ACACIA, le projet PBMR, basée sur des couplages multidisciplinaires et multiéchelles (Verkerk [2000], Kikstra [2001]). Parmi ceux-ci le code Relap5 (INEEL [1995]) est utilisé pour la simulation thermohydraulique transitoire du système. Relap5 a aussi été utilisé à l'institut américain INEEL pour simuler des transitoires sur des projets actuels (GTMHR : Chan et al. [1994], PBMR : Moore et al. [2002]). Une plateforme de couplage multiphysique et multiéchelle, appelée HTRSIMU est également en cours de déploiement en Chine dans le cadre du programme HTR-10 (Gao and Shi [2002]). Signalons également l'adaptation d'un autre code diphasique (MANTA) initialement développé pour les REP, aux configurations des réacteurs à gaz, pour le développement des projets d'AREVA (Petit et al. [2005]).

A notre connaissance tous ces codes déploient une modélisation 0D pour les turbomachines, i.e. en utilisant les courbes de performance. C'est aussi le cas du code CATHARE que nous avons utilisé dans ce présent chapitre. Pour une présentation du code CATHARE nous renvoyons le lecteur aux articles généraux (Bestion et al. [1999]) et particuliers sur les réacteurs à gaz : simulations de régimes permanents (Tauveron [2003]), transitoires (Tauveron et al. [2003]), programme de qualification (Berjon et al. [2003]).

1.3.2 Dépressurisation d'un réacteur à gaz thermique

1.3.2.1 Introduction

La dépressurisation consécutive à une brèche sur le circuit primaire est un des transitoires de référence pour les RCG. Il est l'un des plus investigué de la communauté scientifique et industrielle des RCG (par exemple : Kugeler et al. [2002], Sugimoto et al. [2002], Dang et al. [1980]). La localisation de référence de la brèche est la branche froide. La brèche conduit à une dépressurisation rapide et cause une chute de débit dans l'ensemble du circuit. Lorsque l'inventaire en masse [5] est inférieur à 15 % de l'inventaire nominal, l'arrêt d'urgence est déclenché et la température du coeur va en décroissant, consécutive à l'arrêt de la réaction nucléaire. Des simulations ont été réalisées : sans arrêt forcé de la turbomachine et avec arrêt forcé de la turbomachine.

1.3.2.2 Description et résultats du transitoire de brèche sans arrêt forcé de la turbomachine

Le transitoire débute par l'ouverture quasi-instantanée de la brèche et conduit à une vidange rapide du circuit. Au bout de 21 s l'inventaire en masse a atteint la valeur de 15%, déclenchant aussi l'arrêt de la réaction nucléaire et la mise en place de la décroissance de la puissance thermique du coeur, prise égale à la loi définie par les calculs neutroniques de Damian (Damian [2001]). Au bout de 48 s l'inventaire n'est plus que de 4% de l'inventaire initial (Figure 1.6). Le débit dans le circuit se stabilise autour de la valeur de 15 kg.s-1 (Figure 1.5).

La Figure 1.7 montre la puissance thermique transférée entre le fluide et le coeur solide. Dans une première phase (les 21 premières secondes) un large excès de puissance thermique est généré dans le coeur, le fluide ne l'absorbant pas. L'excès d'énergie est stocké dans le graphite du coeur. Dans la seconde phase, consécutive à l'arrêt d'urgence, la puissance générée dans le solide est inférieure à la puissance échangée. On constate un déstockage de l'énergie contenue dans le graphite. Ceci est principalement dû au fait que la turbomachine continue de tourner à une vitesse de 3000 tr/min et crée ainsi un flux de convection forcée dans le circuit, permettant d'évacuer la puissance du coeur.

On remarque que les températures d'entrée et les vitesses d'entrée dans les deux compresseurs sont approximativement constantes : les compresseurs fonctionnement sur leur point de dessin[6] . Pendant le transitoire, les échanges thermiques dans le récupérateur, le refroidisseur amont et le refroidisseur intermédiaire diminuent. La Figure 1.8 illustre le profil thermique du coeur en fonction du temps. La brèche conduit à une rapide hausse de la température dans le coeur, consécutive à la chute de débit et au maintien de la puissance nucléaire. A la suite de l'arrêt d'urgence et de la mise en place de la puissance résiduelle, la température baisse.

Au bout de 10000 s, la puissance résiduelle est abaissée à 5 MW. La puissance générée et déstockée par le graphite se divise en trois parties : la puissance extraite par l'alternateur (3.7 MW), la puissance extraite par le RCCS (3.2 MW) et la puissance extraite par les refroidisseurs amont et intermédiaire (6.5 MW et 5.5 MW respectivement).

Les paramètres clés des différents éléments du circuit au bout de 10000 s sont les suivants :

- La turbomachine a une vitesse nominale de 3000 tr/min,
- Un débit de convection forcée de 15 kg/s est entretenu par la turbomachine ; ce débit permet une évacuation de la puissance résiduelle,
- Il n'y a pas de surchauffe significative dans le coeur : la température maximale au cours de ce transitoire atteinte est égale 673˚C.

1.3.2.3 Analyse du comportement de la turbomachine

Le résultat majeur de cette simulation est le maintien de la turbomachine à sa vitesse nominale. Ce maintien garantit l'existence d'une convection forcée. Dans le présent calcul cette convection est largement suffisante pour extraire la puissance

[5] masse d'hélium contenue dans le circuit
[6] aux effets de nombre de Reynolds près

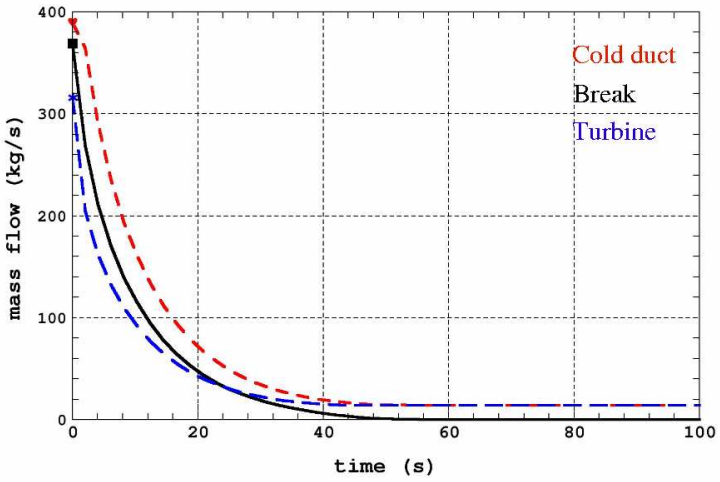

FIG. 1.5 – Débit dans différents composants du système, en fonction du temps

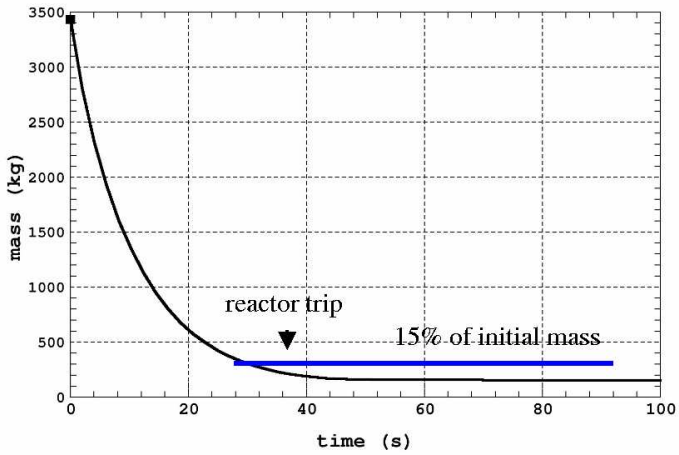

FIG. 1.6 – Inventaire en masse dans le circuit, en fonction du temps

résiduelle pendant une longue durée. Une analyse de stabilité linéaire a été effectuée ; elle confirme ces résultats. Mentionnons aussi que certains points dans les calculs sont situés près du maximum de la courbe caractéristique du compresseur, sans toutefois jamais la dépasser.

1.3.2.4 Contribution de la turbomachine au refroidissement du coeur

Une autre simulation dans laquelle l'arrêt de la turbomachine est forcé a également été effectué. Il permet d'illustrer le rôle de la turbomachine dans le cas " précédent ". La Figure 1.9 présente l'évolution des températures dans le coeur. Elle doit être comparée à la Figure 1.8. Elle illustre le comportement traditionnel des RCG-T en conduction-rayonnement : la puissance du coeur est extraite par ces deux modes. Ceux-ci sont insuffisants dans un premier temps à contrebalancer la puissance générée,

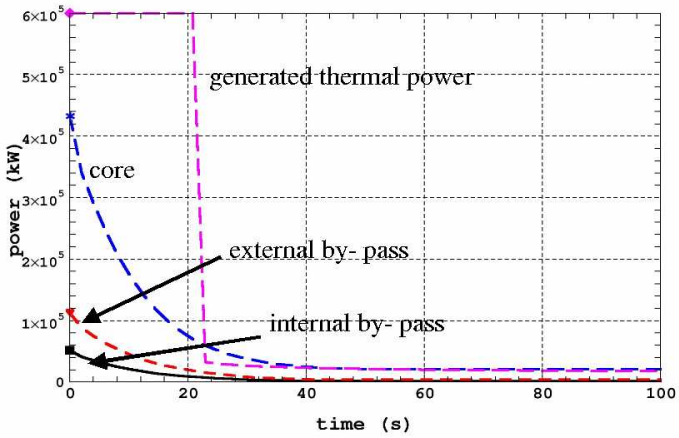

FIG. 1.7 – Puissance thermique transférée au fluide dans le coeur, en fonction du temps

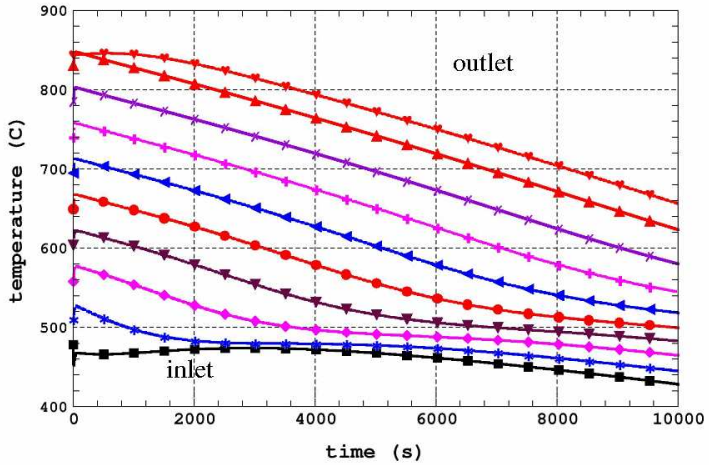

FIG. 1.8 – Profil thermique du fluide dans le coeur, en fonction du temps (sans arrêt forcé de la turbomachine)

si bien que la température augmente continûment. L'inertie thermique du coeur (grand volume de graphite) permet d'obtenir une montée de la température assez lente. Au bout d'un temps assez long, la température redescend car la puissance générée est inférieure à la capacité d'extraction.

Le fait que le processus de conduction - rayonnement est suffisant pour refroidir le coeur d'un RCG-T est bien connu. Aucune convection forcée n'est véritablement nécessaire, malgré certains avantages (sollicitation inférieure du combustible et de la cuve). Cependant on sait aussi que les processus de conduction - rayonnement sont insuffisants pour refroidir le coeur d'un RCG-R, car la densité de puissance est bien supérieure à celle d'un RCG-T et l'inertie thermique est beaucoup plus faible ; la convection forcée entretenue par la turbomachine est la solution que l'on cherchera à étendre pour le réacteur rapide.

1.3.3 Dépressurisation dans un réacteur à gaz rapide

1.3.3.1 Présence d'un échangeur de sauvegarde en partie haute de la cuve coeur

On sait que les processus de conduction - rayonnement sont insuffisants pour garantir le refroidissement du coeur rapide. Des processus complémentaires de convection forcée ou naturelle sont à considérer. Dans le concept de réacteur étudié, un échangeur de sauvegarde a été placé en partie haute de la cuve (voir la Figure 1.4). Cet échangeur gaz-gaz est prévu pour fonctionner en convection naturelle. Il est dessiné pour extraire 3 % de la puissance nominale. Cet échangeur fait partie d'une boucle de circulation naturelle, qui est fermée dans les situations nominales.

Dans les situations accidentelles (perte de débit) elle s'ouvre grâce à une vanne. Deux transitoires sont simulés afin d'illustrer le rôle de la turbomachine.

1.3.3.2 Transitoire de brèche en branche froide sans arrêt forcé de la turbomachine, avec échangeur de sauvegarde actif (cas RCG-R-a)

A la différence du HTGR, la turbomachine ne peut maintenir une vitesse nominale pendant 10000 s. Le scénario présenté ici est celui de l'utilisation d'un circuit complémentaire, i.e. un circuit auxiliaire d'évacuation de la puissance résiduelle, situé en partie haute. Lorsque le bilan des couples sur l'arbre de la turbomachine n'est plus assuré (220 s), la machine décélère. L'alternateur est alors déconnecté ; la vanne de by-pass s'ouvre consécutivement. L'extraction par le système auxiliaire est effectif lorsque toute la convection forcée de la turbomachine est réduite à un débit quasi nul (370 s). L'évolution de la température dans le coeur est présentée en Figure 1.10 : une décroissance rapide pendant 220 s après la brèche, causée par la décroissance de la puissance thermique et la convection forcée, maintenue tant bien que mal par la turbomachine. Dès que le débit de convection entretenu par la turbomachine est trop faible, la température commence à augmenter. Le système d'extraction auxiliaire permet d'évacuer par convection naturelle la puissance résiduelle et d'empêcher une surchauffe trop importante du coeur (1100 ˚C est la température maximale atteinte au cours de ce transitoire, ce qui est très inférieur à la limite de 1600 ˚C). La température décroît alors de façon très lente. L'efficacité du système auxiliaire à long terme est ainsi illustrée.

1.3.3.3 Transitoire de brèche en branche froide avec arrêt forcé de la turbomachine, mais avec échangeur de sauvegarde actif (cas RCG-R-b)

Dans cette simulation on va forcer l'arrêt précoce de la turbomachine, afin de mieux analyser son rôle. La chronologie des principaux événements du calcul est conservée, mais les durées diffèrent. La déconnexion de l'alternateur et l'ouverture de la vanne sont effectuées plus tôt que dans le premier transitoire. L'arrêt de la turbomachine est effectif au bout de 200 s. La température du coeur décroît grâce au fonctionnement de la turbomachine, puis augmente à cause de son arrêt. La température maximale atteinte est supérieure au cas RCG-R a) : 1150˚C au lieu de 1100˚C, et apparaît plus précocement.

1.4 Conclusion

Les simulations précédentes ont permis de comprendre un certain nombre d'aspects de la dynamique des réacteurs nucléaires à gaz à cycle direct (thermique ou rapide) dans le cas d'une brèche. En particulier on a pu retrouver les caractéristiques bien connues suivantes : dépressurisation rapide consécutive à la brèche, possibilité d'extraire la puissance résiduelle par conduction et rayonnement dans le cas du réacteur thermique, nécessité d'élaboration de systèmes complexes dans le cas du réacteur rapide. Dans ce dernier cas différentes stratégies ont pu être testées, de la plus traditionnelle (arrêt forcé de la machine et utilisation d'un circuit auxiliaire de sauvegarde) à la plus innovante : maintenir une convection forcée le plus longtemps possible en jouant sur une inertie " thermodynamique " de la turbomachine. Un résultat particulièrement intéressant de ces simulations concerne donc la contribution de la turbomachine au refroidissement du coeur.

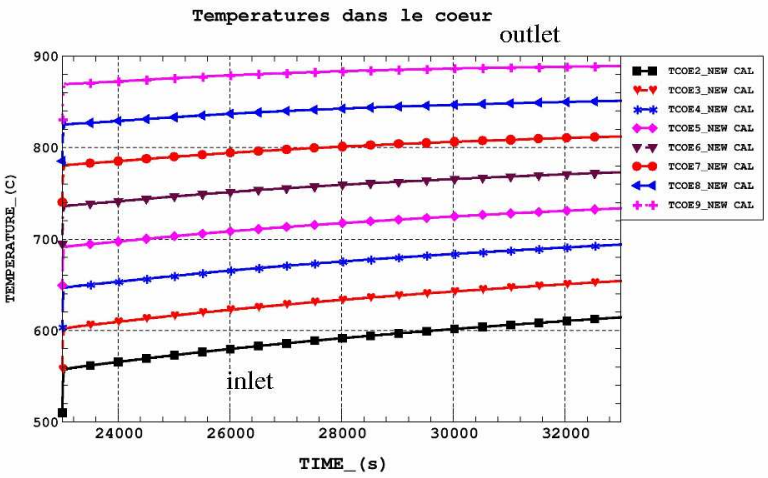

FIG. 1.9 – Profil thermique du fluide dans le coeur, en fonction du temps (avec arrêt forcé de la turbomachine)

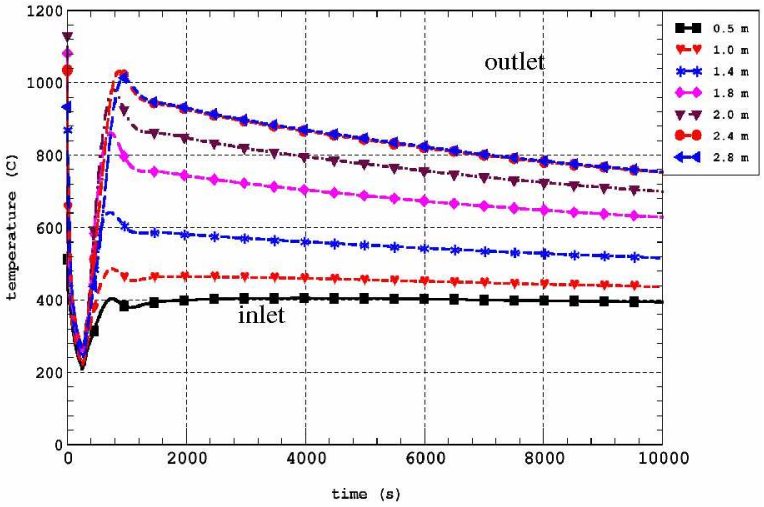

FIG. 1.10 – Profil thermique du fluide dans le coeur, en fonction du temps (cas RCG-R-a)

Cependant on doit s'interroger sur la validité de tels résultats. En effet, une des conséquences majeures de la dépressurisation est la chute du débit. Or les pertes de débit sont connues pour être très défavorables au bon fonctionnement des compresseurs. En particulier le risque d'apparition d'instabilités mérite toute l'attention nécessaire (certains points dans les calculs sont situés près du maximum de la courbe caractéristique du compresseur). De plus, si ce risque est véritablement avéré il convient également de construire un modèle capable de prédire les performances dans de tels régimes. En effet, le fort couplage entre le coeur nucléaire et le turbocompresseur dans le cas du cycle direct conduit à des conséquences (chute de débit de refroidissement, voire inversion de débit) qui peuvent être importantes pour la sûreté. D'autres conséquences néfastes sont également à redouter dans le cas des instabilités (en particulier du pompage) : oscillations, fortes contraintes mécaniques sur les aubages du compresseur. Il est donc fondamental de nous intéresser aux instabilités dans les turbomachines afin d'apporter

des éléments qualitatifs et quantitatifs relatifs à la survenue et au développement des instabilités dans le circuit du réacteur nucléaire.

Chapitre 2

Eléments bibliographiques sur l'apparition et le développement d'instabilités en turbomachine

Sommaire

2.1 Introduction 28

2.2 Instabilités dans les compresseurs axiaux. Aspects phénoménologiques et observations 28

2.2.1 Introduction 28

2.2.2 Pompage 29

2.2.2.1 Présentation 29

2.2.2.2 Comportement à très faible débit et débit négatif dans les compresseurs et pompage 30

2.2.2.3 Travaux généraux 31

2.2.2.4 Pompes pour centrales hydroélectriques 31

2.2.2.5 Pompes pour circuit primaire de réacteur nucléaire à eau pressurisée 31

2.2.2.6 Turbocompresseurs pour moteurs Diesel 31

2.2.2.7 Turbocompresseurs pour réacteurs nucléaires à gaz à cycle direct 32

2.2.2.8 Turbocompresseurs pour l'industrie aéronautique 32

2.2.2.9 Conclusion pour notre étude 33

2.2.3 Résultats expérimentaux de Greitzer sur le pompage (Greitzer [1976a]) 33

2.2.4 Résultats expérimentaux de Day sur le pompage (Day [1994]) 36

2.2.5 Autres éléments d'importance relatifs au pompage 37

2.2.5.1 Résultats expérimentaux de Gamache (Gamache [1985]) 37

2.2.5.2 Mécanisme du pompage pour les machines axiales à haute vitesse 37

2.2.5.3 Influence des ondes de pression 37

2.2.6 Décollement tournant 39

2.3 Conclusions 41

2.1 Introduction

Il a été vu au chapitre précédent que le turbocompresseur des réacteurs nucléaires à gaz à cycle direct est un élément essentiel du cycle de conversion d'énergie. Celui-ci constitue également un élément pouvant affecter la sûreté du circuit. En effet les oscillations de pompage sont la source de contraintes mécaniques sur les aubages des turbomachines qui peuvent aller jusqu'à la rupture (voir Mazzawy [1979]). Indépendamment des dommages mécaniques ces oscillations conduisent à des chutes de performance de la machine (donc des conséquences néfastes sur le reste du système si on pense que le compresseur assure le débit de refroidissement d'un coeur nucléaire) et peuvent conduire à entrer dans des régimes cycliques de basse performance dont il est très difficile de sortir (décollement tournant, voir par exemple Greitzer [1981]). Bien entendu ce type de préoccupations (survenue d'instabilités) s'étend aux compresseurs des turboréacteurs aéronautiques. L'importance de ce problème a d'ailleurs produit d'importants travaux de recherche tant fondamentaux qu'appliqués. Ces aspects bibliographiques constituent l'objectif de ce chapitre. Ils permettront d'apporter des éléments utiles au développement d'une modélisation numérique instationnaire capable de fournir des estimations du risque d'apparition des instabilités et de leur comportement dynamique ainsi qu'à sa validation.

2.2 Instabilités dans les compresseurs axiaux. Aspects phénoménologiques et observations

2.2.1 Introduction

Dans les conditions normales de fonctionnement d'un compresseur, l'écoulement peut être considéré comme permanent et axisymétrique (périodique est une notion plus juste). La courbe de compression (en traits pleins noirs sur la figure 2.1) représente le rapport de pression (pression de refoulement / pression d'aspiration) en fonction du débit aspiré, pour : un gaz donné, des conditions thermodynamiques à l'aspiration et une vitesse de rotation fixée.

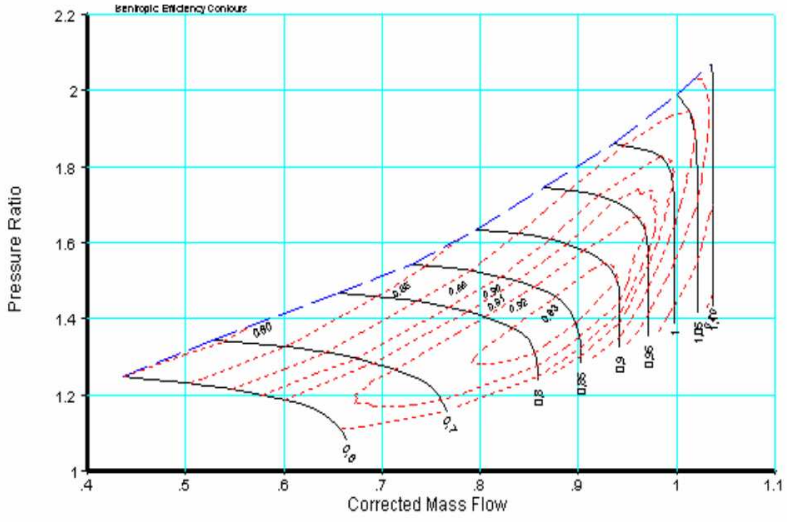

FIG. 2.1 – Courbes caractéristiques de compresseur : en traint plein noir la courbe de taux de pression, en pointillés rouges les contours d'isorendement, en pointillés bleus la "limite de pompage" (d'après Kunhel et al. [1998])

La plage de fonctionnement d'un compresseur est limitée, en dehors des phénomènes aéro-élastiques (flottement des aubes ou du disque par exemple) et en se limitant donc aux phénomènes purement aérodynamiques :

- vers les grands débits, par des pertes par frottement prohibitives, dues aux grandes vitesses d'écoulement et, parfois même, par un blocage sonique au col d'entrée dans une roue (les courbes noires de la figure 2.1 deviennent verticales), et par certaines instabilités liées à la présence d'ondes de chocs ;
- vers les bas débits, par les instabilités aérodynamiques locales ou globales : pour chaque vitesse de rotation il existe un débit limite (donné par la courbe en pointillés bleus de la figure 2.1) en deça duquel apparaissent des instabilités dans l'écoulement. A l'échelle d'une grille d'aubes (voir la figure 1) un bas débit se traduit par un angle d'incidence, (pour le fluide) par rapport à l'aube, élevé. Une incidence plus élevée entraîne l'augmentation des pertes et de l'écart entre flux de fluide et profil d'aube, voire l'apparition de phénnomènes nouveaux (par rapport aux conditions nominales), en particulier le décollement de la couche limite sur l'aubage. Une telle situation est en général associée à des pertes de performances - en terme d'accroissement de pression - de la machine. Ces régimes d'instabilités peuvent être essentiellement de deux types : pompage et décollement tournant.

Notre travail concerne essentiellement l'étude des instabilités axiales (le phénomène de pompage), mais le décollement tournant sera également abordé. Les deux phénomènes sont différents (figure 2.2) : en effet alors que le pompage, phénomène lent, dans lequel l'écoulement interne à la machine conserve des propriétés d'axisymétrie, est caractérisé par de grandes oscillations de débit autoinduites par le système, le décollement tournant est caractérisé par des distorsions circonférentielles autoinduites du débit, pouvant tourner autour de la roue du compresseur, brisant ainsi la périodicité spatiale (liée au nombre d'aubes des roues). Leur vitesse de rotation est de l'ordre de quelques dizaines de pourcents de la rotation de la machine, si bien que ce phénomène est bien plus rapide que le pompage. Cependant ces deux phénomènes semblent liés dans la mesure où le décollement tournant peut précéder ou cohabiter avec le pompage.

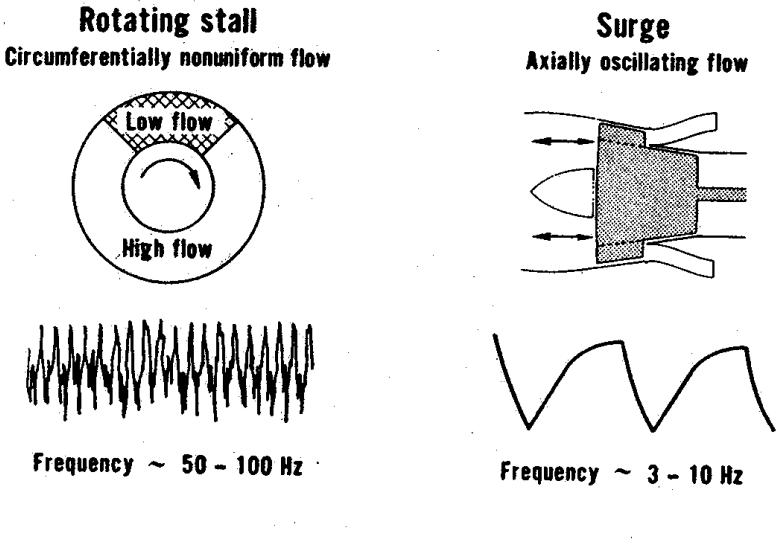

FIG. 2.2 – Décollement tournant et pompage, extrait de Greitzer [1980]

2.2.2 Pompage

2.2.2.1 Présentation

On étudie un système de compression, c'est à dire un système comprenant un compresseur et une charge, initialement soumis à une perturbation. Des oscillations peuvent se développer et peuvent prendre la forme particulière d'un phénomène d'oscillations autoentretenues du débit et de la pression dans le système. On parle alors de pompage. La figure 2.3 montre

la configuration la plus simple : un compresseur est placé dans un tuyau. Les conditions à l'amont de celui-ci sont celles de l'atmosphère. A l'aval de ce tuyau se trouve un volume dont l'autre jonction débouche sur un circuit : vanne seule, ou tuyau et vanne, turbine, etc... En sortie, on retrouve la condition atmosphérique (hormis le cas des circuits fermés). Dans le cas de la vanne celle-ci permet de jouer sur le débit dans le système. Le compresseur tourne à une vitesse constante : il est situé sur un arbre entraîné par un moteur. A l'instant préinitial le système est dans une configuration stable : le débit est « assez grand ». A l'instant initial on ferme partiellement la vanne jusqu'à conduire le système dans un état instable comportant des oscillations pouvant aller jusqu'au débit négatif dans le compresseur.

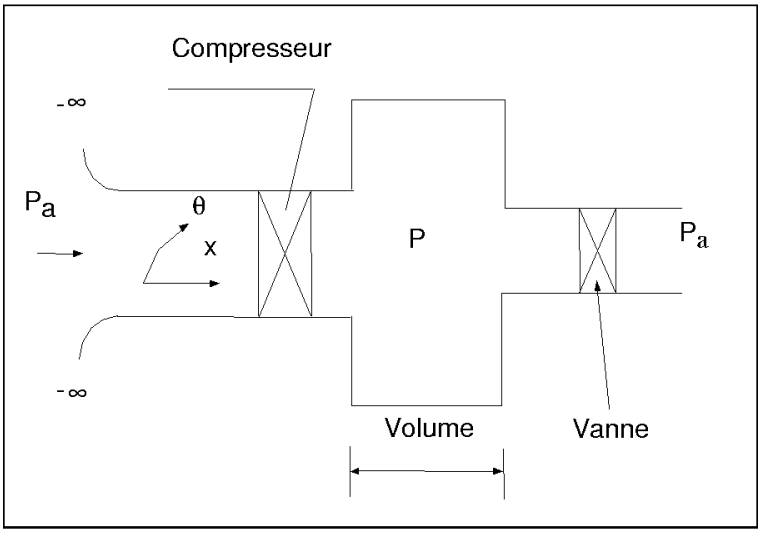

FIG. 2.3 – Cas académique d'étude du pompage

2.2.2.2 Comportement à très faible débit et débit négatif dans les compresseurs et pompage

Nous avons mené une étude bibliographique concernant le comportement des turbomachines à très faible débit et débit négatif, en relevant en particulier les points suivants (qui seront utiles pour le développement ultérieur des modèles) :

- la performance (en terme d'accroissement de pression au passage de la machine) est-elle minimale et continue à débit nul [1] ?
- des corrélations [2] ont-elles été établies pour de tels régimes ?

Nous n'avons pas trop insisté dans cette étude bibliographique sur les travaux théoriques sur le pompage, que les approches soient linéaires ou non linéaires, puisque nous avons choisi de comparer les différents types d'approches sur la même configuration dans les sections 4.2, 4.3.1, 4.3.2.

A notre connaissance la bibliographie concernant les mesures effectuées sur des turbomachines, à faible débit et surtout débit négatif est assez peu fournie. En plus des travaux généraux, elle concerne six domaines d'applications :

- pompes pour centrales hydroélectriques,
- pompes pour circuit primaire de réacteur nucléaire à eau pressurisée,
- turbocompresseurs pour les industries gazières [3] ,
- turbocompresseurs pour moteurs Diesel,
- turbocompresseurs pour réacteurs nucléaires à gaz à cycle direct,

[1] la forme de la courbe de performance est une donnée importante, car cette courbe sert de base aux modèles 0D
[2] c'est à dire des informations semi-empiriques nécessaires à la fermeture des modèles simplifiés d'écoulement en turbomachine
[3] Nous les citons pour mémoire, les machines sont vraiment très éloignées des nôtres et la documentation assez difficile à obtenir.

– turbocompresseurs pour l'industrie aéronautique.

2.2.2.3 Travaux généraux

Les travaux de Bidard (Bidard [1946],Bidard [1950]) ont été pionniers dans le domaine du pompage. Ce dernier a complété par le calcul la courbe caractéristique compresseur obtenue expérimentalement pour les débits positifs stables. Sans justification précise concernant les équations de la courbe caractéristique, il indique que la courbe dans le domaine des débits négatifs est semblable à une courbe de perte de charge. Les travaux de modélisation de Bidard effectués sur les ventilateurs ont toutefois été validés expérimentalement. Pendant longtemps, de nombreux travaux sur le pompage se sont basés sur des allures "postulées" (c'est encore le cas de Tondl, Kolnsberg en 1979-1980 : Tondl [1979], Kolnsberg [1979], Sentz [1980]). Des travaux expérimentaux sont présentés sur les mesures de courbes caractéristiques en débit négatif et leur extrapolation sur les parties instables (Hansen et al. [1981], Rohne [1984]). Les auteurs témoignent d'une confiance limitée quant à la qualité de leurs résultats. Les courbes sont en général (supposées) continues par tous. Par contre, le minimum de performance ne se situe pas toujours au point de débit nul (il se trouve alors sur la partie négative).

2.2.2.4 Pompes pour centrales hydroélectriques

Certains transitoires de fonctionnement des centrales hydroélectriques (coup de bélier, changement de régime, ...) ont conduit à étudier le comportement des machines hydrauliques dans les quatre quadrants (débit positif, débit négatif, vitesse de rotation normale, vitesse de rotation inverse). La plupart des essais sont consacrés à la détermination de la hauteur ; quelques-uns concernent le couple ou la puissance. Les premières mesures ont été réalisées par Thoma (Thoma [1931]). Des illustrations de ces mesures sont par exemple disponibles dans Kittredge [1956]. En général la continuité de la hauteur à débit nul est observée. La hauteur n'y est pas forcément minimale. En raison du caractère centrifuge de telles machines, nous n'avons pas cherché à étudier plus en détail les corrélations.

2.2.2.5 Pompes pour circuit primaire de réacteur nucléaire à eau pressurisée

Dans un contexte différent (réacteurs nucléaires à eau pressurisée), certains transitoires de fonctionnement (démarrage) ou d'incidents hypothétiques (arrêt d'urgence) ont également conduit à effectuer des mesures sur les pompes des circuits primaires de ces réacteurs. Le comportement dans les quatre quadrants a été investigué et des courbes caractéristiques de la hauteur et du couple ont été mesurées. Par ailleurs, la détermination expérimentale et la modélisation des caractéristiques en diphasique a fait l'objet de travaux importants : citons par exemple Grison and Lauro [1978] pour les mesures , Homer [1985] pour les aspects théoriques. Des essais (monophasiques) ont été effectués et publiés. Par exemple les essais "Bethsy" et "Eva" n'ont pas montré de discontinuité en zéro, ni de minimum (Geffraye and Bestion [1994]).

Des travaux ont également été effectués pour déterminer des corrélations. Examinons la démarche exposée dans Geffraye and Bestion [1994]. Les pertes de charge sont modélisées en utilisant les rapports des sections d'entrée et de sortie (Idel'Cik [1969]). Des corrélations de déviation sont également utilisées. Celle de Stodola (par exemple Shepherd [1956]) donnant l'angle de sortie en fonction des paramètres géométriques, du débit, de la vitesse de rotation a pu être généralisée en régime non nominal (par une fonction affine). A faible débit (positif ou négatif), l'angle de l'écoulement et l'angle métal sont supposés proches. Les résultats publiés dans Geffraye and Bestion [1994] montrent un assez bon accord entre modèle et mesures.

2.2.2.6 Turbocompresseurs pour moteurs Diesel

L'utilisation de la technique de la suralimentation des moteurs est de plus en plus répandue depuis une vingtaine d'années. Cette pratique très efficace ne semble pas causer de problème majeur dans la cas de la propulsion Diesel automobile. Par contre dans le cas de moteurs plus importants, certaines contraintes d'exploitation peuvent conduire à des situations de pompage. C'est le cas de la propulsion navale militaire (Chesse [1995]). Dans les travaux récents (Chesse et al. [1998]), on

continue à utiliser les courbes caractéristiques des machines car on souhaite décrire l'ensemble du système turbocompresseur-récepteur-tuyauteries. Les confrontations entre expériences et simulations donnent des résultats satisfaisants sur la simulation de régimes de pompage. Des mesures en débit inverse de l'ensemble de la machine sont disponibles dans la littérature, puisque le fonctionnement y est stable. Même si aucune mesure dans les zones instables n'est exposée, la caractéristique est supposée toujours être minimale en zéro (Chesse et al. [1996]).

En raison du caractère centrifuge de telles machines, nous n'avons pas cherché à étudier plus en détail les corrélations. On retiendra que des corrélations permettent d'extrapoler la courbe caractéristique aux plages de débits sur laquelle elle n'a pu être mesurée.

2.2.2.7 Turbocompresseurs pour réacteurs nucléaires à gaz à cycle direct

Bammert et Zehner ont clairement posé le problème de la survenue du débit négatif dans les réacteurs nucléaires à cycle direct (Bammert and Zehner [1975]), autant dans les compresseurs que dans les turbines. A notre connaissance les travaux publiés par Bammert et Zehner concernent seulement les turbines. De façon plus récente Kikstra a pointé l'intérêt d'étudier le fonctionnement d'une turbine à faible débit et à débit négatif, pour traiter le cas d'une hypothétique rupture d'un tuyau du circuit (Kikstra [2001]). Il a utilisé les travaux de Bammert et Zehner sans renouveler leur approche.

Des courbes caractéristiques sur les quatre quadrants ont été publiées pour le couple et la puissance de trois turbines. Des travaux expérimentaux sur les corrélations ont aussi été menés, à la fois sur des aubages plats et sur de réels aubages de turbine (influence de la courbure, présence d'un effet Coanda). Des pertes de charge et des déviations ont été mesurées. Les formules générées sont assez compliquées et utilisent plusieurs facteurs géométriques. De ce fait Kikstra (Kikstra [2001]) n'a pas utilisé de telles formules pour déterminer ses courbes caractéristiques de turbine. Il a supposé que l'angle de l'écoulement suivait l'angle métal. Il a justifié le faible impact de cette hypothèse par le fait que la survenue du débit négatif est très courte. De surcroît les mesures effectuées sur les grilles d'aubes de trois étages par Zehner montrent un accord assez décevant entre les performances simulées en utilisant de telles corrélations et les mesures. Si l'auteur dénonce le dispositif expérimental, Gamache (Gamache [1985]) interprète ce désaccord par le caractère tridimensionnel de l'écoulement.

2.2.2.8 Turbocompresseurs pour l'industrie aéronautique

De nombreuses publications ont décrit l'intérêt de s'intéresser aux écoulements à bas débit et débit négatif (voir par exemple Greitzer [1980]) pour les applications aéronautiques. A notre connaissance les travaux expérimentaux les plus aboutis dans le domaine sont les suivants : Turner et Sparke (Turner and Sparke [1964]) et Gamache (Gamache [1985]). Les célèbres papiers de Greitzer ne concernent pas les mesures à débit négatif du compresseur seul. D'ailleurs les courbes de performance sont extrapolées différemment pour les débits négatifs, selon les cas considérés. Les travaux de Day (Day [1994]) ont très utilement confirmé et complété les idées de Greitzer. Des travaux théoriques effectués par Koff ont engendré des corrélations "classiques" (semblables à celles de Bammert et Zehner (Bammert and Zehner [1974])). Koff a comparé les résultats de simulations effectuées en utilisant "ses" corrélations et les résultats des mesures de Turner et Sparke. Si l'accord est satisfaisant pour un étage, les résultats obtenus sur trois étages sont très décevants. Des différences supérieures à 100% sont observées sur les performances.

Par ailleurs, des données expérimentales relatives à une machine soumise à un débit négatif ont été obtenues par Carneal (Carneal [1990] cité dans Bloch and O'Brien [1992]) mais nous n'avons pas eu accès à de telles données. Elles ont permis à Bloch and O'Brien [1992] de construire une courbe de performance pour un étage soumis à un débit négatif. Ce modèle fait intervenir un triplet de constantes dont il n'existe aucune théorie pour en déterminer la valeur (Bloch and O'Brien [1992]). De manière concrète il semble que les auteurs aient d'abord déterminé un triplet correspond aux mesures de Carneal, puis ceux-ci ont adapté les valeurs de ce triplet aux mesures expérimentales mesurées par Gamache. Aucun autre cas de validation n'est montré. Du fait du manque de caractère prédictif de ce modèle dont les constantes sont de simples paramètres numériques sans aucuene signification physique, il ne nous a pas semblé qu'une telle méthode doive être poursuivie dans notre travail, si

ce n'est en utilisant les informations relatives aux mesures de Carneal.

2.2.2.9 Conclusion pour notre étude

Les oscillations de pompage pouvant être destructrices, les mesures sur de telles configurations ne sont pas courantes : si on trouve un certain nombre de mesures expérimentales sur le décollement tournant, on en trouve beaucoup moins sur le pompage. Ainsi, pour la description des instabilités dans le domaine des (bas) débits positifs on pourra utiliser les résultats des travaux effectués à partir de mesures expérimentales sur le décollement tournant. Dans le domaine des instabilités incluant l'apparition de débits négatifs, peu de mesures sont en littérature ouverte. A notre connaissance les mesures réalisées par Greitzer (Greitzer [1976a]) constituent les mesures de référence (Davis and O'Brien [1991], Robert [2004]). Celles réalisées par Day (Day [1994]) sont également intéressantes, mais sans doute moins complètes. Par ailleurs on utilisera également les travaux de Gamache (Gamache [1985]), Bammert et Zehner (Bammert and Zehner [1974] et Bammert and Zehner [1978]), relatifs à des mesures à débit négatif ("stationnaires"), mais sans mesure de cycle de pompage. Du fait de ce manque de mesures en littérature ouverte, on utilisera aussi des travaux expérimentaux effectués sur des machines centrifuges.

2.2.3 Résultats expérimentaux de Greitzer sur le pompage (Greitzer [1976a])

Les expériences ont été réalisées sur un compresseur purement axial, à trois étages répétitifs. Différentes configurations ont été étudiées (différentes tailles de réservoirs, vitesses de rotation). Greitzer s'est intéressé au comportement transitoire du système de compression.

Influence de B

Greitzer définit le coefficient B :

$$B = \frac{U}{2c}\sqrt{\frac{V_p}{SL}}$$

(U dénommant la vitesse d'entraînement, S la section du tuyau, L la longueur du tuyau, c la célérité du son dans le réservoir, Vp le volume du réservoir).

Ce coefficient caractérise le rapport entre les forces de pression et les forces d'inertie.

Pour faire varier la valeur de B, l'auteur a joué sur le volume du réservoir et la vitesse de rotation.

Le déclenchement du pompage dépend de la valeur de B. D'après le tableau 2.1, l'expérience montre que la valeur limite mesurée est constante quel que soit le réservoir utilisé (sauf pour le réservoir de 2.8 m^3, dans ce cas le système de compression ne pompe pas).

TAB. 2.1 – Valeur limite de B entre le pompage et le décollement tournant pour différents volumes, extrait de Greitzer [1976a]

Volume (m^3)	Valeur limite expérimentale de B	Valeur limite numérique de B
34.9	.8	.65
22.8	.8	.65
15.0	.8	.65
2.8	pas de pompage	.65

B=0.65

Le système de compression bascule dans un régime instable avant de trouver un nouveau point de fonctionnement stable (figure 2.4). Les grandeurs oscillent pendant un certain temps avant de retrouver un équilibre qui permet de considérer le débit massique et la pression du réservoir comme étant stabilisés. Cependant il faut garder en mémoire que pour ce nouveau point de fonctionnement, l'écoulement sur les aubes du compresseur est décollé.

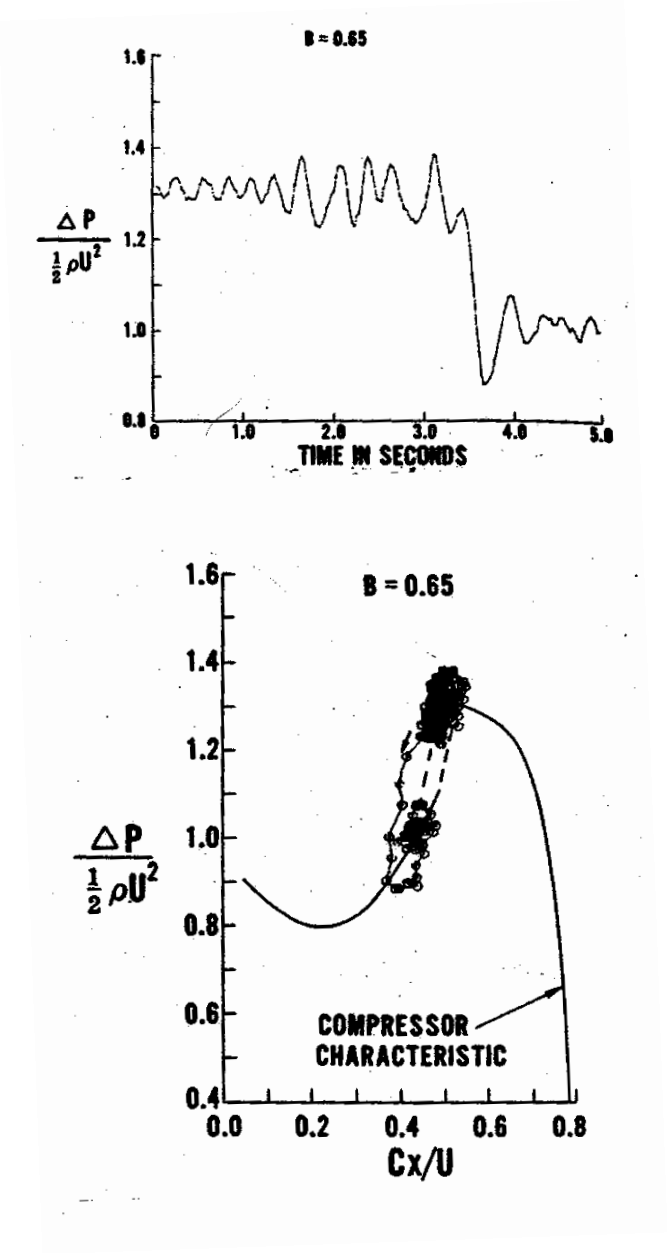

FIG. 2.4 – Réponse du système de compression pour B=0.65, extrait de Greitzer [1976a].

B=1.00

A cette valeur, aucun point de fonctionnement stable n'est atteint après la limite de stabilité : des oscillations se développent dans le système, et elles sont caractéristiques du pompage (figure 2.5). Le cycle de pompage prend la forme d'une sorte d'ellipse. La fréquence du phénomène de pompage classique semble correspondre à la fréquence de l'oscillateur d'Helmoltz :

$$f = \frac{U}{4\pi LB}$$

Augmentation de B

En augmentant B, on observe une modification de la forme des boucles de pompage et de la fréquence des oscillations (figure 2.6).

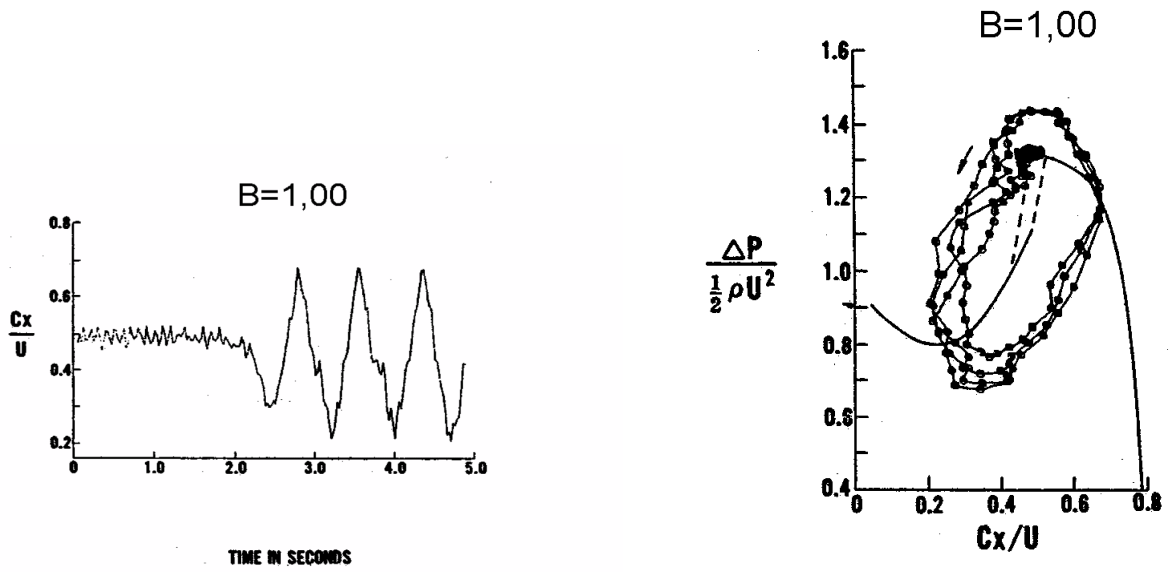

FIG. 2.5 – Réponse du système de compression pour B=1.00, extrait de Greitzer [1976a].

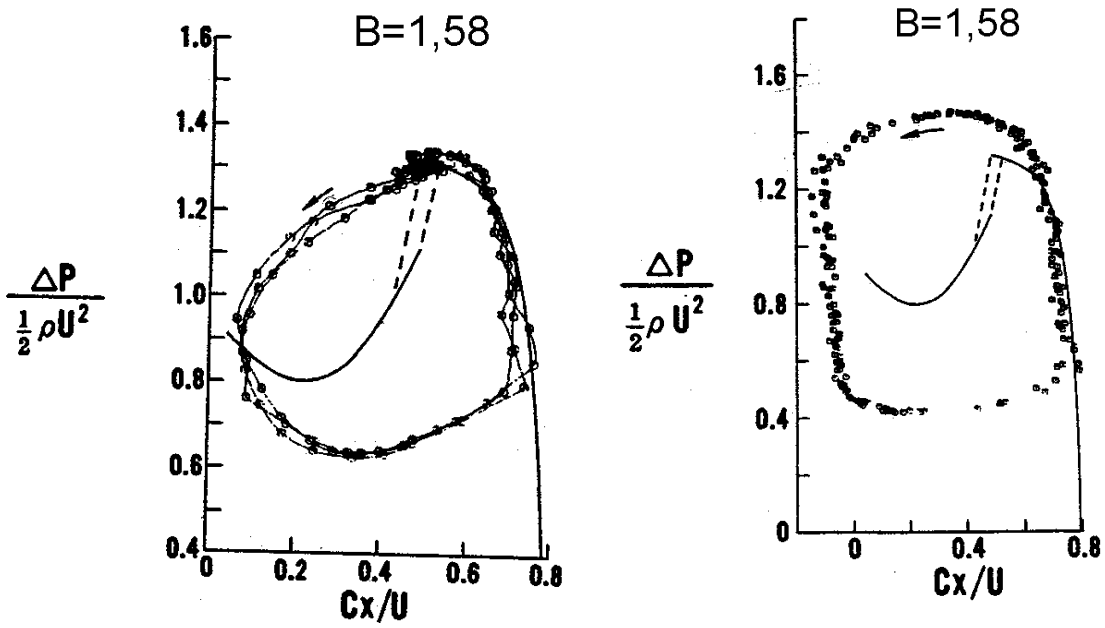

FIG. 2.6 – Cycles de pompage classique et profond pour B=1.58, extrait de Greitzer [1976a]

Pompages classique et profond

En augmentant l'ouverture de la vanne, ou en augmentant B, le cycle de pompage peut intercepter des valeurs négatives de la vitesse débitante. On parle alors de pompage profond (figure 2.6).

2.2.4 Résultats expérimentaux de Day sur le pompage (Day [1994])

La contribution de Day est volumineuse, elle concerne plusieurs domaines. Seules les plus importantes pour les études sur le pompage sont présentées ci-après.

La contribution de Day dans cette étude (Day [1994]) est majeure et complémentaire de celle de Greitzer. En effet, le pompage profond est investigué d'un point de vue expérimental, y compris pour des grandes valeurs de B (paramètre de Greitzer). Malheureusement l'absence de données précises sur l'obtention des valeurs de B en fait une base de validation assez limitée. Nous rapportons ci-après les principaux enseignements de Day. Les expériences ont été réalisées sur un compresseur purement axial, à quatre étages répétitifs.

Le décollement tournant comme initiateur du pompage

Dans la machine axiale étudiée par Day, le pompage est toujours précédé du décollement tournant. La phase de décollement tournant est assez brève comme l'indique la figure 2.7.

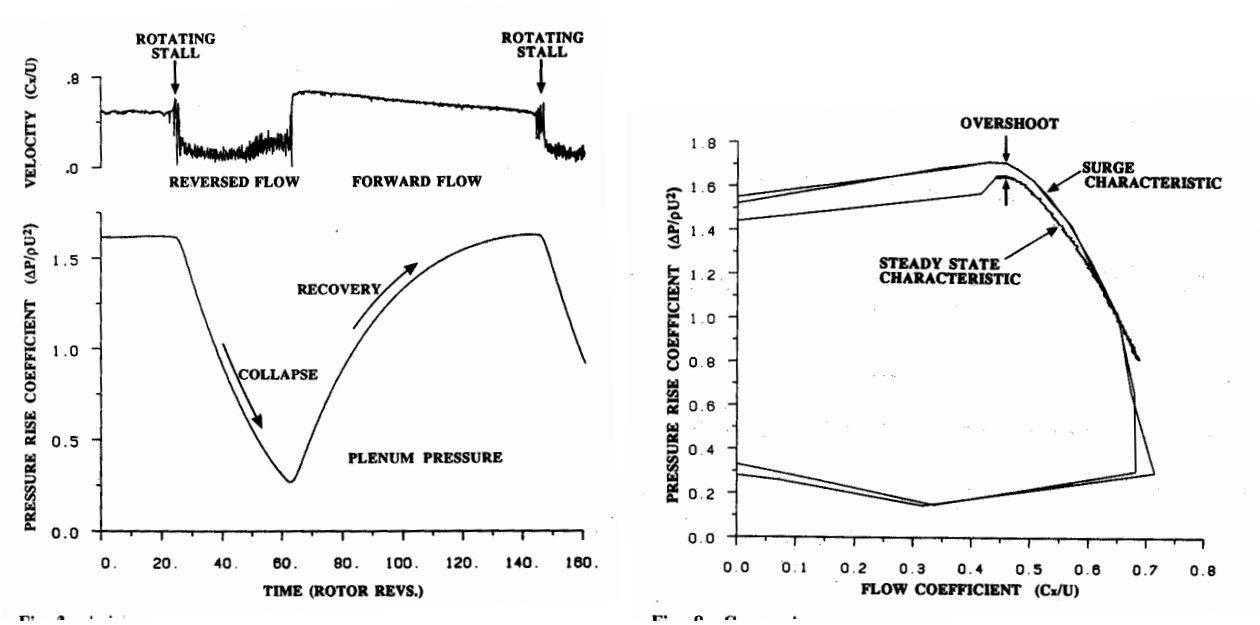

FIG. 2.7 – Pompage profond, extrait de Day [1994]

D'après Day, le pompage (profond) est un phénomène de vidange et recompression ("collapse and recovery") plutôt qu'une instabilité aérodynamique. Le mécanisme de pompage profond est différent de celui-ci de l'oscillateur de Helmoltz. Les fréquences caractéristiques également.

Visualisation d'un cycle de pompage

Différentes visualisations sont proposées par Day. La figure 2.7 confirme les idées de Greitzer : le cycle épouse la caractéristique stationnaire dans la partie stable et la partie à débit négatif. Il faut noter cependant :

- la "continuité" apparente de la pression entre débit positif et négatif n'est pas toujours respectée. A faible B, l'augmentation de pression maximale à débit négatif est plus faible qu'à débit positif, à cause de la quantité de gaz perdu au travers de la vanne pendant la décélération. A B élevé cette perte de matière est négligeable, car la taille du volume est grande.
- la présence d'un overshoot par rapport à la caractéristique à débit positif.

La représentation en fonction du temps permet de se rendre compte du phénomène de basculement entre les caractéristiques à débit positif et négatif, puisqu'une valeur typique du temps consacré à l'accélération et la décélération (c'est à dire hors

des courbes) est égale à seulement 7% du temps d'un cycle complet. Sur le cas étudié par Day, les temps passés sur les caractéristiques positives et négatives sont du même ordre de grandeur, mais pas strictement égaux (pour un cas testé le temps passé à débit positif est le double de celui passé à débit négatif).

Application : reformulation du paramètre de Greitzer

L'existence d'un fonctionnement en décollement tournant seul à de faibles valeurs de B est avancée par Day, même si des fluctuations de vitesse axiale se développent et sont entretenues de façon périodique. Ne retrouvant pas la valeur de B critique avancée par Greitzer, Day choisit de reformuler le paramètre :

$$B' = B\frac{\Psi_{pCC}}{\Phi_{pCC}}$$

où l'indice $_{pCC}$ indique les valeurs au pic de la courbe caractéristique (Φ, Ψ). Il ne semble pas que ce paramètre "amélioré" ait eu le même destin que le paramètre original de Greitzer puisqu'il n'est que très rarement mentionné dans des publications ultérieures.

2.2.5 Autres éléments d'importance relatifs au pompage

2.2.5.1 Résultats expérimentaux de Gamache (Gamache [1985])

Les travaux expérimentaux de Gamache (Gamache [1985]) ne comprennent pas des mesures instationnaires de cycle de pompage ; pourtant elles offrent un intérêt dans cette section car elles fournissent des éléments quantitatifs sur une partie des cycles de pompage : la partie à débit négatif. Gamache a publié des courbes caractéristiques de machine complète et d'étage en écoulement inverse pour un système de compression comportant un compresseur purement axial de trois étages. Toutes ses mesures sont effectuées en stationnaire. Les expériences ont été réalisées sur un compresseur purement axial, à trois étages non répétitifs. Les conclusions sont les suivantes :

- il existe une discontinuité de la performance en zéro,
- la performance n'est pas forcément minimale en zéro (c'est le cas pour certains étages et pas pour d'autres),
- Gamache (Gamache [1985]) souligne le caractère fondamentalement tridimensionnel de ce type d'écoulement et ne cherche d'ailleurs pas à formuler ses résultats en terme de corrélations.

Sur la même machine Gamache a également effectué des mesures à bas débit positif. Turner et Sparke (Turner and Sparke [1964]) avaient effectué le même type de mesure sur cette même machine. On a constaté un bon accord entre les deux contributions.

2.2.5.2 Mécanisme du pompage pour les machines axiales à haute vitesse

Les résultats expérimentaux de Day et Freeman sur une machine à haute vitesse (Day and Freeman [1994]) indiquent que le pompage pour de telles machines est également initié par le décollement tournant. Ces résultats sont à la base d'un certain nombre de travaux sur le contrôle actif et il semble que depuis lors ils n'ont pas été remis en cause. Cette contribution est d'importance car elle semble mettre un terme définitif à l'idée suivante : dans les machines à haute vitesse le pompage pourrait prendre la forme d'une onde de pression se déplaçant à la vitesse du son, point de vue qui était défendu dans Mazzawy [1979] et dans Cargill and Freeman [1991].

2.2.5.3 Influence des ondes de pression

D'après les observations de Greitzer et de Day, les ondes de pression n'interviennent pas dans le phénomène de pompage dans leurs configurations. Dans les configurations industrielles les conduites du circuit peuvent être très longues. De

ce fait l'influence éventuelle des ondes de pression dans le phénomène de pompage mérite d'être abordée. Un paramètre adimensionnel peut être introduit :

$$\frac{T_{pompage}}{L/c}$$

(où $T_{pompage}$ est la période caractéristique du phénomène de pompage, L la longueur du circuit, c la célérité du son).

Les équipes travaillant sur le pompage dans les moteurs Diesel ont été confrontées à la question de l'incidence éventuelle des ondes sonores. En particulier Yano et Nagata (Yano and Nagata [1971]) ont obtenu un ensemble de données expérimentales et numériques. Il en ressort que ces auteurs négligent l'effet des ondes de pression dès que $\frac{T_{pompage}}{L/c} > 20$. Un cas (théorique) est calculé avec un rapport égal à 6.8, les cycles de pompage sont relativement affectés, dans le sens où on reconnaît encore l'ellipse du cycle de pompage, mais celle-ci est déformée par des oscillations. Ceci peut s'expliquer par le fait que la perturbation d'un signal donné (ici les oscillations de pompage) par un signal de fréquence plus élevée (les ondes de pression) n'est visible que si les fréquences sont du même ordre de grandeur.

Un travail plus récent effectué par P. Chesse (Chesse [1995]) pour le même type d'applications l'a conduit à négliger l'effet de ces ondes car $\frac{T_{pompage}}{L/c} = 20$ dans son cas.

Ajoutons que pour les configurations qui ont constitué l'essentiel de notre recherche bibliographique, les valeurs de ce rapport sont encore plus élevées (voir tableau 2.2).

TAB. 2.2 – Valeur du paramètre $\frac{T_{pompage}}{L/c}$ pour les principales configurations étudiées

Description du cas	Valeur du paramètre	Référence du cas
Tuyau + compresseur (Greitzer)	130	Greitzer [1976a]
Tuyau + compresseur (Day)	>230	Day [1994]
Réacteur nucléaire à hélium	> 75	chapitre 7

2.2.6 Décollement tournant

Définition

Le décollement tournant est défini comme un phénomène d'instabilité locale des compresseurs, lorsqu'ils fonctionnent à bas débit. Le décollement tournant est caractérisé par la présence d'une ou plusieurs zones de décollement qui tournent dans le même sens que la roue mais à une vitesse inférieure (jusqu'à 60% de la vitesse de rotation de la roue). Il intervient dans les rotors et les stators des compresseurs et conduit à une augmentation de température, des vibrations et à un écoulement circonférentiellement différent de l'écoulement périodique (dont la période est liée au nombre d'aubes).

Historique et principe physique

La première explication du mécanisme associé à l'apparition du décollement tournant a été donnée par Emmons en 1955 (Emmons et al. [1955]). L'auteur a considéré une roue axiale d'un compresseur avec une géométrie telle que l'angle d'attaque est élevé. Il a observé que dans le cas où l'uniformité de l'écoulement entrant n'est plus respectée, l'angle d'attaque peut augmenter et atteindre une valeur suffisante pour que la grille d'aubage décroche localement. L'écoulement est alors séparé de la surface d'aspiration des aubages décrochés qui agissent comme un bouchon, empêchant le fluide de traverser leurs canaux.

Lorsque le débit est très faible, le décollement peut devenir très important. Il est possible qu'une cellule s'étende sur la moitié (voire plus) de la surface de l'annulaire. Sous ce régime, l'écoulement est instationnaire et perd sa périodicité initiale autour de la roue du compresseur. Cependant, le débit massique traversant la roue reste constant en moyenne. Pour Emmons, le décollement tournant est une instabilité locale du système de compression qui peut s'expliquer à partir de la géométrie des aubes et des triangles de vitesse. A partir d'un certain débit, l'angle devient si grand qu'il tend à provoquer un décollement de la couche limite sur les aubes de la roue. D'après Emmons, ce phénomène pourrait s'expliquer par le fait que les aubages ne sont pas strictement identiques géométriquement, les légères différences sembleraient jouer sur la stabilité des aubages.

La figure 2.8 présente une interprétation de la propagation du décollement tournant :

- A partir d'un certain débit critique, le décollement tournant démarre sur un aubage ;
- La zone de décollement se développe et a tendance à bloquer le canal ;
- Le courant est alors dévié de chaque côté du canal : l'angle d'incidence de l'aubage suivant (n˚5) diminue et celui de l'aubage précédent (n˚3) augmente ;
- La stabilité de l'aubage n˚5 est augmentée contrairement à l'aubage n˚3 qui devient plus instable et plus sensible au décollement tournant ;
- La zone de décollement passe alors du canal délimité par les aubages 3 et 4 à celui délimité par les aubages 2 et 3.

Ce processus permet d'expliquer le déplacement des zones de décollement dans une grille d'aubages. Dans le référentiel de la roue, elles se déplacent dans le sens inverse de la rotation de la roue, mais à une vitesse inférieure à la vitesse de rotation (de 10 à 60%).

D'autres interprétations plus récentes ont vu le jour et ont amené à présenter le décollement tournant comme une amplification de mode tournant, particulièrement sous l'effet de la zone intergrille (c'est la contribution de Z. Spakovszky (Spakovszky [2000]) dans laquelle celui-ci montre l'importance des zones non aubées dans l'apparition des instabilités, grâce à une modélisation quasi tridimensionnelle de cette région). Cette interprétation indique que les modes de décollement tournant circonférentiels ne sont pas forcément liés aux modes axiaux [4] . Ce phénomène d'amplification de certains modes tournants (dus aux interactions rotor-stator) a été récemment formalisé par N. Gourdain (Gourdain [2005]) grâce à une généralisation de la théorie de Tyler et Sofrin (Tyler and Sofrin [1962]). Il a également été montré numériquement que le déclenchement du décollement tournant était bien répétitif d'une simulation à l'autre, mais que les défauts "géométriques" (non reproduits dans les simulations) n'étaient sans doute pas responsables de l'apparition du décollement sur un aubage plutôt qu'un autre. Enfin l'origine visqueuse du déclenchement du décollement tournant a pu être mise en doute, par rapport aux phénomènes convectifs et acoustiques (même si le développement du phénomène, une fois établi, a bien une contribution visqueuse importante).

[4] ce qui ne signifie pas des modes axiaux et circonférentiels ne puissent pas cohabiter. Des observations l'ont montré. Dans certains cas où les modes axiaux ont une assez grande amplitude, on parle même de pompage modifié (Gourdain [2005]).

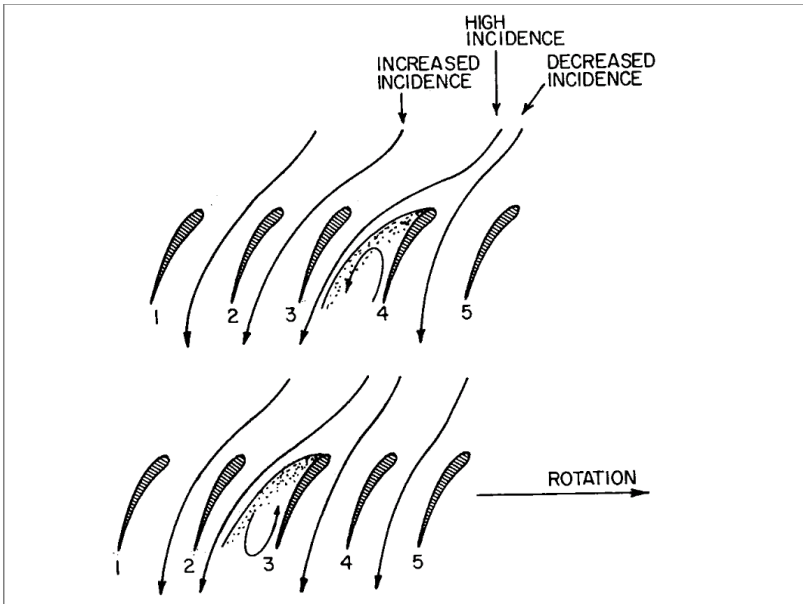

FIG. 2.8 – Propagation du décollement tournant dans une grille d'aubages, extrait de Emmons et al. [1955]

Evolutions et différents types de décollement tournant

Le décollement tournant se manifeste tout d'abord par un décollement de couches limites en tête ou en pied des aubages (selon le compresseur), autour de la paroi annulaire. Comme le débit est diminué, on passe du décollement annulaire au décollement tournant caractérisé par un nombre de cellules et par une vitesse de propagation. Une diminution supplémentaire du débit peut modifier le nombre de cellules, leur vitesse de propagation et le temps d'apparition du régime. Le nombre de cellules peut également varier au cours du transitoire.

Par ailleurs, la forme des cellules est variable. Elles peuvent :

* Couvrir une partie de l'envergure (en partant du bas ou du haut de l'aubage suivant le cas) et s'étendre sur quelques aubages ; le terme de décollement partiel est alors employé (part span stall) ;

* Ou bien couvrir toute la hauteur de la paroi annulaire et occuper une surface pouvant s'étendre sur plus de la moitié de la circonférence de la paroi annulaire ; dans ce cas, le décollement est complet (full span stall).

Une même machine peut développer soit un décollement complet, soit un décollement partiel.

La sensibilité à différents paramètres a été testée par différents auteurs, tels que :

– la présence ou non du dernier stator d'une machine, la compacité et la directrice d'entrée (Iura and Rannie [1954]).
– D'autres expériences, recensées dans Pampreen [1993], ont également étudié l'influence de la longueur de la corde, en fixant puis en changeant la compacité.

Les résultats obtenus divergent par rapport à ceux décrits dans Iura and Rannie [1954]. Les observations réalisées par Greitzer (Greitzer [1980]) montrent également que les résultats peuvent être très différents selon l'expérience et le matériel utilisé. Toutefois le rôle de la longueur du conduit situé en aval du compresseur semble admis par tous.

Un autre type de distinction peut aussi être effectué :

- le décollement progressif : après la ligne de pompage, le taux de compression décroît progressivement avec le débit (figure 2.9 a) ;

- le décollement brutal : dans ce cas, après la valeur maximale du taux de compression, celui-ci chute brutalement lorsque le débit diminue (figure 2.9 b).

Mouvement du fluide à travers les cellules

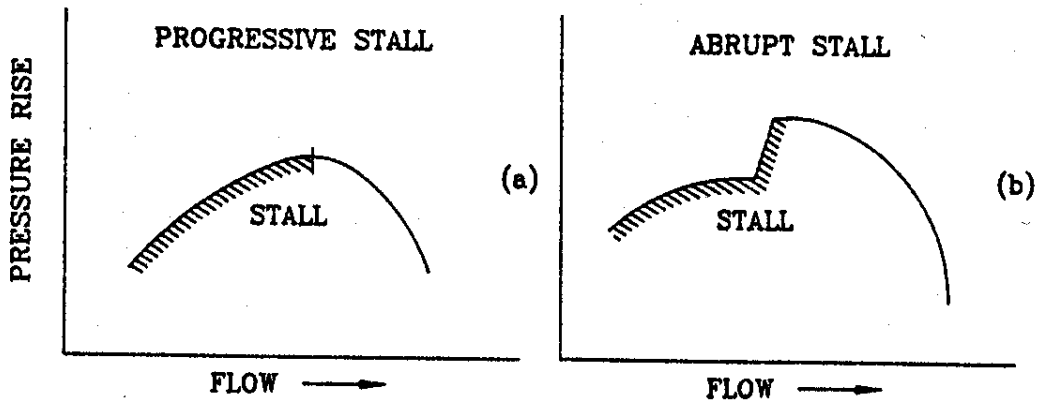

FIG. 2.9 – Décollement progressif et brutal, extrait de Pampreen [1993]

Afin de déterminer le mouvement du fluide dans les cellules et autour de celles-ci, une expérience sur un compresseur à trois étages a été réalisée en 1978 par Day et Cumpsty (Day et al. [1978]). La figure 2.10 schématise les résultats observés.

Lorsque le décollement tournant est établi, la zone de décollement s'étend sur les trois étages du compresseur. Le schéma de gauche de la figure 2.10 représente les modèles d'écoulement à l'intérieur de la cellule : lorsque les aubages du rotor passent d'une région non-décrochée à une autre qui l'est, l'écoulement est alors localement inversé, il sort du rotor vers la région en amont des aubages. Arrivé à la moitié de la largeur de la cellule, l'écoulement se redresse et ré-entre dans les aubages. L'illustration de droite de la figure 2.10 permet de mieux saisir le mouvement du fluide lorsqu'il traverse une cellule.

Il est important de préciser que le déplacement du fluide à travers une cellule ne peut pas toujours être représenté par des schémas du même type que ceux de la figure 2.10. En effet, l'écoulement dépend du débit traversant le compresseur et de l'angle d'incidence des aubages. Ces expériences ont permis de montrer qu'à faible vitesse, la cellule n'est pas seulement une zone passive de blocage du fluide, mais est une région où le mouvement du fluide est complexe. A l'intérieur de la cellule, l'écoulement peut être tridimensionnel avec une composante tangentielle dominante.

Suivant la valeur du coefficient de débit, le déplacement axial peut être dirigé vers l'arrière du compresseur (débit faible) ou dans les deux sens (débit élevé). Enfin, en fonction une nouvelle fois de la valeur du débit, il est possible d'avoir une circulation du fluide dans la direction radiale.

Ces résultats ont été obtenus pour un compresseur particulier, à trois étages ayant tous un degré de réaction de 0.5. Il est donc légitime de se demander quelle généralité on peut accorder aux résultats précédents. Il est clair qu'en pratique tous les compresseurs à plusieurs étages n'ont pas les mêmes caractéristiques que celui utilisé pour l'expérience. Les compresseurs industriels ont toujours un écoulement convergent, ils ont des géométries d'aubage distinctes suivant les étages, enfin ils ne sont pas forcément conçus de manière à avoir un degré de réaction de 0.5.

Cependant, ce travail de recherche sur les bancs d'essais permet de mettre en évidence l'effet prépondérant des zones de décollement comme des zones de blocage, et la possibilité d'avoir un écoulement dans ces zones. Mentionnons que d'autres auteurs (Ohta et al. [2004]) ont avancé que la zone de décollement est en fait une structure tourbillonaire tridimensionnelle.

De plus, il est intéressant de remarquer que lorsque la cellule commence à se développer, elle n'agit que comme une zone passive de blocage. Elle passe en mode actif lorsqu'elle se développe, et une fois développée, il est possible d'observer des circulations de fluide au travers de la cellule. Ces éléments seront utilisés dans un de nos modèles.

2.3 Conclusions

En conclusion de cette revue bibliographique, plusieurs points apparaissent par rapport à notre objectif de développement d'une modélisation numérique instationnaire capable de fournir des estimations du risque d'apparition des instabilités et de

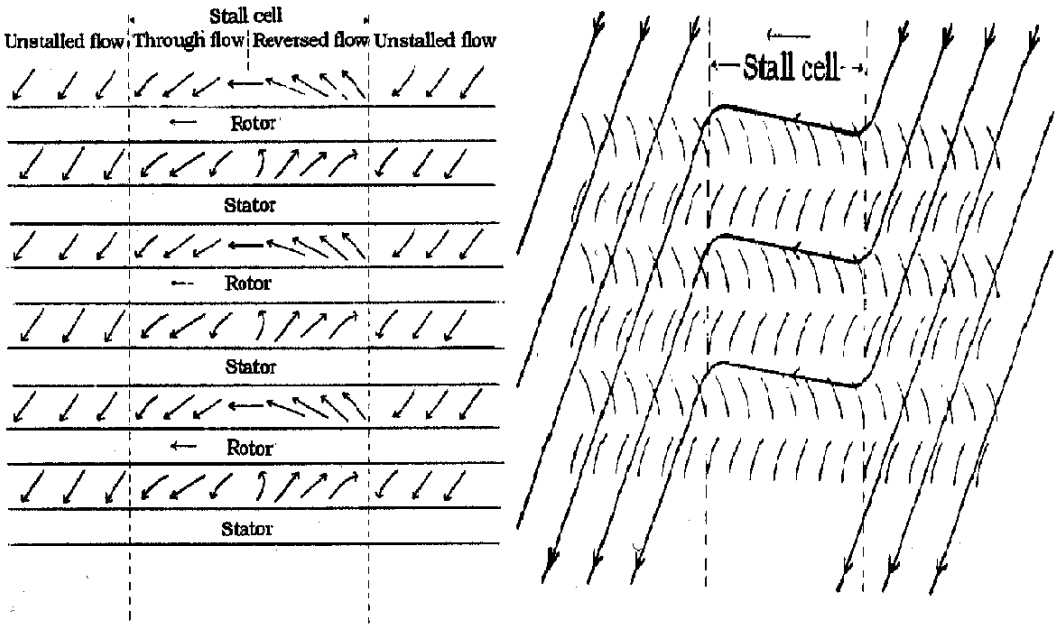

FIG. 2.10 – Ecoulement à travers un compresseur soumis au décollement, extrait de Pampreen [1993]

leur comportement dynamique :

1. Le pompage semble apparaître, pour tous les types de machine, comme un phénomène quasi-stationnaire, au moins pendant les phases au cours desquelles la courbe dynamique de la pression en fonction de la vitesse (i.e. le cycle de pompage) épouse la courbe caractéristique stationnaire. Ces phases occupent une part importante du cycle de pompage. En conséquence, la description correcte du fonctionnement d'un compresseur en régime stationnaire est une étape indispensable pour la modélisation du pompage. Ajoutons que la revue bibliographique n'a pas fait apparaître l'existence de corrélations générales capables de décrire les comportements stationnaires, au moins dans les parties à bas débit positif et à débit négatif. C'est pourquoi un effort particulier doit être déployé pour générer et valider des corrélations stationnaires. La description stationnaire, ainsi que sa validation, sera l'objet du chapitre suivant.

2. Le facteur B de Greitzer joue un rôle prépondérant dans le phénomène d'apparition et de développement des instabilités. De ce fait, les résultats des simulations numériques seront présentées en fonction de ce paramètre (chapitres 4 et 5). Dans les diverses théories analytiques que nous développerons, nous essaierons également de faire apparaître le rôle du paramètre B (chapitres 4, 5 et 6).

3. Les mesures de Greitzer ont un caractère incontournable pour la validation du modèle instationnaire (chapitre 5) dans la mesure où elles sont les plus détaillées parmi les mesures disponibles. Pour autant la machine utilisée par Greitzer n'est pas totalement décrite et les configurations expérimentales ne sont pas toutes explicites. Les résultats de Day seront également utilisés, même s'ils sont moins détaillés.

4. Concernant les mesures stationnaires, les contributions les plus utilisables pour la validation sont celles de Gamache pour les compresseurs (chapitre 3) et de Bammert pour les turbines (annexe E).

5. Le décollement tournant est un phénomène multidimensionnel, rapide et complexe (plusieurs types de décollement existent). Malgré cette complexité, quelques éléments généraux peuvent être dégagés : le décollement tournant est l'initiateur du pompage [5] , l'apparition des instabilités (à bas débits) est donc directement liée à l'apparition du décollement tournant. Ceci conduira pour la description des instabilités dans le domaine des (bas) débits positifs à utiliser des travaux

[5] cela ne signifie pas qu'il conduise toujours au développement du pompage

effectués sur le décollement tournant. Par ailleurs, dans la suite de la modélisation du pompage, quelques autres éléments généraux, détaillés en annexe C, ont permis d'élaborer différents modèles plus complets de décollement tournant (annexe C).

Chapitre 3

Modèle stationnaire : construction et validation

Sommaire

3.1 Introduction 46

3.2 Corrélations utilisées pour décrire le comportement d'un compresseur à faible débit ou à débit inverse . 49

3.2.1 Premier modèle de corrélations à bas débit positif 49

3.2.1.1 Avant-propos 49

3.2.1.2 Formules des corrélations de pertes 50

3.2.1.3 Coefficient maximal de pertes 50

3.2.1.4 Déviation angulaire 51

3.2.1.5 Conclusion 51

3.2.2 Deuxième modèle de corrélations à bas débit positif 51

3.2.2.1 Etude analytique préliminaire 51

3.2.2.2 Quelques modèles décrivant l'apparition (et le développement) d'instabilités et de décollement tournant 54

3.2.2.3 Seuil d'apparition des instabilités : résultats 54

3.2.2.4 Conclusions 57

3.2.3 Modèle de corrélations à débit négatif 57

3.2.3.1 Etablissement de corrélations à partir des données de Gamache (Gamache [1985]) 57

3.2.3.2 Conclusions 59

3.3 Corrélations utilisées pour décrire le comportement d'un compresseur pour des conditions stationnaires hors nominales 60

3.3.1 Introduction 60

3.3.2 Corrélations de pertes 60

3.3.2.1 Pertes de profil. Facteur de diffusion 60

3.3.2.2 Autres sources de pertes 62

3.3.2.3 Pertes à proximité du débit critique 62

3.3.3 Corrélations d'angle d'incidence optimal 63

3.3.4 Corrélations de déviation 63

3.3.5 Conclusion et perspectives 64

3.3.6 Détermination des corrélations à l'aide d'un solveur Navier-Stokes 3D paramétré 64

3.4 Validation du modèle stationnaire de compresseur à faible débit ou à débit inverse 65

3.4.1 Premier modèle de corrélations à bas débit positif 65

3.4.1.1 Résultats du premier modèle : comparaison avec les résultats expérimentaux et numériques de Yocum et O'Brien (Yocum and O'Brien [1992a],Yocum and O'Brien [1992b]) 65
3.4.1.2 Résultats du premier modèle : application à la machine de Greitzer 67
3.4.2 Deuxième modèle de corrélations à bas débit positif 67
3.4.2.1 Rappel concernant le modèle basé sur les résultats expérimentaux de Day, Greitzer et Cumpsty (Day et al. [1978]) 67
3.4.2.2 Résultats du deuxième modèle : applications à la machine de Greitzer 68
3.4.3 Modèle de corrélations à débit négatif 68
3.5 Validation du modèle stationnaire de compresseur en régime hors nominal 69
3.5.1 Premières comparaisons 69
3.5.2 Effet de différents paramètres 70
3.5.3 Modification de la corrélation de jeu 70
3.5.4 Conclusion 71
3.6 Conclusion 71

3.1 Introduction

Il a été montré au chapitre précédent l'intérêt, par rapport à notre objectif de compréhension des phénomènes d'instabilités, de bien décrire le comportement stationnaire d'une turbomachine. Il a été choisi comme échelle de description celle de la roue, pour plusieurs raisons complètement détaillées à la section 4.1 (particulièrement le caractère multiétagé des machines considérées, et le fait qu'à cette échelle une grande connaissance physique basée sur de nombreux travaux expérimentaux a été accumulée). En plus des équations de conservations de la masse, de la quantité de mouvement axiale, de la quantité de mouvement circonférentielle et de l'enthalpie totale, exprimées dans le référentiel de chaque grille, maillées axialement [1], le modèle stationnaire à l'échelle de la roue (voir la figure 1 dans le cas du compresseur) nécessite la donnée de lois de fermetures ou corrélations pour le passage des grilles d'aubes ; pour l'espace intergrille, qui est aussi représenté, aucune corrélation n'est nécessaire. Deux corrélations sont utilisées au passage des grilles d'aubes : celle donnant le facteur de pertes de pression totale au passage d'une roue ($\frac{\Delta P_T}{\rho_{s,1}\frac{V_1^2}{2}} = \omega$) et celle donnant l'angle de sortie de l'écoulement au passage d'une roue (α_2). Ces deux corrélations utilisées pour chaque grille, dans le référentiel propre à chaque grille, permettent de fermer le système d'équations de conservations. On s'en convaincra complètement par la lecture de la construction du modèle instationnaire (chapitre 4), dont le cas stationnaire est un cas particulier.

La figure 3.1 présente schématiquement les différents régimes auxquels peut être soumis un compresseur dans le cadre de notre étude :

- conditions hors nominales à débit positif, mais non sévères. Elles correspondent à un fonctionnement stable,
- conditions hors nominales à bas débit positif,
- conditions de débit négatif.

S'agissant du fonctionnement pour des conditions hors nominales, mais "non sévères", il existe un grand nombre de publications, qui donnent directement des corrélations sous la forme de pertes de charge et d'angle de sortie. On peut les classer en plusieurs types. Le premier type comprend les corrélations générales, qui sont souvent simples, qui nécessitent peu d'information géométrique et qui comprennent un certain nombre de paramètres, que l'on peut "ajuster". Elles sont utilisées par exemple à un stade très amont dans un projet de développement d'un compresseur "d'une même famille" qu'un compresseur déjà existant. Le deuxième type comprend des corrélations plus précises, plus complexes, souvent entièrement prédictives, mais qui nécessitent une connaissance assez fine de la géométrie. Elles sont utilisées à un stade plus avancé du

[1] l'échelle est toutefois d'une seule maille par grille d'aubes

développement d'un compresseur ou si on souhaite définir une machine nouvelle. Par ailleurs, on aura compris qu'il existe un continuum de type de corrélations entre ces deux extrêmes.

Concernant les régimes hors nominaux "sévères" ou à débit négatif, nous n'avons pas trouvé dans la bibliographie de corrélations "de référence" ou de démarche de construction de corrélations qui soit véritablement satisfaisante. Il faut sans doute y voir le résultat du faible volume de données expérimentales disponibles et de la retenue à construire des modèles simples (les corrélations de grille) pour décrire des phénomènes complexes.

En conséquence nous avons dû construire une modélisation pour ces régimes hors nominaux "sévères" ou à débit négatif. La démarche la plus naturelle a donc été d'utiliser des modèles adaptés aux régimes hors nominaux et de les compléter avec certaines caractéristiques particulières aux régimes hors nominaux "sévères" ou à débit négatif. Nous nous sommes donc basés sur des corrélations simples et générales initialement développées pour des régimes hors nominaux non sévères et qui comprennent un certain nombre de paramètres, que l'on pourra déterminer selon les caractéristiques particulières aux régimes hors nominaux "sévères" ou à débit négatif. La base de modèle choisie suit les travaux de Kroon et Tobiasz (Kroon and Tobiasz [1971]).

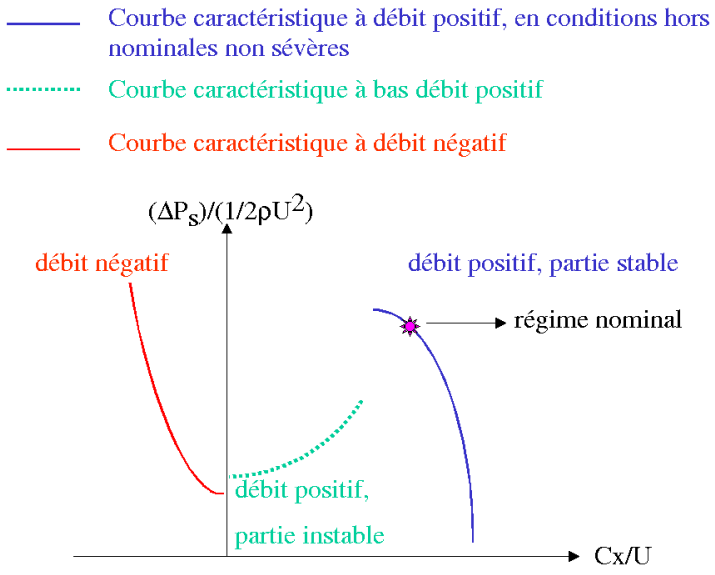

Figure 3.1: Courbe caractéristique de compresseur

Débits positifs

S'agissant plus particulièrement des débits positifs, par souci d'homogénéité et de continuité entre les différents régimes, nous avons choisi d'utiliser un même modèle, basé sur celui de Kroon et Tobiasz, pour toute la gamme de débit positif (c'est à dire pour tous les régimes hors nominaux, "sévères" ou non). Les constantes du modèle peuvent être déterminées de deux façons possibles :

- par ajustement sur les résultats expérimentaux,
- ou par un modèle prédictif.

Débit positif hors nominal "non sévère"

La valeur des constantes du modèle, basé sur celui de Kroon et Tobiasz, sera prioritairement déterminé par ajustement sur les résultats expérimentaux obtenus sur la partie stable de la courbe caractéristique de la machine ou de l'étage. Une telle démarche ne nous paraît pas hors de propos, y compris dans une démarche prédictive. En effet, de telles mesures sont

tout à fait fréquentes, et sont du domaine de la pratique courante dans l'industrie et la recherche. De surcroît, si de telles mesures ne pouvaient être obtenues, elles pourraient être remplacées par des prédictions issues de simulations numériques, de type CFD ou de corrélations détaillées et complètement prédictives. Nous indiquons à la section 3.3 des exemples de jeu de corrélations adaptées aux conditions hors nominales à débit positif, mais non sévères. La validation sera effectuée sur les données expérimentales d'un compresseur moderne, haute-vitesse (Touyeras and Villain [2004]).

Bas débit positif

Les corrélations traditionnelles (telles que celles décrites dans la section 3.3) ne sont pas utilisables directement dans les cas de conditions hors nominales "sévères", c'est à dire à faible débit (voir par exemple Bloch and O'Brien [1992], Schobeiri and Abouelkheir [1992]). En particulier, si on utilise directement les corrélations traditionnelles, les pertes ne sont pas bornées. Toutefois notre idée est d'établir des corrélations à partir des modèles adaptés aux régimes hors nominaux et de les compléter avec certaines caractéristiques particulières aux régimes hors nominaux "sévères". En particulier on aura soin de borner les pertes et de déterminer la valeur de la borne supérieure. Plusieurs approches pour déterminer cette valeur seront testées:

- par ajustement sur les résultats expérimentaux (section 3.2.1),
- ou par un modèle prédictif, élaboré à partir de différents modèles (section 3.2.2).

Les modèles développés seront d'abord testés sur la machine de Gamache (Gamache [1985]). La validation stationnaire (section 3.4) se fera naturellement sur la configuration de Greitzer, puisque les mesures de Greitzer constituent la base principale de validation instationnaire. Un autre cas correspondant à une roue isolée en forte incidence sera également traité. Ils permettront de valider l'approche retenue et de montrer ainsi qu'on peut décrire de façon satisfaisante les régimes hors nominaux "sévères" en utilisant des corrélations simples de régimes "hors nominaux" (avec les mêmes paramètres), à condition de les compléter par un facteur maximal de pertes.

Débit négatif

L'étude bibliographique du chapitre 2 n'a pas permis d'apporter des corrélations à l'échelle de la roue à débit inverse. Différents modèles de corrélations à différents régimes sont développés (section 3.2.3), à partir des observations effectuées sur la machine de Gamache (Gamache [1985]). La validation sera limitée, faute de données, à des comparaisons avec certaines observations de Carneal (Carneal [1990] cité dans Bloch and O'Brien [1992]).

Organisation du travail sur les corrélations

On présentera d'abord la construction des corrélations de compresseur pour les régimes hors nominaux "sévères" et à débits négatifs, car il s'agit de la contribution la plus originale et la plus importante pour l'étude des instabilités. Le document est organisé selon les différents régimes :

- à bas débit (sections 3.2.1 et 3.2.2) ou en décollement tournant (section C.2),
- à débit négatif (section 3.2.3),
- pour des conditions hors nominales à débit positif, mais non "sévères" (section 3.3).

Tous les modèles développés sont ensuite testés et validés (section 3.4) pour les régimes à bas débit et à débit négatif. La validation en régime hors nominal, à débit positif, mais non sévères pour les compresseurs sera effectuée dans la section 3.5.

Une démarche analogue, mais beaucoup plus simplifiée est effectuée sur les turbines (annexe E), car sl modélisation est nécessaire pour la description ultérieure de l'ensemble d'un circuit.

3.2 Corrélations utilisées pour décrire le comportement d'un compresseur à faible débit ou à débit inverse

Il s'agit de la partie la plus originale dans l'établissement des corrélations. Par souci de clarté, le tableau 3.1 récapitule les différents modèles et leur dénomination.

TAB. 3.1 – Différents modèles de corrélations

Modèle et Régime	Facteur de pertes	Déviation	Particularités	§
Premier modèle à faible débit positif	Kroon et Tobiasz	Linéaire selon l'incidence	Seuil d'instabilité ajusté	3.2.1
Deuxième modèle à faible débit positif	Kroon et Tobiasz	Linéaire selon l'incidence	Seuil d'instabilité calculé 10 modèles évalués. Choix du modèle de Day	3.2.2
Premier modèle local de décollement tournant	Kroon et Tobiasz	Linéaire selon l'incidence	Seuil d'apparition du décollement calculé. 7 modèles évalués. Choix du modèle de Day +Gestion zone saine / zone décollée	C.1.1.1
Deuxième modèle local de décollement tournant	Kroon et Tobiasz	Linéaire selon l'incidence pour la zone saine, dépend de la place de la roue dans la machine pour le décollement	Seuil d'apparition du décollement calculé avec le modèle de Bloch + Gestion zone saine / zone décollée	C.1.2
Premier modèle à débit négatif	Perte de toute l'énergie cinétique amont	Ecoulement suit la géométrie amont	Angle de sortie donné par un mélange de jets	3.2.3
Deuxième modèle à débit négatif	Perte de toute l'énergie cinétique amont	Déviation angulaire uniforme ou progressive	Angle de sortie donné par un mélange de jets	3.2.3
Troisième modèle à débit négatif	Perte de toute l'énergie cinétique amont	Déviation angulaire progressive	Angle de sortie donné par un mélange de jets (sauf étage le moins perturbé)	3.2.3

3.2.1 Premier modèle de corrélations à bas débit positif

3.2.1.1 Avant-propos

La corrélation utilisée pour les pertes de charge est dérivée de celle de Kroon et Tobiasz (Kroon and Tobiasz [1971]). La déviation angulaire est une généralisation du modèle d'Horlock (voir Dixon [1975]) avec une correction en fonction de l'incidence : elle sera de forme simple afin de permettre un petit développement analytique. On rappelle que la justification d'un tel choix réside dans les arguments suivants :

- pour nos applications nous ne disposons pas de données précises sur les aubages ; c'est également le cas sur le cas-test de Greitzer,
- les régimes sont très éloignés du nominal et du régime hors nominal non sévère (avant limite de pompage),
- le modèle donnera des premières tendances que l'on pourrait éventuellement compliquer par la suite,
- le modèle est simple donc il ouvre la possibilité de développements analytiques et est facilement généralisable pour le débit négatif.

3.2.1.2 Formules des corrélations de pertes

Le modèle initial de Kroon et Tobiasz a été établi pour les turbines, mais il peut aisément s'étendre aux compresseurs. Il est adapté aux situations incompressibles ou à bas nombre de Mach.

Au passage d'un stator, on a :

$$h_{s,2} = h_{s,1} - \frac{1}{2}V_2^2 + \frac{1}{2}V_1^2$$

Traupel (Traupel [1977]) définit aussi une vitesse "isentropique" $V_{2,is}$ telle que :

$$h_{s,2,is} = h_{s,1} - \frac{1}{2}V_{2,is}^2 + \frac{1}{2}V_1^2$$

Le rendement η a originellement le sens suivant : $\eta = \frac{\frac{1}{2}V_2^2}{\frac{1}{2}V_{2,is}^2}$. Donc les pertes s'expriment de la façon suivante :

$$h_{s,2,is} = h_{s,1} - \frac{1}{2\eta}V_2^2 + \frac{1}{2}V_1^2$$

Que nous formulons plutôt :

$$h_{s,2,is} = h_{s,1} - \frac{1}{2}V_2^2 + \frac{1}{2}V_1^2 + \frac{1}{2}V_2^2(1 - \frac{1}{\eta}) \tag{3.1}$$

On reconnaît dans l'expression 3.1 une formulation de pertes (dans l'approximation incompressible, l'équation 3.1 conduit à : $P_{T,2} - P_{T,1} = \frac{1}{2}V_2^2(1 - \frac{1}{\eta})$).

Pour un compresseur on considère plutôt l'énergie cinétique à l'amont qu'à l'aval :

$$h_{s,2,is} = h_{s,1} - \frac{1}{2}V_2^2 + \frac{1}{2}V_1^2 + \frac{1}{2}V_1^2(1 - \frac{1}{\eta}) = h_{s,1} - \frac{1}{2}V_2^2 + \frac{1}{2}V_1^2(2 - \frac{1}{\eta})$$

avec la condition : $\eta \in [\frac{1}{2}; 1]$.

De la même façon que pour la turbine, on aboutit à : $P_{T,2} - P_{T,1} = \frac{1}{2}V_1^2(1 - \frac{1}{\eta})$

Le coefficient de pertes est donc, pour un compresseur :

$$\boxed{\omega = \frac{\Delta P_T}{\rho_{s,1}\frac{V_1^2}{2}} = 1 - \frac{1}{\eta}} \tag{3.2}$$

où η est donnée d'après Kroon et Tobiasz :

$$\boxed{\eta = \eta_0 - c\tan^2(\alpha_1 - \alpha_1^*)} \tag{3.3}$$

.

η_0 et c sont des paramètres de la corrélation. η_0 est la valeur utilisée pour des conditions nominales. Pour un compresseur on peut considérer que : $\eta_0 \in [0.75; 0.95]$, c est une constante dont la plage de variation est $c \in [0; 2]$.

La corrélation s'applique aux stators et aux rotors si on se situe dans le référentiel tournant ; on considère alors les vitesse relatives et les angles relatifs (β au lieu de α).

3.2.1.3 Coefficient maximal de pertes

On a vu dans l'introduction du présent chapitre, que si on utilise directement les corrélations traditionnelles les pertes ne sont pas bornées. Ceci n'apparaît pas du tout physique. Des résultats aberrants sont d'ailleurs obtenus. On posera donc l'existence de ω_{max} tel que:

$$\boxed{\omega \leq \omega_{max}}$$

Or d'après la forme de la corrélation (équation 3.2), ceci est équivaut à:

$$\boxed{\eta \succeq \eta_{min}}$$

D'après la forme de la corrélations de Kroon et Tobiasz (équation 3.3), ceci est équivalent à obtenir une borne sur l'angle α_1, ce qui se traduit par une borne sur le débit réduit, ou coefficient de débit $\frac{V_X}{U}$. Ainsi le paramètre du modèle initialement perçu comme un coefficient maximal de pertes est en fait aussi équivalent à la donnée d'un seuil. Nous appelerons ce seuil le seuil d'apparition des instabilités.

3.2.1.4 Déviation angulaire

Un modèle simple a été adopté. Il s'agit d'une généralisation du modèle d'Horlock (voir Dixon [1975]) : la déviation angulaire était supposée constante. Nous la généralisons : une correction en fonction de l'incidence est appliquée :

$$\boxed{\tan(\alpha_2) = A[\tan(\alpha_1) - \tan(\alpha_1^*)] + \tan(\alpha_2^*)}$$

A est un paramètre de la corrélation dont la plage de variation est $A \in [0; 1]$

Elle est du même type que celle développée dans Gilland and Turckheim [1983].

3.2.1.5 Conclusion

Nous allons valider ces modèles sur des configurations :

- à roue isolée (résultats expérimentaux de Yocum et O'Brien (Yocum and O'Brien [1992a],Yocum and O'Brien [1992b])
- à une machine complète : la machine de Greitzer.

Nous rappelons la philosophie du modèle :

- tous les paramètres du modèle sont établis sur la partie stable de la courbe caractéristique (géométrie, déviations angulaire, constantes relatives aux pertes)
- à l'exception du coefficient maximal de pertes. Dans le présent modèle il est ajusté sur les observations expérimentales.

C'est ce dernier coefficient que nous allons essayer de déterminer de façon prédictive dans le second modèle à bas débit (section 3.2.2).

3.2.2 Deuxième modèle de corrélations à bas débit positif

Les corrélations de pertes et de déviation angulaire sont identiques à celles du premier modèle (section 3.2.1), à l'exception du coefficient maximal de pertes que nous allons essayer de déterminer de façon prédictive. Nous avons vu dans la section 3.2.1 que la valeur de ce coefficient maximal était équivalent à la donnée du seuil d'apparition des instabilités. Nous allons montrer dans la section suivante qu'il est également équivalent à la donnée d'un troisième paramètre : l'accroissement de pression à débit nul. De façon plus précise, nous en donnons la démonstration dans le cas incompressible, sous certaines hypothèses. Sur des cas plus généraux, ceci a été vérifié numériquement.

Après avoir montré que l'accroissement de pression à vitesse nulle, seuil d'apparition des instabilités, η_{min} et ω_{max} sont liés de façon univoque, nous allons examiner différentes méthodes qui permettent de déterminer l'un de ces paramètres.

3.2.2.1 Etude analytique préliminaire

L'objectif de cette étude préliminaire est d'estimer la performance (en terme d'accroissement de presion) de la machine à très bas débit.

Notations

A est le coefficient de la corrélation de déviation

$_1$: désigne l'entrée du rotor

$_2$: désigne la sortie du rotor et l'entrée du stator

$_3$: désigne la sortie du stator

Etablissons la performance à bas débit pour un étage :

Rotor

$$\frac{P_{s,2}}{P_{s,1}} = (\frac{h_{s,2,is}}{h_{s,1}})^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = (1 - \frac{1}{2h_{s,1}}V_2^2 + \frac{1}{2h_{s,1}}V_1^2(2 - \frac{1}{\eta}))^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

En confondant les vitesses axiales ($V_{X,i}$) et après un développement limité en $(\frac{V_{X,i}}{h_{s,1}})^2$:

$$\frac{P_{s,2}}{P_{s,1}} - 1 \sim \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{V_{X,i}^2}{2h_{s,1}}[-\frac{1}{\cos^2(\beta_2)} + \frac{1}{\cos^2(\beta_1)}(2 - \frac{1}{\eta})]$$

En utilisant le changement de référentiel :

$$\frac{P_{s,2}}{P_{s,1}} - 1 \sim \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{V_{X,i}^2}{2h_{s,1}}[-\frac{1}{\cos^2(\beta_2)} + (\frac{1}{\cos^2(\alpha_1)} + \frac{U^2}{V_{X,i}^2} - 2\frac{U}{V_{X,i}}\tan(\alpha_1))(2 - \frac{1}{\eta})]$$

et

$$\eta = \eta_0 - c[\frac{\tan(\alpha_1) - \tan(\beta_1^*) + \frac{U}{V_{X,i}}}{1 + \tan(\beta_1^*)(\tan(\alpha_1) + \frac{U}{V_{X,i}})}]^2$$

si $\eta \succeq \eta_{min} > \frac{1}{2}$.

Stator

De la même façon, on obtient :

$$\frac{P_{s,3}}{P_{s,2}} - 1 \sim \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{V_{X,i}^2}{2h_{s,2}}[-\frac{1}{\cos^2(\alpha_3)} + (\frac{1}{\cos^2(\beta_2)} + \frac{U^2}{V_{X,i}^2} + 2\frac{U}{V_{X,i}}\tan(\beta_2))(2 - \frac{1}{\eta})]$$

et

$$\eta = \eta_0 - c[\frac{\tan(\beta_2) - \tan(\alpha_2^*) - \frac{U}{V_{X,i}}}{1 + \tan(\alpha_2^*)(\tan(\beta_2) - \frac{U}{V_{X,i}})}]^2$$

si $\eta \succeq \eta_{min} > \frac{1}{2}$

Comportement à vitesse faible

Rotor

Lorsque la vitesse axiale est faible, on a :

$$\eta = \eta_0 - c\cot^2(\beta_1^*) + O(\frac{V_{X,i}}{U})$$

Donc

$$\frac{P_{s,2}}{P_{s,1}} - 1 \sim \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{1}{2h_{s,1}} [-\frac{V_{X,i}^2}{\cos^2(\beta_2)} + (\frac{V_{X,i}^2}{\cos^2(\alpha_1)} + U^2 - 2V_{X,i} U \tan(\alpha_1))(2 - \frac{1}{max(\eta_{min}, \eta_0 - c\cot^2(\beta_1^*))})] + O(V_{X,i}^3) \tag{3.4}$$

Stator

De la même façon, on obtient :

$$\frac{P_{s,3}}{P_{s,2}} - 1 \sim \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{1}{2h_{s,2}} [-\frac{V_{X,i}^2}{\cos^2(\alpha_3)} + (\frac{V_{X,i}^2}{\cos^2(\beta_2)} + U^2 + 2V_{X,i} U \tan(\beta_2))(2 - \frac{1}{max(\eta_{min}, \eta_0 - c\cot^2(\alpha_2^*))})] + O(V_{X,i}^3) \tag{3.5}$$

On trouve en zéro un comportement parabolique :

- une valeur non nulle du taux de pression (sauf dans le cas d'une vitesse d'entraînement nulle) ce qui correspond aux données de la littérature
- la valeur en zéro n'est pas forcément un minimum local.

Remarque : en général : $max(\eta_{min}, \eta_0 - c\cot^2(\alpha_i^*)) = \eta_{min}$. De même pour les rotors. Nous conservons cette hypothèse dans la suite.

Comportement à vitesse très faible

Nous allons déterminer la performance à vitesse nulle (positive) : seul le terme d'ordre le plus élevé sera calculé.

Série angulaire

On note k l'étage considéré.

En utilisant le fait que la machine est répétitive, la formule de changement de référentiel, et la corrélation d'angle sortie du rotor, il vient :

$$\tan(\alpha_1^k) = A\tan(\beta_2^{k-1}) + \frac{AU}{V_X} + o(\frac{U}{V_X}) = A(A\tan(\beta_1^{k-1}) - \frac{AU}{V_X}) + \frac{AU}{V_X} + o(\frac{U}{V_X})$$

D'où la relation de récurrence :

$$\tan(\alpha_1^k) = A^2\tan(\alpha_1^{k-1}) + \frac{U}{V_X} A(1 - A) + o(\frac{U}{V_X}) \tag{3.6}$$

En faisant un changement de variable approprié, on trouve l'équivalent de la série angulaire :

$$\tan(\alpha_1^k) = (1 - A^{2(k-1)}) \frac{U}{V_X} \frac{A}{1 + A} + o(\frac{U}{V_X})$$

Performance de l'étage k

Rotor (étage k, l'entrée du rotor est notée 1, la sortie 2) : on a établi que

$$\frac{P_{s,2}}{P_{s,1}} - 1 \sim \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{V_{X,i}^2}{2h_{s,i}} [-\frac{1}{\cos^2(\beta_2)} + \frac{1}{\cos^2(\beta_1)}(2 - \frac{1}{\eta_{min}})] \sim \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{V_{X,i}^2}{2h_{s,i}} [-\tan^2(\beta_2) + \tan^2(\beta_1)(2 - \frac{1}{\eta_{min}})]$$

Stator (étage k) : on a établi que

$$\frac{P_{s,3}}{P_{s,2}} - 1 \sim \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{V_{X,i}^2}{2h_{s,i}} [-\tan^2(\alpha_3) + \tan^2(\alpha_2)(2 - \frac{1}{\eta_{min}})]$$

D'où pour l'étage k :

$$\frac{P_{s,3}}{P_{s,1}} - 1 \sim \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{V_{X,i}^2}{2h_{s,i}} [-\tan^2(\alpha_3) - \tan^2(\beta_2) + (\tan^2(\beta_1) + \tan^2(\alpha_2))(2 - \frac{1}{\eta_{min}})] \tag{3.7}$$

Or : $\tan(\alpha_2) = \frac{1}{A}\tan(\alpha_3) + o(\frac{U}{V_X})$, et $\tan(\beta_2) = A\tan(\beta_1) + o(\frac{U}{V_X})$
Donc la performance de l'étage k : l'équation 3.7 devient :

$$\frac{P_{s,3}}{P_{s,1}} - 1 \sim \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{U^2}{2h_{s,i}} [-1 + \frac{1}{A^2}(2 - \frac{1}{\eta_{min}})][\frac{A^2}{(1+A)^2}][(1 - A^{2k})^2 + (1 + A^{2k-1})^2] \tag{3.8}$$

Performance de la machine

Par sommation, il vient, si le nombre d'étages (N_{etages}) est élevé :

$$\frac{P_{s,3}}{P_{s,1}} - 1 \sim \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{U^2}{2h_{s,i}} [-1 + \frac{1}{A^2}(2 - \frac{1}{\eta_{min}})][\frac{A^2}{(1+A)^2}][2Netages] \tag{3.9}$$

Conclusion

On en déduit donc que, dans notre modèle, l'accroissement de pression à vitesse nulle, le seuil d'apparition des instabilités, la valeur de η_{min} et la valeur de ω_{max} sont liés de façon univoque. Il suffit de déterminer l'une ou l'autre de ces valeurs. L'intérêt est ainsi de minimiser le nombre de paramètres à déterminer.

3.2.2.2 Quelques modèles décrivant l'apparition (et le développement) d'instabilités et de décollement tournant

Nous allons étudier quelques modèles de la littérature sur le décollement tournant. Nous les analysons sous l'angle du critère d'apparition des instabilités (à l'exception du critère de Day, Greitzer et Cumpsty), car ils seront utilisés de cette façon dans notre propre modélisation. Par souci de clarté le tableau 3.2 récapitule les hypothèses physiques des différents modèles. Le tableau 3.3 indique les différentes références utiles. Enfin le tableau 3.4 présente l'interprétation physique des différents critères en terme qualitatif. On voit que, malgré des hypothèses physiques parfois différentes concernant les constructions théoriques ou des conditions expérimentales variées, les modèles peuvent se regrouper autour de trois conditions critiques, qui sont d'ailleurs liées :

- performances en terme d'accroissement de la pression (plus souvent d'ailleurs conversion de la pression totale en pression statique) : ce critère est à rapprocher de la constatation du fait que les instabilités débutent au maximum de la courbe d'accroissement de pression,
- angle d'écoulement à l'amont d'un aubage : ce critère est à rapprocher de l'observation suivante : si l'angle d'incidence sur un aubage est trop élevé, la couche limite va décoller,
- écart flux-profil (c'est à dire l'écart entre les angle de sortie (de la grille) pour le fluide et pour l'aubage) : ce critère est à rapprocher de l'observation du décollement de la couche limite sur l'aubage.

Ce qui différencie principalement ces modèles du point de vue du résultat, ce sont les algorithmes permettant d'accéder aux valeurs limites de ces conditions.

Enfin comme nous irons au delà d'une utilisation "pure et simple" de ces différents modèles, en poussant leur logique jusque dans notre direction (celle de l'apparition d'instabilités), la présentation de ces différents modèles nécessite d'entrer dans le détail de leur développement formel, ce qui est présenté en annexe A.

3.2.2.3 Seuil d'apparition des instabilités : résultats

Nous venons d'étudier différents critères d'apparition des instabilités très employés ainsi qu'un résultat expérimental de détermination des performances à débit positif faible dans la section 3.2.2.2. Dans beaucoup de publications ce régime de

TAB. 3.2 – Différents modèles de décollement tournant (physique)

Dénomination du modèle	Hypothèses principales	Lois utilisées	Remarques
Emmons	grille d'aubes 2D+ incompressibilité	conservation du débit	petites perturbations temps de mise à l'équilibre stabilité linéaire
Stenning	grille d'aubes 2D+ incompressibilité	conservation du débit conservation de la quantité de mouvement	critère expérimental sur le blocage du débit
Kriebel	grille d'aubes 2D + incompressibilité + Génération d'un tourbillon à l'intrados au passage des cellules décrochées Génération d'un tourbillon opposé quand l'aubage quitte la zone décrochée	conservation de la circulation	égalité des fréquences de passage et de lâcher tourbillonnaire
Ludwig	grille d'aubes 2D + incompressibilité	conservation de la vorticité continuité de la vorticité continuité de la vitesse axiale à l'amont et l'aval	petites perturbations stabilité linéaire
Orner	même démarche que celle de Ludwig, mais avec une hypothèse plus forte sur les conditons aux limites (voir la section A.4)		
Dunham	modèle 0D (machine globale) + incompressibilité	conservation du débit conservation de la quantité de mouvement	petites perturbations stabilité linéaire
Fabri	incompressibilité	équilibre radial des cellules décrochées	décollement tournant apparaît lors du maximum de la fonction Ψ_s
Day	valeur expérimentale de performance à débit nul		
Yocum	valeur expérimentale de l'angle d'attaque critique d'apparition du régime décollé pour un aubage isolé		
Bloch et O'Brien	observations de Longley et Hynes (Longley and Hynes [1990]) et des idées de Cousins (Cousins [1991]) : retard par rapport au modèle de Yocum en roue non isolée		

bas débit faible est identifié à celui de décollement tournant. Nous en reparlerons lors de l'étude des modèles spécifiques de décollement tournant (sections C.1.1.1 et C.1.2).

Comparaison des différentes approches sur la machine de Gamache (Gamache [1985] et Eastland [1982])

Dans le tableau récapitulatif 3.5, qui présente les résultats des différents modèles pour la prédiction de la survenue des instabilités, on remarque une certaine cohérence entre les modèles à roue isolée (Emmons, Stenning, Kriebel) : le seuil se situe autour de 0.5. Nous avons vu plus haut que les modèles de type de Ludwig ont été considérés ici dans leur approche à roue isolée et en stabilité linéaire qui ne sont pas véritablement leur point fort (Takata et Nagano l'ont déjà souligné). Les modèles qui considèrent les étages complets peuvent donner des résultats différents : celui de Fabri en introduisant les aspects tridimensionnels peut conduire dans notre acception à un certain retard dans la prévision de l'instabilité. Le modèle de Yocum est assez cohérent avec les autres à roue isolée. Les modèles de Bloch et O'Brien donnent des résultats assez différents, mais

TAB. 3.3 – Différents modèles de décollement tournant (documentation)

Modèle	§	Bibliographie	Formalisme
Emmons	A.1	Emmons et al. [1955]	Eq. A.5
Stenning	A.2	Stenning et al. [1955]	Eq. A.6
Kriebel	A.3	Kriebel et al. [1958],Stenning and Kriebel [1958]	Eq. A.10
Orner	A.4	Takata and Nagano [1972], Orner [1976]	Eq. A.18
Ludwig	A.4	Brady and Ludwig [1965],Ludwig et al. [1973], Ludwig and Nenni [1983],Ludwig and Nenni [1979]	Eq. A.19
Dunham	A.6	Dunham [1965]	Max d'eq. A.20
Fabri	A.7	Bot et al. [1970]	Zéro d'eq. A.22
Day	A.8	Day et al. [1978]	Eq. A.23
Yocum	A.9	Yocum [1988]	Eq. A.24
Bloch et O'Brien	A.9	Bloch and O'Brien [1992]	Eq. A.26

TAB. 3.4 – Différents modèles de décollement tournant (interprétation des critères)

Modèle	Critère qualitatif de décollement tournant
Emmons	Maximum de performances et des pertes en fonction de l'angle amont
Stenning	Maximum de performances et des pertes en fonction de l'angle amont
Kriebel	Maximum de l'écart flux profil
Orner	Angle amont critique
Ludwig	Maximum de l'écart flux profil et des pertes en fonction de l'incidence
Dunham	Maximum des performances
Fabri	Maximum des performances
Day	Performances en régime décollé
Yocum	Angle d'incidence critique
Bloch et O'Brien	Angle d'incidence critique

TAB. 3.5 – Résultats des différents modèles pour la prédiction de la survenue des instabilités

Modèle	Seuil d'apparition des instabilités (Cx/U)
Emmons	0.495-0.505
Stenning	0.5-0.55
Kriebel	0.5-0.8
Ludwig	0.33-0.63
Orner	0.25
Dunham	0.52
Fabri	0.39
Day	0.39-0.43
Yocum	0.53
Bloch et O'Brien	0.32

qui qualitativement correspondent à ce que l'on attendait : un "retard" au déclenchement des instabilités. Nous répétons ici qu'il ne s'agit pas du modèle de Bloch et O'Brien complet, mais de l'utilisation dans notre modèle de certains éléments du modèle de Bloch et O'Brien.

Expérimentalement, le dernier point stable mesuré correspond à Cx/U de 0.48. Les premiers points non stables correspond à Cx/U de 0.43 et 0.39. (On ne sait pas si 0.43 appartient à l'hystérésis ou non). Le modèle de Day donne un résultat tout à fait acceptable (5 % d'erreur environ).

Dans le tableau récapitulatif 3.6, qui présente les résultats des différents modèles pour la prédiction de la performances à débit nul, on retrouve une certaine cohérence entre les modèles à roue isolée (Emmons, Stenning, Kriebel) : la performance

TAB. 3.6 – Résultats des différents modèles pour la prédiction de la performance à débit nul

Modèle	Performance à débit nul ($\frac{P_{s,2}-P_{s,1}}{1/2\rho_{s,1}U^2}$)
Emmons	1.42
Stenning	1.48
Kriebel	1.63
Ludwig	.1
Dunham	1.5
Fabri	.68
Day	.93
Bloch et O'Brien	1.01

se situe autour de 1.5. Nous avons vu plus haut que les modèles de type de Ludwig ont été considérés ici dans leur approche à roue isolée et en stabilité linéaire qui ne sont pas véritablement leur point fort. Les modèles qui considèrent les étages complets peuvent donner des résultats différents. Expérimentalement, la dernière performance mesurée à Cx/U de 0.04 et vaut .88. Le modèle de Day donne un résultat tout à fait acceptable (5 % d'erreur environ).

3.2.2.4 Conclusions

Première remarque : Si on exprime la performance de la machine à débit nul d'après l'équation 3.9, il vient :

$$\frac{P_{s,2}-P_{T,1}}{1/2\rho_{s,1}U^2} \sim [-1+\frac{1}{A^2}(2-\frac{1}{\eta_{min}})][\frac{A^2}{(1+A)^2}][2Netages]$$

Il est remarquable de constater la similarité de cette forme et celle obtenue par les expériences de Day, Greitzer et Cumpsty (Day et al. [1978]) :

$$\frac{P_{s,2}-P_{T,1}}{1/2\rho_{s,1}U^2} = 0.22Netages$$

Ceci nous renforce dans l'idée du choix de la détermination du paramètre η_{min} par les résultats expérimentaux de Day, Greitzer et Cumpsty (Day et al. [1978]).

Deuxième remarque : Nous allons valider ce modèle sur une machine complète : la machine de Greitzer.

3.2.3 Modèle de corrélations à débit négatif

3.2.3.1 Etablissement de corrélations à partir des données de Gamache (Gamache [1985])

A partir des observations et des interprétations développées dans Gamache [1985], nous avons construit différentes corrélations. Nous ne disposons que des mesures des courbes caractéristiques de chaque étage et de la géométrie au rayon moyen.

Avertissement : la dénomination des modèles (premier modèle, deuxième modèle, etc...) en débit négatif ne fait pas référence à la dénomination en débit positif, ni en décollement tournant.

Idées communes aux différents modèles de corrélations à débit négatif

1. L'évaluation des pertes est très frustre : on suppose que toute l'énergie cinétique est perdue entre l'entrée et la sortie de chaque roue (avec nos notations : $\eta = \eta_{min} = \frac{1}{2}$). La perte de charge est maximale étant donnée la configuration de l'écoulement. Une telle idée semble qualitativement admise par un grand nombre d'auteurs. En particulier Swanson (Swanson [1953]) avance que les pertes de charge sont assez importantes à cause des angles d'entrée très défavorables en cas d'écoulement inverse. Turner et Sparke (Turner and Sparke [1964]), avec leurs propres observations sur les compresseurs axiaux sont en accord avec ce fait.

2. L'angle de sortie est le résultat d'un mélange entre deux écoulements initialement séparés (la séparation a lieu entre les stations 1 et 2 de la figure 3.2) : un jet à vitesse élevée qui suit approximativement l'angle métal "amont" et une onde de vitesse nulle. Le mélange a lieu entre les stations 2 et 3 de la figure 3.2. Le rapport du mélange est de l'ordre de 60 % selon les observations de Gamache. Cette même idée avait déjà été avancée pour les turbines par Bammert (Bammert and Zehner [1974]). Elle a également été reprise par Greitzer et Koff (Koff and Greitzer [1986]), après leurs observations d'écoulement négatifs dans les compresseurs. Les valeurs du rapport de mélange sont d'ailleurs tout à fait comparables. Il faut aussi mentionner que dans certains cas (compacité élevée) le jet de vitesse élevée suit plutôt la direction moyenne (donnée par l'angle de calage) que la direction de l'angle métal. Cette dichotomie se retrouve aussi pour les turbines.

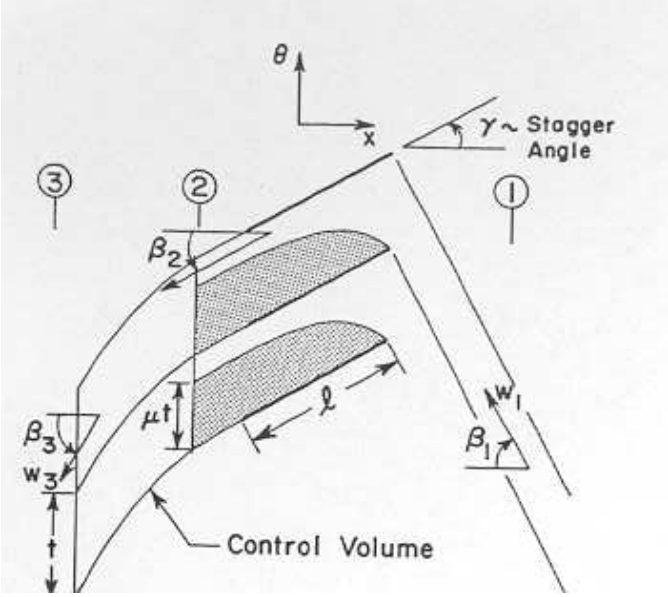

FIG. 3.2 – Modèle de mélange dans le cas d'un écoulement inverse (extrait de Cornell [1954] cité dans Koff and Greitzer [1986])

Premier modèle de corrélations à débit négatif

L'écoulement aval suit approximativement le bord d'attaque géométrique. Cette idée paraît a priori peu cohérente avec l'hypothèse sur la perte d'énergie cinétique, mais ceci permettra de mettre en valeurs les autres modèles et soulignera l'effet de déviations plus importantes.

Deuxième modèle de corrélations à débit négatif

On tient compte d'une déviation angulaire supplémentaire pour les stators (30 ˚ environ selon les observations), à cause de l'incidence élevée. Pour les rotors, les observations ne montrent pas le même comportement. Ce modèle est nommé "modèle 2a".

Variante de ce modèle (appelé "modèle 2b") : la déviation angulaire supplémentaire est progressive avec les étages (0˚ pour le troisième étage car l'écoulement ne comporte pas une incidence trop élevée, 15˚ pour le deuxième et 30˚ pour le premier, ce qui correspond aux mesures publiées) car l'écoulement de sortie n'est pas uniformément identique (les écoulements secondaires s'ajoutent au fur et à mesure de la progression dans la machine).

Troisième modèle de corrélations à débit négatif

L'angle de sortie du troisième étage (étage le moins perturbé) est donné par l'angle d'entrée, sans tenir compte des effets de mélange d'écoulements initialement séparés.

Enrichissement des modèles de corrélations à débit négatif

Nous n'avons pas décrit le fait que l'écoulement est plutôt centré sur un rayon décalé par rapport à la mi-hauteur. Le fait d'en tenir compte conduit à des résultats très proches. Nous n'avons pas choisi de conserver ce raffinement dans le modèle car il est trop difficilement généralisable.

Résultats des modèles de corrélations à débit négatif appliqués à la machine de Gamache

Etage 3 La figure 3.3 montre les résultats des différents modèles sur le troisième étage. Tous les modèles surestiment le faible taux de pression rencontré dans cette roue. Une explication est que les modèles ne sont pas très bien adaptés à l'étage le moins "perturbé". Ceci est illustré par le fait que le troisième modèle est celui qui donne le meilleur résultat.

Etage 2 L'accord du deuxième ou du troisième modèle avec les données expérimentales est satisfaisant (voir figure 3.3). Le fait d'opter pour une déviation angulaire progressive a un effet significatif : les deux variantes du modèle 2 sont bien distinctes.

Etage 1 Hormis pour le premier modèle l'accord entre les modèles et les résultats expérimentaux est satisfaisant (voir figure 3.4). A débit très faible (voire nul) aucun des modèles n'est performant. Des phénomènes symétriques à ce qui se passe à très faible débit, mais positif, peuvent expliquer qu'une telle modélisation simple ne puisse pas en rendre compte.

Machine globale L'accord du deuxième ou du troisième modèle avec les données expérimentales est assez bon (voir figure 3.4), malgré un troisième étage assez déroutant. On retrouve également un écart significatif à débit nul. Nous allons conserver ce dernier modèle pour la suite.

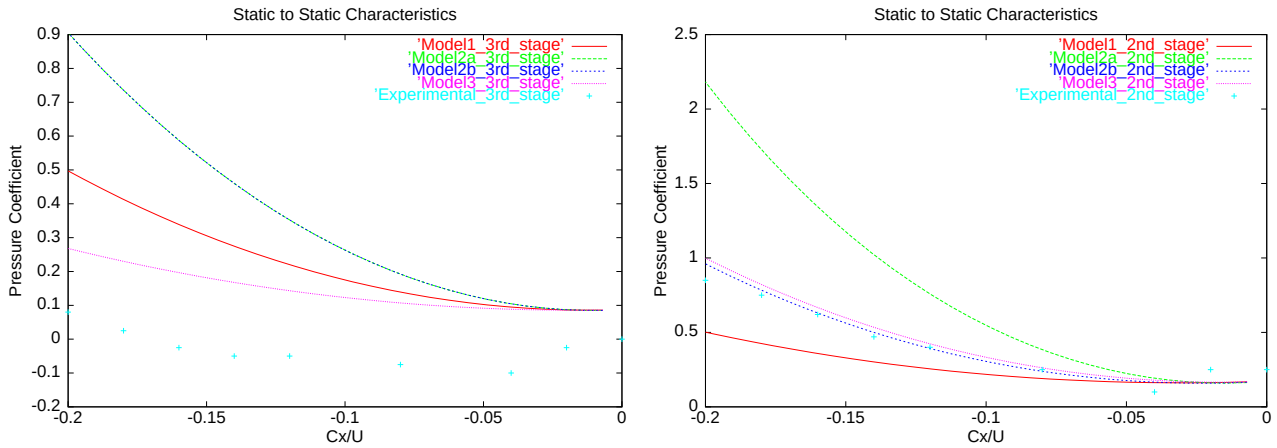

FIG. 3.3 – Comparaison entre les modèles à débit négatif et les mesures publiées dans Gamache [1985] : troisième étage (gauche), et deuxième étage (droite)

3.2.3.2 Conclusions

La validation sera assez qualitative étant donné le très faible volume de données disponibles. Ceci consitue une vraie limite à notre démarche.

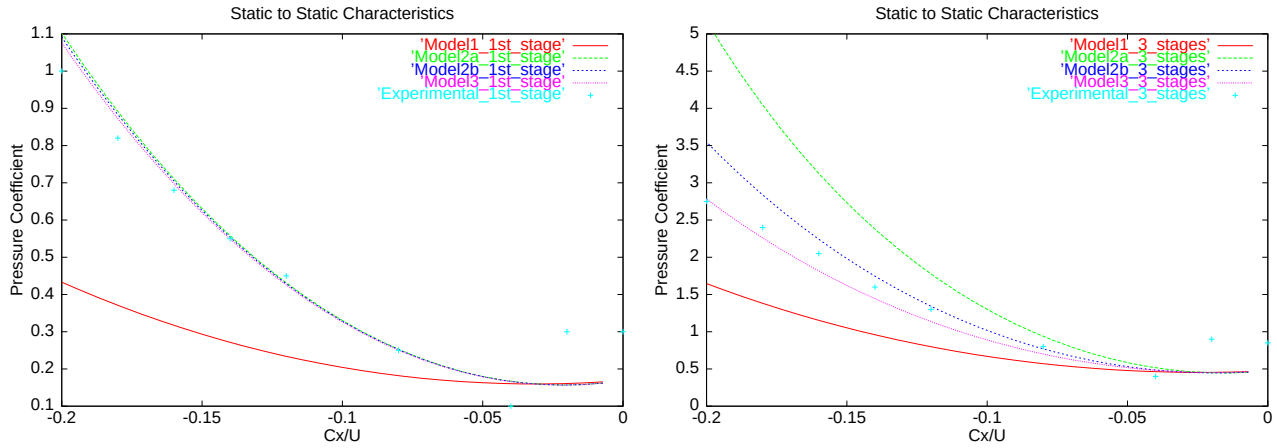

FIG. 3.4 – Comparaison entre les modèles à débit négatif et les mesures publiées dans Gamache [1985] : premier étage (gauche) et machine complète (droite)

3.3 Corrélations utilisées pour décrire le comportement d'un compresseur pour des conditions stationnaires hors nominales

3.3.1 Introduction

Dans cette partie, on ne s'intéresse qu'au fonctionnement pour des conditions en dehors du régime nominal, mais "non sévères" (voir figure 3.1). L'objectif est de montrer que l'on peut obtenir, de façon entièrement prédictive, les performances (accroissement de pression, rendement) d'une machine, à condition de posséder un certain nombre d'informations géométriqus à leur sujet. Nous nous sommes contentés de reprendre un certain nombre de corrélations de la littérature, très abondante sur le sujet. Il ne s'agit pas d'un travail de la même ampleur que celui effectué sur les régimes à bas débit et à débit négatif, car il ne nous a pas semblé qu'il s'agissait du point le plus sensible pour l'étude des instabilités.

3.3.2 Corrélations de pertes

La perte de charge au passage des grilles d'aubes est donnée par la somme des quatre pertes de charges :

1. pertes de profil (ω_1),
2. pertes secondaires (ω_2),
3. pertes par jeu (ω_3),
4. pertes annulaires (ω_4).

$$\frac{\Delta P_T}{\rho_{s,1}\frac{V_1^2}{2}} = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 \tag{3.10}$$

3.3.2.1 Pertes de profil. Facteur de diffusion

Les pertes de profil correspondent à :

$$\omega_1 = 2(\frac{\theta_{ex}}{c})_2 \frac{\sigma}{\cos(\alpha_2)}(\frac{\cos(\alpha_1)}{\cos(\alpha_2)})^2[\frac{2}{3-\frac{1}{Hte}}][1-\frac{\theta_{ex}}{c}\frac{\sigma Hte}{\cos(\alpha_2)}]^{-3}$$

où $(\frac{\theta_{ex}}{c})$ est l'épaisseur adimensionnelle de quantité de mouvement du sillage $(\frac{\theta_{ex}}{c})$ et Hte est un facteur de forme.

L'expression simplifiée suivante est souvent utilisée en remplacement de la précédente (voir par exemple Swan [1961]):

$$\omega_1 = 2(\frac{\theta_{ex}}{c})_2 \frac{\sigma}{\cos(\alpha_2)}(\frac{\cos(\alpha_1)}{\cos(\alpha_2)})^2$$

Corrélation de Lieblein

Lieblein a réalisé une importante série de mesures (Lieblein [1959]). La relation entre épaisseur adimensionnelle de quantité de mouvement du sillage $(\frac{\theta_{ex}}{c})_2$ et facteur de diffusion équivalent D_{eq} est, au point de dessin:

$$(\frac{\theta_{ex}}{c})_2^* = A * \exp(B * D_{eq}^*)$$

et pour des conditions hors nominales :

$$(\frac{\theta_{ex}}{c})_2 = A \exp(B D_{eq})$$

A*,B*, A,B sont des constantes que l'on peut calculer à partir des points de Lieblein ou que l'on peut retrouver dans des publications (Wilson and Korakianitis [1998]). Il a été vérifié que pour des conditions nominales, le jeu de paramètres A*,B* est bien cohérent avec les résulats donnés par Koch et Smith (Koch and Smith [1976]).

Le coefficient de diffusion équivalent est défini :

$$D_{eq} = \frac{\cos(\alpha_2)}{\cos(\alpha_1)}[1.12 + C \mid i - i^* \mid^{1.43} + 0.61 \frac{\cos^2(\alpha_1)}{\sigma}(\tan(\alpha_2) - \tan(\alpha_1)) \tag{3.11}$$

où la constante C dépend de l'aubage choisi (par exemple 0.0117 pour la série NACA 65 A10, 0.007 pour DCA).

Corrélation de Swan

Lorsque la machine est à haute vitesse, on peut utiliser une autre corrélation que celle de Lieblein. La corrélation de Swan est publiée dans Swan [1961]:

$$(\frac{\theta_{ex}}{c})_2 - (\frac{\theta_{ex}}{c})_2^* = (aM_1 + bM_1^2 + cM_1^3)(D_{eq} - D_{eq}^*)^2$$

où: M_1 est le nombre de Mach à l'entrée, a, b, c sont des constantes. En fait il y a un triplet (a,b,c) pour $D_{eq} > D_{eq}^*$ et un autre pour $D_{eq} < D_{eq}^*$ [2] .

Correction de compressibilité

On corrige les pertes de profil pour tenir compte de l'influence du nombre de Mach:

$$\omega_1 = K_C \omega_{1,incompressible}$$

où K_C est une fonction du nombre de Mach de sortie M_2. [3] .

Correction en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement

Le coefficient de pertes augmente brusquemement quand le nombre de Reynolds (basé sur la corde) devient inférieur à 2. 10^5.

Une manière de le prendre en compte est de corriger $(\frac{\theta_{ex}}{c})_2$par un coefficient multiplicatif. Ce coefficient est égal à l'unité pour un Re de 10^6; il décroît de façon importante pour un Re en deça de 2.10^5. Les coefficients ont été tirés de Koch and Smith [1976][4] .

[2] pour $D_{eq} > D_{eq}^*$, a=.827, b = -2.692, c=2.675; pour $D_{eq} < D_{eq}^*$, a=2.8, b = 8.71, c=9.36;
[3] $K_c = 0.240187 M_2^3 - 0..0984204 M_2^2 + 0.21911 M_2 + 1$
[4] Pour Re< 2.10^5la pente vaut -0.5, pour Re>2.10^5la pente vaut -0.166

Correction en fonction du niveau de turbulence extérieur

Le niveau de turbulence extérieur abaisse le nombre de Reynolds minimal pour un bon comportement. Cette correction n'a pas été prise en compte du fait du manque d'information pour les configurations étudiées.

3.3.2.2 Autres sources de pertes

Pertes secondaires

Les pertes secondaires peuvent s'exprimer par la formule de Howell (Saravanamutto et al. [2001]):

$$\omega_2 = 0.072 \frac{\cos(\beta_{ref})^2}{\sigma} [\tan(\beta_1) - \tan(\beta_2)]^2$$

(où $\beta_{ref} = \arctan \frac{1}{2}[\tan(\beta_1) + \tan(\beta_2)]$)
ou parfois

$$\omega_2 = 0.072 \frac{\cos(\beta_1)^2}{\sigma} [\tan(\beta_1) - \tan(\beta_2)]^2$$

Pertes par jeu

Des pertes supplémentaires ont été prises en compte. Différents modèles existent dans la littérature. Nous avons choisi le modèle de Bauermeister (Hubert and Bauermeister [1963]) car ce modèle a été construit dans le but de décrire les deux effets du jeu: modification des pertes, modification de la déviation angulaire. Or la plupart des modèles ne décrit que les conséquences en terme de pertes, alors que des modèles plus sophistiqués (par exemple Lakshminarayana [1970]) ont montré que ces deux effets coexistent. Ajoutons qu'il nous a semblé préférable d'utiliser la même "source" bibliographique pour les deux corrélations (pertes, déviation angulaire) qui traduisent les deux effets.

$$\omega_3 = \frac{c}{h_a} f(\frac{j}{c}) \tan(\beta_{ref}) [\tan(\beta_1) - \tan(\beta_2)]$$

où $f(\frac{j}{c})$ est une fonction prise égale à $0.44\frac{j}{c}$et $\beta_{ref} = \arctan \frac{1}{2}[\tan(\beta_1) + \tan(\beta_2)]$. La constante de 0.44 est sujette à caution, car la formule a été essentiellement testée sur des configurations de turbines.

Pertes annulaires

Les pertes annulaires peuvent s'exprimer par la formule semi-empirique suivante (Saravanamutto et al. [2001]):

$$\omega_4 = 0.02 \frac{h_a}{c}$$

Elles peuvent être intégrées dans les pertes secondaires ou non (Saravanamutto et al. [2001], Dixon [1975], Bloch and O'Brien [1992]).

3.3.2.3 Pertes à proximité du débit critique

Calcul du débit critique

On se situe dans le cas d'un écoulement monodimsensionnel isentropique. La section critique A* est alors exprimée dans la formule suivante:

$$\frac{A}{A^*} = \frac{g}{o} \cos(\beta_1)$$

Or on a

$$(\frac{A}{A^*})^2 = \frac{[\frac{2}{\gamma+1}(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2)]^{(\frac{\gamma+1}{\gamma-1})}}{M_1^2}$$

Ceci permet de déterminer le débit critique.

Modification des pertes par la méthode de Davis et Milar

Avant le blocage sonique du débit, des poches supersoniques existent dans l'écoulement. Des pertes par choc sont donc générées. Davis et Milar (Davis and Milar [1980]) proposent de représenter le fait que les pertes augmentent beaucoup à proximité du régime sonique de la façon suivante:

$$\omega_{reel} = (1. + A\exp(-\epsilon/B))\omega_0$$

où ω_0 est la perte précédemment calculée, ϵ un facteur qui caractérise la proximité du régime critique (à $\epsilon = 0$, on est au régime critique). A et B sont des constantes[5] .

3.3.3 Corrélations d'angle d'incidence optimal

Loi de Lieblein

Lieblein a réalisé une importante série de mesures (Lieblein [1960]). Pour un aubage donné sont définies des corrélations permettant de calculer l'angle d'incidence ($i =\mid \alpha_1 \mid - \mid \alpha_1' \mid$) optimal [6] en fonction d'autres paramètres (compacité σ, cambrure, épaisseur, calage, type d'aube). α_1' est l'angle géométrique.

Correction de l'angle d'incidence pour les effets de compressibilité : méthode de Davis et Milar

Davis et Milar posent que l'angle d'incidence en régime sonique ou supersonique est une fonction de l'épaisseur de l'aube (Davis and Milar [1980]). Pour les nombres de Mach compris entre 0.5 et 1, une interpolation sinusoïdale est effectuée entre l'angle i^* de Lieblein et celui donné en régime sonique.

3.3.4 Corrélations de déviation

Loi de Lieblein

Lieblein a aussi eu une contribution significative (Lieblein [1960]). Pour un aubage donné, sont définies des corrélations reliant l'angle de déviation ($\delta =\mid \alpha_2 \mid - \mid \alpha_2' \mid$) à l'angle d'incidence ($i =\mid \alpha_1 \mid - \mid \alpha_1' \mid$) et à d'autres paramètres (compacité σ, cambrure, épaisseur, calage, type d'aube) pour l'écoulement à pertes minimales. Si on fait l'hypothèse que l'on ne se trouve pas trop loin de ce type de régime, ce réseau de courbes peut également servir à définir la déviation δ, en dehors des conditions nominales, pour un aubage particulier:

$$\delta = \delta^* + (i - i^*)(\frac{d\delta}{di})^*_{\alpha_1}$$

et $(\frac{d\delta}{di})^*_{\alpha_1}$ a été mesuré par Lieblein.

Correction de la déviation pour les effets de compressibilité (Swan)

Swan (Swan [1961]) propose une modification de la déviation en tenant compte du nombre de Mach d'entrée M_1 : $\delta = \delta^* + (6.4 - 9.45 * (M_1 - .6))(D_{eq} - D^*_{eq})$.

Effet du jeu

Le modèle de Bauermeister (Hubert and Bauermeister [1963]) complet a été utilisé. La correction de l'angle de sortie est donnée en degrés par:

[5] A = 3; B =0.01

[6] au sens des pertes

$$\Delta\beta_2 = -2\frac{j}{c}\frac{\cos^2(\beta_2)}{\sigma\cos(\beta_{ref})\frac{h_a}{c}}[\tan(\beta_1) - \tan(\beta_2)] * 100 * 1.5$$

La constante de 1.5 est sujette à caution, car la formule a été essentiellement testée sur des configurations de turbines.

Déviation au débit critique

Au débit critique, on a

$$\frac{A}{A^*} = \frac{g}{o}\cos(\beta_1)$$

avec

$$(\frac{A}{A^*})^2 = \frac{[\frac{2}{\gamma+1}(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_1^2)]^{(\frac{\gamma+1}{\gamma-1})}}{M_1^2}$$

Et aussi

$$\cos(\beta_1) = \frac{W_{x,1}}{W_1} = \frac{o}{g}\frac{(\rho W)^*}{(\rho_1 W_1)}$$

De même à l'aval par l'équation de continuité on a naturellement:

$$\cos(\beta_2) = \frac{W_{x,2}}{W_2} = \frac{o}{g}\frac{(\rho W)^*}{(\rho_2 W_2)}$$

3.3.5 Conclusion et perspectives

Ces différents modèles seront testés sur des données expérimentales. Ces modèles de corrélations fournissent en général des résultats assez acceptables, si on en juge par la réussite de leur utilisation passée et par le fait qu'elles sont toujours utilisées au stade des avant-projets, comme l'indique une revue historique très récente effectuée par Cumpsty et Greitzer (Cumpsty and Greitzer [2004]). Ce type de corrélations semble capable de décrire un certain nombre d'effets, y compris ceux liés au jeu (Baghadi [1996]). Cependant un certain nombre d'améliorations ont été entreprises afin de tenir compte des effets complexes, comme ceux liés au jeu. On citera par exemple les approches semi-empiriques de Lakshminarayana (Lakshminarayana [1970]) et les approches de type CFD, courantes aujourd'hui (par exemple Dring et al. [1995]).

En effet trois défauts principaux des corrélations peuvent être mis en exergue :

- le caractère sommatoire des corrélations, autant pour les pertes que pour la déviation angulaire. Il n'y a aucune raison que les effets quantitatifs soient sommés (comme dans l'équation 3.10) ! On peut éventuellement comprendre ce caractère sommatoire comme le résultat d'un développement limité : par exemple les pertes par jeu ne seraient que des perturbations par rapport aux pertes dans l'écoulement principal. Ce fait peut être légitimement mis en doute lorsque l'on calcule les ordres de grandeur. Par exemple les pertes par jeu ne représentent pas toujours une valeur faible par rapport aux pertes totales (voir par exemple Lavainne [2003]).
- l'absence de prise en compte des effets croisés. En effet le caractère sommatoire des pertes empêche la prise en compte d'une formule plus générale pour les pertes.
- l'absence de généralités des corrélations, en particulier de jeu. Ceci empêche tout calcul prédictif réellement précis. De plus, la transposition à d'autres fluides (hélium par exemple) peut alors poser problème.

Pour toutes ces raisons il a été entrepris de proposer une nouvelle méthodologie.

3.3.6 Détermination des corrélations à l'aide d'un solveur Navier-Stokes 3D paramétré

L'intérêt d'étudier l'influence de la variation de certains paramètres sur les performances d'une turbomachine est évident. On peut citer par exemple la variation de paramètres physiques comme la pression de sortie ou la vitesse d'entraînement, qui

permettent de reconstituer la plage de fonctionnement d'un compresseur. On peut également citer la variation de paramètres géométriques, fondamentale au stade de l'avant projet ou du projet. Cependant ce type d'études paramétriques est très couteux en ressource (temps de calcul). En effet, si on souhaite par exemple faire varier deux paramètres, il faudra un calcul de référence et au moins deux calculs par paramètre (un pour chaque valeur extrémale). Après avoir ajouté les quatre calculs nécessaires pour les effets croisés, on trouve le nombre minimal de calculs à effectuer pour une étude paramétrique. Si les effets 3D sont recherchés, on voit que neuf calculs CFD sont nécessaires.

Une approche alternative séduisante est la paramétrisation à partir d'un champ de référence. Elle permet de définir les paramètres d'intérêt et de calculer la variation du champ aérodynamique en fonction de ces paramètres. Ainsi un seul calcul 3D est nécessaire ; il est utilisé comme champ de référence. Un solveur est utilisé pour calculer les dérivées de la solution en fonction des paramètres. Un post-traitement à l'aide de développements de Taylor permet de reconstituer la nouvelle solution. Les publications Moreau et al. [2003] et Moreau et al. [2004] illustrent l'utilisation de cette approche pour déterminer la variation du champ aérodynamique d'un ventilateur selon plusieurs paramètres physiques et géométriques (le logiciel Turb'Opty a été utilisé pour cette étude).

Il ne semble pas que la génération de corrélations par des méthodes de paramétrisation ait déjà été effectuée. Pourtant cette méthode peut apporter des éléments très intéressants dans la constitution d'une base de données de corrélations :

- respect de la complexité de l'écoulement tri-dimensionnel,
- accès à l'évolution continue des paramètres,
- la prise en compte des effets croisés,

Enfin la généralisation à d'autres fluides est possible.

Un exemple d'utilisation sur un compresseur

CREATE (Touyeras and Villain [2004]) est un compresseur qui correspond aux machines réelles actuelles au niveau de ses caractéristiques en débit, taux de pression et vitesse de rotation. Il s'agit d'une turbomachine transsonique comportant trois étages. La machine correspond aux derniers étages du compresseur HP dans un moteur.

Un premier calcul Turb'Opty (Kunkelmann [2005]) a été effectué, mais est encore en cours d'exploitation. Ces résultats alimenteront les corrélations de perte et de déviation et seront testés.

3.4 Validation du modèle stationnaire de compresseur à faible débit ou à débit inverse

Les modèles de fermeture auxquels il est fait référence dans ce chapitre sont résumés en table 3.1.

3.4.1 Premier modèle de corrélations à bas débit positif

3.4.1.1 Résultats du premier modèle : comparaison avec les résultats expérimentaux et numériques de Yocum et O'Brien (Yocum and O'Brien [1992a],Yocum and O'Brien [1992b])

Les données expérimentales et numériques publiées par Yocum et O'Brien (Yocum and O'Brien [1992a], Yocum and O'Brien [1992b]) constituent une première base de test pour nos corrélations simplifiées. La figure 3.5 montre la comparaison entre les résultats expérimentaux, les simulations numériques (CFD multidimensionnels réalisés par Yocum et O'Brien) et l'application de notre modèle pour une roue isolée (repère fixe). La méthodologie employée est celle décrite précédemment : les constantes des corrélations utilisées sont ajustées sur les parties "stables" des courbes, c'est à dire sur les trois ou quatre

premiers points expérimentaux disponibles. Pour l'utilisation ultérieure de la méthode, on peut légitimement penser que de tels points sont beaucoup plus accessibles par l'expérience ou le calcul que l'ensemble de la courbe comprenant les régimes décollés. Concernant les pertes (figure 3.5), leur évolution avec l'incidence est qualitativement et quantitativement bien reproduite avec notre modèle jusqu'à 20˚ environ. Au-delà de cette valeur l'écart est plus important, même si on peut souligner que la fidélité aux mesures est d'une qualité tout à fait comparable à celle obtenue par les calculs CFD de Yocum et O'Brien. Par contre, au delà d'une certaine valeur d'incidence (ou de perte) il est nécessaire de restreindre les pertes à une valeur maximale. Trois valeurs différentes sont prises dans la figure précédente. On voit qu'une telle valeur maximale de pertes est indispensable pour notre modèle. Cette valeur maximale doit être correctement déterminée : dans le cas de la figure 3.5, la valeur de 0.5 permet d'atteindre des niveaux comparables à ceux mesurés.

Concernant la déviation (figure 3.5) l'évolution de la déviation avec l'incidence est qualitativement et quantitativement bien reproduite avec notre modèle jusqu'à 20-25˚ environ. La fidélité aux mesures est même d'une qualité supérieure à celles des calculs CFD. Au delà d'une certaine valeur d'incidence, le comportement qualitatif reste valable, mais on surestime un peu la déviation. Suite à cette première étape de validation, on pourrait se poser la question de l'opportunité d'inclure dans notre modèle de déviation une valeur maximale (filtrage). Nous y avons renoncé pour plusieurs raisons :

- la courbe expérimentale de déviation ne comporte pas de plateau : les valeurs mesurées oscillent fortement au delà de 22.5˚ d'incidence,
- la tendance qualitative de la courbe obtenue sans filtrage est plus correcte pour la déviation que pour les pertes : en effet, alors que la courbe des pertes sans filtrage ne semblait pas bornée, celle de la déviation l'est. Il est donc logique de privilégier le filtrage des pertes par rapport à celui de la déviation,
- les comportements des pertes et de la déviation ne semblent pas symétriques : les valeurs maximales des pertes et de la déviation ne sont pas obtenues pour les mêmes valeurs de l'angle d'attaque. Choisir un filtrage dans le modèle de déviation suppose donc de construire un modèle qui détermine la valeur de filtrage de façon indépendante à celui établi pour déterminer la valeur de filtrage pour les pertes. On peut toutefois signaler une tentative d'introduction d'une valeur maximale de déviation. Elle correspond au deuxième modèle de décollement tournant. Cette tentative a été infructueuse.

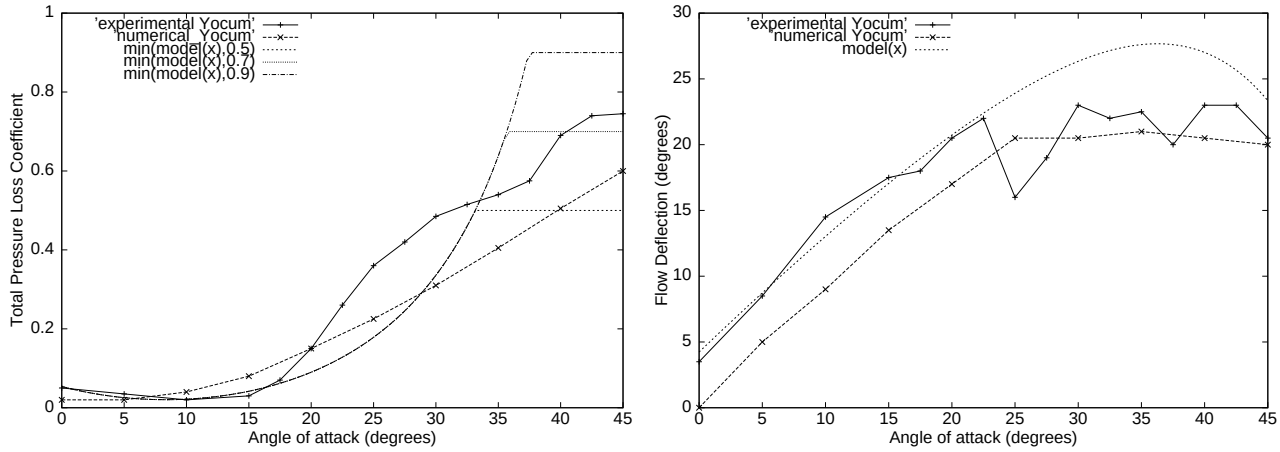

FIG. 3.5 – Comparaison entre les mesures et les résultats numériques multidimensionnels publiés dans Yocum and O'Brien [1992a],Yocum and O'Brien [1992b] pour les pertes (gauche) et la déviation (droite)

La première application des corrélations aux résultats expérimentaux est assez encourageante, compte tenu de la simplicité du modèle et du faible nombre de paramètres. Cependant il est nécessaire d'utiliser un coefficient de perte maximal. Ajoutons que les résultats donnés par ces corrélations simples sont également satisfaisants si on les compare à ceux donnés par des calculs CFD (ceux de Yocum et O'Brien).

3.4.1.2 Résultats du premier modèle : application à la machine de Greitzer

La simulation stationnaire sur la machine de Greitzer, avec quelques hypothèses sur des éléments de géométrie [7] (la machine comporte trois étages identiques) conduit au résultat visible en figure 3.6. Soulignons que le facteur multiplicatif, noté A dans la section précédent, (unique pour tous les rotors et stators) pour les angles a été ajusté sur la partie stable de la courbe. Un coefficient de perte maximal a été utilisé, soit dans notre formalisme : $\eta > 0.75$. Les résultats ainsi obtenus sont très encourageants à condition d'ajuster correctement :

- divers paramètres du modèle (géométrie, déviations angulaire, constantes relatives aux pertes) à partir de la partie stable de la courbe caractéristique, ce qui n'est pas criticable, puisque on peut faire appel à des mesures, ou des calculs CFD ou des corrélations "habituelles" qui permettent de décrire de façon prédictive des conditions hors nominales "non sévères" (section 3.3).
- le coefficient maximal de pertes, ce qui est beaucoup plus criticable, car ce coefficient concerne la partie à bas débit. Ce dernier coefficient est déterminé de façon prédictive dans le second modèle à bas débit (section 3.2.2).

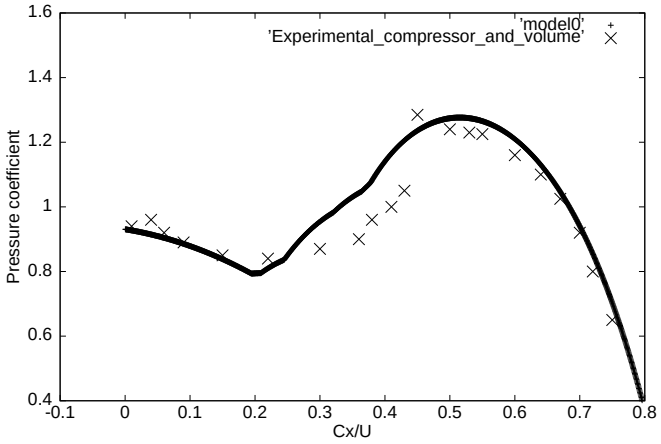

FIG. 3.6 – Comparaison entre le premier modèle de corrélations à bas débit positif et les mesures publiées dans Greitzer [1976a]

3.4.2 Deuxième modèle de corrélations à bas débit positif

3.4.2.1 Rappel concernant le modèle basé sur les résultats expérimentaux de Day, Greitzer et Cumpsty (Day et al. [1978])

Si on exprime la performance de la machine à débit nul, il vient :

$$\frac{P_{s,2} - P_{T,1}}{1/2\rho_{s,1}U^2} \sim [-1 + \frac{1}{A^2}(2 - \frac{1}{\eta_{min}})][\frac{A^2}{(1+A)^2}][2Netages]$$

La proportionnalité de la performance à débit nul en fonction du nombre d'étages est à rapprocher des résultats expérientaux de Day, Greitzer et Cumpsty (Day et al. [1978]) pour lesquels :

$$\frac{P_{s,2} - P_{T,1}}{1/2\rho_{s,1}U^2} = 0.22Netages$$

[7] trois étages strictement identiques, et la directrice d'entrée devie l'écoulement de zéro à dix degrés.

3.4.2.2 Résultats du deuxième modèle : applications à la machine de Greitzer

Le facteur de pertes est tiré des évaluations précédentes : on trouve la valeur de η_{min} telle que la performance à débit nul suive les observations de Day,Greitzer et Cumpsty ($\frac{P_{s,2}-P_{T,1}}{1/2\rho_{s,1}U^2} = 0.22Netages$). Le facteur maximal de pertes vaut alors 0.715. Cette valeur est très proche de celle qui a été utilisée dans le premier modèle (0.75). La figure 3.7 présente la courbe caractéristique obtenue avec la valeur du paramètre (η_{min} est ainsi déterminé). La même valeur du paramètre A intervenant dans la corrélation de l'angle de sortie est utilisée. Les résultats obtenus sont très satisfaisants d'un point de vue qualitatif. D'un point de vue quantitatif la performance à débit nul est sous-évaluée d'une vingtaine de pourcents environ pour cette machine. Ceci n'est pas un mauvais résultat pour un modèle prédictif aussi simple. On s'en convaincra en réexaminant les résultats d'autres modèles prédictifs (tableau 3.6).

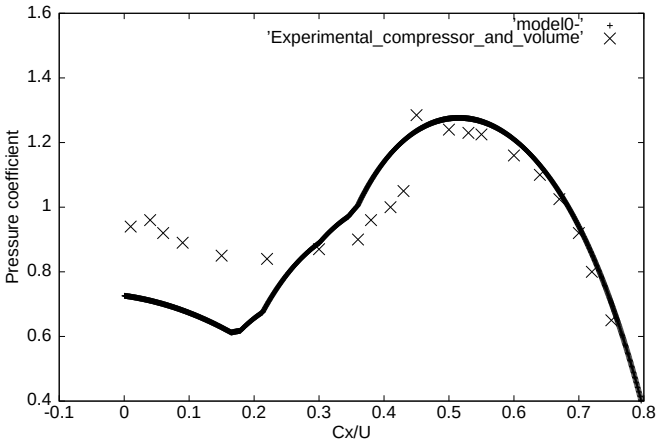

FIG. 3.7 – Comparaison entre le deuxième modèle de corrélations à bas débit positif et les mesures publiées dans Greitzer [1976a]

3.4.3 Modèle de corrélations à débit négatif

L'accord du deuxième ("modèle 2b") ou du troisième modèle à débit négatif avec les données expérimentales de Gamache est assez bon (voir section 3.2.3). Nous insistons sur le fait qu'il ne s'agit pas véritablement d'un cas de validation, puisque le modèle a été construit en partie en utilisant les performances des différents étages de cette machine. Malheureusement peu d'autres données sont disponibles.

Carneal (Carneal [1990]) cité dans Bloch and O'Brien [1992] a montré que les pertes en débit négatif pour une grille d'aubes de compresseur dans une cascade avaient une allure parabolique ($\frac{P_{T,2}-P_{T,1}}{\frac{1}{2}\rho_{s,1}U^2} = f(\frac{V_X}{U})$), et que cette parabole était assez indépendante de la géométrie (angle de calage, épaisseur de l'aubage, compacité) au moins pour les débits assez proches de zéro. C'est bien cette partie de la courbe de pertes qui importe pour la modélisation des cycles de pompage. Nous allons d'abord que notre modèle de pertes redonne bien les observations de Carneal :

Pour un rotor avec un angle d'écoulement absolu α_1 (comme dans l'interprétation des essais de Carneal), on a :

$$\frac{P_{s,2}}{P_{s,1}} = (\frac{h_{s,2,is}}{h_{s,1}})^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = (1 - \frac{1}{2h_{s,1}}W_2^2 + \frac{1}{2h_{s,1}}W_1^2(2 - \frac{1}{\eta}))^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Après un développement limité en $\frac{V_{X,i}^2}{h_{s,i}\cos^2(\beta_i)}$:

$$\frac{P_{s,2}}{P_{s,1}} - 1 \sim \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{1}{2h_{s,1}}[-\frac{V_{X,2}^2}{\cos^2(\beta_2)} + \frac{V_{X,1}^2}{\cos^2(\beta_1)}(2 - \frac{1}{\eta})]$$

Or :

$$\frac{P_{T,2}-P_{T,1}}{\frac{1}{2}\rho_{s,1}U^2} \sim \frac{P_{s,1}}{\frac{1}{2}\rho_{s,1}U^2}(\frac{P_{s,2}}{P_{s,1}}-1)+\frac{W_2^2-W_1^2}{U^2}$$

Et comme :

$$\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{P_{s,1}}{\rho_{s,1}h_{s,1}}=1$$

Alors :

$$\frac{P_{T,2}-P_{T,1}}{\frac{1}{2}\rho_{s,1}U^2} \sim \frac{1}{U^2}[\frac{V_{X,1}^2}{\cos^2(\beta_1)}(1-\frac{1}{\eta})]$$

En utilisant le changement de référentiel :

$$\frac{P_{T,2}-P_{T,1}}{\frac{1}{2}\rho_{s,1}U^2} \sim (1-\frac{1}{\eta})\frac{V_{X,1}^2}{U^2}[\frac{1}{\cos^2(\alpha_1)}+\frac{U^2}{V_{X,1}^2}-2\frac{U}{V_{X,1}}\tan(\alpha_1)]$$

soit :

$$\frac{P_{T,2}-P_{T,1}}{\frac{1}{2}\rho_{s,1}U^2} \sim (1-\frac{1}{\eta})[\frac{V_{X,1}^2}{U^2}\frac{1}{\cos^2(\alpha_1)}-2\frac{V_{X,1}}{U}\tan(\alpha_1)+1]$$

Dans notre modèle η est une constante. On retrouve donc bien les observations de Carneal avec notre modèle simple de pertes.

D'un point de vue quantitatif, notre modèle semble sous-estimer les pertes par rapport aux observations de Carneal, mais celles-ci ne sont pas très détaillées.

Nous utiliserons donc le troisième modèle de corrélations à débit négatif précédemment décrit. Ne possédant aucune donnée expérimentale de mesures sur la machine de Greitzer nous ne présentons pas de courbe. Le lecteur pourra trouver une telle courbe en figure 5.15 pour des résultats du calcul avec notre modèle.

3.5 Validation du modèle stationnaire de compresseur en régime hors nominal

Avertissement : les mêmes représentations graphiques adimensionnelles sont utilisées dans toute cette partie. Les grandeurs d'adimensionnement sont particulières à chaque calcul.

3.5.1 Premières comparaisons

On compareles résultats du modèle de Davis et Milar complet et le modèle de Lieblein (figure 3.8) sur le compresseur à trois étages (Touyeras and Villain [2004]). Sur le taux de pression on constate un bon accord entre simulations et mesures, si ce n'est pour le débit critique qui est qualitativement bien rendu avec le modèle de Davis et Milar et non rendu avec celui de Lieblein.

Pour le rendement, la correspondance entre les simulations et les mesures est bien meilleure pour la méthode de Milar que pour celle de Lieblein. Ceci n'a rien de véritablement surprenant si on se souvient que les corrélations de Lieblein sont bien adaptés aux machines à basse vitesse. La prise en compte de nombres de Mach élevés, voire de comportement transsonique est présente dans le modèle de Davis et Milar.

L'accord général est tout de même assez satisfaisant pour une machine industrielle.

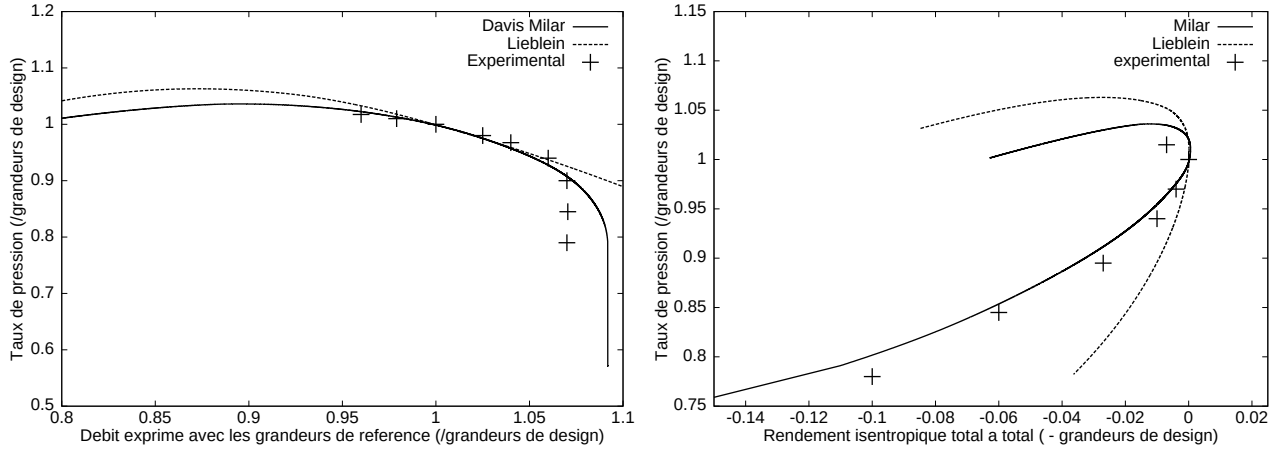

FIG. 3.8 – Comparaison des performances de la machine : données simulées et mesurées : taux de pression divisé par le taux de pression nominal (gauche) et rendement relatif (différence entre rendement et rendement nominal) (droite)

Modification du col

Si on réduisait la valeur du col de 2.5% on obtiendrait un débit maximal correct. Une telle modification peut se justifier si on considère que la valeur numérique du col utilisée ici est la valeur géométrique. En effet, la prise en compte des couches limites et des épaisseurs de déplacement consécutives réduit de quelques pourcents la section réelle de passage.

3.5.2 Effet de différents paramètres

Une publication rend compte de l'effet de la variation de certains paramètres géométriques sur la même machine. Il s'agit de résultats de calculs CFD, utilisant les équations de Navier-Stokes avec le modèle de turbulence de Baldwin-Lomax, couplés à des méthodes stochastiques (Lavainne [2003]). Les résultats sont disponibles pour la troisième roue mobile du même compresseur. Le tableau 3.7 permet de comparer les résultats obtenus avec nos corrélations et ceux des calculs CFD. Notre modèle rend bien compte de l'effet fondamental joué par le jeu sur les performances de la machine. La valeur quantitative est assez bien respectée, de même pour l'épaisseur maximale et la modification de l'angle métal d'entrée. Pour l'angle métal de sortie, le sens de variation est bien respecté, mais il y a plus d'un facteur deux sur le résultat. Il faut préciser que la procédure de variation de paramètre effectuée dans nos simulations et dans celle de Lavainne n'est pas tout à fait identique, puisqu'il semble que Lavainne effectue la variation de paramètres géométriques à point d'opération identique, ce qui n'est pas tout à fait notre cas. Ajoutons que Lavainne fait varier les paramètres de façon géométrique : le maillage varie en particulier, et donc consécutivement sans doute d'autres facteurs. Enfin la variation relative de la corde, si elle est faible, dans les deux cas (c'est le paramètre le moins sensible) a un sens opposé. Il nous semble que le sens de variation que nous avons obtenu n'est pas illogique : l'augmentation de la corde a comme conséquence l'augmentation de la compacité [8] , or on sait qu'une compacité plus grande permet de mieux diriger l'écoulement, et donc d'augmenter les performances. Pour autant l'augmentation de la corde a aussi comme conséquence l'augmentation de la surface des aubes et donc des frottements. Les pertes de charges sont donc augmentées. Il est donc difficile de prédire le signe de variation du taux de pression résultant d'une augmentation de la corde.

3.5.3 Modification de la corrélation de jeu

Nous désirons utiliser les nouveaux paramètres des corrélations de jeu déterminés à l'aide du logiciel Turb'Opty (Kunkelmann [2005]) lorsque ceux-ci seront disponibles. Les résultats pourraient montrer une amélioration assez sensible de la prédiction des performances, car la nouvelle corrélation serait issue directement de calculs tridimensionnels.

[8] ceci a été vérifié par un autre calcul de sensibilité. Les autres effets sur le nombre de Reynolds notamment sont négligeables.

TAB. 3.7 – Comparaison des calculs de sensibilité sur le taux de pression de la machine à différents paramètres de la troisième roue mobile

Effet sur le taux de pression de la machine	CFD (Lavainne [2003])	Modèle
Jeu doublé	-5.4%	-6%
Jeu divisé par 2	+1.4%	+2.5%
Augmentation de la corde (+1.45%)	-0.1%	+0.11%
Diminution de la corde (-1.45%)	+0.4%	-0.1%
Augmentation de l'épaisseur (+.73%corde)	-0.34%	-0.25%
Diminution de l'épaisseur (-.73%corde)	+0.18%	+0.3%
Modification de l'angle métal d'entrée (+2.7°)	+0.29%	+0.38%
Modification de l'angle métal d'entrée (-2.7°)	-0.64%	-0.45%
Modification de l'angle métal de sortie (+2.7°)	+.79%	+1.9%
Modification de l'angle métal de sortie (+2.7°)	-.95%	-2.1%

3.5.4 Conclusion

Le cas-test sur un compresseur haute-vitesse est assez satisfaisant d'un point de vue qualitatif et quantitatif. Il nous encourage dans l'utilisation du modèle de Davis et Milar. Il montre également les limites de notre approche :

- la non prise en compte des effets de couche limite conduit à une surestimation du débit critique,
- les corrélations de jeu pourraient être améliorées par la nouvelle méthodologie.

3.6 Conclusion

Le tableau 3.8 présentent les corrélations utilisées validées. Il faut toutefois mentionner que :

- pour le débit positif, dans les régimes stables ou hors nominaux non sévères, les corrélations de Lieblein et de Davis et Milar donnent de bien meilleurs résultats que celles que nous appelons "bas débit positif". Toutefois les corrélations de Lieblein et de Davis et Milar nécessitent une somme d'information qui n'est pas toujours disponible et surtout ces corrélations ne peuvent pas décrire toute la gamme de débit positif. De plus le modèle à bas débit positif fournit un seuil d'apparition des instabilités pour une roue donnée.
- les corrélations à débit négatif souffrent d'un manque de validation, puisque les travaux de Gamache sont à la source des choix des modèles et constituent les seuls cas de validation accessibles. Des corrélations stationnaires ayant été construites et validées, on peut revenir à la démarche générale de ce document : la construction d'un modèle instationnaire.

TAB. 3.8 – Différents modèles de corrélations validés et utilisés en stationnaire

Régime	Dénomination du modèle dans le document	Facteur de pertes	Déviation	Particularités
Toute la gamme de débit positif	Deuxième modèle à faible débit	Type Kroon et Tobiasz	Linéaire selon l'incidence	Seuil d'instabilité calculé par le modèle de Day Paramètres ajustés sur la partie stable stationnaire. Toute la gamme de débit positif est décrite. Donne un seuil d'apparition des instabilités Adapté aux machines avec information partielle
Conditions hors régime nominal de débit positif, mais non sévères	Régime hors nominal (machine basse vitesse) Type Lieblein	Pertes de profil de type Lieblein Pertes secondaires, et éventuellement de jeu et annulaires	Déviation selon mesures de Lieblein Effets de jeu éventuellement ajoutés.	Modèle prédictif adapté aux machines pour lesquelles l'information est disponible Peut alimenter les modèles instationnaires
Conditions hors régime nominal de débit positif, mais non sévères	Régime hors nominal (machine haute vitesse) Type Davis et Milar	Pertes de profil de type Swan Pertes secondaires, et éventuellement de jeu et annulaires. Pertes à proximité du débit critique	Déviation selon approche de Davis et Milar Effets de jeu éventuellement ajoutés.	Modèle prédictif adapté aux machines pour lesquelles l'information est disponible Peut alimenter les modèles instationnaires
Débit négatif	Troisième modèle à débit négatif	Perte de toute l'énergie cinétique amont	Déviation angulaire progressive	Déviation selon les observations de Gamache

Chapitre 4

Construction du modèle instationnaire

Sommaire

4.1 Introduction 73

4.2 Modélisation linéaire des instabilités d'un système de compression 75

4.2.1 Introduction 75

4.2.2 Résolution et principaux enseignements 77

4.2.3 Gain pour la "marge au pompage" grâce au facteur B 78

4.3 Modélisation non linéaire des instabilités dans les compresseurs axiaux en utilisant les courbes caractéristiques 78

4.3.1 Modélisation non linéaire des instabilités dans les compresseurs axiaux en utilisant les courbes caractéristiques mesurées de la machine 78

4.3.1.1 Equations générales 78

4.3.1.2 Simulations 0D réalisées avec le code CATHARE 80

4.3.1.3 Conclusion 83

4.3.2 Modélisation non linéaire des instabilités dans les compresseurs axiaux en utilisant les courbes caractéristiques mesurées de chaque étage de la machine 84

4.4 Etablissement des équations d'une turbomachine axiale grille par grille en quasi-stationnaire 84

4.4.1 Restrictions du domaine de l'étude 85

4.4.2 Hypothèses générales 85

4.4.3 Méthodologie 86

4.4.4 Système d'équations à résoudre 87

4.5 Consistance temporelle et précision des schémas utilisés 88

4.5.1 Schémas temporels 88

4.5.2 Test numérique du schéma spatial 88

4.6 Conclusion 89

4.1 Introduction

Dans ce chapitre consacré à la construction du modèle instationnaire, nous allons balayer les approches traditionnelles qui permettent d'apporter des éléments qualitatifs et quantitatifs relatifs à la survenue et au développement des instabilités dans les turbomachines. Nous allons d'abord détailler la modélisation linéaire des instabilités du système complet (compresseur et circuit)(section 4.2), qui permet de fournir des éléments relatifs à la survenue des instabilités. Nous allons ensuite aborder

un autre type de modélisation de configurations d'instabilités, qui a historiquement succédé à la modélisation linéaire : la modélisation non-linéaire, qui permet de décrire le développement des instabilités. Plutôt que de présenter des résultats bibliographiques sur des configurations différentes, il nous a semblé plus pertinent de tester les modèles non linéaires sur le même cas : celui de Greitzer (Greitzer [1976a]) :

- modélisation non-linéaire des instabilités du système complet (compresseur et circuit) en utilisant les courbes de performance mesurées des machines (partie 4.3.1)
- modélisation non-linéaire des instabilités du système complet (compresseur et circuit) en utilisant les courbes de performance des étages (partie 4.3.2),

La suite logique des différents types de modélisation de configurations d'instabilités (essentiellement le pompage) présentés (modélisation linéaire des instabilités du système complet, modélisation en utilisant soit les courbes caractéristiques mesurées des machines, soit celles des étages) est le développement d'une modélisation non-linéaire des instabilités du système complet par un modèle qui décrit plus finement les écoulements internes.

L'échelle de la description roue par roue a été franchie récemment. Cette direction de recherche fait l'objet d'un certain nombre de travaux dans les années 2000. On peut citer par exemple les travaux de l'Université de Cranfield (White et al. [2002]). Les résultats présentés concernent la prédiction des courbes caractéristiques et la marge au pompage. L'attention principale est focalisée sur la sélection des corrélations utilisées. D'autres travaux utilisent une démarche analogue (Botha et al. [2003]) appliquée à la modélisation d'un compresseur dans un circuit et de ses performances en pompage. Ces derniers travaux font appel à la résolution simultanée de trois équations : conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Ajoutons que la base de validation instationnaire apparaît assez limitée.

Un stade supplémentaire dans la précision de la description est en cours de franchissement actuellement : celle de la résolution de quatre équations (conservation de la masse, de la quantité de mouvement axiale, de la quantité de mouvement circonférentielle et de l'énergie à l'échelle de la roue). Une hypothèse d'axisymétrie est effectuée. Toute la turbomachine est maillée axialement. Les phénomènes sont représentés à mi-envergure. La publication (Adam and Leonard [2005]) montre ce type d'avancée, même si, à notre connaissance, elle n'a pas encore été appliquée à des transitoires de pompage. Cette échelle de description nous semble donc à la fois accessible et capable décrire la machine de façon plus précise que dans celle basée sur l'utilisation des courbes caractéristiques (approche 0D). Pour autant peut-on construire un modèle encore plus précis ?

A notre connaissance les techniques faisant appel à des résolutions bidimensionnelles complètes (en instationnaire) ou à la CFD n'ont pas été encore été appliquées à des transitoires longs comme le pompage, même si des calculs instationnaires sont couramment effectués sur des turbomachines, même multi-étagées. Certaines descriptions tridimensionnelles (pour les zones non aubées) ont même été appliquées à des situations de décrochage tournant (Spakovszky [2000]).

Si on revient sur nos objectifs et nos exigences vis à vis du modèle à développer, c'est à dire de disposer d'un modèle :

- capable de décrire des transitoires longs (pompage, ou transitoires de réacteurs),
- plus précis qu'un modèle 0D, basé sur les courbes caractéristiques, afin de pouvoir valider ou invalider cette approche traditionnelle,
- capable de décrire un écoulement interne de turbomachines comportant un grand nombre d'étages,
- pouvant intégrer l'ensemble d'un circuit.

Pour satisfaire l'ensemble de ces exigences il semble qu'à l'heure actuelle, on doive s'orienter vers des techniques basées sur la résolution de quatre équations conservation de la masse, de la quantité de mouvement axiale, de la quantité de mouvement circonférentielle et de l'énergie à l'échelle de la roue. De plus à cette échelle on conserve l'échelle de la connaissance physique, qui est celle des corrélations. En effet la base de connaissance physique est très volumineuse à cette échelle. Des descriptions plus fines (maillage de l'aube) constituent une alternative, sans doute plus précise, a priori. Mais il nous a semblé que la tâche de trouver des corrélations à l'échelle de la roue, dans les régimes qui nous intéressent constituaient déjà une assez grande difficulté.

Ainsi notre modélisation “de référence” sera la modélisation monodimensionnelle de l’écoulement à l’intérieur d’une turbomachine axiale, grille par grille (voir la figure 1 dans le cas du compresseur). L’ambition de traiter l’ensemble des étages de toute la turbomachine (turbine et compresseur) a conduit à limiter la description à du 1D ; le seul maillage est un maillage axial. On construit ainsi une formulation 1D axisymétrique instationnaire non linéaire hors grilles d’aubes et 1D axisymétrique quasi-stationnaire non linéaire à travers les grilles. Les corrélations de grille sont construites à l’identique de corrélations stationnaires (hypothèse de quasi-stationnarité). L’établissement de telles corrélations a fait l’objet du chapitre précédent.

Après la présentation de différents modèles de la bibliographie, sont décrits successivement dans ce chapitre :

– les hypothèses et le modèle physique (section 4.4),
– la vérification de la stabilité numérique, de l’ordre du schéma (section 4.5.1), de la convergence numérique (section 4.5.2).

4.2 Modélisation linéaire des instabilités d’un système de compression

4.2.1 Introduction

L’objet de cette section est de rappeler brièvement le contexte de la modélisation (linéaire) des instabilités d’un système de compression et de s’approprier cette démarche en construisant un modèle simple. Emmons et al. (Emmons et al. [1955]) ont les premiers présenté ce type d’approche linéaire. Elle a été formalisée théoriquement par Tondl (Tondl [1979]). Toutes ces méthodes sont basées sur une étude linéaire de stabilité selon le signe des valeurs propres du système linéarisé. Emmons et al. (Emmons et al. [1955]) ont présenté une analogie de circuits électriques, Greitzer (plus tardivement) une analogie d’un système mécanique de façon détaillée. Le problème est souvent appelé “résonateur de Helmoltz”, faisant référence à un oscillateur mécanique.

Cette étude concerne une modélisation préliminaire d’un système de compression. Elle n’a pas pour ambition de balayer tous les travaux effectués dans ce domaine, mais plutôt d’illustrer la démarche, de montrer le lien avec la modélisation suivante et de jeter les bases d’une modélisation simple.

On utilise les idées et le formalisme développés dans Sedille [1973], Bidard [1946] et Bidard [1950]. Le modèle repose sur les considérations suivantes :

– Différentes lois de conservation sont écrites : masse de gaz pour le réservoir (équation 4.7), quantité de mouvement projetée axialement (équation 4.4) dans laquelle les frottements ont été négligés, énergie totale pour la machine, énergie cinétique pour la machine et les divers conduits (équation 4.1), entropie entre l’aval du compresseur et le réservoir (4.6).
– On effectue une hypothèse de rendement invariable pour la machine (4.3).
– Le compresseur est modélisé par une fonction de transfert (la courbe caractéristique de la machine) : c’est l’hypothèse du disque d’action, dans laquelle on a aussi négligé les termes d’inertie.
– A l’instant pré-initial (le temps correspondant est noté (0-)), le système est dans une configuration stable : le débit est « assez grand ». A l’instant initial le système est perturbé. Les grandeurs perturbées sont supposées petites, donc développables linéairement. Elles sont notées : $X(t) = X(0^-) + X'$ et caractérisent des dérivées temporelles.
– L’écoulement est supposé uniforme à l’amont et à l’aval du compresseur (hypothèse 0D mais avec une vitesse non nulle).

L’indice r est relatif au conduit, p à celui du réservoir.

Pour la facilité de la résolution on va exprimer toutes les variables côté compresseur en fonction de m'_r :

Si on connaît la courbe caractéristique de la machine, c’est à dire la fonction f :

$$\frac{\Delta P_{T,S}}{\frac{1}{2}\rho_{s,1}U^2} = f(\frac{C_x}{U}) \tag{4.1}$$

En notant f' la dérivée de la fonction (U étant la vitesse d'entraînement). Cette hypothèse traduit une conservation de l' énergie totale pour la machine, l'énergie cinétique pour la machine et les divers conduits. En négligeant les termes d'inertie et en dérivant, il vient (S étant la section, constante, du conduit) :

$$P'_{s,r} = \frac{f'U}{2S} m'_r \tag{4.2}$$

Afin d'obtenir une expression de la masse volumique $\rho'_{s,r}$, il faut exprimer la température en sortie du compresseur. L'hypothèse de rendement η invariable dans la machine et l'application de la loi des gaz parfaits conduit à :

$$\rho'_{s,r} = A_1 \frac{f'U}{2S} m'_r \tag{4.3}$$

où $A_1 = \frac{1-\frac{\gamma-1}{\gamma\eta}}{rT_{s,p}(0^-)}$(r étant la constante des gaz parfaits, γ le rapport des chaleurs spécifiques, supposées constantes)

La conservation de la quantité de mouvement projetée selon l'axe de la machine dans le conduit s'exprime par (en négligeant les frottements) :

$$LS\rho_{s,r}\frac{dV}{dt} = S(P_0 - P_p + f\frac{1}{2}\rho_s U^2) \tag{4.4}$$

Si on dérive cette équation et qu'on la combine à l'équation4.2, on est conduit à (en négligeant les termes du deuxième ordre) :

$$\frac{dV'}{dt} = \frac{\frac{f'U}{2S}m'_r - P'_p}{L\rho_{s,r}(0^-)}$$

En exprimant V' en fonction du débit on trouve alors :

$$\boxed{\frac{dm'_r}{dt} = A_2(\frac{f'U}{2S}m'_r - P'_p)} \tag{4.5}$$

où $A_2 = \frac{S}{L(1-\frac{m_r(0^-)}{\rho_r(0^-)}\frac{f'U}{2S}A_1)}$.

La conservation de l'entropie le long d'une ligne de courant moyenne entre la sortie du rotor et le réservoir :

$$\frac{dP_p}{dt} = c^2\frac{d\rho_P}{dt} \tag{4.6}$$

La conservation de la masse dans le réservoir conduit à :

$$V_p\frac{d}{dt}\rho_p = \frac{d}{dt}\int_{V_p}\rho dv = (m_r - m_p) \tag{4.7}$$

La combinaison de 4.7 et 4.6 conduit à :

$$\frac{dP_p}{dt} = A_3(m_r - m_p)$$

où $A_3 = \frac{\gamma r T_{s,p}(0^-)}{V_p} = \frac{c^2}{V_p}$(c étant la célérité, $V_p$étant la volume du réservoir).

En dérivant et en négligeant les termes d'ordre 2, il vient :

$$\frac{dP'_p}{dt} = A_3(m'_r - m'_p) \tag{4.8}$$

Le débit sortant peut, par exemple, s'exprimer à partir du débit critique (S_{col} étant la section de la vanne) :

$$m_p = S_{col} P_p \sqrt{\frac{\gamma}{rT_p}} (\frac{2}{\gamma+1})^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \tag{4.9}$$

En différenciant 4.9 et en reportant dans 4.8 :

$$\boxed{\frac{dP'_p}{dt} = A_3(m'_r - A_4 P'_p)} \tag{4.10}$$

où $A_4 = \frac{m_p(0^-)}{P_p(0^-)} \frac{3\gamma-1}{2\gamma}$.

4.2.2 Résolution et principaux enseignements

La solution du problème est équivalente à la solution du système d'équations différentielles couplées 4.5 et 4.10 d'inconnues m'_r et P'_p.

Ce système s'écrit donc :

$$\frac{d}{dt} Y = MY$$

Où Y est le vecteur $\begin{pmatrix} m'_r \\ P'_p \end{pmatrix}$ et M est la matrice : $\begin{pmatrix} A_2 \frac{f'U}{2S} & -A_2 \\ -A_3 A_4 & A_3 \end{pmatrix}$.

La solution générale du système est obtenue sous la forme :

$$Y = \sum_k Y_k \exp(\lambda_m t)$$

où λ_m sont les valeurs propres (a priori imaginaires) de la matrice M. Elles sont obtenues en trouvant les racines du polynôme caractéristique de la matrice M (c'est à dire le polynôme de la variable x, $det(M - xI)$). La partie réelle des λ_m caractérise le taux de croissance tandisque la partie imaginaire est caractéristique de la fréquence de la perturbation. Pour que le système obtenu soit stable, il faut et il suffit que toutes les valeurs propres possèdent une partie réelle négative.

On examine le signe des parties réelles des valeurs propres de l'équation :

$$\lambda^2 + \lambda(A_3 A_4 - \frac{f'U}{2S} A_2) + A_3 A_2 (1 - \frac{f'U}{2S} A_4) = 0 \tag{4.11}$$

Nous allons plutôt raisonner sur l'équation approchée suivante :

$$\lambda^2 + \lambda(A_3 A_4 - \frac{f'U}{2S} A'_2) + A_3 A'_2 = 0 \tag{4.12}$$

où : $A'_2 = \frac{S}{L} > 0$. L'assimilation de A_2 en A'_2 a été vérifiée pour des valeurs numériques d'exemples concrets.

Le signe de la plus grande valeur propre est identique à celui de la somme (car les valeurs propres ont même signe, puisque leur produit est positif), qui est identique au signe de :

$$-(\frac{\varepsilon}{4B} - \frac{f'B}{2}) = -\frac{\varepsilon}{4B} + \frac{f'B}{2}$$

où : B est le paramètre de Greitzer $B = \frac{U}{2c}\sqrt{\frac{V_p}{SL}}$ et $\varepsilon = \frac{V(0^-)}{U} \frac{\frac{1}{2}\rho_{s,p}(0^-)U^2}{P_p(0^-)} \frac{3\gamma-1}{\gamma}$

Les conclusions sont les suivantes :

– la stabilité est principalement donnée par le signe de f' (ε est petit) ; le signe doit être négatif pour un système stable :

– mais il existe une petite marge par rapport à f'<0 ($-\frac{\varepsilon}{4B} + \frac{f'B}{2} < 0$ suffit)

– la conclusion est un peu différente de celle résultant d'une étude de stabilité statique (signe de la différence des pentes des courbes caractéristiques compresseur et vanne) : si f' est positif les oscillations ne seront pas stables, sinon elles le seront (au ε près). On retrouve bien cette différence sur le signe de la pente de la caractéristique du compresseur.

De plus le paramètre B a un rôle déterminant dans la dynamique du système :

– si B est assez petit, Δ devient négatif, solution oscillatoire amortie de pulsation propre en $\sqrt{-\Delta}$.

– Si B est plus grand, oscillations amorties stables ou instables possibles (le produit des valeurs propres est positif).

4.2.3 Gain pour la "marge au pompage" grâce au facteur B

Examinons plus en détail le point d'apparition des instabilités.

L'instabilité se développe si et seulement si $-\frac{\varepsilon}{2B^2} + f' > 0$. Si la courbe caractéristique est un polynôme d'ordre 3 (hypothèse généralement admise, permettant le développement de calculs analytiques ou d'interpolations) :

$$f(X) = \alpha X^3 + \beta X^2 + \gamma X + \delta$$

où $X = \frac{C_x}{U}(\alpha, \gamma < 0$ et $\beta > 0)$

alors la condition d'instabilité s'écrit alors : $X < X_{lim}(B)$ et :

$$3\alpha X_{lim}(B)^2 + 2\beta X_{lim}(B) + \gamma - \frac{\varepsilon}{2B^2} = 0 \tag{4.13}$$

La résolution de l'équation 4.13 conduit à :

$$X_{lim}(B) = \frac{\beta + \sqrt{\beta^2 - 3\alpha\gamma + \frac{3\alpha\varepsilon}{2B^2}}}{-3\alpha} \tag{4.14}$$

En particulier :

$$X_{lim}(\infty) = \frac{\beta + \sqrt{\beta^2 - 3\alpha\gamma}}{-3\alpha} \tag{4.15}$$

D'où l'écriture de 4.14 :

$$X_{lim}(B) \approx X_{lim}(\infty) - \frac{1}{B^2}\frac{\varepsilon}{4\sqrt{\beta^2 - 3\alpha\gamma}} \tag{4.16}$$

L'équation 4.16 montre que la limite de stabilité est donnée par le système (coefficient B) et pas seulement par la courbe caractéristique du compresseur, même si celle-ci joue un rôle prépondérant. Plus B est faible, plus la limite de stabilité est repoussée. Ceci correspond bien aux observations (Greitzer [1998], Chesse [1995]).

4.3 Modélisation non linéaire des instabilités dans les compresseurs axiaux en utilisant les courbes caractéristiques

4.3.1 Modélisation non linéaire des instabilités dans les compresseurs axiaux en utilisant les courbes caractéristiques mesurées de la machine

4.3.1.1 Equations générales

L'intérêt de développer des approches non-linéaires plutôt que l'approche linéaire est évident. D'abord l'approche est plus générale, les phénomènes en jeu étant non linéaires (la courbe caractéristique du compresseur le rappelle). De surcroît une approche linéaire ne peut décrire la fonctionnement du système après l'apparition des instabilités. Cette approche a été

développée par Greitzer. En fait, Greitzer a utilisé une approche incompressible. Des travaux postérieurs ont intégré l'équation d'énergie (par exemple ElMitwally et al. [1996]).

Pour développer une approche non linéaire, il faut mieux aussi connaître la courbe caractéristique stationnaire de la machine : $\frac{\Delta P_T}{\frac{1}{2}\rho U^2} = f(\frac{C_x}{U})$. Dans une approche générale, il vaut mieux connaître aussi le rendement. Puisque nous ne possédons pas de telles données, Greitzer ayant utilisé une approche incompressible, nous supposerons ce rendement constant. Le rendement sert à calculer le terme source de l'équation de conservation de l'énergie totale.

Le système d'équations à résoudre est composé des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement axiale et de l'énergie totale et de la loi d'état. Il s'écrit alors dans l'approximation bas-Mach, et en négligeant la gravité :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(S\rho_s) + \frac{\partial}{\partial x}(S\rho_s V) = 0 \\ S\rho_s \frac{\partial}{\partial t}V + S\rho_s V \frac{\partial}{\partial x}V + S\frac{\partial}{\partial x}P_s = -\chi_f C_f \rho_s \frac{V}{2}|V| - S\rho_s \frac{K}{\Delta x}\frac{V}{2}|V| + \delta_C S \Delta P_T \\ \frac{\partial}{\partial t}(S\rho_s h_T) + \frac{\partial}{\partial x}(S\rho_s V h_T) - S\frac{\partial}{\partial t}P_s = \delta_C (S\rho V)\Delta h_T \\ P_s = \rho_s r T_s \end{cases}$$

où δ_C désigne la position du compresseur représenté en un seul point dite hypothèse du disque d'action ($\delta_C = 1$ sur le compresseur, 0 sinon), $-\chi_f C_f \rho_s \frac{V}{2}|V|$ un terme de perte de charge régulière (χ_f est le périmètre frottant, C_f est le coefficient de frottement), $-S\rho_s \frac{K}{\Delta x}\frac{V}{2}|V|$ un terme de perte de charge singulière (K est le coefficient de perte de charge singulière).

Les conditions aux limites à l'amont sont les suivantes :

$$\begin{cases} P = Patm \\ T = Tatm \end{cases}$$

A l'aval le débit est donné par l'ouverture de la vanne :

- soit la condition de Barré-Saint-Venant (col sonique),
- soit une perte de charge.

Ces deux conditions sont à étudier. En effet, si la littérature sur l'aéronautique est plutôt habituée à traiter des conditions aux limites de type perte de charge, celle concernant les circuits traite plutôt du premier type (voir Chesse [1995]). Ce sera aussi le cas pour les applications de brèche dans le circuit du réacteur nucléaire. Ajoutons également que la condition de type Barré-Saint-Venant a deux autres avantages notables : la plus grand facilité pour se comparer avec des résultats analytiques et l'utilisation de paramètres plus parlants (tels le taux d'ouverture de la vanne, la section de la vanne, etc..., plutôt qu'un coefficient k indéfini).

Différents modèles de courbes caractéristiques "instationnaires" : discussion sur le concept de "temps de retard"

Dans le cadre de l'approximation quasi-stationnaire il est légitime de confondre ΔP_T et la valeur de la courbe caractéristique de la machine (mesurée en stationnaire) : $f(\frac{C_x}{U})$.

Un certain nombre d'auteurs (Greitzer [1976b],Gamache [1985]) introduisent un temps de retard τ afin de rendre compte du caractère instationnaire des régimes rencontrés : $\tau \frac{d\Delta P_T}{dt} + \Delta P_T = f(\frac{C_x}{U})$. Ce "temps de retard" semble correspondre à un temps de parcours dont le modèle ponctuel et quasi-stationnaire ne peut rendre compte. Il traduit un temps de parcours axial, mais aussi une vitesse de rotation des cellules dans le cas du décollement tournant. C'est d'ailleurs dans le cas du décollement tournant que Greitzer et Davis et O'Brien déterminent la valeur numérique de ce paramètre.

Comme un tel paramètre varie en fonction de la machine et également selon le régime (Davis et O'Brien dansDavis and O'Brien [1991]) le font varier d'un transitoire à l'autre, nous avons choisi de ne pas retenir un tel modèle pour nos simulations. D'autres auteurs ne le prennent pas en compte (voir par exemple Williams and Huang [1988]). De plus il ne semble pas que cette fonction de retard puisse être généralisée (Hansen et al. [1981]). Cette discussion sur le concept de temps de retard sera traitée plus en détail au chapitre 6.

4.3.1.2 Simulations 0D réalisées avec le code CATHARE

Nous avons effectué les simulations en résolvant les équations générales présentées plus haut, en utilisant la courbe caractéristique mesurée par Greitzer (Greitzer [1976a]) et en faisant les hypothèses suivantes :

– rendement constant (nous n'avions pas de résultats de mesure)

– ouvertures de vanne instantanées et de valeurs estimées sur la base des données de la publication Greitzer [1976a].

La figure 4.1 montre le développement et le maintien d'oscillations de pression dans le système au cours du temps. Ces oscillations se développent à partir d'une configuration stable (i.e. avant 301 s dans notre simulation), puis deviennent périodiques. L'amplitude des oscillations dépend fortement de l'ouverture de la vanne.

Des oscillations en débit se développent également. Une façon courante de visualiser le phénomène est d'utiliser le temps comme paramètre (figure 4.1). On représente alors l'évolution de la pression en fonction de celle du débit. L'évolution étant périodique on constate l'apparition des "cycles de pompage". La largeur de ces cycles dépend de l'ouverture de la vanne. On voit que le cycle se stabilise à partir de quelques oscillations effectuées après l'apparition de l'instabilité. Il est pratique de représenter également sur le même graphe la courbe caractéristique stationnaire du compresseur. Une des caractéristiques bien connue est que l'évolution instationnaire ainsi représentée a tendance à épouser la courbe caractéristique sur sa partie stable. Nous y reviendrons. Enfin notons le point de départ des simulations sur la courbe caractéristique : près du point de tangente nulle, mais à droite : c'est à dire stable, mais à la limite de la stabilité.

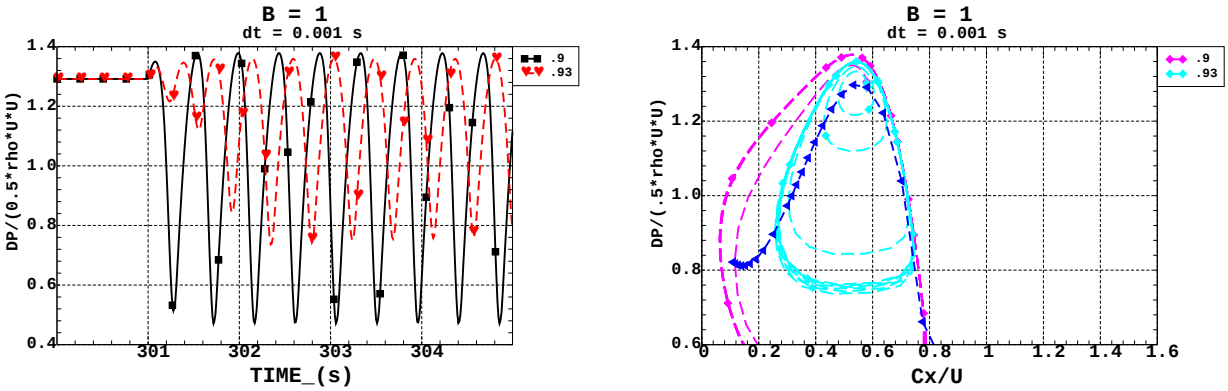

FIG. 4.1 – Pompage : évolution de la pression réduite (gauche) et des cycles (droite) pour différents taux d'ouverture de vanne, pour B = 1

La figure 4.2 montre le même type de résultat de simulations dans la même configuration que précédemment, à l'exception de la taille du volume du réservoir. Celle-ci correspond à une valeur plus importante du volume du réservoir et donc du paramètre adimensionnel B introduit par Greitzer.

Ce facteur a une influence sur l'apparition des instabilités (on l'a vu dans l'analyse linéaire), ainsi que le développement des cycles : plus B est grand, plus le cycle est ample (voir figures 4.1,4.2). Plus B est grand et plus la fréquence des oscillations est basse. Ceci a pour conséquence que plus B est grand plus le phénomène devient quasi-stationnaire. Une des conséquences est que plus B est grand, plus la courbe du transitoire se rapproche de la courbe caractéristique stationnaire (voir figures 4.1,4.2).

Importance du pas de temps choisi

Dans la simulation des phénomènes instationnaires le choix du pas de temps est une question importante mais délicate. Dans le cas de méthodes numériques explicites la réflexion est en général dominée par le souhait de la convergence du calcul. Pour les méthodes implicites comme celle présentée ici l'utilisateur peut se laisser abuser par le fait que le calcul converge pour des pas de temps assez élevés. Pour le transitoire présenté ici, il faut plutôt retenir l'idée que pour bien décrire la dynamique

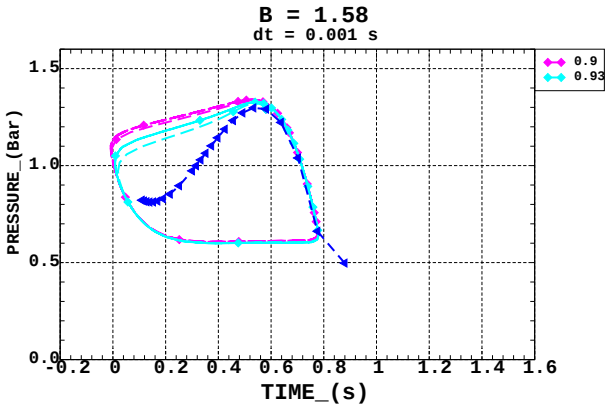

FIG. 4.2 – Pompage : évolution en cycle pour deux taux d'ouverture de vanne, pour B = 1.58

des oscillations il est nécessaire de bien représenter les valeurs extrémales de la pression et de la vitesse au cours du calcul car elles sont reliées directement aux termes sources et puits que constituent le taux de pression généré par le compresseur et le débit perdu par la vanne. Le pas de temps précédemment retenu correspondait à une représentation des extrema satisfaisante.

Les simulations présentées après (figures 4.3, 4.4) ont été effectuées avec un pas de temps plus élevé. Elles montrent sensiblement les mêmes résultats que ceux présentés plus haut quand B est supérieur à 1 (figure 4.4 à comparer avec la figure 4.2). Par contre pour des valeurs de B plus faibles le résultat est très différent : on observe une stabilisation sur un point intermédiaire de la courbe caractéristique avec un pas de temps élevé (figure 4.3) alors que des oscillations (du même type que celles des figures 4.1) sont constatées pour un pas de temps plus faible. A notre avis, l'explication physique est la suivante : la valeur de l'accroissement de pression maximal de la caractéristique du compresseur a une grande importance sur les cycles de pompage. On le constatera de façon précise dans la section 5.3.1.1 dans la "définition du facteur B critique", facteur qui situe une frontière entre pompage et pseudo-décollement tournant : or, dans notre "définition" de B critique (équation 5.13) intervient la valeur de l'accroissement de pression maximal de la caractéristique du compresseur. Ajoutons que plus cette valeur de l'accroissement de pression maximal est faible, plus le système va être conduit dans un état pseudo-stable. Le lien avec ce qui précède est le suivant : lorsqu'on utilise un pas de temps élevé dans une simulation numérique, on décrit assez mal les valeurs extrêmes, de ce fait l'accroissement de pression est mal évalué, c'est à dire qu'on va sous-évaluer le maximum. Ceci revient à utiliser dans le calcul une valeur moindre pour l'accroissement de pression maximal et donc conduit à un état pseudo-stable. On peut alors avancer une valeur du rapport entre le pas de temps à utiliser pour bien décrire le pompage et la période de pompage : il faut au moins une dizaine de points par période.

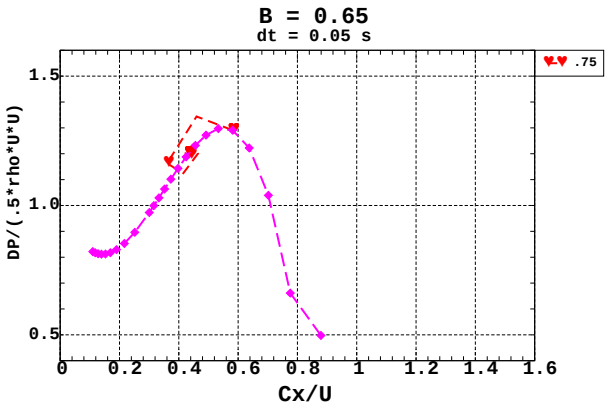

FIG. 4.3 – Pseudo "décollement tournant" : évolution en cycle, avec un pas de temps élevé, pour B = .65

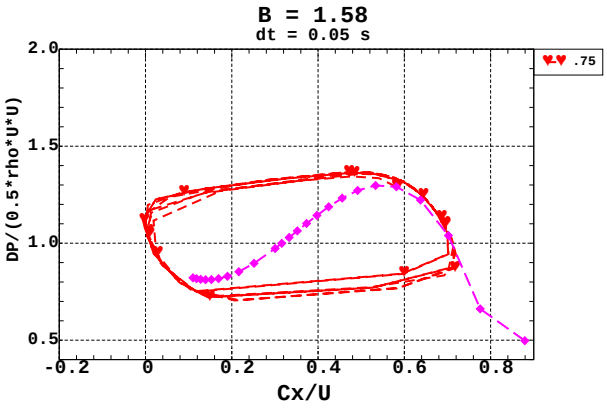

FIG. 4.4 – Pompage : évolution en cycle, avec un pas de temps élevé, pour B = 1.58

Influence du taux d'ouverture de vanne

Le taux d'ouverture de la vanne a une influence sur l'amplitude des cycles de pompage. La figure 4.5 montre un cycle plus ample que celui de la figure 4.2. Ceci peut s'expliquer par le fait que le taux d'ouverture de la vanne indique une sorte de point d'équilibre si on raisonnait en stationnaire, en fait une sorte de point médian dans le cycle de pompage. Ouvrir d'avantage la vanne correspond à déplacer ce point médian vers la gauche dans le diagramme pression-débit. En particulier la zone de débit négatif est beaucoup plus marquée que dans la figure 4.1.

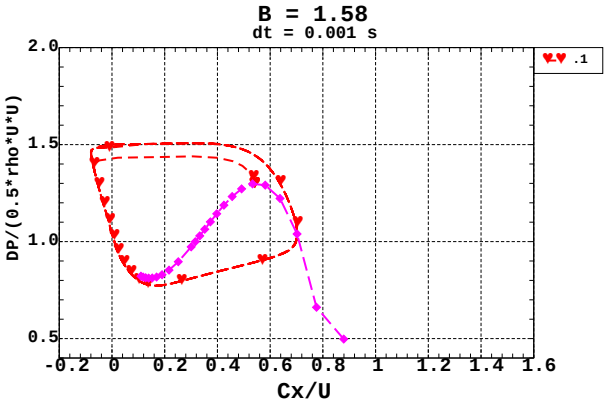

FIG. 4.5 – Pompage : évolution en cycle pour B = 1.58

Utilisation de la condition de perte de charge

Le but de cette section est de montrer les ressemblances et les quelques différences obtenues avec la condition de perte de charge de la vanne. De façon générale tout ce qui a été décrit jusqu'à présent se retrouve avec cette condition :

- le pompage classique (exemple pour B égal à 1, comparer les figures 4.1 et 4.6),
- l'effet de l'ouverture de la vanne (non illustré ici car il n'est pas très aisé de comparer à cause du coefficient de perte de charge),
- le pompage profond (exemple pour B égal à 1.58, comparer les figures 4.2 et 4.6),
- l'importance du pas de temps choisi : le choix d'un pas de temps trop élevé peut amener à mal interpréter certains transitoires.

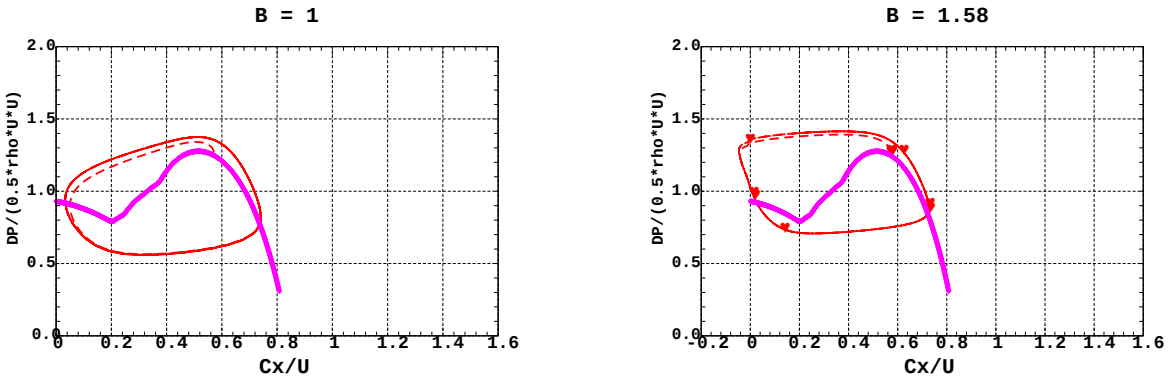

FIG. 4.6 – Pompage : évolution en cycle pour B = 1 (gauche) et B=1.58 (droite)

On voit que les modèles répondent de façon identique dans les différentes situations. Il faut cependant noter qu'à basse valeur de B, on trouve une différence entre les résultats. En effet dans le cas de la condition aux limites égale de perte de charge, on retrouve un état pseudo-stable à la fin du transitoire. Cet état a pour caractéristiques une moyenne de la pression et une moyenne de la vitesse quasiment stationnaires. Ces caractéristiques sont également celles des états de décollement tournant. Pour cette raison Greitzer qualifie cet état de "décollement tournant". Pour l'autre condition aux limites (col sonique) un état instable était obtenu. Ceci est cohérent à la fois avec les résultats expérimentaux et numériques de Greitzer (Greitzer [1976b]) et, aussi ceux de Chesse (Chesse [1995]) pour lequel aucun état de ce type n'était constaté. La dénomination de décollement tournant n'est pas bien adaptée au résultat de ce type de calcul. En effet le décollement tournant est un phénomène local (voir section 2.2.6).

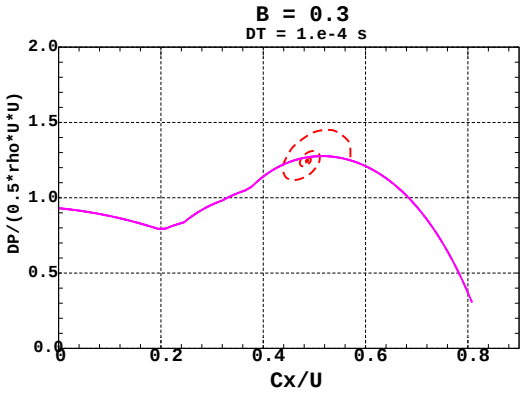

FIG. 4.7 – "décollement tournant" : évolutions en cycle pour B = .3

4.3.1.3 Conclusion

La modélisation par des courbes caractéristiques permet de retrouver un certain nombre des caractéristiques qualitatives de la réponse du système. Cependant cette modélisation ne permet pas d'appréhender correctement les temps de transfert dans la machine. C'est aussi pour cette raison qu'un certain nombre d'auteurs ajoutent au modèle des temps caractéristiques mesurés sur une expérience, mais souvent non généralisables.

4.3.2 Modélisation non linéaire des instabilités dans les compresseurs axiaux en utilisant les courbes caractéristiques mesurées de chaque étage de la machine

Ce type de modèle a été développé par Davis et O'Brien (Davis and O'Brien [1991]). Il permet une description plus fine de la machine (identification de l'étage responsable du phénomène) et une individualisation de ceux-ci. L'intérêt pratique pour les machines multi-étagées est illustré par deux exemples : effet de l'augmentation de la marge au pompage pour l'un des étages, effets thermiques « locaux ». Il s'agit véritablement d'une généralisation du modèle de Greitzer (Greitzer [1976b]) : la même notion de temps de retard est cependant conservée pour décrire la caractéristique non-linéaire.

Des travaux similaires ont été entrepris par Schobeiri, également dans les années 1990 (Schobeiri [1994]). Dans le cadre du développement d'un code complet (GETRAN) ce type de modèle permet de simuler l'ensemble du comportement d'un moteur dans des situations transitoires.

Nous avons effectué des simulations de ce type appliquée au cas de Greitzer (sans toutefois décrire le temps de retard). Les trois étages étant identiques dans le cas de Greitzer, nous avons utilisé trois fois la même courbe caractéristique. Les résultats sont identiques aux précédents du fait d'espaces intergrille très faibles. Davis et O'Brien (Davis and O'Brien [1991]) utilisent leur modèle sur ce cas, ainsi que sur les données de Gamache (Gamache [1985]), mais qui ne comportent pas de mesures de cycle de pompage complet. Les résultats obtenus en comparaison des mesures effectuées par Greitzer ne sont pas d'une meilleure qualité que ceux obtenus par Greitzer avec un modèle de disque d'action.

4.4 Etablissement des équations d'une turbomachine axiale grille par grille en quasi-stationnaire

L'objet de cette partie est de présenter les hypothèses physiques de la modélisation, ainsi que la méthodologie des développements permettant d'aboutir au jeu d'équations à résoudre.

Prise de moyenne On distingue deux prises de moyennes : moyenne d'une grandeur sur un volume et moyenne sur une surface.

La moyenne d'une grandeur f sur un volume D est notée $\widehat{f}$. En fait on définit une moyenne massique pour les grandeurs de température, vitesse scalaire, enthalpie massique (et toute autre grandeur hors pression et masse volumique) : $\widehat{f}^D = \frac{\int_D f d\Omega}{\int_D \rho d\Omega}$ et une moyenne géométrique pour les grandeurs de pression, masse volumique : $\widehat{f}^D = \frac{\int_D f d\Omega}{\int_D 1 d\Omega}$. Par souci de simplification de l'écriture, on conservera la même notation pour les moyennes massique et géométrique.

De même on définit la moyenne surfacique d'une grandeur f sur une surface A est notée $\widetilde{f}$. En fait on définit une moyenne massique pour les grandeurs de température, vitesse, enthalpie massique : $\widetilde{f}^A = \frac{\int_A f d\Sigma}{\int_A \rho d\Sigma}$ et une moyenne volumique pour les grandeurs de pression, masse volumique (et toute autre grandeur hors pression et masse volumique) : $\widetilde{f}^A = \frac{\int_A f d\Sigma}{\int_A 1 d\Sigma}$. Par souci de simplification de l'écriture, on conservera la même notation pour les moyennes massique et volumique.

Dans la suite on notera : $V_D = \int_D 1 d\Omega$ et $S_A = \int_A 1 d\Sigma$.

Avec de telles notations, on a, sans aucune hypothèse sur les grandeurs et leur covariance, les relations suivantes pour toute grandeur f (température, vitesse, enthalpie massique) sur un volume D, (respectivement une surface A) :

$$\int_D \rho_s f d\Omega = \frac{\int_D \rho_s f d\Omega}{\int_D \rho_s d\Omega} \frac{\int_D \rho_s d\Omega}{\int_D 1 d\Omega} \int_D 1 d\Omega = \widehat{f}^D \widehat{\rho_s}^D V_D$$

(respectivement : $\int_A \rho_s f d\Sigma = \frac{\int_A \rho_s f d\Sigma}{\int_A \rho_s d\Sigma} \frac{\int_A \rho_s d\Sigma}{\int_A 1 d\Sigma} \int_A 1 d\Sigma = \widetilde{f}^A \widetilde{\rho_s}^A S_A$).

Ajoutons que la moyenne d'un tenseur est définie comme le tenseur des moyennes de ses composantes exprimées dans une base fixe.

Volumes et surfaces considérées Dans un repère cylindrique $(R, \theta\, X)$ de trièdre $(\underline{e_R, e_\theta, e_X})$ la figure 4.8 décrit le volume considéré :

- on se place dans le plan aube à aube, au rayon moyen (mais ce qui n'empêche pas de tenir compte des effets de jeu)
- le volume est d'envergure unité selon r
- il est délimité par :

1. les surfaces AB et CE : surfaces libres perpendiculaires à l'axe X
2. les parties de lignes de courant AA',E'E, C'C, BB' constituent des limites de l'écoulement (périodiques en θ).
3. les aubages

On note S la surface $S_{A'B'} = S_{C'E'}$.

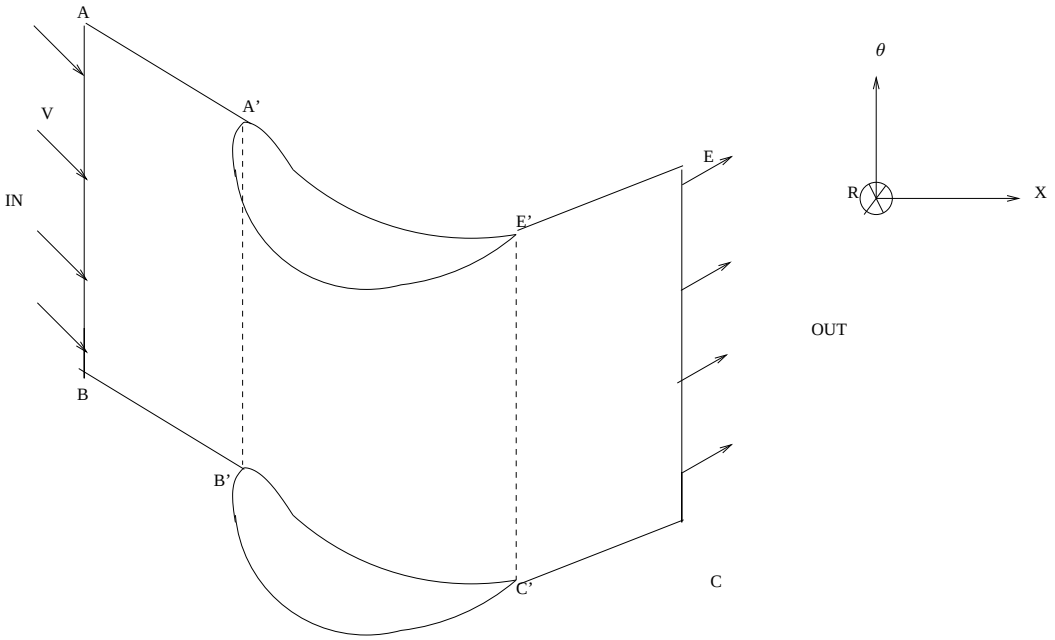

FIG. 4.8 – Représentation du domaine considéré pour les bilans

Référentiels La figure 4.8 peut être considérée dans le référentiel fixe (stator) ou mobile (rotor). Dans ce dernier cas on remplace les vitesses absolues $\underline{V}$ par les vitesses relatives $\underline{W}$. L'angle entre la vitesse et l'axe X est noté α pour la vitesse absolue et β pour la vitesse relative.

4.4.1 Restrictions du domaine de l'étude

Machine à écoulement axial La machine étudiée est de type axial. Ainsi :

- les variations de section seront faibles
- la vitesse radiale sera supposée très inférieure à la vitesse axiale.

Ecoulement basse vitesse L'écoulement considéré est toujours subsonique et à nombre de Mach assez faible.

4.4.2 Hypothèses générales

Gaz parfait

Le fluide considéré est un gaz parfait de chaleur massique constante.

Fluide parfait

En dehors des aubages, l'effet des contraintes visqueuses et turbulentes est négligé. Cette hypothèse est en général justifiée car les corrélations de pertes de charge dans les grilles fournissent un niveau de perte après mélange du sillage se développant à l'aval de l'aubage.

Etude au rayon moyen

On restreint l'étude au rayon moyen. Cette hypothèse est notamment justifiée quand le rapport des rayons extérieur et intérieur est voisin de l'unité.

Uniformité des paramètres physiques à l'amont et à l'aval

On suppose que les surfaces amont et aval sont situées suffisamment loin des aubages pour que les paramètres physiques du fluide soient uniformes sur ces sections.

Force de pesanteur négligée

L'influence de la gravité est négligée. Cette hypothèse est en général justifiée pour les gaz.

Axisymétrie de l'écoulement

Il n'y a pas de variation des grandeurs selon l'axe circonférentiel, mais ceci ne signifie pas que la vitesse circonférentielle est nulle. Cette hypothèse est souvent justifiée dans les turbomachines en faisant l'hypothèse d'un nombre infini d'aubages pour chaque roue.

Remarque sur l'équation d'état

Avec les notations utilisées, on a les relation suivantes sur un volume D, (respectivement une surface A) :

$$\widehat{P_s}^{D} = \frac{\int_D P_s d\Omega}{\int_D 1 d\Omega} = \frac{\int_D \rho_s r T_s d\Omega}{\int_D \rho_s d\Omega} \frac{\int_D \rho_s d\Omega}{\int_D 1 d\Omega} = r \frac{\int_D \rho_s T_s d\Omega}{\int_D \rho_s d\Omega} \frac{\int_D \rho_s d\Omega}{\int_D 1 d\Omega} = r \widehat{T_s}^{D} \widehat{\rho_s}^{D}$$

(respectivement : $\widetilde{P_s}^{A} = r \widetilde{T_s}^{A} \widetilde{\rho_s}^{A}$).

4.4.3 Méthodologie

L'objectif est de trouver une formulation moyennée des équations et permettant une description des régimes transitoires. A tout instant, dans les grilles, on détermine les efforts qui s'exercent sur le fluide à partir de deux informations de fermeture (la perte de charge générée par la grille d'aubes, et l'angle de sortie de la grille). Dans cette démarche, une hypothèse de quasi-stationnarité est faite pour déterminer ces efforts à partir des fermetures : les corrélations utilisées sont construites à l'identique de corrélations stationnaires et sans point de référence (donc pas de linéarisation). Cette méthode permet de décrire des conditions de fonctionnement qui présentent de très fortes variations par rapport aux conditions nominales. L'autre point important est lié à la prise en compte de chaque grille d'aube dans la machine, ce qui permet bien de gérer la sensibilité locale de la machine au déclenchement d'instabilités. En dehors des grilles les équations instationnaires sont utilisées.

La méthodologie adoptée est décrite plus précisément dans cette section. Nous allons effectuer quatre bilans sur les volumes de contrôle entourant un aubage fixe, tournant et une cellule d'un espace intergrille. Les bilans considérés sont les suivants :

- conservation de la masse
- quantité de mouvement (1D axisymétrique seulement) ou moment de quantité de mouvement (1D axisymétrique) si la machine n'est pas purement axiale
- enthalpie totale, réécrite en rothalpie pour un aubage tournant pour une machine non purement axiale.

Les équations de quantité de mouvement nécessitent un effort particulier. En effet les forces (ou les moments des forces) interviennent dans les équations. Ces forces sont dérivées de corrélations. La dérivation de forces à partir des corrélations reprend exactement les idées courantes d'utilisation de portance et de traînée (voir par exemple Dixon [1975]). Les écritures suivantes sont a priori valables pour turbines et compresseurs. On gardera plutôt à l'esprit qu'il s'agit de compresseurs, le facteur de pertes étant ramené à l'énergie cinétique amont.

Enfin les corrélations choisies sont, dans un repère lié à la roue considérée :

- facteur de pertes (différence de pression totale entre l'amont et l'aval de l'aubage)
- angle de sortie.

La figure sur laquelle sont effectués les bilans est la figure 4.8. On écrit les équations de conservations de la masse, de la quantité de mouvement ou du moment de quantité de mouvement et de l'enthalpie totale, dans les deux référentiels (fixes et mobiles). Pour plus de détails, on renvoie à l'annexe B.

4.4.4 Système d'équations à résoudre

Stator

$$V_D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{\rho_s}^D = -S_{CE} \widetilde{\rho_s}^{CE} \widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB} \widetilde{\rho_s}^{AB} \widetilde{V_X}^{AB}$$

$$\left\{ \begin{array}{c} V_D \widehat{\rho_s}^D (\frac{\partial}{\partial t} \widehat{rV_X}^D + \tan(\alpha_m) \frac{\partial}{\partial t} \widehat{rV_\theta}^D) = \\ -S_m (\widetilde{rP_s}^{CE} - \widetilde{rP_s}^{AB}) + \frac{1}{2} (\widetilde{(rV)^2}^{AB} - \widetilde{(rV)^2}^{CE}) (\frac{S_{CE} \widetilde{\rho_s}^{CE} \widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB} \widetilde{\rho_s}^{AB} \widetilde{V_X}^{AB}}{\widetilde{rV_X}^{AB} + \widetilde{rV_X}^{CE}}) - \frac{rD}{\cos(\alpha_m)} \end{array} \right.$$

$$V_D \widehat{\rho_s}^D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{rV_\theta}^D = (\widetilde{rV_\theta}^{AB} - \widetilde{rV_\theta}^{CE}) \frac{1}{2} (S_{CE} \widetilde{\rho_s}^{CE} \widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB} \widetilde{\rho_s}^{AB} \widetilde{V_X}^{AB}) + \cos(\alpha_m)(rL - rD \tan(\alpha_m))$$

$$V_D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{\rho_s}^D \widehat{h_T}^D - V_D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{P_s}^D = -S_{CE} \widetilde{\rho_s}^{CE} \widetilde{h_T V_X}^{CE} + S_{AB} \widetilde{\rho_s}^{AB} \widetilde{h_T V_X}^{AB}$$

où :

- $rD = S \cos(\alpha_m) \omega^{corr} (\frac{1}{2} \widetilde{\rho_s}^{AB} \widetilde{V^2}^{AB})$.
- $\cos(\alpha_m)(rL - rD \tan(\alpha_m)) = -\widetilde{rV_X}^{AB} (\tan(\alpha_1) - \frac{\widetilde{rV_X}^{CE}}{\widetilde{rV_X}^{AB}} \tan(\widetilde{\alpha}^{corr,CE})) \frac{S_{CE} \widetilde{\rho_s}^{CE} \widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB} \widetilde{\rho_s}^{AB} \widetilde{V_X}^{AB}}{2}$

Rotor

$$V_D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{\rho_s}^D = -S_{CE} \widetilde{\rho_s}^{CE} \widetilde{W_X}^{CE} + S_{AB} \widetilde{\rho_s}^{AB} \widetilde{W_X}^{AB}$$

$$\left\{ \begin{array}{c} V_D \widehat{\rho}^D (\frac{\partial}{\partial t} \widehat{rW_X}^D + \tan(\beta_m)(\frac{\partial}{\partial t} \widehat{rW_\theta}^D + \frac{\partial \Omega}{\partial t} \widehat{r^2}^D)) = [-S_m \widetilde{rP_s}^{CE} + S_m \widetilde{rP_s}^{AB} + \\ \frac{1}{2} (\widetilde{(rW)^2}^{AB} - \widetilde{(rW)^2}^{CE}) \frac{S_{CE} \widetilde{\rho_s}^{CE} \widetilde{W_X}^{CE} + S_{AB} \widetilde{\rho_s}^{AB} \widetilde{W_X}^{AB}}{\widetilde{rW_X}^{AB} + \widetilde{rW_X}^{CE}}] - \frac{rD}{\cos(\beta_m)} + \tan(\beta_m) r F_{i,c} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{c} V_D \widehat{\rho_s}^D (\frac{\partial}{\partial t} \widehat{rW_\theta}^D + \frac{\partial \Omega}{\partial t} \widehat{r^2}^D) = \\ \frac{1}{2} (\widetilde{rW_\theta}^{AB} - \widetilde{rW_\theta}^{CE}) (S_{CE} \widetilde{\rho_s}^{CE} \widetilde{W_X}^{CE} + S_{AB} \widetilde{\rho_s}^{AB} \widetilde{W_X}^{AB}) + \cos(\beta_m)(rL - rD \tan(\beta_m)) + r F_{i,c} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{\rho_s}^D \widehat{h_{TR} - \frac{U^2}{2}}^D - V_D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{P_s}^D = -V_D \frac{\partial \Omega}{\partial t} \widehat{\rho_s}^D \widehat{r(U + W_\theta)}^D \\ -S_{CE} \widetilde{\rho_s}^{CE} \widetilde{(h_{TR} - \frac{U^2}{2}) W_X}^{CE} + S_{AB} \widetilde{\rho_s}^{AB} \widetilde{(h_{TR} - \frac{U^2}{2}) W_X}^{AB} \end{array} \right.$$

où :

- $rF_{i,c} = -2\Omega (S_{CE} \widetilde{\rho}^{CE} \widetilde{r^2 W_X}^{CE} - S_{AB} \widetilde{\rho_s}^{AB} \widetilde{r^2 W_X}^{AB} + V_D \frac{\partial}{\partial t} (\widehat{\rho r^2}^D))$

– $rD = S_m r_m \cos(\beta_m)\omega^{corr}(\frac{1}{2}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{W^2}^{AB})$
– $\cos(\beta_m)(rL - rD\tan(\beta_m)) = -\widetilde{rV_X}^{AB}(\tan(\beta_1) - \frac{\widetilde{rV_X}^{CE}}{\widetilde{rV_X}^{AB}}\tan(\widetilde{\beta}^{corr,CE}))\frac{S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE}+S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}}{2}$

Intergrille

$$V_D\frac{\partial}{\partial t}\widehat{\rho_s}^{D} = -S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}$$

$$V_D\widehat{\rho_s}^{D}\frac{\partial}{\partial t}\widehat{rV_X}^{D} = \frac{1}{2}(\widetilde{rV_X}^{AB} - \widetilde{rV_X}^{CE})(S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}) - S_m(\widetilde{rP_s}^{CE} - S_{AB}\widetilde{rP_s}^{AB})$$

$$V_D\widehat{\rho_s}^{D}\frac{\partial}{\partial t}\widehat{rV_\theta}^{D} = \frac{1}{2}(\widetilde{rV_\theta}^{AB} - \widetilde{rV_\theta}^{CE})(S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB})$$

$$V_D\frac{\partial}{\partial t}\widehat{\rho_s}^{D}\widehat{h_T}^{D} - V_D\frac{\partial}{\partial t}\widehat{P_s}^{D} = -S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{h_T V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{h_T V_X}^{AB}$$

4.5 Consistance temporelle et précision des schémas utilisés

4.5.1 Schémas temporels

Nous avons utilisé des schémas numériques en temps suivants:

- Euler implicite, (essentiellement),
- un schéma implicite du deuxième ordre en temps, basé sur l'utilisation de trois niveaux en temps (d'après Ferziger and Peric [2002]): $\frac{1.5f_i^{n+1}-2f_i^n+.5f_i^{n-1}}{\delta t} = \frac{\partial f}{\partial t}(i, n+1) + O(\delta t^2)$.

Nous avons souhaité utiliser des schémas implicites dans le but de pouvoir éventuellement utiliser de grands pas de temps, afin de gagner du temps de calcul pour les transitoires lents. Pour les transitoires de pompage, il faut toutefois prendre garde à ne pas utiliser des pas de temps trop élevés, qui peuvent conduire à une mauvaise interprétation des résultats (voir section 4.3.1). L'intérêt de développer et de tester un schéma d'ordre plus élevé répond au même besoin de gagner du temps de calcul, en pouvant prendre des pas du temps plus élevés qu'avec un schéma d'ordre 1, tout en conservant la même précision. Cependant, en règle générale, et ceci a été vérifié sur notre cas, plus le schéma est d'ordre élevé, plus la stabilité est dégradée et plus la difficulté de mise en oeuvre et le coût CPU par itération sont élevés.

Le schéma d'espace utilisé est un schéma du premier ordre. Nous avons privilégié la robustesse et la stabilité, étant donnés les cas difficiles que nous devions traiter (retournements de débit).

Pour chacun de ces différents schémas nous avons vérifié la consistance, l'ordre ainsi que la stabilité (linéaire) par la méthode de Von Neumann (Hirsch [1988]).

4.5.2 Test numérique du schéma spatial

Un test purement numérique a été effectué en régime permanent afin de vérifier que la méthode numérique (stationniare) n'introduiait pas d'erreurs : on a comparé les résultats des simulations et ceux issus d'une méthode semi-analytique décrite dans Geffraye et al. [2005]. L'intérêt est de pouvoir tester la méthode numérique et la résolution des équations, puisque les corrélations "initiales" utilisées sont strictement identiques:

- pertes selon le modèle de Traupel,

- angle de sortie constant.

La figure (4.9) montre la comparaison entre courbes caractéristiques déterminées par la méthode de Kroon et Tobiasz et celles déterminées avec notre méthode. Les courbes sont très semblables (l'écart maximal est de deux pour cent). Ceci nous permet de valider notre démarche physique et numérique, en régime stationnaire. Il y a une bonne adéquation entre les résultats et les valeurs-tests, y compris pour des fonctionnements difficiles (bas débits réduits pour lesquels l'écart est autour du pour cent).

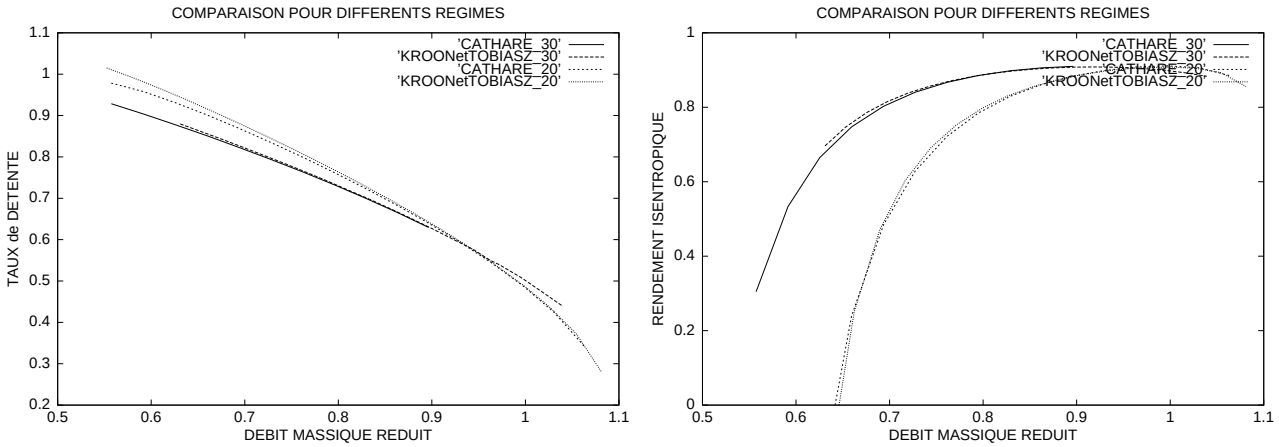

Figure 4.9: Comparaison des résultats de CATHARE et de la méthode directe de Kroon et Tobiasz, pour deux régimes, pour le taux de détente (gauche) et le rendement isentropique (droite)

Ajoutons qu'aucune consistance spatiale ne peut être recherchée, puisque maille ne peut pas être plus petite qu'une corde d'aubage.

4.6 Conclusion

Après avoir décrit les hypothèses physiques du modèle instationnaire, ainsi que le développement formel des équations et après avoir vérifié la précision numérique, nous disposons donc d'un modèle instationnaire.

Ce modèle est alimenté par des corrélations de compresseur générées au chapitre précédent :

– à bas régime (sections 3.2.1 et 3.2.2) ou en décollement tournant (section C.2).

– à débit négatif (section 3.2.3).

Il reste à valider le modèle instationnaire, ce qui est l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 5

Validation du modèle instationnaire et exploitation des résultats

Sommaire

5.1 Base de validation . . . 92

5.2 Validation du modèle dynamique de pompage . . . 92

5.2.1 Débit restant positif . . . 92

5.2.1.1 Influence de B sur le cycle de pompage . . . 92

5.2.1.2 Influence du taux d'ouverture de la vanne sur le cycle de pompage . . . 95

5.2.1.3 Quelques effets numériques . . . 96

5.2.1.4 Elément de validation complémentaire : fréquences . . . 97

5.2.1.5 Elément de validation complémentaire : marge au pompage . . . 97

5.2.1.6 Conclusion . . . 98

5.2.2 Cycle avec débit négatif . . . 99

5.2.2.1 Illustration d'un jeu complet de résultats (B = 4.5). . . . 99

5.2.2.2 Fréquence obtenue par les simulations . . . 100

5.2.2.3 Conclusion . . . 100

5.3 Exploitation des résultats du pompage profond . . . 101

5.3.1 Théorie élémentaire : construction et validation . . . 101

5.3.1.1 Analyse physique simplifiée du phénomène . . . 101

5.3.1.2 Cas plus général : hypothèse de l'équation 5.4 non vérifiée . . . 104

5.3.1.3 Cas plus général applicable à des valeurs de B plus faibles . . . 107

5.3.1.4 Test d'autres éléments quantitatifs fournis par le modèle élémentaire sur la configuration de Day . . . 109

5.3.2 Comparaison avec les résultats des simulations CATHARE sur le cas de Greitzer . . . 110

5.3.2.1 Répartition T^+/T^- . . . 110

5.3.2.2 Influence de l'ouverture de la vanne sur la répartition T^+/T^- . . . 110

5.3.2.3 Occurence du pompage profond . . . 111

5.3.2.4 Illustration de l'utilisation du diagramme . . . 112

5.3.2.5 Fréquence obtenue par les simulations . . . 112

5.4 Conclusion . . . 113

5.1 Base de validation

Nous rappelons simplement ici le caractère incontournable des mesures de Greitzer en littérature ouverte et “détaillée”. Pour autant la machine utilisée par Greitzer n’est pas totalement décrite et les configurations expérimentales ne sont pas toutes explicites. Nous reviendrons sur ces carences et les hypothèses auxquelles nous avons été conduits pour exploiter ces mesures très intéressantes. Afin d’obtenir d’autres éléments quantitatifs de validation nous utiliserons également :

- des éléments quantitatifs de la bibliographie (fréquence de Helmoltz),
- les résultats du modèle linéaire (section 4.2).

Le dispositif expérimental utilisé par Greitzer (Greitzer [1976a]) est décrit dans le chapitre 2. D’autres considérations plus qualitatives seront utilisées lorsque des cas-tests d’extension de domaine de fonctionnement seront traités (annexe D).

Une fois l’outil validé, l’exploitation des simulations réalisées avec l’outil va permettre de bâtir une théorie simplifiée, qui sera, elle aussi, capable de fournir des estimations du risque d’apparition des instabilités et de leur comportement dynamique (section 5.3.1). L’élaboration d’une telle théorie élémentaire permettra d’éclaircir et de hiérarchiser les phénomènes physiques en jeu. Cette théorie sera également validée sur d’autres configurations, celle de Chesse et surtout celle de Day (voir le chapitre 2), insuffisament précises pour valider l’outil complet, mais suffisantes pour le modèle simple.

5.2 Validation du modèle dynamique de pompage

5.2.1 Débit restant positif

5.2.1.1 Influence de B sur le cycle de pompage

Avertissement : sauf mention particulière le modèle utilisé est celui pour lequel le décollement tournant n’est pas modélisé. Le coefficient de pertes maximales est égal à 0.75 afin d’assurer une certaine cohérence avec les données de Greitzer.

Illustration d’un jeu complet de résultats

B = 0.5

La figure 5.1 montre le développement et le maintien d’oscillations de vitesse dans le système au cours du temps. Ces oscillations se développent à partir d’une configuration stable (i.e. avant 315 s dans notre simulation), puis deviennent périodiques. Le pas de temps est suffisamment petit pour qu’en baissant il ne conduise pas à des résultats différents. Nous avons d’ailleurs noté qu’avec un pas de temps plus élevé le système semblait évoluer vers un point de stabilité sur la pente négative de la courbe caractéristique. Une telle évolution est trompeuse (voir section 4.3.1).

Des oscillations en pression se développent également (voir figure 5.1). Elles deviennent périodiques et régulières.

On représente l’évolution de la pression en fonction de celle du débit. On remarque que le cycle de pompage se stabilise à partir de quelques cycles effectués après l’apparition de l’instabilité. Il est pratique de représenter également sur le même graphe la courbe caractéristique stationnaire du compresseur. Une des caractéristiques bien connue est que l’évolution instationnaire ainsi représentée a tendance à épouser la courbe caractéristique sur sa partie stable lorsque l’évolution devient plus lente (i.e. B grand). Dans notre cas, B étant petit, la courbe d’évolution n’épouse pas la caractéristique stationnaire (figure 5.2).

La figure 5.2 présente le spectre du taux de pression (au sens de la transformation de Fourier), calculé dans la partie où les oscillations sont bien développées. On vérifie que les fréquences sont bien des multiples de la plus basse (le signal est donc bien périodique). On note également le fait que les harmoniques ne sont pas petites par rapport à la plus basse fréquence : le signal n’est pas une sinusoïde.

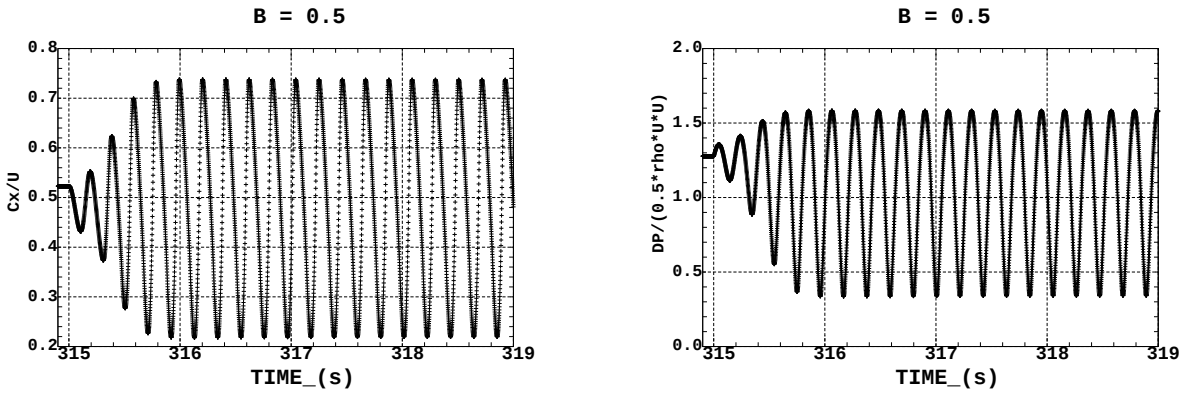

FIG. 5.1 – Pompage pour B = 0.5 : évolution du débit réduit (gauche) et de la pression réduite (droite)

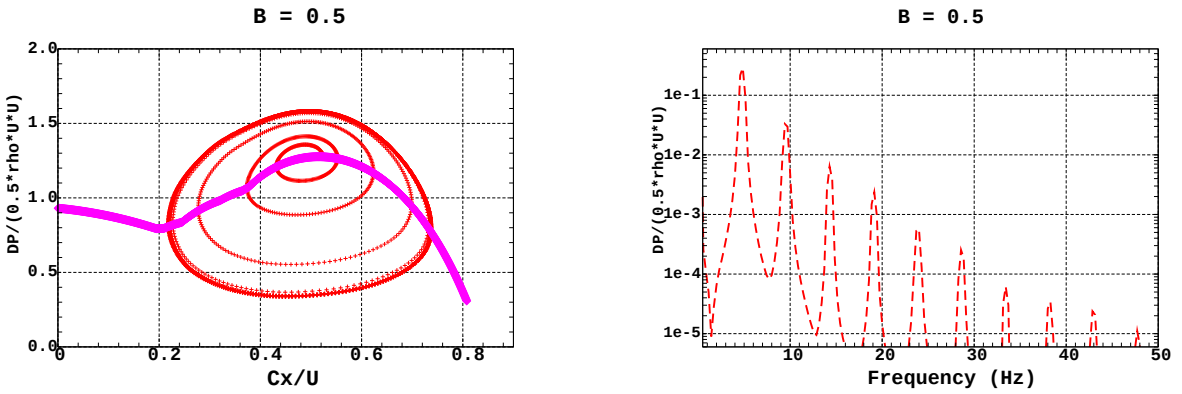

FIG. 5.2 – Pompage pour B = 0.5 : visualisation en cycle (gauche) et spectre de la pression réduite (droite)

Comparaison à différents B

B = 0.3

On retrouve un état pseudo-stable à la fin du transitoire. Cet état a pour caractéristiques une moyenne de la pression (voir figure 5.3) et une moyenne de la vitesse quasiment stationnaires (voir figure 5.3). Ces caractéristiques sont également celles des états de décollement tournant. Pour cette raison Greitzer qualifie cet état de “décollement tournant”. Une visualisation traditionnelle (en cycle) est donnée en figure 5.4. Mentionnons aussi que ce type de régime a aussi été rencontré pour des valeurs de B plus élevées (jusqu’à 0.8), si on respecte mieux la valeur maximale du taux de pression (jeu de constantes différentes pour les corrélations). Ceci s’explique par le fait que la valeur de B critique (au sens de Greitzer : exprimant le frontière entre pompage et décollement tournant) est très dépendante de la valeur de la performance ($\frac{\Delta P}{\rho U^2}$) maximale du compresseur (voir la section 5.3.1).

B = 1

Quand on augmente le volume (via le coefficient adimensionnel), la forme des oscillations change (figure 5.5), mais le caractère régulier et périodique demeure. Les valeurs extrémales sont plus amples. Le cycle est d’ailleurs plus large et plus haut (voir figure 5.6). Enfin la fréquence diminue avec B. Le caractère quasi-stationnaire est accentué. Le cycle épouse d’ailleurs la caractéristique stationnaire dans la partie “stable” de la caractéristique stationnaire. Le spectre du taux de pression (au sens de la transformation de Fourier) montre aussi que les fréquences sont bien des multiples de la plus basse. On note un nombre d’harmoniques à peu près équivalent à celui obtenu pour un B plus petit (figure 5.2).

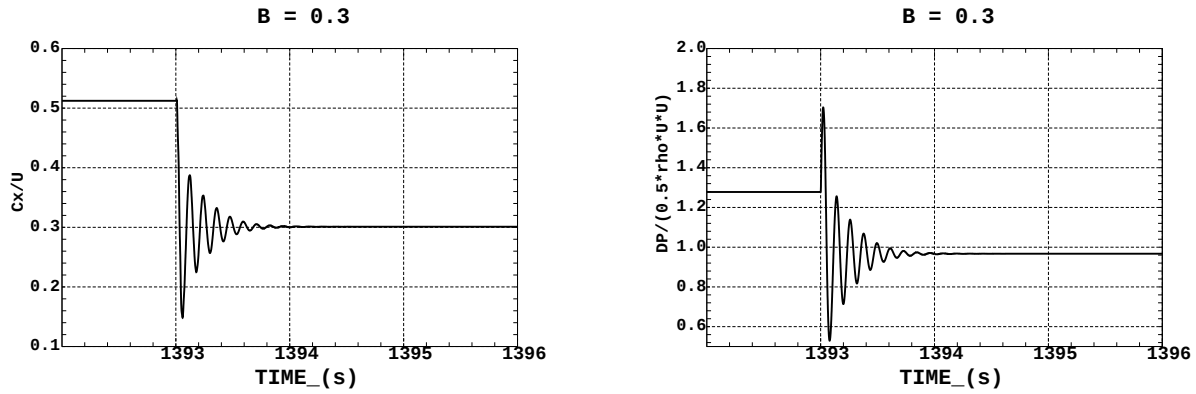

FIG. 5.3 – Pseudo “décollement tournant” pour B = 0.3 : évolution du débit réduit (gauche) et de la pression réduite (droite)

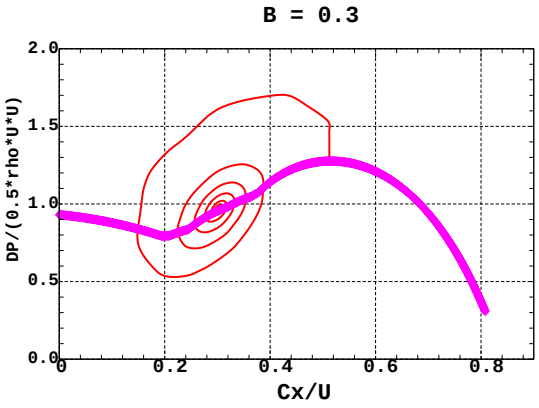

FIG. 5.4 – Pseudo “décollement tournant” : visualisation en “cycle” pour B = 0.3

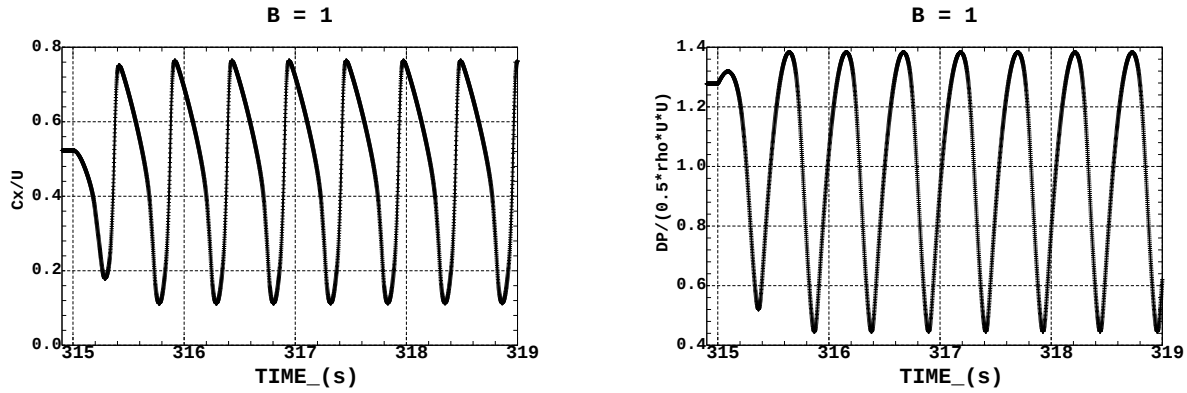

FIG. 5.5 – Pompage pour B = 1 : évolution du débit réduit (gauche) et de la pression réduite (droite)

B= 1.58

Les mêmes remarques que précédemment sont applicables (figures 5.7, 5.8).

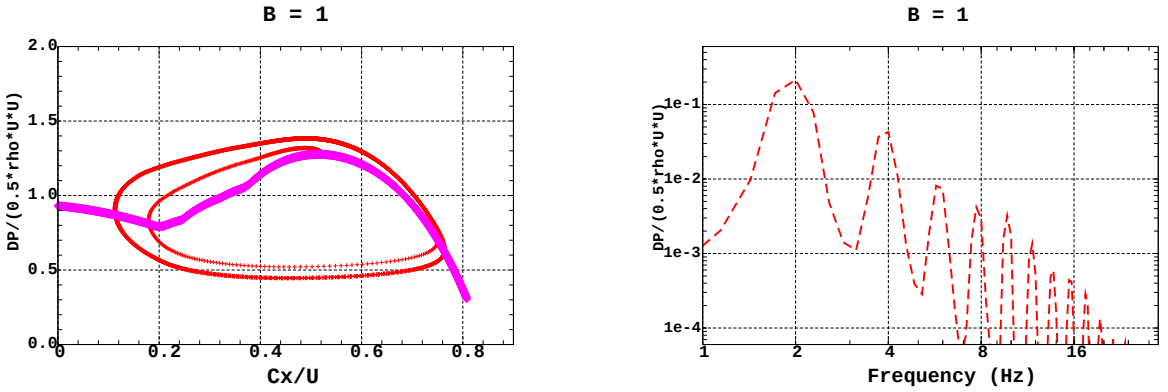

FIG. 5.6 – Pompage pour B = 1 : visualisation en cycle (gauche) et spectre de la pression réduite (droite)

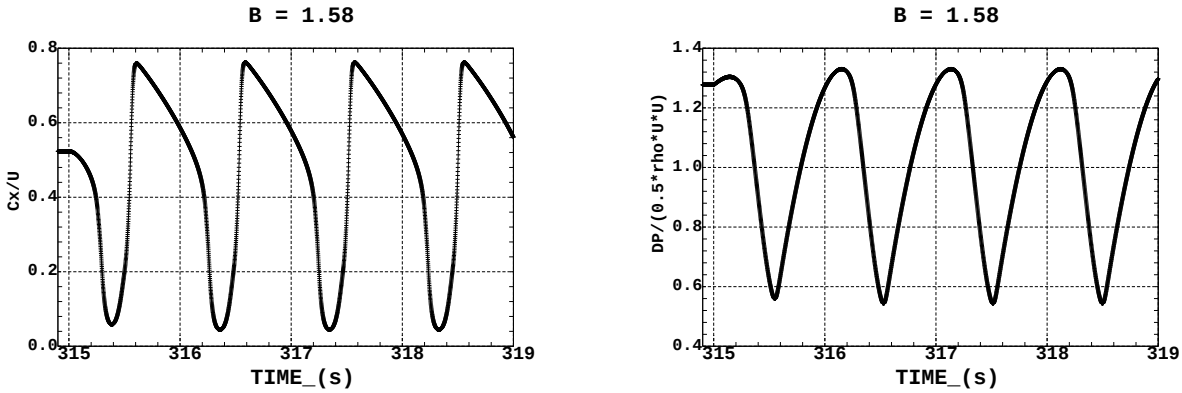

FIG. 5.7 – Pompage pour B = 1.58 : évolution du débit réduit (gauche) et de la pression réduite (droite)

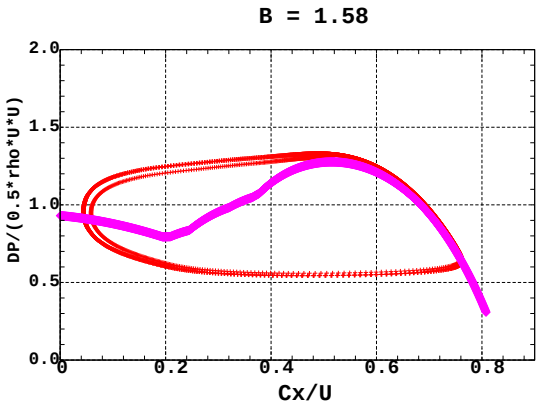

FIG. 5.8 – Pompage : visualisation en cycle pour B = 1.58

5.2.1.2 Influence du taux d'ouverture de la vanne sur le cycle de pompage

Comme nous l'avons déjà noté dans la section 4.3.1, l'amplitude des oscillations et la largeur du cycle dépendent de l'ouverture de la vanne (voir figure 5.9).

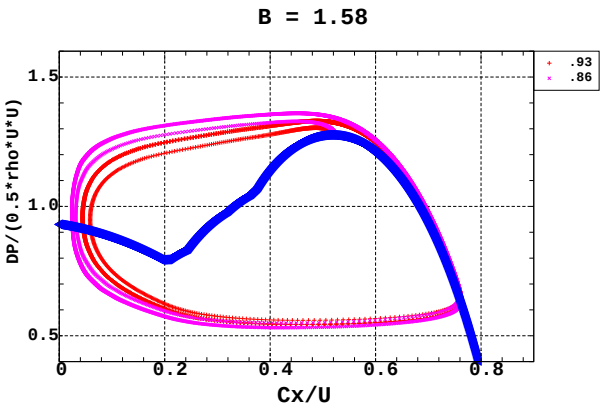

FIG. 5.9 – Pompage : visualisation en cycle à deux taux d'ouverture de vanne pour B = 1.58

5.2.1.3 Quelques effets numériques

On abordera ici la question de l'utilisation d'un schéma numérique en temps d'ordre plus élevé.

Schéma d'ordre 1 en temps

La figure 5.10 montre la survenue du pompage. L'utilisation d'un pas de temps trop élevé est trompeuse, nous avons déjà vu ce fait antérieurement (section 4.3.1) : l'utilisation d'un pas de temps trop élevé peut conduire à un état pseudo-stable alorsque le même calcul conduit avec un pas de temps plus faible montre des oscillations de pompage. Nous avons expliqué dans la section 4.3.1 qu'une telle erreur pouvait être attribuée à la mauvaise description des valeurs extrémales de la pression avec un pas de temps trop élevé.

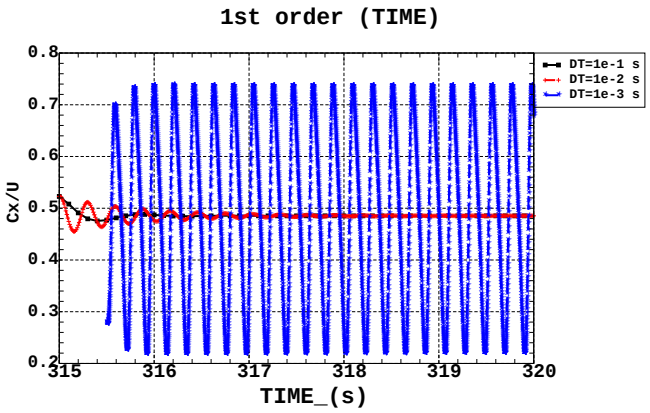

Figure 5.10: Survenue d'instabilité de pompage: évolution du débit réduit, en fonction du pas de temps, pour un schéma numérique d'ordre 1 en temps

Ordre 2 en temps

L'instabilité apparaît dès le pas de temps DT est égal à 0.01 s (figure 5.11). Par contre l'amplitude n'est pas tout à fait aussi précise qu'avec l'utilisation d'un schéma d'ordre un et un pas de temps égal à 0.01 s. Il faut atteindre un pas de temps de 0.003 s pour constater une amplitude stabilisée. L'amplitude obtenue est comparable à celle obtenue avec un petit pas de temps et un schéma du premier ordre. Les fréquences obtenues dans ces deux cas sont proches (5 % environ).

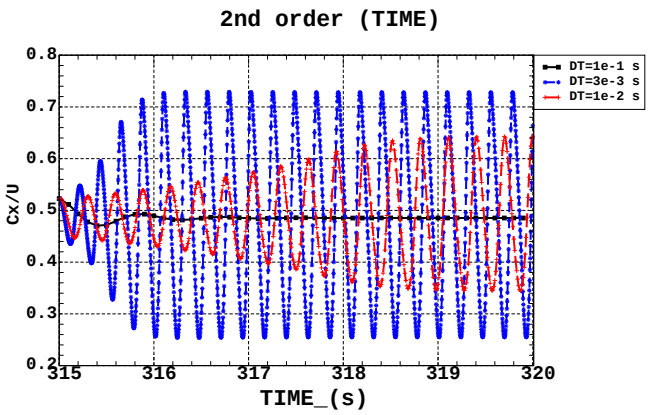

Figure 5.11: Survenue d'instabilité de pompage : évolution du débit réduit, en fonction du pas de temps, pour un schéma numérique d'ordre 2 en temps

L'utilisation d'un schéma plus précis n'apporte rien de véritablement nouveau, si ce n'est la possibilité d'utiliser un pas de temps plus élevé. Etant donnée la complexité de l'utilisation de ce schéma sur l'ensemble de la modélisation du circuit il a été décidé de ne pas généraliser l'utilisation de ce schéma.

5.2.1.4 Elément de validation complémentaire : fréquences

Nous avons vu que les résultats expérimentaux obtenus par Greitzer ne peuvent pas constituer pour notre modèle une qualification définitive : en effet la géométrie n'est pas suffisamment décrite, les taux d'ouverture de vanne ne sont pas indiqués. De plus certains comportements dépassent les limites des modèles présentés ici. C'est pourquoi nous voulons enrichir notre confiance avec d'autres paramètres. La fréquence est le premier.

Qualification par rapport à l'approche classique : fréquence de l'oscillateur de Helmoltz

Le comportement linéaire est bien cohérent avec le fait que pour l'oscillateur de Helmoltz :

$$f = \frac{U}{4\pi LB}$$

La régression linéaire visible sur la figure 5.12 indique une pente de : 2.3/s. Numériquement on trouve plutôt 2.71/s ; mais cette baisse par rapport à cette fréquence est déjà mentionnée dans Hansen et al. [1981].

5.2.1.5 Elément de validation complémentaire : marge au pompage

De la même façon que dans la section précédente, nous examinons un autre point de validation.

Qualification par rapport à l'approche classique : critère d'instabilité linéaire

Le comportement linéaire est bien cohérent avec le modèle que nous avons exposé plus haut (4.2) :

$$X_{lim}(B) \approx X_{lim}(\infty) - \frac{1}{B^2}\frac{\varepsilon}{4\sqrt{\beta^2 - 3\alpha\gamma}}$$

La régression linéaire visible sur la figure 5.13 indique une pente de : -0,0029($\pm 0,0004$).

Numériquement le coefficient de l'équation donne une pente de -0,002.

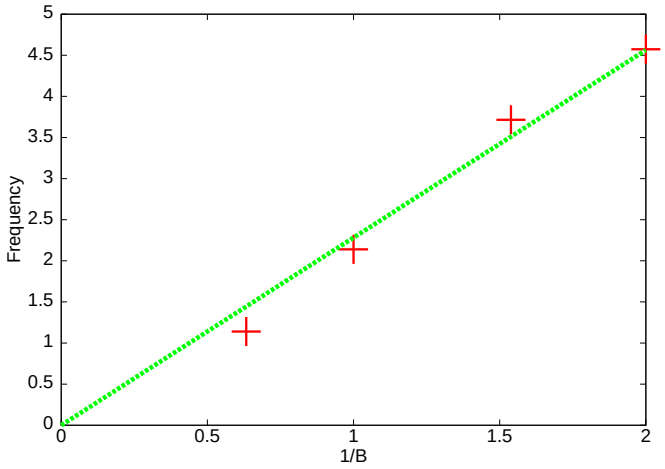

FIG. 5.12 – Expression des fréquences en fonction du facteur B

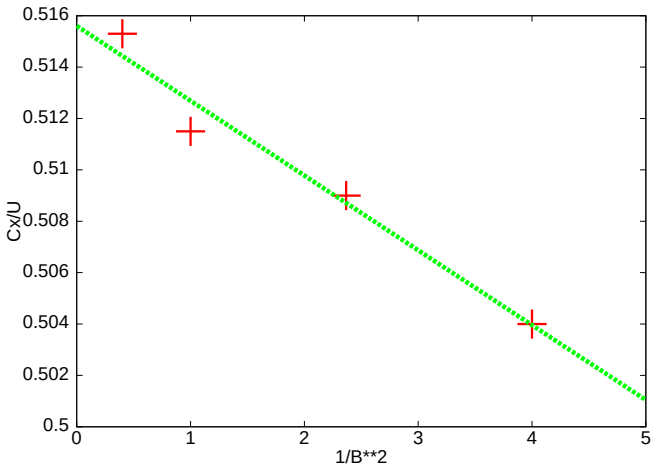

FIG. 5.13 – Expression de la limite d'instabilité en fonction du facteur B

5.2.1.6 Conclusion

Réponse globale du modèle

Le modèle présenté ici permet de retrouver un certain nombre des observations effectuées par Greitzer :

1. des oscillations caractéristiques du pompage ont été observées pour des valeurs de B comparables (B=1, B=1.5)
2. En augmentant B, on observe une modification de la forme des boucles de pompage et de la fréquence des oscillations.
3. Si B est assez grand (B=1.58) la forme des cycles épouse la courbe caractéristique stable
4. Le taux d'ouverture de la vanne influe aussi sur la réponse du système.

Des éléments quantitatifs (fréquence, marge au pompage) sont reproduits assez correctement par les simulations.

Dans certaines conditions particulières (B inférieur ou égal à 0.3, condition aval de perte de charge) nous avons reproduit le comportement d'état pseudo-stable correspondant d'après Greitzer au décollement tournant établi. Nous avons aussi tenté d'améliorer le comportement dans le même régime en développant un modèle local dédié, basé sur des considérations physiques plus complètes.

Devant les échecs des tentatives de description du décollement tournant avec les modèles locaux (annexe C), on considérera que seuls les modèles précédents à bas débits sont validés.

5.2.2 Cycle avec débit négatif

5.2.2.1 Illustration d'un jeu complet de résultats (B = 4.5).

La figure 5.14 montre le développement et le maintien d'oscillations de vitesse dans le système au cours du temps. Ces oscillations se développent à partir d'une configuration stable (i.e. avant 555 s dans notre simulation), puis deviennent périodiques. Le pas de temps est suffisamment petit pour qu'en baissant il ne conduise pas à des résultats différents. Le cycle passe par des débits négatifs. La partie à débit négatif est beaucoup plus longue qu'à débit positif. Sur la figure 5.14, on trouve un facteur quatre pour le rapport de temps entre les parties à débit positif et à débit négatif.

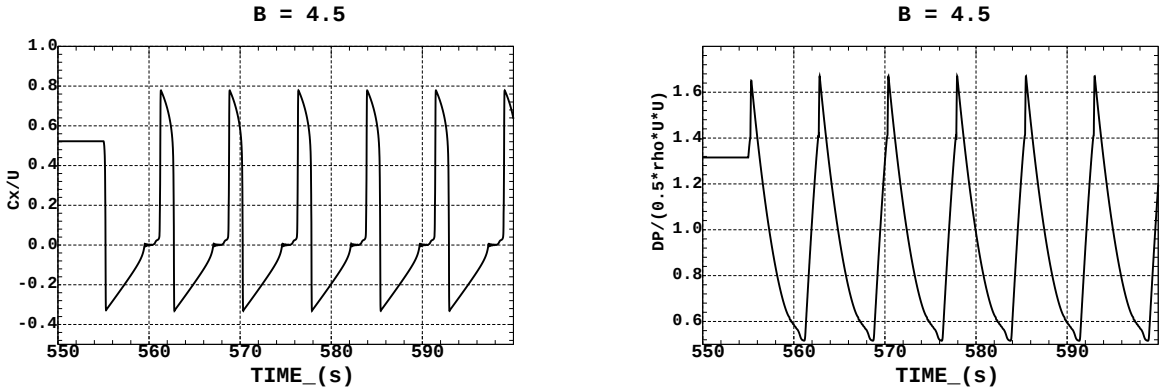

FIG. 5.14 – Pompage pour B = 4.5 : évolution du débit réduit (gauche) et de la pression réduite (droite)

Des oscillations en pression se développent également (voir figure 5.14). Elles deviennent périodiques et régulières. L'évolution en "cycles de pompage" est donnée en figure 5.15. On voit que le cycle se stabilise à partir de quelques cycles effectués après l'apparition de l'instabilité. Une des caractéristiques bien connue est que l'évolution instationnaire ainsi représentée a tendance à épouser la courbe caractéristique sur ses deux parties stable lorsque l'évolution devient plus lente (i.e. B grand). On retrouve bien ce résultat autant sur les parties stable positive que négative (figure 5.15). Le volume (ou B) est suffisamment grand pour que la "continuité" de la valeur maximale de la pression en partie positive et négative soit assurée.

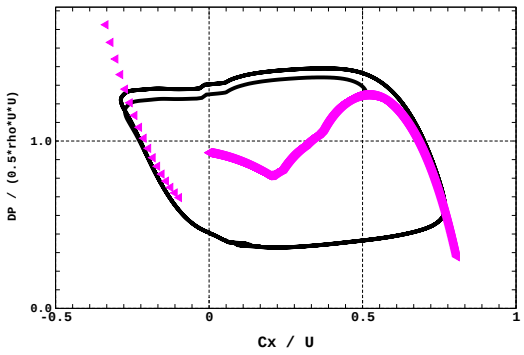

FIG. 5.15 – Pompage : visualisation en cycle pour B = 4.5

Influence de B

Lorsque B augmente, on observe une modification très nette de la fréquence de l'oscillation, qui semble plus touchée que l'amplitude (voir figure 5.16).

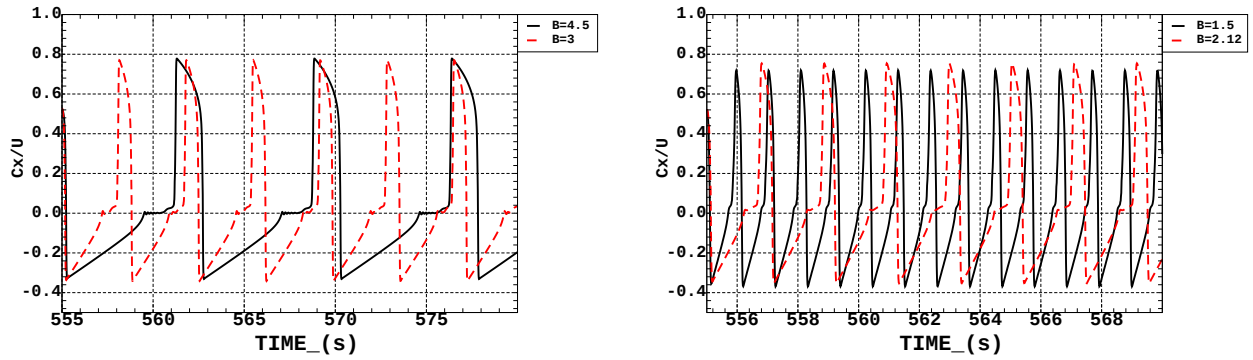

FIG. 5.16 – Pompage : évolution du débit réduit pour différentes valeurs de B

Influence de l'ouverture de la vanne

La figure 5.17 montre l'influence de l'ouverture de la vanne sur la forme des courbes et sur la répartition T^+/T^-. Pour la forme des courbes, on retrouve pour de fortes valeurs de l'ouverture de la vanne des formes traditionnelles (Greitzer, Day). Pour la répartition entre débits positif et négatif, trois valeurs ont été tracées :

- faible taux d'ouverture, qui était le cas considéré aux figures 5.14 et 5.16,
- taux d'ouverture moyen (46 %),
- taux d'ouverture "habituel" élevé pour lequel la partie à débit positif domine.

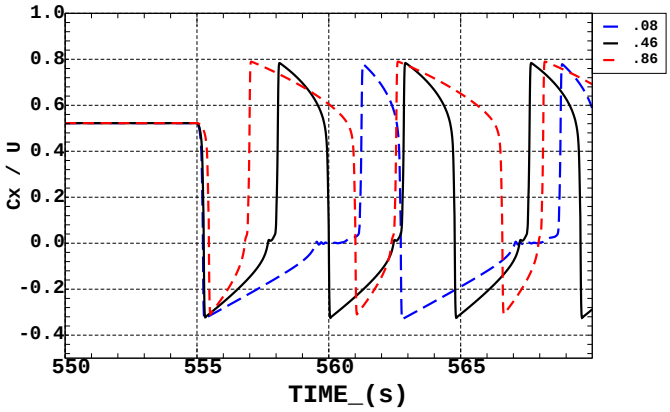

FIG. 5.17 – Pompage : évolution du débit réduit, pour différentes valeurs du taux d'ouverture de la vanne

5.2.2.2 Fréquence obtenue par les simulations

Nous avons représenté sur la figure 5.18 les fréquences obtenues par analyse spectrale des différentes courbes d'évolutions de la pression. On vérifie que le comportement est en $1/B^2$.

La droite de régression de la figure 5.18 indique une pente de 2.11.

5.2.2.3 Conclusion

Le modèle présenté ici permet de retrouver un certain nombre des observations effectuées par Greitzer en pompage profond :

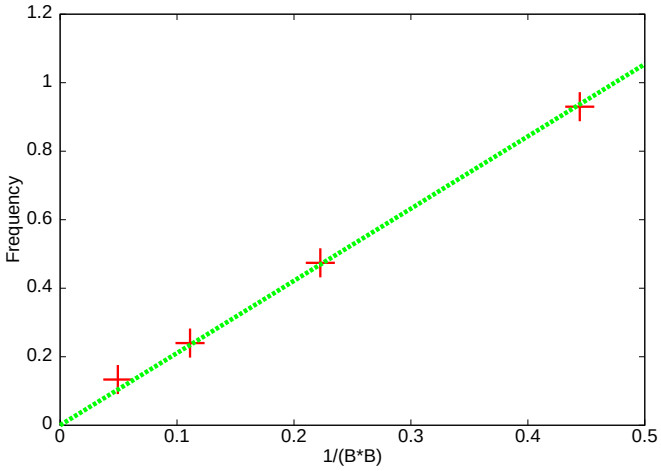

FIG. 5.18 – Fréquence de pompage profond obtenue en fonction du facteur B

1. des oscillations caractéristiques du pompage profond ont été observées pour des valeurs de B comparables (B=1.5)
2. En augmentant B, la forme des cycles épouse totalement la courbe caractéristique stable (en débit positif et en négatif : c'est l'hypothèse de Greitzer)
3. Le taux d'ouverture de la vanne influe sur la forme des oscillations et la répartition débit positif / débit négatif. Pour des valeurs habituelles d'ouverture de vanne, les comportements décrits par Greitzer et Day sont bien reproduits.

Par contre nous n'avons pas reproduit les comportements relatifs au passage du décollement tournant au pompage.

5.3 Exploitation des résultats du pompage profond

Nous allons tout d'abord élaborer une théorie élémentaire du pompage profond. Elle est basée sur des considérations physiques simples. Elle sera validée indépendamment du cas de Greitzer, puis comparée aux résultats de la modélisation complète sur le cas de Greitzer.

5.3.1 Théorie élémentaire : construction et validation

5.3.1.1 Analyse physique simplifiée du phénomène

L'objectif de cette section est de présenter une modélisation simple du phénomène de pompage profond. Pour établir cette construction, nous nous sommes appuyés sur les observations de Day exposées dans la bibliographie (paragraphe 2.2.4). La dynamique en pompage fait apparaître des oscillations de relaxation pour la pression dans le réservoir (figure 2.7 à gauche). Nous allons exposer une analyse très simplifiée du phénomène, qui va nous conduire à :

1. retrouver de façon simple le comportement de la pression du réservoir en oscillations de relaxation (parties d'exponentielles, comme suggérées par la figure 2.7)
2. fournir des estimations qualitatives et quantitatives des paramètres suivants, qui seront utilisées dans la suite de ce travail :

– période du phénomène de pompage profond,
– répartition entre parties à vitesses débitantes positive et négative,
– conditions d'apparition du pompage profond et valeur critique du paramètre de Greitzer.

Cette construction repose sur quelques caractéristiques du cycle de pompage en cas de pompage profond (B élevé), qui sont mentionnées ci-après (voir figure 5.19). Puisque le modèle ainsi construit est la somme d'hypothèses très simplificatrices, on aura soin de valider les résultats de ce modèle avec des données expérimentales.

- le phénomène devient quasi-stationnaire (B élevé conduit à des fréquences faibles), en conséquence les termes en $\frac{\partial}{\partial t}$ dans l'équation de quantité de mouvement deviennent négligeables. Pression et vitesse suivent donc les courbes caractéristiques, dans le domaine stable du cycle.
- le passage d'un domaine stable (positif ou négatif) à un autre (négatif ou positif) est rapide ;
- les limites des cycles sont donc approximativement données par le maximum du taux de pression et la valeur à l'instant pré-initial ;
- la variation de la vitesse sur un demi-cycle (positif ou négatif) est faible devant la variation de la pression, si bien que sur chaque demi-cycle on prendra la vitesse débitante égale à une vitesse moyenne ; cette hypothèse forte masque l'utilisation de la fonction de transfert du compresseur.
- le phénomène est majoritairement régi par la charge / décharge du réservoir dans le reste du circuit. La conservation de la masse du réservoir s'écrit :

$$V_p \frac{\partial \rho_p}{\partial t} = m_r - m_p \tag{5.1}$$

Si on suppose une condition sonique à la vanne :

$$m_p = P_p S_{col} \sqrt{\frac{\gamma}{rT_p}} k_T = P_p K_2$$

Et en négligeant la variation de ces différentes grandeurs au cours du temps (les variations de P_p étant crées par les pertes de charge dans le réservoir à T_p constante, puisqu'il n'y a pas de travail dans le réservoir), l'équation 5.1 devient :

$$\frac{V_p}{rT_p} \frac{\partial P_p}{\partial t} = \frac{S}{rT_r}(P_{s,r})V - K_2 P_p \tag{5.2}$$

Or : $P_{s,r} = P_0 + P_0 \frac{\frac{1}{2}\rho_s U^2}{P_0} \frac{(P_{s,r}-P_0)}{\frac{1}{2}\rho_s U^2}$,donc : $P_{s,r} = P_0 + o(P_0)$, car $\frac{\frac{1}{2}\rho_s U^2}{P_0} << 1$ et $0.5 < \frac{(P_{s,r}-P_0)}{\frac{1}{2}\rho_s U^2} < 1.5$ (les bornes du cycle).

Et : $V = \frac{C_X}{U} U = [\frac{C_X}{U}]_{moyen} U$, par hypothèse. En fait on différenciera une valeur moyenne de la vitesse débitante positive et une valeur moyenne de la vitesse débitante négative.

Donc l'équation 5.2 devient :

$$K_1 \frac{\partial P_p}{\partial t} + K_2 P_p = K_3 \tag{5.3}$$

où : $K_1 = \frac{V_p}{rT_p}$, $K_2 = S_{col}\sqrt{\frac{\gamma}{rT_p}}(\frac{2}{\gamma+1})^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$, $K_3 = \frac{S}{rT_{s,r}}(P_0)[\frac{C_X}{U}]_{moyen} U$.

En supposant ces grandeurs constantes sur un demi-cycle la solution de 5.3 est :

$$P_p(t) = (P_p(0) - \frac{K_3}{K_2}) \exp(-\frac{K_2}{K_1} t) + \frac{K_3}{K_2}$$

soit pour la partie positive de la boucle :

$$P_p(t) = (P_{p,min} - \frac{K_3^+}{K_2}) \exp(-\frac{K_2}{K_1} t) + \frac{K_3^+}{K_2}$$

($K_3^+ = \frac{S}{rT_{s,r}}(P_0)[\frac{C_X}{U}]_{moyen,+} U$), et en particulier :

$$P_{p,max} = (P_{p,min} - \frac{K_3^+}{K_2}) \exp(-\frac{K_2}{K_1} T^+) + \frac{K_3^+}{K_2}$$

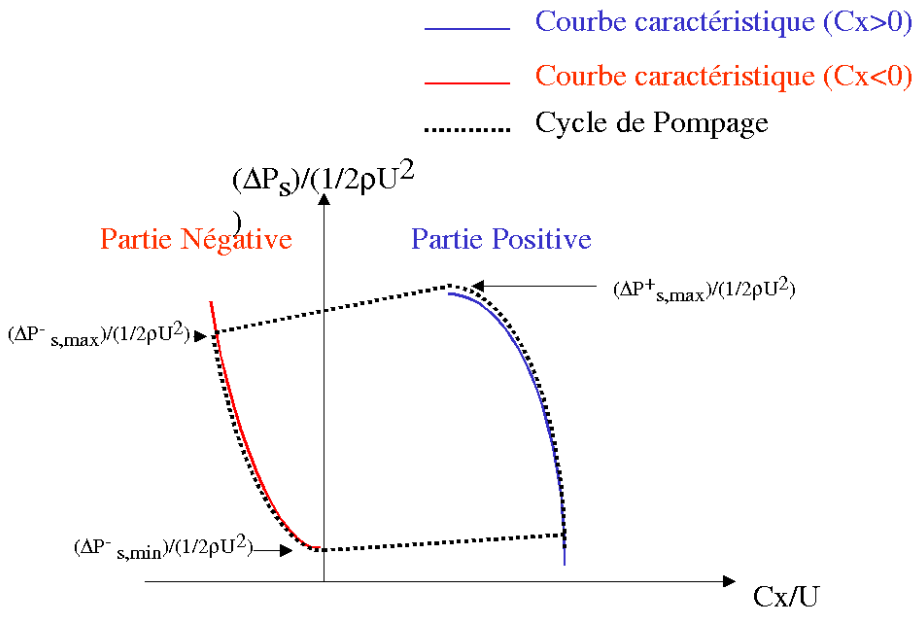

FIG. 5.19 – Schéma simplifié du cycle de pompage profond

D'où le fait de trouver une branche d'exponentielle de 0 à T^+ (on retrouve ainsi les oscillations de relaxation suggérées par la figure 2.7) et d'obtenir :

$$T^+ = \frac{K_1}{K_2} \ln \frac{1 - K_2 \frac{P_{p,min}}{K_3^+}}{1 - K_2 \frac{P_{p,max}}{K_3^+}}$$

Or : $K_2 \frac{P_0}{K_3^+} = S_{col} \sqrt{\frac{\gamma}{rT_p}} (\frac{2}{\gamma+1})^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} / \frac{S}{rT_r} [\frac{C_X}{U}]_{moyen,+} U$, donc :

$$K_2 \frac{P_0}{K_3^+} \approx \frac{S_{col}}{S} \frac{1}{[\frac{C_X}{U}]_{moyen,+}} (\frac{2}{\gamma+1})^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \frac{\sqrt{\gamma r T_p}}{U} << 1 \qquad (5.4)$$

Cette condition résulte de $\frac{S_{col}}{S} << 1$. Elle sera discutée dans le paragraphe suivant (paragraphe 5.3.1.2).

Donc :

$$T^+ \approx \frac{K_1}{K_3^+} (P_{p,max} - P_{p,min})$$

Partie négative de la boucle :

$$P_p(t) = (P_{p,max} - \frac{K_3^-}{K_2}) \exp(-\frac{K_2}{K_1} t) + \frac{K_3^-}{K_2}$$

($K_3^- = \frac{S}{rT_r}(P_0)[\frac{C_X}{U}]_{moyen,-} U$), et donc :

$$T^- = \frac{K_1}{K_2} \ln \frac{1 + K_2 \frac{P_{p,max}}{-K_3^-}}{1 + K_2 \frac{P_{p,min}}{-K_3^-}}$$

D'où avec la même simplification (équation 5.4) :

$$T^- \approx \frac{K_1}{-K_3^-} (P_{p,max} - P_{p,min})$$

Par hypothèse, la période est donc : $T = T^+ + T^-$. La forme de branches d'exponentielles périodiques est en accord avec les observations expérimentales de Day et de Greitzer.

Si on a :$[\frac{C_X}{U}]_{moyen,-} = [\frac{C_X}{U}]_{moyen,+} = [\frac{C_X}{U}]_{moyen}$, alors :

$$T \approx 2\frac{K_1}{K_3}(P_{p,max} - P_{p,min}) \approx 2\frac{V_p}{S[\frac{C_X}{U}]_{moyen}U}\frac{P_{p,max} - P_{p,min}}{P_0} \tag{5.5}$$

Si $[\frac{C_X}{U}]_{moyen,-} \neq [\frac{C_X}{U}]_{moyen,+}$, alors il faut considérer pour $[\frac{C_X}{U}]_{moyen}$ la moyenne des inverses ($\frac{1}{2}(1/[\frac{C_X}{U}]_{moyen,-} + 1/[\frac{C_X}{U}]_{moyen,+}) = 1/[\frac{C_X}{U}]_{moyen}$). En effet l'équation 5.5 s'écrit également :

$$T \approx (\frac{1}{K_3^+} + \frac{1}{-K_3^-})K_1(P_{p,max} - P_{p,min}) \approx \frac{V_p}{SU}\frac{P_{p,max} - P_{p,min}}{P_0}(\frac{1}{[\frac{C_X}{U}]_{moyen,+}} + \frac{1}{-[\frac{C_X}{U}]_{moyen,-}}) \tag{5.6}$$

Elément préliminaire de validation : configuration de Chesse (Chesse [1995])

Les résultats expérimentaux publiés dans Chesse [1995] montrent qu'à partir d'un volume assez grand (i.e. B élevé) l'amplitude des cycles est constante. Il montre aussi que si on définit une longueur équivalent $L_C = \frac{V_p}{S}$ la période des oscillations est proportionnelle à L_c, ce que l'on retrouve bien dans le modèle :

$$T \approx 2\frac{\rho_s S}{W_{moyen}}(\Pi_{p,max} - \Pi_{p,min})L_c$$

où Π_p désigne le rapport de pression entre le réservoir et l'atmosphère.

La valeur de la pente mesurée dépend légèrement de la vitesse de rotation de la machine (tout comme l'amplitude des oscillations, ce que l'on retrouve bien avec notre modèle).

Numériquement, dans le cas du pompape d'un moteur Diesel décrit dans Chesse [1995], P. Chesse a mesuré une période de 30 ms. Notre petit modèle donne : T=23 ms, ce qui n'est pas mauvais (une vingtaine de pourcents d'erreur), compte tenu de la simplicité du modèle utilisé.

Les formules 5.5 et 5.6 peuvent s'exprimer aussi à partir du facteur B :

$$T \approx 8\frac{LB^2\gamma}{[\frac{C_X}{U}]_{moyen}U^3}rT\frac{\Delta P_{p,max} - \Delta P_{p,min}}{P_0}$$

soit :

$$\boxed{T \approx 4\frac{LB^2\gamma}{[\frac{C_X}{U}]_{moyen}U}(\frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho U^2}_{max} - \frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho U^2}_{min})}$$

(où $\Delta P = P_p - P_0$).

On constate que la période est proportionnelle au carré de B, et non plus à B comme dans le cas du pompage classique (fréquence de l'oscillateur d'Helmoltz).

5.3.1.2 Cas plus général : hypothèse de l'équation 5.4 non vérifiée

On peut légitimement remettre en cause les hypothèses :

$$g^+ = K_2\frac{P_0}{K_3^+} \approx \frac{S_{col}}{S}\frac{1}{[\frac{C_X}{U}]_{moyen,+}}(\frac{2}{\gamma+1})^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}\frac{\sqrt{\gamma r T_p}}{U} << 1$$

et :

$$g^- = K_2\frac{P_0}{-K_3^-} \approx \frac{S_{col}}{S}\frac{1}{-[\frac{C_X}{U}]_{moyen,-}}(\frac{2}{\gamma+1})^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}\frac{\sqrt{\gamma r T_p}}{U} << 1$$

, notamment dans les cas suivants :

- "faible" fermeture de la vanne
- faibles incursions en débit négatif.

Ces deux cas peuvent d'ailleurs être liés, mais c'est surtout le premier point qui retiendra notre attention.

Le formalisme est alors un peu plus compliqué. Un cas simplifié, mais beaucoup plus général que celui de l'équation 5.4 peut être considéré :

$$\left|K_2\frac{(P_{p,max}-P_0)}{K_3^+}\right|, \left|K_2\frac{(P_{p,min}-P_0)}{K_3^+}\right| << \left|K_2\frac{P_0}{K_3^+}-1\right| \tag{5.7}$$

et ses analogues en débit négatif :

$$\left|K_2\frac{(P_{p,max}-P_0)}{-K_3^-}\right|, \left|K_2\frac{(P_{p,min}-P_0)}{-K_3^-}\right| << \left|K_2\frac{P_0}{-K_3^-}+1\right|$$

On a alors les expressions suivantes pour les périodes positives et négatives :

$$T^+ \approx \frac{K_1}{K_3^+}\frac{P_{p,max}-P_{p,min}}{\left|1-K_2\frac{P_0}{K_3^+}\right|} \tag{5.8}$$

et

$$T^- \approx \frac{K_1}{-K_3^-}\frac{P_{p,max}-P_{p,min}}{1+K_2\frac{P_0}{-K_3^-}} \tag{5.9}$$

On peut alors former la quantité T^+/T^- et examiner plusieurs cas intéressants (dans notre cas on a $\left|1-K_2\frac{P_0}{K_3^+}\right| = 1-K_2\frac{P_0}{K_3^+}$, hypothèse que l'on effectuera par la suite) :

$$\boxed{T^+/T^- \approx \frac{-K_3^- + K_2P_0}{K_3^+ - K_2P_0}} \tag{5.10}$$

Première application : cas particulier de l'équation 5.4 : grande fermeture de la vanne

Il est immédiat que les expressions obtenues dans ce paragraphe et celles obtenues plus haut pour T^+ et T^- sont identiques dans ce cas particulier. Le rapport T^+/T^-tend alors vers la valeur $\frac{-K_3^-}{K_3^+} = \frac{-[\frac{C_X}{U}]_{moyen,-}}{[\frac{C_X}{U}]_{moyen,+}} < 1$. On trouve donc que la période à débit négatif peut être plus longue que celle à débit positif, et ceci d'un facteur qui peut être égal à plusieurs unités. On vérifiera ce point assez surprenant sur les simulations (apparemment contradictoire avec les observations de Day (Day [1996])).

Deuxième application : courbe T^+/T^- en fonction de l'ouverture de la vanne

On peut écrire le rapport aussi de cette façon :

$$T^+/T^- \approx \frac{-K_3^-/K_2P_0+1}{K_3^+/K_2P_0-1} = \frac{1/g^-+1}{1/g^+-1}$$

Si on considère que les fonctions g^+ et g^- (définies au début de ce paragraphe) sont des fonctions de $\frac{S_{col}}{S}/(\frac{S_{col}}{S})*$ où * désigne toujours la valeur à l'instant pré-initial, on peut tracer ces deux fonctions (voir figure 5.20). On voit qu'en fonction de la valeur de l'abscisse $\frac{S_{col}}{S}/(\frac{S_{col}}{S})*$:

- les hypothèses $g^+ << 1$ et $g^- << 1$ (strictement équivalentes à la condition 5.4) ne sont respectées que pour de faibles valeurs de $\frac{S_{col}}{S}/(\frac{S_{col}}{S})*$,
- g^+ peut atteindre des valeurs assez proches de 1 dans certains cas, faisant ainsi augmenter considérablement le rapport T^+/T^-

La figure 5.21 montre l'évolution du rapport T^+/T^- en fonction de la même quantité. On remarque que pour des valeurs de $\frac{S_{col}}{S}/(\frac{S_{col}}{S})*$ (cas "standard" étudié par Day et Greitzer) proches de 1, T^+/T^- atteint des valeurs de plusieurs unités, ce qui correspond bien aux observations expérimentales de Day.

Troisième application : premier cas limite : apparition du pompage profond

Un cas limite est celui pour lequel le rapport tend vers 0, quand g^+ tend vers 1. On peut examiner cette condition de façon générale. Elle correspond à :

$$g^+ = K_2 \frac{P_0}{K_3^+} \approx \frac{S_{col}}{S} \frac{1}{[\frac{C_X}{U}]_{moyen,+}} (\frac{2}{\gamma+1})^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \frac{\sqrt{\gamma r T_p}}{U} = 1$$

Ce qui est physiquement une condition (simple) de retournement de débit : supposons que le débit instantané à la vanne soit égal au débit instantané dans la conduite, si ce dernier devient supérieur alors la vanne de peut plus l'extraire, et donc le débit va être extrait par l'amont du conduit : c'est la condition de pompage profond. Si la vanne peut toujours extraire le débit instantané du conduit ($g^+ \succeq 1$, soit $\frac{1}{g_+} - 1 \preceq 0$) alors il n'y a jamais de retournement de débit, donc de pompage profond.

Quatrième application : estimation d'une fréquence de pompage profond en cas de méconnaissance de la partie négative

Il s'agit de tester l'approximation de la fréquence suivante :

$$T_0 \approx 2\frac{K_1}{K_3^+}(P_{p,max} - P_{p,min}) \approx 2\frac{V_p}{S[\frac{C_X}{U}]_{moyen,+}U} \frac{P_{p,max} - P_{p,min}}{P_0}$$

qui permet d'évaluer une fréquence dans le cas d'une méconnaissance de la partie négative.

On forme donc la quantité : $Z = T_0/(T^+ + T^-)$.

Après quelques calculs on trouve que : $Z = \frac{2(1-g^+)(1+g^-)}{1+\frac{K_3^+}{-K_3^-}}$

On peut montrer que : $1 - g^+ < Z < 1$. En règle générale $g^+ < 0.9$, donc T_0 fournit le bon ordre de grandeur de la période (par rapport à l'estimation $T^+ + T^-$).

Remarque : on peut aussi centrer autour de 0 l'estimateur ; dans ce cas $\frac{T_0}{1-g^+/2}$ est une autre approximation de $T^+ + T^-$.

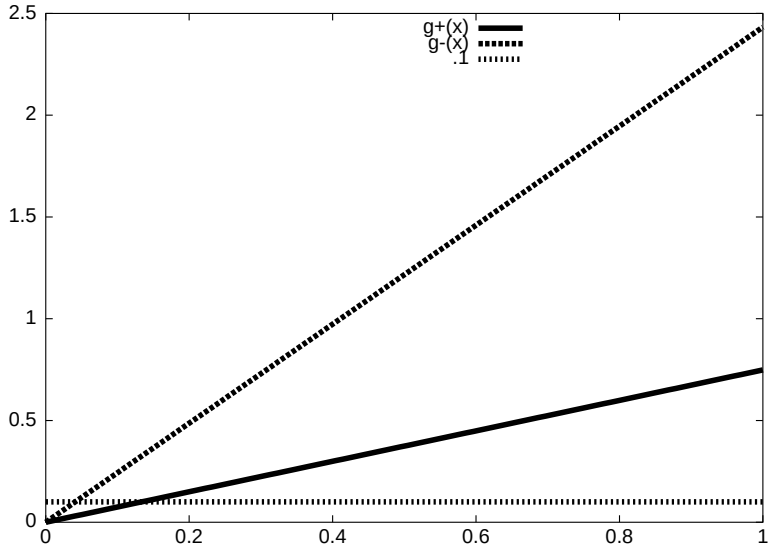

FIG. 5.20 – Exemples de fonctions g^+ et g^-, fonction de $\frac{S_{col}}{S}/(\frac{S_{col}}{S})*$

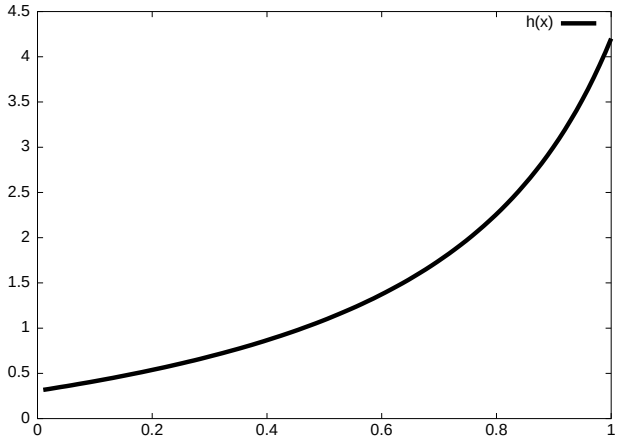

FIG. 5.21 – Exemples de fonctions $h = T^+/T^-$, en fonction de $\frac{S_{col}}{S}/(\frac{S_{col}}{S})*$

5.3.1.3 Cas plus général applicable à des valeurs de B plus faibles

Il semble assez clair sur un certain nombre de mesures Greitzer (Greitzer [1976a]) et de Day (Day [1994]) que la "continuité" de la pression maximale n'est plus assurée entre les parties positive et négative. Ceci peut avoir une grande influence sur la forme de la partie du cycle à débit négatif (période, survenue). Le phénomène physique responsable de cette discontinuité est la perte d'une certaine quantité de matière par le réservoir pendant la courte période où on passe d'une vitesse débitante positive à une vitesse débitante négative. Dans le modèle simplifié, cette période est négligée : on bascule entre les parties à débit positif et négatif.

Si on évalue la pression perdue pendant cette décélération (période rapide) par la vanne, d'après l'équation 5.3 :

$$P^-_{p,max} - P^+_{p,max} = \int \frac{\partial P_p}{\partial t} dt = \int -\frac{K_2}{K_1} P_p dt \approx -\frac{K_2}{K_1} P^+_{p,max} \Delta t$$

Si on prend pour valeur de la durée le quotient $\frac{L_{eq}}{C_{x,max}}$, on obtient alors, en utilisant la condition sonique au col :

$$P^-_{p,max} = P^+_{p,max}(1 - \frac{K_2}{K_1}\frac{L_{eq}}{C_{x,max}}) = P^+_{p,max}(1 - \frac{L_{eq}S}{V_p}) \tag{5.11}$$

en considérant une petite variation d'ouverture de la vanne. Dans un cas plus général il faudrait tenir compte de la vraie variation du taux d'ouverture de la vanne.

Première application : cycle limite en fonction de B

Si on réécrit l'équation 5.11 en fonction des quantités habituelles, on a alors :

$$\frac{\Delta P^-}{\rho U^2}_{max} = \frac{\Delta P^+}{\rho U^2}_{max} - \frac{1}{B^2}\frac{U^2}{4c^2}[\frac{\Delta P^+}{\rho U^2}_{max} + \frac{P_0}{\rho U^2}] \tag{5.12}$$

On voit que plus B est petit, plus le volume du réservoir est petit, plus on a perdu de la matière pendant la courte période où on passe d'une vitesse débitante positive à une vitesse débitante négative ; et même si le volume du réservoir est suffisamment petit, on aura perdu tellement de matière que la pression peut y être très basse. C'est à dire qu'il existe un B critique correspondant à un volume critique tel qu'en dessous de cette valeur la caractéristique à débit négatif ne sera jamais capturée : pour intercepter cette caractéristique, il faut et il suffit que : $\frac{\Delta P^-}{\rho U^2}_{min} < \frac{\Delta P}{\rho U^2} < \frac{\Delta P^-}{\rho U^2}_{max}$.

Ainsi la valeur critique de B (B_{crit}) satisfait à l'équation suivante :

$$\frac{\Delta P^-}{\rho U^2}_{min} = \frac{\Delta P^+}{\rho U^2}_{max} - \frac{1}{B^2_{crit}}\frac{U^2}{4c^2}[\frac{\Delta P^+}{\rho U^2}_{max} + \frac{P_0}{\rho U^2}]$$

On peut aller vers une expression plus simple encore. En général on peut négliger $\frac{\Delta P^+}{\rho U^2}_{max}$ devant $\frac{P_0}{\rho U^2}$, donc l'expression du B critique satisfait à :

$$\boxed{B_{crit} = (\frac{1/4\gamma}{\frac{\Delta P^+}{\rho U^2}_{max} - \frac{\Delta P^-}{\rho U^2}_{min}})^{.5}} \tag{5.13}$$

On voit que ce modèle élémentaire est très intéressant, puisqu'on retrouve l'existence théorique d'une valeur de B critique pour la survenue du pompage profond. Ceci est tout à fait corroboré par les mesures de Day. On trouve aussi que la valeur de B critique dépend des paramètres au pic de la courbe caractéristique de la machine et également d'un paramètre qui peut caractériser l'hystérésis (en effet $\frac{\Delta P^-}{\rho U^2}_{min}$ est assez proche de $\frac{\Delta P^+}{\rho U^2}_{max}$). Ces deux derniers points avaient déjà été soulignés par Greitzer et surtout Mac Caughan (Caughan [1989]) et Day : la valeur critique n'est pas universelle.

D'un point de vue numérique dans la configuration de Greitzer et de Day les accords entre expérience et estimations sont très satisfaisants. Par contre pour la configuration de Gamache il y a une nette différence (0.355 .[1] au lieu de 0.187 calculé par Gamache). On peut avancer que la valeur utilisée pour $\frac{\Delta P^-}{\rho U^2}_{min}$ n'est peut-être pas la bonne : Gamache a effectué une simulation de cycle limite de pompage (B juste au-dessus de 0.187) et les résultats indiquent que des valeurs de $\frac{\Delta P}{\rho U^2}$ très inférieures à 0.55 sont rencontrées à débit nul. Les tableaux 5.1 et 5.2 résument ces résultats ainsi que d'autres obtenus numériquement. La comparaison avec les résultats issus des travaux de N. Gourdain (Gourdain [2005]) doit être prise avec une certaine précaution car seuls les prémices d'une onde axiale à vitesse négative y ont été observés. La comparaison avec la configuration de Kikstra n'offre un intérêt que parce qu'il s'agit d'une machine à hélium. Son caractère centrifuge pose problème, ainsi que le fait de ne pas posséder la valeur limite calculée par l'auteur, mais seulement une minoration de celle-ci. Enfin il est assez clair sur ces exemples numériques que le modèle simple ainsi construit peut fournir des estimations d'une qualité mitigée. Il faut sans aucun doute y voir un effet d'hypothèses trop restrictives utilisées dans la construction du modèle et en particulier celle concernant l'utilisation d'une valeur moyenne de la vitesse par cycle. Cette hypothèse conduit à faire "abstraction" de la fonction de transfert du compresseur.

TAB. 5.1 – Evaluation du paramètre B critique sur des configurations expérimentales

Configuration	Greitzer	Day
Référence	Greitzer [1976a]	Day [1994]
$\frac{\Delta P^+}{\rho U^2}_{max}$	0.64	1.7
$\frac{\Delta P^-}{\rho U^2}_{min}$	0.3 (Koff and Greitzer [1986])	0.2
B critique (estimé)	.725	.34
B critique (mesuré)	.8	.39

On peut également exprimer ces considérations de façon plus aisée en fonction de la vitesse. Comme dans la partie à débit négatif, on sait qu'une très bonne approximation de la courbe caractéristique est une simple parabole, soit :

$$\frac{\Delta P^-}{\rho U^2} = k(\frac{C_x}{U})^2 + \frac{\Delta P^-}{\rho U^2}_{min}$$

On peut alors reprendre l'équation 5.12 et la transformer en :

$$k(\frac{C_x}{U}_{max})^2 = (\frac{\Delta P^+}{\rho U^2}_{max} - \frac{\Delta P^-}{\rho U^2}_{min}) - \frac{1}{B^2}\frac{U^2}{4c^2}[\frac{\Delta P^+}{\rho U^2}_{max} + \frac{P_0}{\rho U^2}] \tag{5.14}$$

[1] ($\frac{\Delta P^+}{\rho U^2}_{max} = 1.95$, $\frac{\Delta P^-}{\rho U^2}_{min} = 0.55$)

TAB. 5.2 – Evaluation du paramètre B critique sur des configurations numériques

Configuration	Gamache	Gourdain	Kikstra
Référence	Gamache [1985]	Gourdain [2005]	Kikstra [2001]
$\frac{\Delta P^+}{\rho U^2}_{max}$	1.95	.53	3.4
$\frac{\Delta P^-}{\rho U^2}_{min}$	.55	.11 (estimé)	2.15
B critique (estimé)	.355	.61	.345
B critique (calculé)	.1865	.47	$\succeq$.24
Remarque	pas de pompage classique	solution de calculs 3D	machine centrifuge à hélium

Pour trouver la valeur de B critique il suffit alors de faire $\frac{C_x}{U} = 0$ dans l'équation précédente.

Deuxième application : cycle limite en fonction de B et du taux d'ouverture de la vanne

On peut aisément généraliser les considérations précédentes au cas de n'importe quel taux d'ouverture de vanne. Il suffit d'injecter le vrai taux d'ouverture dans l'équation 5.11 et alors on transforme l'équation 5.14 en équation 5.15 :

$$k(\frac{C_x}{U}_{max})^2 = (\frac{\Delta P^+}{\rho U^2}_{max} - \frac{\Delta P^-}{\rho U^2}_{min}) - \frac{\frac{S_{col}}{S}/(\frac{S_{col}}{S})*}{B^2}\frac{U^2}{4c^2}[\frac{\Delta P^+}{\rho U^2}_{max} + \frac{P_0}{\rho U^2}] \quad (5.15)$$

La valeur critique de B, donnée par la condition $\frac{C_x}{U} = 0$ dépend donc de l'ouverture de la vanne.

Troisième application : correction de T^-

On peut alors corriger T^- en remplaçant la valeur de $P^-_{p,max}$ corrigée dans l'équation 5.9. Tous calculs faits, on obtient une assez faible correction d'un point de vue quantitatif, car la période à débit négatif est elle-même assez courte. Le facteur correctif vaut :

$$\frac{P^+_{p,max}(1 - \frac{L_{eq}S}{V_p}) - P_{p,min}}{P^+_{p,max} - P_{p,min}}$$

5.3.1.4 Test d'autres éléments quantitatifs fournis par le modèle élémentaire sur la configuration de Day

Fréquence Etant donnée la valeur de qualification que nous voulons accorder au petit modèle, il est intéressant de vouloir le tester sur une configuration expérimentale autre que celle de Greitzer. En utilisant les équations 5.8 et 5.9, on obtient l'expression de la fréquence :

$$f \approx \frac{SrT}{V_pU}/[(\frac{\Delta P}{\rho U^2}_{max} - \frac{\Delta P}{\rho U^2}_{min})(\frac{1}{(1-g^+)[\frac{C_X}{U}]_{moyen,+}} + \frac{1}{-[\frac{C_X}{U}]_{moyen,-}(1+g^-)})]$$

Cette formulation généralise l'équation 5.6.

Nous avons représenté sur la figure 5.22 les fréquences mesurées par Day en fonction de l'inverse de la taille du réservoir. On remarque que le comportement est bien en $1/V_p$.

La droite de régression de la figure 5.22 indique une pente de 10 environ.

Numériquement la pente calculée avec le modèle élémentaire vaut : 9.1.

On voit que la fréquence est sous-estimée légèrement. Ceci peut s'expliquer par le fait que la période à débit négatif est légèrement surestimée (on n'a pas tenu compte ici de la correction).

Cycle limite Nous avons d'abord testé le modèle du cycle limite via l'équation 5.12. Nous avons représenté sur la figure 5.23 les valeurs de $\frac{\Delta P^-}{\rho U^2}_{max}$ mesurées par Day en fonction de l'inverse du carré de B. On remarque que le comportement est bien en $1/B^2$.

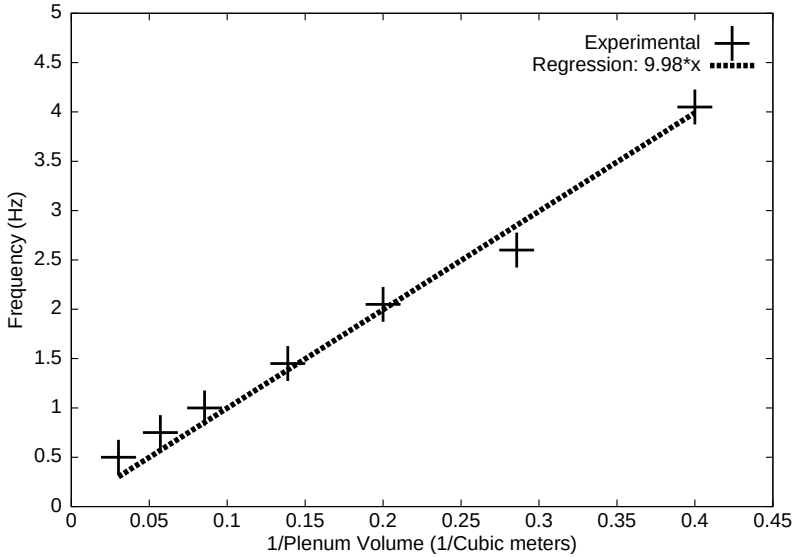

FIG. 5.22 – Fréquence de pompage profond en fonction du volume du réservoir, d'après les points expérimentaux de Day [1994]

La droite de régression de la figure 5.23 indique une pente de -0.21 environ et une ordonnée à l'origine de 1.77

Numériquement la pente calculée avec le modèle élémentaire vaut -0.2 et l'ordonnée à l'origine vaut 1.7. Quantitativement l'estimation est également très correcte. Une telle droite est représentée sur la figure 5.23 (sous le nom de model(x)). Sur la même figure on trouve également deux droites parallèles à l'axe des abscisses :

- la droite y = 1.7, égale à la valeur $\frac{\Delta P^+}{\rho U^2}_{max}$
- la droite y = 0.2, égale à la valeur $\frac{\Delta P^-}{\rho U^2}_{min}$. Cette dernière valeur caractérise le cycle limite. En deçà de la valeur critique de B le cycle n'interceptera plus la caractéristique à débit négatif. Numériquement ce B critique est :
- avec notre modèle : 0.37 (inverse de $1/7.32845^{1/2}$)
- avec la régression : 0.365 (inverse de $1/7.494408^{1/2}$)
- mesuré expérimentalement par Day : 0.39.

L'estimation est donc tout à fait acceptable d'un point de vue quantitatif.

L'utilisation de l'expression en vitesse permettrait d'aboutir au même résultat (équation 5.14).

5.3.2 Comparaison avec les résultats des simulations CATHARE sur le cas de Greitzer

5.3.2.1 Répartition T^+/T^-

Avec le modèle élémentaire décrit, on aurait obtenu dans la configuration de la figure 5.14 : $\frac{T^+}{T^-} \sim \frac{-[\frac{C_X}{U}]_{moyen,-}}{[\frac{C_X}{U}]_{moyen,+}} = 0.25$. Sur la figure 5.14, on retrouve bien cette valeur (facteur 4) pour le rapport de temps entre les parties à débit positif et à débit négatif.

5.3.2.2 Influence de l'ouverture de la vanne sur la répartition T^+/T^-

Avec le modèle simplifié, la figure 5.21 montre l'évolution du rapport T^+/T^- en fonction du taux d'ouverture de vanne. On remarque que :

- pour des valeurs de $\frac{S_{col}}{S}/(\frac{S_{col}}{S})*$ proches de 1, T^+/T^- atteint des valeurs de plusieurs unités, ce qui correspond bien aux observations expérimentales de Greitzer.
- la valeur 1 est atteinte autour de $\frac{S_{col}}{S}/(\frac{S_{col}}{S})*$=46 %

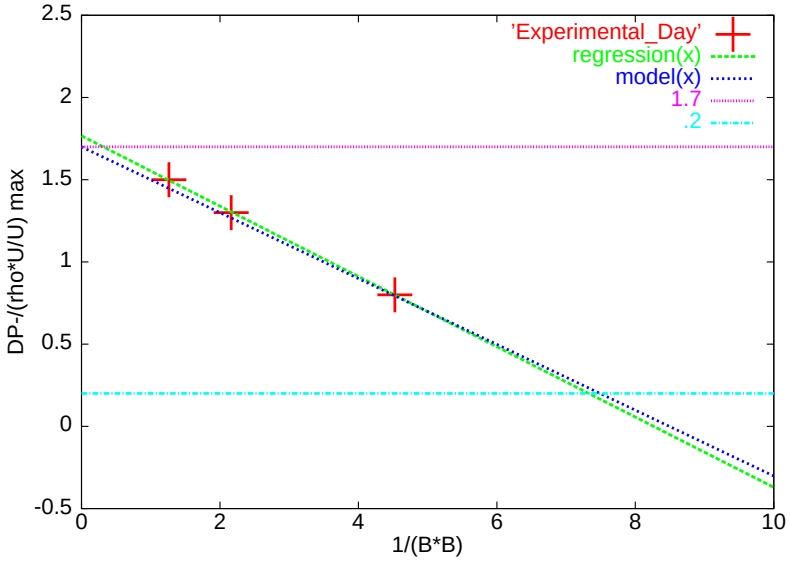

FIG. 5.23 – Valeur de $\frac{\Delta P^-}{\rho U^2}_{max}$ en fonction du facteur B, d'après les points expérimentaux de Day [1994]

Pour les simulations CATHARE, la figure 5.17 montre l'influence de l'ouverture de la vanne sur la forme des courbes et sur la répartition T^+/T^-. Pour la répartition entre débits positif et négatif, trois valeurs ont été tracées :

- faible taux d'ouverture, qui était le cas considéré aux figures 5.14 et 5.16,
- taux d'ouverture moyen (46 %), qui correspondait théoriquement (i.e. au sens du modèle simplifié) à l'équirépartition : $T^+ = T^-$. On retrouve bien sur la figure 5.17 cette équirépartition approximative.
- taux d'ouverture "habituel" élevé pour lequel la partie à débit positif domine.

5.3.2.3 Occurence du pompage profond

Si on regarde l'occurence du pompage profond par le modèle simple, via l'équation suivante :

$$k(\frac{C_x}{U}_{max})^2 = (\frac{\Delta P^+}{\rho U^2}_{max} - \frac{\Delta P^-}{\rho U^2}_{min}) - \frac{\frac{S_{col}}{S}/(\frac{S_{col}}{S})*}{B^2}\frac{U^2}{4c^2}[\frac{\Delta P^+}{\rho U^2}_{max} + \frac{P_0}{\rho U^2}]$$

Nous avons tracé sur la figure 5.24 les résultats des simulations CATHARE. L'évolution linéaire du carré de la vitesse négative minimale [2] avec le taux d'ouverture à B fixé est prouvé par ces simulations. Cette droite n'aurait pas d'intersection physiquement acceptable avec l'axe y=0, donc le pompage profond avec un tel B sera toujours constaté, quel que soit le taux d'ouverture. A partir du diagramme de la figure 5.24, on peut aussi construire un nouveau graphe en remarquant que :

- le point à x=0 est fixé, indépendamment de B. Elle ne dépend que de la caractéristique complète du compresseur.
- B joue sur la pente d'une telle courbe, plus B est petit, plus la droite et raide et donc plus elle aura tendance à facilement croiser la droite y=0, donc avoir une valeur limite pour le pompage profond.
- Toute les courbes peuvent être déduites à partir d'une seule (via l'équation 5.15).

Ce nouveau diagramme est la figure 5.25. Ce diagramme est basé sur le modèle élémentaire ne reflète qu'une condition d'apparition du pompage profond. De ce fait, la valeur critique n'a un sens que par rapport à cette survenue. Ainsi la condition $B < B_{crit}$ peut aussi bien traduire une condition de pseudo décollement tournant que de pompage classique.

[2] c'est à dire à l'extrême gauche du cycle dans le diagramme pression - débit

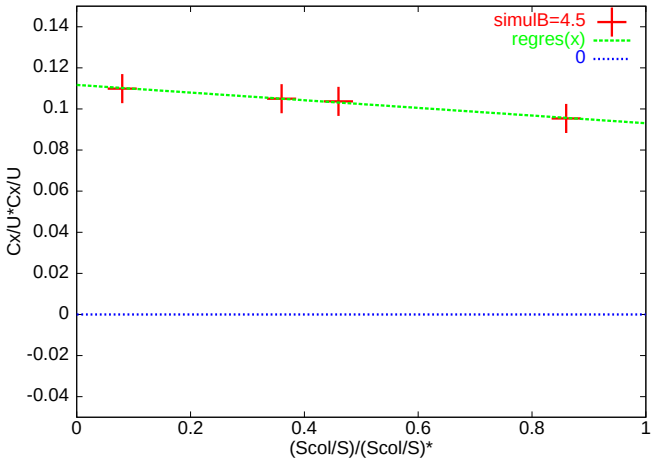

FIG. 5.24 – Pompage : évolution du débit réduit, influence de l'ouverture de la vanne et de B

5.3.2.4 Illustration de l'utilisation du diagramme

La figure 5.25 illustre l'utilisation des simulations CATHARE et du diagramme. A fort taux d'ouverture de la vanne, on a presque toujours du pompage profond et les valeurs minimales atteintes par la vitesse sont approximativement identiques ; les figures 5.14 et 5.16 le montrent. On voit que pour des valeurs de B de 1.5, on peut, à faible ouverture, ne pas voir de pompage profond et, à faible taux d'ouverture, constater l'apparition du pompage profond. Pour reprendre les valeurs de la publication de Greitzer, à très fort taux d'ouverture à B=0.75 on peut encore constater du pompage profond.

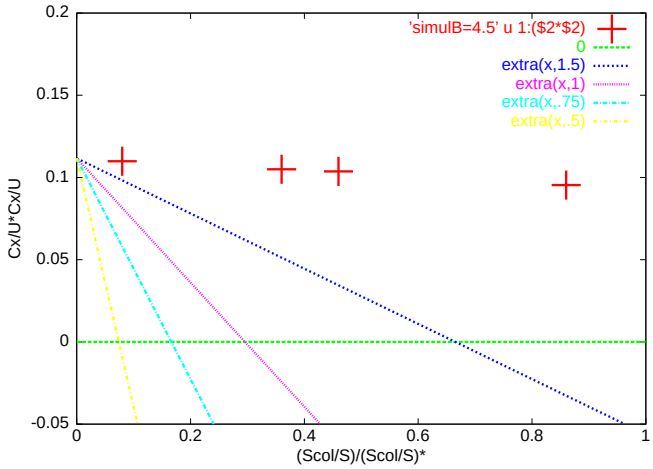

FIG. 5.25 – Pompage : évolution du débit réduit, influences de l'ouverture de la vanne et de B

5.3.2.5 Fréquence obtenue par les simulations

Le modèle élémentaire donne un comportement en $1/B^2$ de la fréquence. Numériquement la pente calculée avec le modèle élémentaire vaut : $\frac{[\frac{C_X}{U}]_{moyen}U}{4L\gamma(\frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho U^2}_{max} - \frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho U^2}_{min})}$

soit 1.96.

Nous avions représenté sur la figure 5.18 les fréquences obtenues par analyse spectrale des différentes courbes d'évolutions de la pression. On remarque que le comportement est en $1/B^2$ avec une droite de régression ayant une pente de 2.11.

5.4 Conclusion

Validation de l'outil

Le modèle décrivant le fonctionnement interne d'une turbomachine (1D axisymétrique) a été étendu aux configurations de débit inhabituelles. Ainsi des corrélations ont été développées pour décrire les phénomènes physiques lors de comportement instable ou de débit inverse. Des données expérimentales académiques[3] ont été utilisées pour qualifier ces modèles (voir les paragraphes 5.2.1.6 et 5.2.2.3 consacrés aux conclusions de la validation sur les données expérimentales). Avec les données dont nous disposons, nous pouvons avancer que les points suivants semblent décrits de façon satisfaisante :

- le fonctionnement stable et en limite de pompage
- le fonctionnement en zone instable, y compris avec inversion de débit dans le compresseur.

Mentionnons aussi que l'impact du contrôle commande associé et dimensionné pour augmenter la zone de stabilité est aussi bien reproduit (annexe D). Par contre, les phénomènes rapides tels le décollement tournant ne semblent toutefois pas pouvoir être décrits par ce type de modèle, même dans une version dédiée (annexe C).

Théorie simple du pompage profond

Le recul sur les simulations réalisées a permis de retenir les principaux phénomènes physiques et de construire une théorie simplifiée, qui est, elle aussi, capable de fournir des estimations du risque d'apparition des instabilités et de leur comportement dynamique. L'élaboration d'une telle théorie élémentaire a permis d'éclaircir et de hiérarchiser les phénomènes physiques en jeu. Elle a été validée indépendamment des simulations CATHARE. Un intéret de ce modèle élémentaire est de pouvoir être facilement déployé et aussi d'enrichir la base de validation. Ainsi des éléments quantitatifs des simulations CATHARE ont été validés grâce à cette théorie parmi lesquels la fréquence en fonction de B, la répartition T^+/T^-.

Aspects locaux

Ces éléments de validation concernent la dynamique globale du système, ce qui est un point fondamental par rapport à nos exigences. Cependant le modèle que nous avons développé doit permettre de décrire des aspects locaux. Le chapitre suivant comprendra un cas de validation sur des aspects locaux. La théorie simple du pompage profond sera, elle aussi, enrichie d'aspects locaux dans le prochain chapitre.

Récapitulatif des modèles validés

Les modèles de ce paragraphe sont ceux qui ont donné satisfaction. On présente d'abord le système d'équations résolues (conservations de la masse, de la quantité de mouvement ou du moment de quantité de mouvement, de l'enthalpie totale) dans le référentiel adéquat. Les notations sont celles de la figure 4.8.

Equations pour le stator

$$V_D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{\rho_s}^D = -S_{CE} \widetilde{\rho_s}^{CE} \widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB} \widetilde{\rho_s}^{AB} \widetilde{V_X}^{AB}$$

$$\left\{ \begin{array}{c} V_D \widehat{\rho_s}^D (\frac{\partial}{\partial t} \widehat{rV_X}^D + \tan(\alpha_m) \frac{\partial}{\partial t} \widehat{rV_\theta}^D) = \\ -S_m (\widetilde{rP_s}^{CE} - \widetilde{rP_s}^{AB}) + \frac{1}{2} (\widetilde{(rV)^2}^{AB} - \widetilde{(rV)^2}^{CE}) (\frac{S_{CE} \widetilde{\rho_s}^{CE} \widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB} \widetilde{\rho_s}^{AB} \widetilde{V_X}^{AB}}{\widetilde{rV_X}^{AB} + \widetilde{rV_X}^{CE}}) - \frac{rD}{\cos(\alpha_m)} \end{array} \right.$$

$$V_D \widehat{\rho_s}^D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{rV_\theta}^D = (\widetilde{rV_\theta}^{AB} - \widetilde{rV_\theta}^{CE}) \frac{1}{2} (S_{CE} \widetilde{\rho_s}^{CE} \widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB} \widetilde{\rho_s}^{AB} \widetilde{V_X}^{AB}) + \cos(\alpha_m)(rL - rD \tan(\alpha_m))$$

[3] si on excepte les résultats de Chesse, utilisés de façon très partielle ici

$$V_D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{\rho_s}^D \widehat{h_T}^D - V_D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{p}^D = -S_{CE} \widetilde{\rho_s}^{CE} \widetilde{h_T V_X}^{CE} + S_{AB} \widetilde{\rho_s}^{AB} \widetilde{h_T V_X}^{AB}$$

où :
- $rD = S\cos(\alpha_m)\omega^{corr}(\frac{1}{2}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V^2}^{AB})$.
- $\cos(\alpha_m)(rL - rD\tan(\alpha_m)) = -\widetilde{rV_X}^{AB}(\tan(\alpha_1) - \frac{\widetilde{rV_X}^{CE}}{\widetilde{rV_X}^{AB}}\tan(\widetilde{\alpha}^{corr,CE}))\frac{S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}}{2}$

Equations pour le rotor

$$V_D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{\rho_s}^D = -S_{CE} \widetilde{\rho_s}^{CE} \widetilde{W_X}^{CE} + S_{AB} \widetilde{\rho_s}^{AB} \widetilde{W_X}^{AB}$$

$$\left\{ \begin{array}{c} V_D \widehat{\rho}^D (\frac{\partial}{\partial t} \widehat{rW_X}^D + \tan(\beta_m)(\frac{\partial}{\partial t} \widehat{rW_\theta}^D + \frac{\partial \Omega}{\partial t} \widehat{r^2}^D)) = [-S_m \widetilde{rP_s}^{CE} + S_m \widetilde{rP_s}^{AB} + \\ \frac{1}{2}(\widetilde{(rW)^2}^{AB} - \widetilde{(rW)^2}^{CE}) \frac{S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{W_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{W_X}^{AB}}{\widetilde{rW_X}^{AB} + \widetilde{rW_X}^{CE}}] - \frac{rD}{\cos(\beta_m)} + \tan(\beta_m) r F_{i,c} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{c} V_D \widehat{\rho_s}^D (\frac{\partial}{\partial t} \widehat{rW_\theta}^D + \frac{\partial \Omega}{\partial t} \widehat{r^2}^D) = \\ \frac{1}{2}(\widetilde{rW_\theta}^{AB} - \widetilde{rW_\theta}^{CE})(S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{W_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{W_X}^{AB}) + \cos(\beta_m)(rL - rD\tan(\beta_m)) + rF_{i,c} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{\rho_s}^D \widehat{h_{TR} - \frac{U^2}{2}}^D - V_D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{P_s}^D = -V_D \frac{\partial \Omega}{\partial t} \widehat{\rho_s}^D r \widehat{(U + W_\theta)}^D \\ -S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE} \widetilde{(h_{TR} - \frac{U^2}{2})W_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB} \widetilde{(h_{TR} - \frac{U^2}{2})W_X}^{AB} \end{array} \right.$$

où :
- $rF_{i,c} = -2\Omega(S_{CE}\widetilde{\rho}^{CE}\widetilde{r^2 W_X}^{CE} - S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{r^2 W_X}^{AB} + V_D \frac{\partial}{\partial t}(\widehat{\rho r^2}^D))$
- $rD = S_m r_m \cos(\beta_m)\omega^{corr}(\frac{1}{2}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{W^2}^{AB})$
- $\cos(\beta_m)(rL - rD\tan(\beta_m)) = -\widetilde{rV_X}^{AB}(\tan(\beta_1) - \frac{\widetilde{rV_X}^{CE}}{\widetilde{rV_X}^{AB}}\tan(\widetilde{\beta}^{corr,CE}))\frac{S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}}{2}$

Equations pour l'intergrille

$$V_D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{\rho_s}^D = -S_{CE} \widetilde{\rho_s}^{CE} \widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB} \widetilde{\rho_s}^{AB} \widetilde{V_X}^{AB}$$

$$V_D \widehat{\rho_s}^D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{rV_X}^D = \frac{1}{2}(\widetilde{rV_X}^{AB} - \widetilde{rV_X}^{CE})(S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}) - S_m(\widetilde{rP_s}^{CE} - S_{AB}\widetilde{rP_s}^{AB})$$

$$V_D \widehat{\rho_s}^D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{rV_\theta}^D = \frac{1}{2}(\widetilde{rV_\theta}^{AB} - \widetilde{rV_\theta}^{CE})(S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB})$$

$$V_D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{\rho_s}^D \widehat{h_T}^D - V_D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{P_s}^D = -S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{h_T V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{h_T V_X}^{AB}$$

Lois de fermetures retenues (corrélations) Les équations précédentes nécéssitent deux corrélations : le facteur de pertes et l'angle de sortie. Le tableau 5.3 présente les corrélations validées, ayant intégré les échecs des tentatives de description du décollement tournant (annexe C). Rappelons que pour bien décrire le comportement instationnaire pour les débits positifs, il faut disposer de corrélations "stationnaires" sur la partie instable, capables de décrire l'ensemble de la caractéristique à débit positif (c'est à dire incluant les régimes hors nominaux non sévères et à bas débits).

TAB. 5.3 – Différents modèles de corrélations validés et utilisés en instationnaire

Régime	Dénomination du modèle dans le document	Facteur de pertes	Déviation	Particularités
Toute la gamme de débit positif	Deuxième modèle à faible débit	Type Kroon et Tobiasz	Linéaire selon l'incidence	Seuil d'instabilité calculé par le modèle de Day Donne un seuil d'apparition des instabilité Paramètres ajustés sur la partie stable stationnaire, provenant de mesures, ou de calculs 3D ou de corrélations de type Lieblein ou Davis et Milar
Débit négatif	Troisième modèle à débit négatif	Perte de toute l'énergie cinétique amont	Déviation angulaire progressive	Déviation selon les observations de Gamache

Chapitre 6

Interaction entre mécanismes locaux et comportement du système. Généralisation du facteur B de Greitzer

Sommaire

6.1 Introduction 119

6.2 Mécanisme de survenue de l'instabilité du système 120

6.2.1 Introduction 120

6.2.2 Identification de la roue responsable de la survenue de l'instabilité 120

6.2.2.1 Survenue de l'instabilité 120

6.2.2.2 Hiérarchisation des phénomènes en jeu 121

6.3 Phénomènes locaux impliqués dans la survenue de l'instabilité d'un système 123

6.3.1 Introduction 123

6.3.2 Bibliographie 124

6.3.2.1 Inertie de passage 124

6.3.2.2 Inertie due à la déviation instationnaire 124

6.3.2.3 Inertie due aux pertes instationnaires 124

6.3.2.4 Critique des modèles de temps de retard 125

6.3.3 Introduction à l'analyse des termes d'inertie 125

6.3.4 Expression des termes d'inertie dans le cas du compresseur compact 125

6.3.4.1 Premier cas : hypothèse où l'on néglige la variation de β_m 126

6.3.4.2 Deuxième cas (alternatif au premier cas) : hypothèses de l'angle de sortie constant et des roues indépendantes 126

6.3.4.3 Troisième cas (alternatif aux premier et deuxième cas) : hypothèses de l'angle de sortie donné par une corrélation $\beta_2 = \beta_{2,corr}(\beta_1)$ et des roues indépendantes 126

6.3.4.4 Quatrième cas (alternatif aux premier, deuxième et troisième cas) : utilisation de la conservation de la quantité de mouvement et hypothèse des roues indépendantes 126

6.3.4.5 Expression des termes liés aux pertes instationnaires, en utilisant la conservation de la quantité de mouvement et l'hypothèse des roues indépendantes 127

6.3.4.6 Cas des roues non indépendantes : généralisation des modèles précédents (modèles des paragraphes 6.3.4.4 et 6.3.4.5) 128

6.3.4.7 Conclusion et interprétation physique des différents termes . . . 129
6.3.5 Expression des termes d'inertie dans le cas du compresseur réel . . . 131
6.3.5.1 Introduction : effets sur les angles de sortie . . . 131
6.3.5.2 Intergrille . . . 131
6.3.5.3 Expression finale et interprétation physique des différents termes . . . 131
6.3.6 Première généralisation de B . . . 132
6.3.6.1 Modification de B en prenant en compte les inerties : facteur B généralisé . . . 132
6.3.6.2 Résultats de la modification de B en prenant en compte les inerties . . . 133
6.4 Autres modifications du facteur B de Greitzer . . . 134
6.4.1 Modification de B en prenant en compte la compressibilité . . . 134
6.4.1.1 Démarche . . . 134
6.4.1.2 Adaptation simple du modèle . . . 134
6.4.1.3 Ordre de grandeur pour une machine à basse vitesse dont on connaît les performances . . . 135
6.4.1.4 Ecriture de la correction en fonction du nombre de Mach . . . 135
6.4.1.5 Eléments de qualification . . . 136
6.4.2 Modification de B en prenant en compte plusieurs volumes . . . 138
6.4.2.1 Système d'équations . . . 139
6.4.2.2 Différents cas étudiés . . . 140
6.4.2.3 Conclusion . . . 141
6.5 Applications . . . 142
6.5.1 Rôle de certains paramètres clés pour la stabilité du système . . . 142
6.5.2 Echelle d'un circuit . . . 142
6.5.2.1 Une machine ou plusieurs machines : quelle est la situation la plus favorable du point de vue de la stabilité . . . 142
6.5.2.2 Circuit en pompage profond . . . 143
6.5.3 Positionnement quelconque d'une vanne dans un circuit . . . 143
6.5.3.1 Diagramme des pressions . . . 143
6.5.3.2 Application à différentes configurations . . . 144
6.6 Conclusion . . . 144

Volumes considérés

On note les grandeurs suivantes :

$_1$ ou $_5$: grandeur affectée à l'entrée du rotor (excepté le paragraphe 6.4.2)

$_2$: grandeur affectée à la sortie du rotor (excepté le paragraphe 6.4.2)

$_3$: grandeur affectée à l'entrée du stator

$_4$: grandeur affectée à la sortie du stator

La figure 6.1 présente les principales notations utilisées.

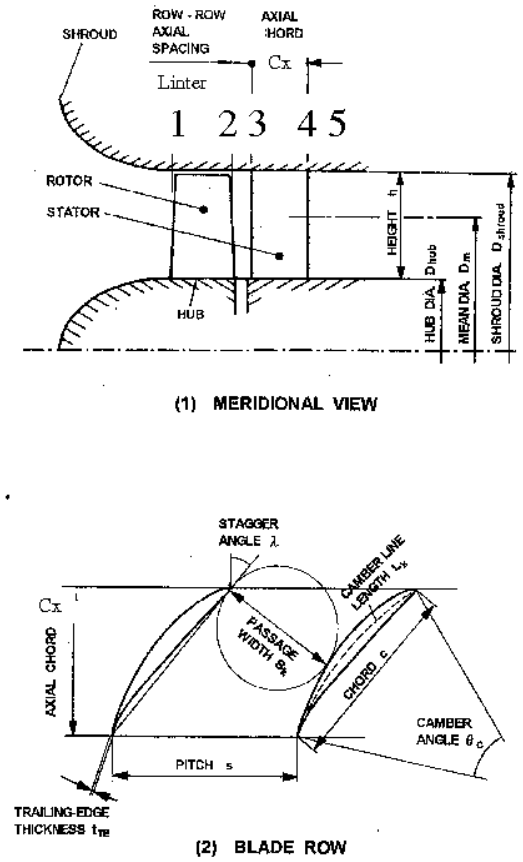

FIG. 6.1 – Notations pour une machine axiale

6.1 Introduction

Ce travail se situe dans la suite de la modélisation monodimensionnelle de l'écoulement à l'intérieur d'une turbomachine axiale, grille par grille. On a construit dans les chapitres précédents une formulation 1D axisymétrique instationnaire, non linéaire, hors grilles d'aubes et 1D axisymétrique quasi-stationnaire non linéaire à travers les grilles. Cette approche a été validée sur des configurations d'instabilité d'un système de compression. Le système modélisé semble réagir de façon satisfaisante, si on considère les résultats globaux. Ce modèle permet également aussi d'avoir une certaine vision [1] locale de phénomènes et de mécanismes. La partie suivante de ce chapitre (paragraphe 6.2) sera consacrée à l'utilisation du modèle sur deux configurations d'un compresseur situé à l'intérieur d'un circuit simple. Ces deux configurations sont le siège d'instabilités globales (dues à des variations de débit). Mais à la différence des cas étudiés antérieurement, les configurations diffèrent l'une de l'autre uniquement par des caractéristiques très locales (calage des aubes de certains étages). On discutera aussi des mécanismes à l'origine des instabilités. La partie suivante (paragraphe 6.3) sera consacrée à des considérations plus générales et plus théoriques relatives aux phénomènes instationnaires intervenant dans le déclenchement d'instabilités. Ces développements concernent des phénomènes locaux dans les compresseurs et font appel au concept d'inertie. Une façon séduisante de valoriser ces considérations sera d'aboutir à une généralisation du facteur B de Greitzer, en tenant compte des inerties. Cette généralisation sera complétée (paragraphe 6.4.1) par d'autres aspects souvent négligés (tels la compressibilité et la présence de volumes intermédiaires). Enfin des applications seront présentées dans le paragraphe suivant.

[1] basée sur $\eta \preceq \eta_{min}$, selon l'approche retenue : le deuxième modèle à faible débit, voir tableau 1 du chapitre 3 . Les modèles locaux dédiés (c'est à dire premier et deuxième modèle de décollement tournant, voir tableau 1 du chapitre 3) n'ayant pas donné satisfaction.

6.2 Mécanisme de survenue de l'instabilité du système

6.2.1 Introduction

Nous avons vu que l'instabilité est un phénomène physique caractéristique du système complet, même s'il semble que l'origine de l'instabilité puisse être identifiée localement. Les résultats publiés dans Wilson and Freeman [1994] vont bien dans le même sens. Day a également rapporté que le pompage d'un système est initié par le décollement tournant (Day [1994]).

Une des applications possibles de la modélisation du système complet avec une certaine finesse de la description locale est d'identifier le phénomène local responsable de l'instabilité. Un certain nombre de publications antérieures (Wilson and Freeman [1994], Day [1996], Dougall et al. [1990]) utilisent des arguments statiques et globaux (la pente des courbes caractéristiques). Un argument plus local est cité par Escuret et Garnier (Escuret and Garnier [1996]) pour confirmer la tendance observée expérimentalement : la roue la plus chargée (ceci est traduit en terme de coefficient de diffusion) est celle où l'on rencontre le décollement le plus rapidement ; ce chargement varie d'ailleurs selon l'angle de calage de la roue directrice située à l'entrée du compresseur (appelée IGV dans la suite de ce document) et de même pour l'apparition du décollement.

L'objet de cette partie est d'illustrer la capacité du modèle à :

- reproduire correctement l'effet du système sur l'apparition du décollement,
- identifier en dynamique la première roue au sein de laquelle se manifeste l'instabilité,
- hiérarchiser les phénomènes responsables de l'apparition de l'instabilité.

Nous avons utilisé essentiellement la publication de Longley et Hynes (Longley and Hynes [1990]) qui :

- présente avec une certaine précision la géométrie d'un compresseur purement axial à basse vitesse (une des configurations du compresseur C106 de Cambridge) de trois étages selon deux configurations différentes,
- identifie expérimentalement la roue initiatrice de l'instabilité dans les deux configurations et classe les phénomènes survenus en terme d'apparition dans les deux configurations,
- indique une hiérarchie dans les phénomènes en jeu pour l'un des cas.

Un défaut de ce cas-test est son manque de précision sur certaines données d'entrée (jeu, taille du réservoir, définition des pertes, définition du "déficit de déviation" voir plus loin dans ce paragraphe). Cette imprécision se ressentira sur la précision des résultats obtenus.

6.2.2 Identification de la roue responsable de la survenue de l'instabilité

6.2.2.1 Survenue de l'instabilité

Il faut tout d'abord mentionner que le volume externe n'est pas connu. Nous avons utilisé une valeur assez faible du volume, car le but de l'étude de Longley and Hynes [1990] n'était pas le pompage. Nous avons considéré une valeur qui permet d'obtenir une valeur du coefficient B de 0.3, qui correspondait à la valeur minimale de la configuration du compresseur C106 employée par Day pour une autre étude (Day [1994]). Notons que cette méconnaissance affectera essentiellement la valeur du débit en dessous duquel le fonctionnement du système devient instable. Le premier intérêt de ce cas-test réside dans le fait qu'entre les deux configurations de calage standard et de calage "dégradé", seul le calage des deux dernières roues est modifié. Pourtant, expérimentalement, le débit d'instabilité mesuré est différent, bien que la survenue de l'instabilité se manifeste, dans les deux cas, au rotor du premier étage. La simulation prédit bien, dans les deux cas, l'apparition de l'instabilité à la bonne roue (le rotor du premier étage). Ceci constitue un élément de validation pour notre modèle d'identification de la roue initiatrice de l'instabilité.

Le tableau 6.1 montre que le modèle reproduit l'effet du système et de la modification du calage qui retarde l'apparition de l'instabilité. Le débit limite est surestimé dans les deux cas, mais nous avons vu que la méconnaissance du volume de sortie pouvait l'expliquer.

TAB. 6.1 – Débit réduit de survenue de l'instabilité du compresseur C106 (configuration de Longley and Hynes [1990]) : comparaison entre mesures et simulation (Cx/U)

	Expérience	Simulation	Erreur (%)
Configuration de calage standard	0.47	0.505	7.5
Configuration de calage dégradé	0.44	0.465	5.7
Gain en débit (%)	6.4	7.9	

6.2.2.2 Hiérarchisation des phénomènes en jeu

Un des autres intérêts de la publication Longley and Hynes [1990] réside dans la mise à disposition de données expérimentales que l'on peut relier au phénomène d'apparition des instabilités. Il s'agit de mesures "statiques" effectuées le long du premier étage (qui est le siège d'apparition des instabilités) pour un débit supérieur au débit d'apparition d'instabilité et pour un débit légèrement inférieur à l'apparition de l'instabilité. Les auteurs soulignent le fait que l'influence de la déviation est supérieure à celle de l'augmentation des pertes, contrairement à ce que montre la grande quantité de travail effectué par d'autres auteurs sur les pertes relativement à la déviation. Les tableaux 6.2 et 6.3 comparent les résultats des modèles et des mesures. Les tendances sont bien respectées :

- augmentation de la déviation quand on réduit le débit d'une valeur réduite de 0.52 à 0.46 ;
- augmentation des pertes quand on réduit le débit d'une valeur réduite de 0.52 à 0.46.

Cependant l'accord quantitatif n'est pas satisfaisant :

- le modèle de déviation dans le rotor prédit une déviation trop forte au débit réduit égal à 0.52 (tableau 6.2) ; il en résulte une trop forte incidence sur le stator. Une explication de cette surestimation est que les écoulements secondaires induits par les tourbillons de passage peuvent être importants sur ce compresseur particulier, ce qui peut générer une sous-déviation à mi-envergure, que les corrélations utilisées ignorent. Ceci renforce l'intérêt de développer des corrélations issues de calculs tridimensionnels
- le modèle de déviation dans le rotor prédit une déviation trop forte au débit réduit égal à 0.46 (tableau 6.3) ; ce phénomène est amplifié par rapport au débit réduit égal à 0.52 car on se rapproche du seuil du décollement pour lequel la déviation est difficile à évaluer.
- le modèle de pertes dans le rotor prédit un niveau trop fort au débit réduit égal à 0.52, ainsi qu'au débit réduit égal à 0.46. Il y a environ un facteur trois sur le niveau de pertes entre les valeurs obtenues au débit réduit égal à 0.52 et celles obtenues au débit réduit égal à 0.46 aussi bien dans l'expérience que dans la simulation numérique. Il faut toutefois mentionner que la définition des pertes de charges n'est pas très précise dans la publication Longley and Hynes [1990][2] .

TAB. 6.2 – Grandeurs aérodynamiques du premier étage du compresseur C106 (configuration de Longley and Hynes [1990]) : comparaison entre mesures et modèles à Cx/U égal à 0.52

	Expérience	Simulation	Erreur (%)
Angle de sortie IGV	19.1 °	20 °	4.7
Angle d'entrée du rotor	-57.7 °	-57.3 °	0.7
Angle de sortie du rotor	-36.8 °	-31.5 °	14.4
Angle d'entrée du stator	49.6 °	52.9 °	6.6
Déviation au passage du rotor	20.9 °	25.9 °	23.9
Pertes totales relatives	0.025	0.075	200

[2]Dans le nomenclature, la seule perte de charge qui est définie est adimensionnée par ρU^2, alors qu'habituellement la perte de charge relative est adimensionnée par l'énergie cinétique amont.

TAB. 6.3 – Grandeurs aérodynamiques du premier étage du compresseur C106 (configuration de Longley and Hynes [1990]) : comparaison entre mesures et modèles à Cx/U égal à 0.46

	Expérience	Simulation	Erreur (%)
Angle de sortie IGV	19.1 °	20 °	4.7
Angle d'entrée du rotor	-61.4 °	-61 °	0.65
Angle de sortie du rotor	-39.9 °	-32 °	19.8
Angle d'entrée du stator	52.9 °	57.4 °	8.5
Déviation au passage du rotor	21.5 °	29 °	34.9
Pertes totales relatives	0.037	0.118	219

TAB. 6.4 – Ecart entre les grandeurs aérodynamiques du premier étage du compresseur C106 (configuration de Longley and Hynes [1990]) entre les débits (Cx/U égal à 0.52 et Cx/U égal à 0.46) : comparaison entre mesures et modèles

	Expérience	Simulation	Erreur (%)
Différence entre angle de sortie IGV	0 °	0 °	0
Différence entre angles d'entrée du rotor	-3.7 °	-3.7 °	0
Différence entre angles de sortie du rotor	-3.1 °	-.5 °	84
Différence entre angles d'entrée du stator	3.3 °	4.5 °	36
Différence entre déviations au passage du rotor	.6 °	3.1 °	417
Différence entre pertes totales relatives	0.012	0.043	258

Longley et Hynes ont pour ambition de comparer les effets des pertes et ceux de la déviation sur l'apparition de l'instabilité. A cette fin, ils utilisent un coefficient adimensionnel, le "déficit de déviation". Ce coefficient n'est pas défini mathématiquement par Longley et Hynes. Il semble correspondre à la différence entre l'augmentation de pression totale réellement obtenue (au débit réduit égal à 0.46) et l'augmentation de pression totale qu'on a obtenue pour un débit plus élevé (au débit réduit égal à 0.52). Nous avons testé une formule mathématique de déficit de déviation (DD), mais nous n'avons pas retrouvé la valeur de 0.041 que Longley et Hynes mentionnent :

$$DD = [\frac{C_x}{U}]_{.52}(\tan([\alpha_2]_{.52}) - \tan([\alpha_1]_{.52}) - [\frac{C_x}{U}]_{0.46}(\tan([\alpha_2]_{0.46}) - \tan([\alpha_1]_{0.46}) \tag{6.1}$$

(où $[f]_{0.46}$ et $[f]_{.52}$ sont les valeurs de f pour le coefficient de débit égal à .46 ou .52.).

La formule obtenue se dérive de la façon suivante :

Pour un débit réduit donné, l'augmentation de pression totale, adimensionnalisée par ρU^2 (pour êtrre cohérent avec Longley and Hynes [1990]) s'écrit, avec l'hypothèse d'incompressibilité :

$\frac{\Delta P_T}{\rho_s U^2} = \frac{1}{\rho U^2}(\Delta P_{TR} - \frac{1}{2}\rho_s(W_2^2 - V_2^2) + \frac{1}{2}\rho_s(W_1^2 - V_1^2)) = \frac{1}{\rho_s U^2}(\Delta P_{TR} - \rho_s(h_{TR,2} - h_{T,2}) + \rho_s(h_{TR,1} - h_{T,1}))$

soit :

$\frac{\Delta P_T}{\rho_s U^2} = \frac{\Delta P_{TR}}{\rho_s U^2} - \frac{\Delta h_{TR}}{U^2} + \frac{\Delta h_T}{U^2} = \frac{\Delta P_{TR}}{\rho_s U^2} + \frac{C_x}{U}(\tan([\alpha_2]) - \tan([\alpha_1]))$

d'après la conservation de la rothalpie, et l'équation d'Euler.

Donc la différence entre l'augmentation de pression totale réellement obtenue (au débit réduit égal à 0.46) et l'augmentation de pression totale qu'on a obtenue pour un débit plus élevé (au débit réduit égal à 0.52) se décompose en deux termes :

- un terme dû à la perte de charge : $[\frac{\Delta P_{TR}}{\rho_s U^2}]_{.46} - [\frac{\Delta P_{TR}}{\rho_s U^2}]_{.52}$
- un terme de déficit de déviation : $[\frac{C_x}{U}]_{.52}(\tan([\alpha_2]_{.52}) - \tan([\alpha_1]_{.52}) - [\frac{C_x}{U}]_{0.46}(\tan([\alpha_2]_{0.46}) - \tan([\alpha_1]_{0.46})$ où l'on retrouve l'équation 6.1.

Le coefficient adimensionnel DD, qui caractérise l'effet de la déviation, est comparé à un autre coefficient adimensionnel caractérisant l'effet des pertes de charge. Ce dernier coefficient est égal à la différence entre les coefficients de pertes de charges relatives obtenues pour le débit réduit égal à 0.52 et obtenues pour le débit réduit égal à 0.46.

Nous avons donc utilisé la formule (6.1) pour calculer un déficit de déviation et nous avons comparé ce coefficient au coefficient caractérisant l'effet des pertes de charges relatives en formant le rapport (2)/(1) du tableau 6.5. Ce tableau (tableau 6.5) montre que les simulations offrent la même conclusion, au moins qualitativement :

– l'effet de la déviation est supérieur à l'effet des pertes totales relatives.

Néanmoins l'accord quantitatif n'est pas satisfaisant.

TAB. 6.5 – Grandeurs aérodynamiques du premier étage du compresseur C106 (configuration de Longley and Hynes [1990]) : comparaison entre mesures et modèles pour la différence entre les deux débits réduits (Cx/U égal à 0.52 à Cx/U égal à 0.46)

	Expérience	Expérience	Simulation
Déviation	.6 °	.6 °	3.2 °
Pertes totales relatives (1)	0.012	0.012	0.043
Déficit de déviation (2)	0.041 (d'après Longley and Hynes [1990])	0.018 (d'après l'équation 6.1)	0.052
Rapport (2) / (1)	3.4	1.5	1.2

6.3 Phénomènes locaux impliqués dans la survenue de l'instabilité d'un système

6.3.1 Introduction

L'objectif de cette étude est d'évaluer précisément l'impact des termes instationnaires (hors grille) ou quasi-stationnaires (en grille) utilisés dans l'approche 1D axisymétrique. Nous insistons sur le fait que cette modélisation utilise les équations de Navier-Stokes 1D axisymétrique et ne fait pas appel aux concepts de temps de retard. L'analyse que nous allons développer vise à introduire des termes d'inertie dans un système d'équations où on effectue l'hypothèse de disque d'action. De façon pratique, on va chercher les termes I à ajouter en facteur de $\frac{dV_X}{dt}$ dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement projetée axialement (avec hypothèses d'incompressibilité et de machine purement axiale) :

$$\boxed{(L+I)\rho_s \frac{dV_X}{dt} = (P_0 - P_p - \Delta(P_C))} \tag{6.2}$$

où $\Delta(P_C)$ traduit l'effet du compresseur (vu avec l'hypothèse de la courbe caractéristique ou du "disque d'action").

L'équation (6.2) est identique à l'équation (2.4) du modèle de Moore-Greitzer (Moore and Greitzer [1985]) :

$$\frac{\Delta P_C}{\frac{1}{2}\rho_s U^2} = F(V_X/U) - \tau \frac{d(V_X/U)}{dt} \tag{6.3}$$

pour laquelle F est la fonction caractéristique du compresseur et τ un temps de retard ; ce temps de retard s'exprime en fonction d'une inertie, c'est à dire une longueur, notée $\frac{r}{a_{Moore-Greitzer}}$ via l'équation (3.4) du modèle de Moore-Greitzer (Moore and Greitzer [1985]) : $\frac{r}{a_{Moore-Greitzer}} = U\tau$ (pour un étage de compresseur). L'inertie $\frac{r}{a_{Moore-Greitzer}}$ est ajoutée aux termes de longueur des conduits du système de compression (équation (5.20) du modèle de Moore-Greitzer).

Ces termes d'inertie n'existaient pas dans le modèle du paragraphe 4.3.1. Nous allons les introduire via une description plus locale : celle de notre modèle (développé au chapitre 4).

Ce travail aura comme aboutissement formel une généralisation du facteur B de Greitzer : en effet celui-ci fait appel à une échelle de longueur équivalente pour le compresseur, concept qui est un peu "flou" quand on travaille avec une image de compresseur ponctuel. Les termes instationnaires ci-dessus permettent de prendre en compte des inerties équivalentes et ainsi de mieux évaluer une longueur équivalente du compresseur.

6.3.2 Bibliographie

Dans une étude bibliographique assez complète sur les modèles instationnaires en grille, Longley (Longley [1994]) situe sa réflexion dans le cadre suivant : hypothèse d'écoulement incompressible, dans une machine axiale de section S constante, à vitesse de rotation uniforme. L'hypothèse de compresseur compact (c'est à dire en négligeant les espaces intergrilles) est généralement effectuée.

6.3.2.1 Inertie de passage

Longley (Longley [1994]) définit une inertie de passage de la façon suivante, par exemple pour le rotor : le terme instationnaire est écrit $\Gamma_X / \cos(\beta_m)(\frac{\partial}{\partial t} V_X / \cos(\beta_m))$. Puis aucun commentaire sur la sortie du cosinus de la dérivée n'est fait pour obtenir : $\Gamma_X / \cos^2(\beta_m)(\frac{\partial}{\partial t} V_X)$. L'explication qui semble être sous-jacente est qu'on suppose que $\alpha_m = \lambda$ (angle de calage).

Pour chaque roue on a alors une inertie : $\Gamma_X / \cos^2(\alpha_m)$ (stator) ou $\Gamma_X / \cos^2(\beta_m)$ (rotor).

Cette approche est celle de nombreux auteurs que nous ne pouvons pas tous citer ici. Moore (Moore [1984a]) a utilisé la même idée et le même formalisme, même s'il précise que l'inertie effective de passage peut dépendre aussi d'effets visqueux. Toutefois il ne les définit pas formellement.

Nous mentionnons que certains auteurs (comme Moore et Greitzer) mettent un facteur correctif pour tenir compte des espaces intergrille (c'est le facteur k dans l'équation 5.21 du modèle exposé dans Moore and Greitzer [1985]). Il s'agit simplement d'un facteur multiplicatif.

6.3.2.2 Inertie due à la déviation instationnaire

Emmons (Emmons et al. [1955]) a été le premier à introduire un temps caractéristique (temps de retard) : τ^*_{dev} donnant : $\tau^*_{dev} \frac{\partial \beta_2}{\partial t} = \beta_{stat} - \beta_2$. Cette approche a été reprise par de nombreux auteurs (Stenning (Stenning et al. [1955]), Orner (Orner et al. [1976]), Moore (Moore [1984a]), Chauvin (Chauvin et al. [1980]) ...)

Elle permet à Strang (Strang [1991]) d'aboutir au résultat suivant pour l'inertie en faisant l'approximation des roues "indépendantes" : $-\tau^*_{dev} V_X^2 \frac{\sin(\beta_2)}{\cos^3(\beta_2)} \frac{\partial \beta_2}{\partial V_X}$

où τ^*_{dev} est le temps de convection ($\tau^*_{dev} = \frac{\Gamma_x}{V_X}$). Des justifications du type effet de couche limite conduisent certains auteurs - plusieurs sont cités dans Longley [1994] - à affirmer que le temps caractéristique à considérer est bien le temps de convection ($\tau^*_{dev} = \frac{\Gamma_x}{V_X}$).

Précisons que ce temps n'est pas toujours celui trouvé expérimentalement. Par exemple Nagano (Nagano et al. [1971]) trouve des temps caractéristiques 3 fois supérieurs.

6.3.2.3 Inertie due aux pertes instationnaires

Un certains nombre d'auteurs (Takata et Nagano (Takata and Nagano [1972], Orner (Orner et al. [1976]), Mazzawy (Mazzawy [1977]), Adamczyk (Adamczyk [1974]), Chauvin (Chauvin et al. [1980])) introduisent des temps caractéristiques pour les pertes (time lag) : τ^*_{loss} donnant : $\tau^*_{loss} \frac{\partial Loss}{\partial t} = Loss_{stat} - Loss$

Chue (Chue et al. [1989]) aboutit au résultat suivant : $-\tau^*_{loss} \frac{\partial Loss_{stat}}{\partial V_X}$

où τ^*_{loss} est le temps de convection ($\tau^*_{loss} = \frac{\Gamma_x}{V_X}$). Adamczyk (Adamczyk [1974]) trouve $\tau^*_{loss} = \frac{\Gamma_x}{V_X} K$ où K est une constante proche de l'unité.

Des justifications du type effet de couche limite conduisent certains auteurs (Longley [1994]) à affirmer que le temps caractéristique à considérer est bien le temps de convection ($\tau^*_{loss} = \frac{\Gamma_x}{V_X}$).

Nagano (Nagano et al. [1971]) trouve des temps caractéristiques de l'ordre de grandeur du temps de convection. En utilisant une constante corrective de 1.5 pour le temps de convection (et en négligeant le temps de retard sur les déviations) Hynes (Haynes et al. [1994]) bâti une approche qu'il valide expérimentalement sur un compresseur de trois étages.

6.3.2.4 Critique des modèles de temps de retard

Yershov (Yershov [1971]) souligne l'importance du temps de recollement de la couche limite (τ^*_{bl}) pour la description du décrochage tournant. Pour lui ce temps est lié aux temps caractéristiques de réponse instationnaire pour les pertes et les déviations. Cependant Yershov souligne l'impossibilité de trouver une loi fiable pour τ^*_{bl} et montre une grande divergence entre théorie et expériences.

Orner (Orner [1976]) a une vision qui s'approche de celle-ci, quand il affirme qu'aucun essai ne permet d'évaluer correctement les temps caractéristiques τ^*_{bl}, τ^*_{loss}, τ^*_{dev} à une précision inférieure à celle d'un ordre de grandeur (facteur égal à plusieurs unités). Orner admet que les calculs qu'il présente donnent donc des valeurs purement indicatives.

Dans la publication de Chauvin (Chauvin et al. [1980]) on mentionne la nécessité d'étalonnage de fonctions ou de constantes empiriques pour bien décrire les phénomènes instationnaires.

6.3.3 Introduction à l'analyse des termes d'inertie

Comme classiquement (voir bibliographie en partie 6.3.2), nous allons situer notre approche dans le cadre suivant : hypothèse d'écoulement incompressible, dans une machine axiale de section S constante, à vitesse de rotation uniforme. L'hypothèse de compresseur compact (c'est à dire en négligeant les espaces intergrilles) est d'abord effectuée (paragraphe 6.3.4), puis abandonnée au profit de l'hypothèse du compresseur réel (paragraphe 6.3.5). D'autres simplifications sont évaluées. Elles concernent d'abord les aspects angulaires. On part de l'hypothèse la plus simple à la plus générale, afin de souligner la signification physique des différents termes d'inertie :

1. hypothèse de confusion entre angle de calage et direction moyenne de l'écoulement (paragraphe 6.3.4.1)
2. hypothèse d'un angle de sortie constant (paragraphe 6.3.4.2)
3. hypothèse d'un angle de sortie donné par une corrélation (paragraphe 6.3.4.3)
4. utilisation de la conservation de la quantité de mouvement pour déterminer l'angle de sortie (paragraphe 6.3.4.4).

Les inerties liées aux pertes sont également abordées. On examine d'abord l'hypothèse la plus simple, celle des roues indépendantes (paragraphe 6.3.4.5). Enfin on généralise les expressions liées aux aspects angulaires et aux pertes au cas des roues non indépendantes (paragraphe 6.3.4.6).

On raisonne donc sur les équations de conservation de la quantité de mouvement, que nous avons établies au chapitre 4, et que nous simplifions avec les hypothèses de machine purement axiale, de vitesse de rotation constante et d'écoulement incompressible, pour le rotor :

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{V_D}{S}(\frac{\partial}{\partial t}W_X + \tan(\beta_m)\frac{\partial}{\partial t}(\tan(\beta_m)W_X)) = \\ -P_{s,2}/\rho_s + P_{s,1}/\rho_s + \frac{1}{2}(W_1^2 - W_2^2) - \frac{D}{S\rho_s\cos(\beta_m)} \end{array} \right. \tag{6.4}$$

$$\frac{V_D}{S}\frac{\partial}{\partial t}(W_X\tan(\beta_m)) = (W_{\theta,1} - W_{\theta,2})(W_X) + \cos(\beta_m)(\frac{L}{\rho_s S} - \frac{D}{\rho_s S}\tan(\beta_m))$$

où $D = S\cos(\beta_m)\omega_{corr}(\frac{1}{2}\rho_s W_1^2)$ et $\cos(\beta_m)(L - D\tan(\beta_m))/\rho_s = -SW_X^2(\tan(\beta_1) - \tan(\beta_{2,corr})$.

L'expression est analogue pour le stator.

6.3.4 Expression des termes d'inertie dans le cas du compresseur compact

Si on décompose : $\frac{\partial}{\partial t}\tan(\beta_m)W_X = \tan(\beta_m)\frac{\partial}{\partial t}W_X + W_X\frac{\partial}{\partial t}\tan(\beta_m)$, l'équation 6.4 devient :

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{V_D}{S}(\frac{\partial}{\partial t}W_X)/\cos^2(\beta_m) = \\ -P_{s,2}/\rho_s + P_{s,1}/\rho_s + \frac{1}{2}(W_1^2 - W_2^2) - \frac{D}{S\rho_s\cos(\beta_m)} - W_X\frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{2}\tan^2(\beta_m) \end{array} \right. \tag{6.5}$$

6.3.4.1 Premier cas : hypothèse où l'on néglige la variation de β_m

Cette hypothèse est cohérente avec le fait de supposer que l'angle β_m est égal à l'angle de calage.

En conséquence l'équation 6.5 devient

$$\begin{cases} \frac{V_D}{S}(\frac{\partial}{\partial t}W_X)/\cos^2(\beta_m) = \\ -P_{s,2}/\rho_s + P_{s,1}/\rho_s + \frac{1}{2}(W_1^2 - W_2^2) - \frac{D}{S\rho_s\cos(\beta_m)} \end{cases} \tag{6.6}$$

6.3.4.2 Deuxième cas (alternatif au premier cas) : hypothèses de l'angle de sortie constant et des roues indépendantes

Si on garde toute la généralité dans le traitement du terme instationnaire :

$W_X\frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{2}\tan^2(\beta_m) = W_X\tan(\beta_m)\frac{\partial}{\partial t}\tan(\beta_m)$

Donc : $W_X\tan(\beta_m)\frac{\partial}{\partial t}\tan(\beta_m) = \frac{1}{2}W_X\tan(\beta_m)\frac{\partial}{\partial t}\tan(\beta_1) = \frac{1}{2}W_X\tan(\beta_m)\frac{\partial\tan(\beta_1)}{\partial V_X}\frac{\partial}{\partial t}W_X$.

En conséquence l'équation 6.5 devient :

$$\begin{cases} \frac{V_D}{S}(\frac{\partial}{\partial t}W_X)(1/\cos^2(\beta_m) + \frac{1}{2}W_X\tan(\beta_m)\frac{\partial\tan(\beta_1)}{\partial V_X}) = \\ -P_{s,2}/\rho_s + P_{s,1}/\rho_s + \frac{1}{2}(W_1^2 - W_2^2) - \frac{D}{S\rho_s\cos(\beta_m)} \end{cases} \tag{6.7}$$

6.3.4.3 Troisième cas (alternatif aux premier et deuxième cas) : hypothèses de l'angle de sortie donné par une corrélation $\beta_2 = \beta_{2,corr}(\beta_1)$ et des roues indépendantes

Avec les hypothèses de l'angle de sortie donné par une corrélation $\beta_2 = \beta_{2,corr}(\beta_1)$ et des roues indépendantes, l'équation 6.5 devient :

Rotor

$$\begin{cases} \frac{V_D}{S}(\frac{\partial}{\partial t}W_X)(1/\cos^2(\beta_m) + \frac{1}{2}W_X\tan(\beta_m)\frac{\partial\tan(\beta_1)}{\partial V_X}(1 + \frac{\partial\tan(\beta_{2,corr})}{\partial\tan(\beta_1)})) = \\ -P_{s,2}/\rho_s + P_{s,1}/\rho_s + \frac{1}{2}(W_1^2 - W_2^2) - \frac{D}{S\rho_s\cos(\beta_m)} \end{cases} \tag{6.8}$$

Stator

$$\begin{cases} \frac{V_D}{S}(\frac{\partial}{\partial t}V_X)(1/\cos^2(\alpha_m) + \frac{1}{2}V_X\tan(\alpha_m)\frac{\partial\tan(\alpha_3)}{\partial V_X}(1 + \frac{\partial\tan(\alpha_{4,corr})}{\partial\tan(\alpha_3)}))) = \\ -P_{s,4}/\rho_s + P_{s,3}/\rho_s + \frac{1}{2}(V_3^2 - V_4^2) - \frac{D}{S\rho_s\cos(\alpha_m)} \end{cases} \tag{6.9}$$

6.3.4.4 Quatrième cas (alternatif aux premier, deuxième et troisième cas) : utilisation de la conservation de la quantité de mouvement et hypothèse des roues indépendantes

Il faut calculer : $W_X\frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{2}\tan^2(\beta_m) = W_X\tan(\beta_m)\frac{\partial}{\partial t}\tan(\beta_m)$ avec la conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{V_D}{S}\frac{\partial}{\partial t}(W_X\tan(\beta_m)) = (W_{\theta,1} - W_{\theta,2})(W_X) + \cos(\beta_m)(\frac{L}{\rho_s S} - \frac{D}{\rho_s S}\tan(\beta_m))$$

où, dans le cadre de l'hypothèse de fermeture quasi-stationnaire :

$\cos(\beta_m)(L - D\tan(\beta_m))/\rho_s = -SW_X^2(\tan(\beta_1) - \tan(\beta_{2,corr})$

Donc :

$$\frac{V_D}{S}\frac{\partial}{\partial t}(W_X\tan(\beta_m)) = -(\tan(\beta_2) - \tan(\beta_{2,corr}))W_X^2 \tag{6.10}$$

Donc : $\tan(\beta_2) = \tan(\beta_{2,corr}) - \frac{V_D}{SW_X^2}\frac{\partial}{\partial t}(W_X\tan(\beta_m))$.

En ne conservant que l'ordre 1 (pas de produit de dérivées) et les dérivées d'ordre 1, on obtient l'équation suivante, qui est strictement identique à l'équation 6.8 :

Rotor

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{V_D}{S}(\frac{\partial}{\partial t}W_X)(1/\cos^2(\beta_m) + \frac{1}{2}W_X \tan(\beta_m)\frac{\partial \tan(\beta_1)}{\partial V_X}(1 + \frac{\partial \tan(\beta_{2,corr})}{\partial \tan(\beta_1)})) = \\ -P_{s,2}/\rho_s + P_{s,1}/\rho_s + \frac{1}{2}(W_1^2 - W_2^2) - \frac{D}{S\rho_s \cos(\beta_m)} \end{array} \right.$$

Pour le stator également, l'équation obtenue est analogue à la précédente (équation 6.9).

Il faut également développer le terme $\frac{1}{2}(W_1^2 - W_2^2)$ en utilisant les corrélations

$\frac{1}{2}(W_1^2 - W_2^2) = \frac{1}{2}(W_1^2 - W_{2,corr}^2) + \frac{1}{2}(W_{2,corr}^2 - W_2^2)$

Le double du dernier terme s'exprime ainsi :

Or $(W_{2,corr}^2 - W_2^2) = V_X^2(\tan^2(\beta_{2,corr}) - \tan^2(\beta_2)) \approx V_X^2(\frac{\partial \tan^2(\beta)}{\partial \tan(\beta)})(\beta_2)(\tan(\beta_{2,corr}) - \tan(\beta_2))$ par un développement limité

Donc :

$(W_{2,corr}^2 - W_2^2) = V_X^2(\tan^2(\beta_{2,corr}) - \tan^2(\beta_2)) = 2V_X^2 \tan(\beta_2)(\tan(\beta_{2,corr}) - \tan(\beta_2))$

Or : $\frac{V_D}{S}\frac{\partial}{\partial t}(W_X \tan(\beta_m)) = (-\tan(\beta_2) + \tan(\beta_{2,corr}))W_X^2$, donc :

$(W_{2,corr}^2 - W_2^2) = V_X^2(\tan^2(\beta_{2,corr}) - \tan^2(\beta_2)) = 2\tan(\beta_2)(\frac{V_D}{S}\frac{\partial}{\partial t}(W_X \tan(\beta_m)))$

Donc le terme d'inertie s'écrit en deux parties[3] : $-\frac{V_D}{S}\tan(\beta_2)W_X\frac{\partial}{\partial t}(\tan(\beta_m)) - \frac{V_D}{S}\tan(\beta_2)\tan(\beta_m)\frac{\partial}{\partial t}(W_X)$

soit : $-\frac{V_D}{S}\frac{1}{2}W_X \tan(\beta_2)\frac{\partial \tan(\beta_1)}{\partial V_X}(1 + \frac{\partial \tan(\beta_{2,corr})}{\partial \tan(\beta_1)})\frac{\partial}{\partial t}(W_X) - \frac{V_D}{S}\tan(\beta_2)\tan(\beta_m)\frac{\partial}{\partial t}(W_X)$

Comparaison avec la bibliographie

Strang aboutit au résultat suivant comme terme d'inertie : $-\tau_{dev}^* V_X^2 \frac{\sin(\beta_2)}{\cos^3(\beta_2)}\frac{\partial \beta_2}{\partial V_X}$

où τ_{dev}^* est le temps de convection ($\tau_{dev}^* = \frac{\Gamma_x}{V_X}$).

Si je réécris le résultat de Strang en essayant de faire apparaître des expressions que nous rencontrons dans nos développements :

$$-\tau_{dev}^* V_X^2 \frac{\sin(\beta_2)}{\cos^3(\beta_2)}\frac{\partial \beta_2}{\partial V_X} = -\tau_{dev}^* V_X^2 \frac{\tan(\beta_2)}{\cos^2(\beta_2)}\frac{\partial \beta_2}{\partial V_X} = -\tau_{dev}^* V_X^2 \tan(\beta_2)\frac{\partial \tan(\beta_2)}{\partial V_X} =$$

$$-\tau_{dev}^* V_X^2 \tan(\beta_2)\frac{\partial \tan(\beta_2)}{\partial \tan(\beta_1)}\frac{\partial \tan(\beta_1)}{\partial V_X}$$

Ce terme est proche de notre premier terme.

6.3.4.5 Expression des termes liés aux pertes instationnaires, en utilisant la conservation de la quantité de mouvement et l'hypothèse des roues indépendantes

Il n'y a pas de modèle de perte instationnaire, par contre l'instationnarité peut introduire une désadaptation, on est donc amené à introduire des variations par rapport aux grandeurs stationnaires (notées $_{stat}$) :

$\frac{D}{S\rho_s \cos(\beta_m)} = \frac{1}{2}\omega_{corr}W_1^2 = Loss$

Rotor : $Loss(\tan\beta_1) = Loss(\tan\beta_{1,stat}) + \frac{\partial Loss}{\partial \tan\beta_1}(\tan\beta_1 - \tan\beta_{1,stat}) + \frac{\partial Loss}{\partial V_X}(V_X - V_{X,stat})$.

Examen du terme $\frac{\partial Loss}{\partial \tan\beta_1}(\tan\beta_1 - \tan\beta_{1,stat})$

Comme on néglige l'espace intergrille (hypothèse), on obtient :

$\tan\beta_1 - \tan\beta_{1,stat} = \tan(\alpha_5) - \tan(\alpha_{5,stat}) + U(\frac{1}{V_X} - \frac{1}{V_{X,stat}})$ (pour le stator précédent, d'où l'utilisation de l'indice 5 du stator précédent).

Le terme $U(\frac{1}{V_X} - \frac{1}{V_{X,stat}})$ sera simplifié en : $-U(\frac{V_X - V_{X,stat}}{V_{X,stat}^2})$. Il ne fait pas partie des inerties.

[3] le signe provient du passage du terme du côté droit du signe égal au côté gauche

Or, d'une façon analogue à l'équation pour le rotor 6.10, on peut écrire :
$V_X^2(\tan(\alpha_5) - \tan(\alpha_{5,stat})) = -\frac{V_D}{S}\frac{\partial}{\partial t}(V_X \tan(\alpha_m)) = -\frac{V_D}{S}\tan(\alpha_m)\frac{\partial}{\partial t}(V_X) - \frac{V_D}{S}V_X\frac{\partial}{\partial t}(\tan(\alpha_m))$
Donc le terme s'écrit en deux parties :
$-\frac{V_D}{S}\frac{\partial Loss}{\partial \tan\beta_1}\frac{1}{V_X}\frac{\partial}{\partial t}(\tan(\alpha_m)) - \frac{\partial Loss}{\partial \tan\beta_1}\frac{1}{V_X^2}\frac{V_D}{S}\tan(\alpha_m)\frac{\partial}{\partial t}(V_X)$
soit :

$$-\frac{V_D}{S}\frac{\partial Loss}{\partial V_X}\frac{\partial V_X}{\partial \tan\beta_1}\frac{1}{2V_X}\frac{\partial \tan(\alpha_3)}{\partial V_X}(1+\frac{\partial \tan(\alpha_{4,corr})}{\partial \tan(\alpha_3)}))\frac{\partial}{\partial t}(V_X) - \frac{\partial Loss}{\partial V_X}\frac{\partial V_X}{\partial \tan\beta_1}\frac{1}{V_X^2}\frac{V_D}{S}\tan(\alpha_m)\frac{\partial}{\partial t}(V_X)$$

Examen du terme $\frac{\partial Loss}{\partial V_X}(V_X - V_{X,stat})$
Ce terme s'écrit, avec la relation de changement de référentiel :
$-\frac{\partial Loss}{\partial V_X}/\frac{\partial \tan\beta_1}{\partial V_X}\frac{1}{V_X^2}\frac{V_D}{S}\tan(\alpha_m)\frac{\partial}{\partial t}(V_X) = -\frac{\partial Loss}{\partial V_X}\frac{1}{V_X}\frac{V_D}{S}\tan(\alpha_m)\frac{V_X}{U}\frac{\partial}{\partial t}(V_X)$
Stator :
$Loss(\tan\alpha_3) = Loss(\tan\alpha_{3,stat}) + \frac{\partial Loss}{\partial \tan\alpha_3}(\tan\alpha_3 - \tan\alpha_{3,stat}) = Loss(\tan\alpha_{3,stat}) - \frac{1}{W_X^2}\frac{\partial Loss}{\partial \tan\alpha_3}(\frac{V_D}{S}\frac{\partial}{\partial t}(V_X\tan(\beta_m)))$.
Soit : en deux parties : $-\frac{V_D}{S}\frac{\partial Loss}{\partial \tan\alpha_3}\frac{1}{W_X}\frac{\partial}{\partial t}(\tan(\beta_m)) - \frac{\partial Loss}{\partial \tan\alpha_3}\frac{1}{W_X^2}\frac{V_D}{S}\tan(\beta_m)\frac{\partial}{\partial t}(W_X)$

Comparaison avec la bibliographie
Chue aboutit au résultat suivant pour l'inertie : $-\tau^*_{loss}\frac{\partial Loss}{\partial V_X}$
où τ^*_{loss} est le temps de convection ($\tau^*_{loss} = \frac{\Gamma_x}{V_X}$).

6.3.4.6 Cas des roues non indépendantes : généralisation des modèles précédents (modèles des paragraphes 6.3.4.4 et 6.3.4.5)

Il est nécessaire de faire une simplification : on va supposer la forme des corrélations suivante, c'est à dire avec un coefficient A uniforme :

$$\tan(\beta_2) = A[\tan(\beta_1) - \tan(\beta_1^*)] + \tan(\beta_2^*)$$

$$\tan(\alpha_4) = A[\tan(\alpha_3) - \tan(\alpha_3^*)] + \tan(\alpha_4^*)$$

Calcul de la série angulaire
On note k l'étage considéré. La machine est compacte et répétitive. Les stations 2 et 3 sont confondues, ainsi que celles notée 5 de l'étage (k-1) et celle notée 1 de l'étage (k).
En appliquant la corrélation de l'angle de sortie :
$\tan(\alpha_1^k) = \tan(\alpha_4^{k-1}) = A[\tan(\alpha_3^{k-1}) - \tan(\alpha_3^*)] + \tan(\alpha_4^*) = A\tan(\alpha_4^{k-1}) + cste$
En utilisant la formule de changement de référentiel, et la corrélation d'angle sortie du rotor, il vient :

$$\frac{\partial}{\partial t}\tan(\alpha_1^k) = A\frac{\partial}{\partial t}\tan(\beta_2^{k-1}) + \frac{\partial}{\partial t}(\frac{AU}{V_X}) = A(A\frac{\partial}{\partial t}\tan(\beta_1^{k-1}) - \frac{\partial}{\partial t}(\frac{AU}{V_X})) + \frac{\partial}{\partial t}(\frac{AU}{V_X})$$

D'où la relation de récurrence :

$$\frac{\partial}{\partial t}\tan(\alpha_1^k) = A^2\frac{\partial}{\partial t}\tan(\alpha_1^{k-1}) + \frac{\partial}{\partial t}(\frac{U}{V_X})A(1-A) \tag{6.11}$$

En faisant le changement de variable : $v_k = \frac{\partial}{\partial t}(\tan(\alpha_1^k)) - \frac{\partial}{\partial t}(\frac{U}{V_X})\frac{A}{1+A}$, la relation de récurrence 6.11 devient :

$$v_k = A^2 v_{k-1} + A^2\frac{\partial}{\partial t}(\frac{U}{V_X})\frac{A}{1+A} + \frac{\partial}{\partial t}(\frac{U}{V_X})A(1-A) - \frac{\partial}{\partial t}(\frac{U}{V_X})\frac{A}{1+A} = A^2 v_{k-1}$$

La dérivée temporelle de v_k suit donc une progression géométrique. On en déduit alors :

$$\frac{\partial}{\partial t}\tan(\alpha_1^k) = (1-A^{2(k-1)})\frac{\partial}{\partial t}(\frac{U}{V_X})\frac{A}{1+A}$$

D'où les relations suivantes :
$\frac{\partial \tan(\alpha_1^k)}{\partial t} = \frac{\partial \tan(\alpha_2^{k-1})}{\partial t} = -(1-A^{2(k-1)})\frac{U}{V_X^2}\frac{A}{1+A}\frac{\partial V_X}{\partial t}$
Pour le rotor :
$\frac{\partial \tan(\beta_1^k)}{\partial t} + \frac{\partial \tan(\beta_2^k)}{\partial t} = (1+A)\frac{\partial \tan(\beta_1^k)}{\partial t} = (1+A)(\frac{\partial \tan(\alpha_1^k)}{\partial t} + \frac{U}{V_X^2}\frac{\partial V_X}{\partial t}) =$
$(1-(1-A^{2(k-1)})\frac{A}{1+A})(1+A)\frac{U}{V_X^2}\frac{\partial V_X}{\partial t} = (1+A^{2k-1})\frac{U}{V_X^2}\frac{\partial V_X}{\partial t}$
(
$\frac{\partial \tan(\beta_2^k)}{\partial t} = A\frac{\partial \tan(\beta_1^k)}{\partial t} = A(\frac{\partial \tan(\alpha_1^k)}{\partial t} + \frac{U}{V_X^2}\frac{\partial V_X}{\partial t}) = A\frac{\partial V_X}{\partial t}(-(1-A^{2(k-1)})\frac{A}{1+A}+1)\frac{U}{V_X^2} =$
$\frac{A}{1+A}\frac{\partial V_X}{\partial t}(-A+A^{2k-1}+1+A)\frac{U}{V_X^2} = \frac{A}{1+A}\frac{\partial V_X}{\partial t}(1+A^{2k-1})\frac{U}{V_X^2}$)
Pour le stator :
$\frac{\partial \tan(\alpha_4^k)}{\partial t} + \frac{\partial \tan(\alpha_3^k)}{\partial t} = (1/A+1)\frac{\partial \tan(\alpha_4^k)}{\partial t} = -(1-A^{2k})\frac{U}{V_X^2}\frac{\partial V_X}{\partial t}$
Donc le terme d'inertie de passage s'écrit :
$W_X \tan(\beta_m)\frac{\partial}{\partial t}\tan(\beta_m) = \frac{1}{2}\tan(\beta_m)\frac{\partial W_X}{\partial t}(1+A^{2k-1})\frac{U}{W_X}$
Donc le terme d'inertie de déviation s'écrit en deux parties :

$$-\frac{V_D}{S}\tan(\beta_2)W_X\frac{\partial}{\partial t}(\tan(\beta_m)) - \frac{V_D}{S}\tan(\beta_2)\tan(\beta_m)\frac{\partial}{\partial t}(W_X)$$

Donc le terme d'inertie de pertes s'écrit en deux parties :

$$-\frac{V_D}{S}\frac{\partial Loss}{\partial \tan\alpha_3}\frac{1}{V_X}\frac{\partial}{\partial t}(\tan(\beta_m)) - \frac{\partial Loss}{\partial \tan\alpha_3}\frac{1}{V_X^2}\frac{V_D}{S}\tan(\beta_m)\frac{\partial}{\partial t}(V_X)$$

L'équation 6.5 devient, pour le rotor de l'étage k (les pertes sont ramenées du stator suivant)

$$\left\{\begin{array}{c} \frac{V_D}{S}(\frac{\partial}{\partial t}W_X)(1/\cos^2(\beta_m) + (-\frac{\partial Loss}{\partial \tan\alpha_3}\frac{1}{V_X^2} - \tan(\beta_2) + \tan(\beta_m))\frac{1}{2}\frac{U}{W_X}(1+A^{2k-1}) - (\tan(\beta_2) + \frac{\partial Loss}{\partial \tan\alpha_3}\frac{1}{V_X^2}) \\ *\tan(\beta_m)) = -P_{s,2}/\rho_s + P_{s,1}/\rho_s + \frac{1}{2}(W_1^2 - W_{2,stat}^2) - \frac{D}{S\rho_s\cos(\beta_m)} + Qrt(W_X - W_{X,stat}) \end{array}\right.$$

où $Qrt = W_{X,stat}(\tan^2(\beta_{1,stat}) - \tan^2(\beta_{2,stat})) - \frac{\partial Loss}{\partial W_X} - \frac{\partial Loss}{\partial \tan\beta_1}(\frac{U}{W_{X,stat}^2})$
Stator

$$\left\{\begin{array}{c} \frac{V_D}{S}(\frac{\partial}{\partial t}V_X)(1/\cos^2(\alpha_m) - \frac{1}{2}\frac{U}{V_X}(1-A^{2k})(\tan(\alpha_m) - \frac{\partial Loss}{\partial \tan\beta_1}\frac{1}{V_X^2} - \tan(\alpha_4)) - (\tan(\alpha_4) + \frac{\partial Loss}{\partial \tan\beta_1}\frac{1}{V_X^2})\tan(\alpha_m)) = \\ -P_{s,4}/\rho_s + P_{s,3}/\rho_s + \frac{1}{2}(V_3^2 - V_{4,stat}^2) - \frac{D}{S\rho\cos(\alpha_m)} + Qst(V_X - V_{X,stat}) \end{array}\right.$$

où : où $Qst = V_{X,stat}(\tan^2(\alpha_{3,stat}) - \tan^2(\alpha_{4,stat})) - \frac{\partial Loss}{\partial V_X} - \frac{\partial Loss}{\partial \tan\alpha_3}(\frac{U}{V_{X,stat}^2})$

6.3.4.7 Conclusion et interprétation physique des différents termes

Ainsi on peut écrire l'équation pour le rotor de l'étage k :
$I_r^k(\frac{\partial}{\partial t}W_X) = -P_{s,2}/\rho_s + P_{s,1}/\rho_s + \frac{1}{2}(W_1^2 - W_{2,stat}^2) - \frac{D}{S\rho_s\cos(\beta_m)} + Qrt(W_X - W_{X,stat})$
où l'inertie du rotor s'écrit :

$$\boxed{I_r^k = \frac{V_D}{S}(1/\cos^2(\beta_m) + (-\frac{\partial Loss}{\partial \tan\alpha_3}\frac{1}{V_X^2} - \tan(\beta_2) + \tan(\beta_m))\frac{1}{2}\frac{U}{W_X}(1 + A^{2k-1}) - (\tan(\beta_2) + \frac{\partial Loss}{\partial \tan\alpha_3}\frac{1}{V_X^2})\tan(\beta_m))} \quad (6.12)$$

Dans l'expression précédente des termes d'inertie (6.12), on reconnaît :

- un terme de trajet réel dans le compresseur, suivant la direction moyenne :

$$\frac{V_D}{S}(1/\cos^2(\beta_m))$$

- un terme lié aux aspects angulaires :

$$\frac{V_D}{S}(-\tan(\beta_2) + \tan(\beta_m))\frac{1}{2}\frac{U}{W_X}(1 + A^{2k-1}) - (\tan(\beta_2) * \tan(\beta_m))$$

  , dans lequel on reconnaît les effets des roues inter-dépendantes via le coefficient A,
- un terme lié aux pertes :

$$\frac{V_D}{S}(-\frac{\partial Loss}{\partial \tan\alpha_3}\frac{1}{V_X^2})\frac{1}{2}\frac{U}{W_X}(1 + A^{2k-1}) - (\frac{\partial Loss}{\partial \tan\alpha_3}\frac{1}{V_X^2})\tan(\beta_m))$$

  , dans lequel on reconnaît les effets des roues inter-dépendantes via le coefficient A.

Pour le stator, on a, pour l'étage k :

$I_s^k(\frac{\partial}{\partial t}V_X) = -P_{s,4}/\rho_s + P_{s,3}/\rho_s + \frac{1}{2}(V_3^2 - V_{4,stat}^2) - \frac{D}{S\rho\cos(\alpha_m)} + Qst(V_X - V_{X,stat})$

où l'inertie du stator s'écrit :

$$\boxed{I_s^k = \frac{V_D}{S}(1/\cos^2(\alpha_m) - \frac{1}{2}\frac{U}{V_X}(1 - A^{2k})(\tan(\alpha_m) - \frac{\partial Loss}{\partial \tan\beta_1}\frac{1}{V_X^2} - \tan(\alpha_4)) - (\tan(\alpha_4) + \frac{\partial Loss}{\partial \tan\beta_1}\frac{1}{V_X^2})\tan(\alpha_m))} \quad (6.13)$$

Dans l'expression précédente des termes d'inertie (6.13), on reconnaît :

- un terme de trajet réel dans le compresseur, suivant la direction moyenne :

$$\frac{V_D}{S}(1/\cos^2(\alpha_m))$$

- un terme lié aux aspects angulaires :

$$\frac{V_D}{S}(-\frac{1}{2}\frac{U}{V_X}(1 - A^{2k})(\tan(\alpha_m) - \tan(\alpha_4)) - \tan(\alpha_4)\tan(\alpha_m))$$

  , dans lequel on reconnaît les effets des roues inter-dépendantes via le coefficient A,
- un terme lié aux pertes :

$$\frac{V_D}{S}(-\frac{1}{2}\frac{U}{V_X}(1 - A^{2k})(-\frac{\partial Loss}{\partial \tan\beta_1}\frac{1}{V_X^2}) - (\frac{\partial Loss}{\partial \tan\beta_1}\frac{1}{V_X^2})\tan(\alpha_m))$$

  , dans lequel on reconnaît les effets des roues inter-dépendantes via le coefficient A.

6.3.5 Expression des termes d'inertie dans le cas du compresseur réel

6.3.5.1 Introduction : effets sur les angles de sortie

Si on examine tout d'abord la contribution aux angles de sortie :

$$\frac{V_D}{S}\frac{\partial(V_X\tan(\alpha_m))}{\partial t} = (\tan(\alpha_4)-\tan(\alpha_5))V_X^2$$

Soit : $\tan(\alpha_5) = \tan(\alpha_4) - \frac{V_D}{SW_X^2}\frac{\partial}{\partial t}(W_X\tan(\alpha_m))$ et $\tan(\beta_3) = \tan(\beta_2) - \frac{V_D}{SW_X^2}\frac{\partial}{\partial t}(W_X\tan(\beta_m))$

On voit que l'angle est corrigé d'un facteur $\frac{\partial}{\partial t}$. Si on utilise toujours l'approximation de négliger les dérivées secondes et d'ordre supérieur, ce terme ne sera pas comptabilisé dans les expressions des $\frac{\partial}{\partial t}\tan(\alpha_i^k)$ ou $\frac{\partial}{\partial t}\tan(\beta_i^k)$.

6.3.5.2 Intergrille

De la même façon qu'au paragraphe 6.3.4, on obtient :

pour le post-rotor

$$\left\{\begin{array}{c} L_{inter}(\frac{\partial}{\partial t}W_X)(1/\cos^2(\beta_m)+\tan(\beta_m)\frac{A}{1+A}\frac{U}{W_X}(1+A^{2k-1})) = \\ -P_{s,3}/\rho_s + P_{s,2}/\rho_s + \frac{1}{2}(W_2^2 - W_{3,stat}^2)\end{array}\right.$$

Pour le post-stator

$$\left\{\begin{array}{c} L_{inter}(\frac{\partial}{\partial t}V_X)(1/\cos^2(\alpha_m) - \frac{A}{1+A}\frac{U}{V_X}(1-A^{2k})\tan(\alpha_m)) = \\ -P_{s,5}/\rho_s + P_{s,4}/\rho_s + \frac{1}{2}(V_4^2 - V_{5,stat}^2)\end{array}\right.$$

Conséquences sur les pertes des grilles

Le même raisonnement que celui du paragraphe 6.3.4.6 est effectué pour aboutir pour le rotor à :

$Loss(\tan\beta_1^k) = Loss(\tan\beta_{1,stat}^k) - \frac{\partial Loss}{\partial\tan\beta_1}\frac{L_{inter}}{V_X^2}\frac{\partial V_X}{\partial t}(\frac{1+A^{2k-1}}{1+A}\frac{U}{V_X} + \tan(\beta_m))$

et pour le stator :

$Loss(\tan\alpha_3^k) = Loss(\tan\alpha_{3,stat}^k) - \frac{\partial Loss}{\partial\tan\alpha_3}\frac{L_{inter}}{V_X^2}\frac{\partial V_X}{\partial t}(\frac{A^{2k-1}-1}{1+A}\frac{U}{V_X} + \tan(\alpha_m))$

Conséquences sur le terme d'énergie cinétique des grilles

De la même façon, on trouve que :

pour le post-rotor : $L_{inter}(\frac{\partial}{\partial t}W_X)(-\tan(\beta_3)\frac{A}{1+A}\frac{U}{W_X}(1+A^{2k-1}) - \tan(\beta_3)\tan(\beta_m))$

Pour le post-stator : $L_{inter}(\frac{\partial}{\partial t}V_X)(-\frac{A}{1+A}\frac{U}{V_X}(1-A^{2k})(-\tan(\alpha_5)) - \tan(\alpha_5)\tan(\alpha_m))$

6.3.5.3 Expression finale et interprétation physique des différents termes

Pour le post-rotor

$$\left\{\begin{array}{c} L_{inter}(\frac{\partial}{\partial t}W_X)(1/\cos^2(\beta_m) + (-\frac{\partial Loss}{\partial\tan\alpha_3}\frac{1}{V_X^2} - \tan(\beta_3) + \tan(\beta_m))\frac{U}{W_X}\frac{A}{1+A}(1+A^{2k-1}) \\ -(\tan(\beta_3) + \frac{\partial Loss}{\partial\tan\alpha_3}\frac{1}{V_X^2})\tan(\beta_m)) = -P_{s,3}/\rho_s + P_{s,2}/\rho_s + \frac{1}{2}(W_2^2 - W_{3,stat}^2)\end{array}\right.$$

Pour le post-stator

$$\left\{\begin{array}{c} L_{inter}(\frac{\partial}{\partial t}V_X)(1/\cos^2(\alpha_m) - \frac{A}{1+A}\frac{U}{V_X}(1-A^{2k})(\tan(\alpha_m) - \frac{\partial Loss}{\partial\tan\beta_1}\frac{1}{V_X^2} - \tan(\alpha_5)) \\ -(\tan(\alpha_5) + \frac{\partial Loss}{\partial\tan\beta_1}\frac{1}{V_X^2})\tan(\alpha_m)) = -P_{s,5}/\rho_s + P_{s,4}/\rho_s + \frac{1}{2}(V_4^2 - V_{5,stat}^2)\end{array}\right.$$

Donc les termes d'inertie pour les intergrilles s'écrivent pour l'étage k :

$$I^k_{r-s} = L_{inter}(\frac{1}{\cos^2(\beta_m)} + (-\frac{\partial Loss}{\partial \tan\alpha_3}\frac{1}{V_X^2} - \tan(\beta_3) + \tan(\beta_m))\frac{U}{W_X}\frac{A}{1+A}(1+A^{2k-1}) - (\tan(\beta_3) + \frac{\partial Loss}{\partial \tan\alpha_3}\frac{1}{V_X^2})\tan(\beta_m))$$ (6.14)

et :

$$I^k_{s-r} = L_{inter}(\frac{1}{\cos^2(\alpha_m)} - \frac{A}{1+A}\frac{U}{V_X}(1-A^{2k})(\tan(\alpha_m) - \frac{\partial Loss}{\partial \tan\beta_1}\frac{1}{V_X^2} - \tan(\alpha_5)) - (\tan(\alpha_5) + \frac{\partial Loss}{\partial \tan\beta_1}\frac{1}{V_X^2})\tan(\alpha_m))$$ (6.15)

Dans les expressions précédentes des termes d'inertie (6.14 et 6.15), on reconnaît :

– des termes de trajet réel dans l'espace intergrille du compresseur, suivant la direction moyenne :

$$L_{inter}(1/\cos^2(\beta_m)) \text{ et } L_{inter}(1/\cos^2(\alpha_m))$$

– des termes liés aux aspects angulaires :

$$L_{inter}(-\tan(\beta_3) + \tan(\beta_m))\frac{A}{1+A}\frac{U}{W_X}(1+A^{2k-1}) - (\tan(\beta_3) * \tan(\beta_m))$$

et

$$L_{inter}(-\frac{A}{1+A}\frac{U}{V_X}(1-A^{2k})(\tan(\alpha_m) - \tan(\alpha_5)) - (\tan(\alpha_5))\tan(\alpha_m))$$

dans lesquels on reconnaît les effets des roues inter-dépendantes via le coefficient A. Ce terme traduit la désadaptation de la direction de l'écoulement causée par le trajet dans l'espace inter-grille.

– des termes liés aux pertes :

$$L_{inter}(-\frac{\partial Loss}{\partial \tan\alpha_3}\frac{1}{V_X^2})\frac{A}{1+A}\frac{U}{W_X}(1+A^{2k-1}) - (\frac{\partial Loss}{\partial \tan\alpha_3}\frac{1}{V_X^2}) * \tan(\beta_m))$$

et

$$L_{inter}(-\frac{A}{1+A}\frac{U}{V_X}(1-A^{2k})(-\frac{\partial Loss}{\partial \tan\beta_1}\frac{1}{V_X^2}) - (\frac{\partial Loss}{\partial \tan\beta_1}\frac{1}{V_X^2})\tan(\alpha_m))$$

dans lesquels on reconnaît les effets des roues inter-dépendantes via le coefficient A. Ce terme traduit l'effet de la désadaptation de la direction de l'écoulement causée par le trajet dans l'espace inter-grille. Cette désadaptation peut engendrer des pertes supplémentaires.

6.3.6 Première généralisation de B

6.3.6.1 Modification de B en prenant en compte les inerties : facteur B généralisé

La démarche développée au paragraphe 4.2 s'applique et on définit un facteur B généralisé de la façon suivante :

$$B = \frac{U}{2c}\sqrt{\frac{V_p}{SL_{eq}}}$$

où la longueur équivalente L_{eq} est la longueur géométrique hors compresseur (L), à laquelle s'ajoutent les différentes inerties définies aux équations 6.12, 6.13, 6.14, 6.15 :

$$L_{eq} = L + \sum_{k=1}^{Net} I^k_r + I^k_s + I^k_{r-s} + I^k_{s-r}$$

.

Ce sont les mêmes conclusions que celles données par les équations (5.20) et (5.35) du modèle de Moore-Greitzer (Moore and Greitzer [1985]) aux différences suivantes près :

- le modèle de Moore-Greitzer est plus général dans le sens où il n'y a pas d'hypothèse d'axisymétrie et qu'il fait donc intervenir des dépendances selon la direction orthoradiale,
- Moore et Greitzer se limitent aux termes d'inertie de trajet réel dans les grilles et les espaces intergrille du compresseur, suivant la direction moyenne.

6.3.6.2 Résultats de la modification de B en prenant en compte les inerties

Nous allons tester les effets de la modification de la longueur équivalente pour le cas de Greitzer.

Fréquence de l'oscillateur de Helmoltz

On rappelle la fréquence de l'oscillateur de Helmoltz :

$$f = \frac{U}{4\pi L_{eq} B}$$

Au chapitre 5, la régression linéaire indiquait une pente de : 2.3/s. Numériquement on trouvait avec la première définition de B : 2.71/s et avec la définition de B modifiée on trouve 2.36/s .

Marge au pompage

On rappelle le comportement que nous avons exposé dans le chapitre 4 :

$$X_{lim}(B) \approx X_{lim}(\infty) - \frac{1}{B^2} \frac{\varepsilon}{4\sqrt{\beta^2 - 3\alpha\gamma}}$$

(où $X = \frac{C_X}{U}$ et α, β, γ sont des constantes).

La régression linéaire indiquait une pente de : -0,0029($\pm 0,0004$)

Numériquement, le coefficient de l'équation donnait une pente de -0,002 (chapitre 5) avec la première définition de B et donne -0,0026 avec la définition de B modifiée.

Résumé

Le tableau 6.6 récapitule les résultats. La prise en compte des inerties permet d'améliorer significativement l'estimation

TAB. 6.6 – Effet de la modification de la définition de B

Paramètre / Valeur	Valeur instationnaire	Avec première définition de B	Avec B généralisé
Pente de fréquence de l'oscillateur	2.28	2.71	2.36
Pente de la marge au pompage	-0,0029($\pm 0,0004$)	-0,002	-0,0026

du paramètre B. Cependant d'autres phénomènes (compressibilité) qui n'ont pu être décrits par ces approches analytiques simples peuvent expliquer l'écart entre simulations numériques complètes et utilisation du paramètre B, même généralisé. Ajoutons que la fréquence obtenue en cas de pompage profond n'a pas été utilisée. En effet, elle ne fait plus intervenir la longueur. Ceci n'est pas très étonnant car le pompage profond est un phénomène très lent, lié principalement à la cinétique de décharge du réservoir, or les inerties corrigent les termes instationnaires de la zone du compresseur.

6.4 Autres modifications du facteur B de Greitzer

6.4.1 Modification de B en prenant en compte la compressibilité

6.4.1.1 Démarche

La plupart des travaux effectués sur le pompage concernent des machines à basse vitesse. Les nombres de Mach y sont faibles. C'est pourquoi l'hypothèse d'incompressibilité est souvent licite (nous l'avons effectuée au paragraphe précédent). Cependant un grand nombre de machines industrielles sont des machines à haute vitesse (sauf pour l'hélium), et il est intéressant d'en étudier l'impact. Un certain nombre de publications mettent en avant que les effets de compressibilité ne modifient pas fondamentalement le phénomène de pompage, ni le mécanisme de sa survenue. En particulier la publication de Day et Freeman (Day and Freeman [1994]) compare expérimentalement ce mécanisme pour deux compresseurs basse et haute vitesse. Il conclut qu'à l'origine du pompage on trouve généralement le phénomène de décollement tournant, même à très haute vitesse, contredisant ainsi les idées développées par Mazzawy Mazzawy [1979] et par Cargill et Freeman Cargill and Freeman [1991], pour qui le pompage dans les machines à haute vitesse était le résultat d'ondes de choc. Une contribution numérique récente (Botha et al. [2003]) renforce également l'idée que la résolution des équations complètes (conservation de l'énergie) ne modifie pas les conclusions établies par Greitzer sous l'hypothèse d'incompressibilité.

Dans cette optique nous choisirons d'étudier les effets de nombre de Mach, mais en conservant la même méthode que celle développée dans le paragraphe 4.2. Cette approche sera sommaire, pour deux raisons :

- le faible nombre de publications disponibles en littérature ouverte sur le pompage dans les machines à haute vitesse. Nous devrons nous contenter de l'étude de la machine VIPER Mk522 (Rolls-Royce) dont le comportement est décrit dans Wilson and Freeman [1994], Day [1996], Freeman et al. [1998]. Il s'agit d'un compresseur à haute vitesse de huit étages.
- notre configuration de référence reste la machine à hélium, pour laquelle les nombres de Mach restent faibles.

6.4.1.2 Adaptation simple du modèle

Le système d'équations est identique à celui développé dans le paragraphe 4.2. Le principe de sa résolution n'est pas modifié. Dans ce paragraphe, on a terminé la résolution du système d'équations en transformant A_2 en $A_2^{'}$ en simplifiant l'expression de L. Dans le présent paragraphe, on conserve l'expression initiale. La longueur équivalente à prendre en compte est donc la suivante :

$$L_{eq} = L(1 - \frac{m_r(0^-)}{\rho_r(0^-)} \frac{f'U}{2S} \frac{1 - \frac{\gamma-1}{\gamma\eta}}{rT_p(0^-)}) = L(1 - \frac{f'UV_x(0^-)}{2} \frac{1 - \frac{\gamma-1}{\gamma\eta}}{rT_p(0^-)})$$

En général, $f^{'} > 0$, donc $L_{eq} < L$. D'où deux premières conséquences, si tous les autres paramètres sont laissés constants :

- B étant inversement proportionnel à la racine carrée de L_{eq}, si L_{eq} baisse, alors B augmente et le cycle d'oscillations devient plus ample et le démarrage des oscillations de pompage se fait pour des débits plus élevés. Donc la survenue de l'instabilité se fait à débit plus élevé pour une machine à haute vitesse et ainsi, le fait de négliger le terme correctif n'est pas conservatif. Les machines à haute-vitesse seront plus facilement instables que les machines à basse-vitesse. Cette dernière remarque est à pondérer, car d'autres facteurs peuvent jouer (en général U et S ne sont pas uniformes dans la machine).
- La fréquence de l'oscillateur de Helmoltz étant inversement proportionnelle à la racine carré de L_{eq}, la fréquence est plus élevée pour une machine à haute vitesse. On peut aussi en déduire que la survenue du premier pic d'instabilité est plus rapide pour une machine à haute vitesse que pour une machine à basse vitesse, pour un taux d'ouverture de vanne équivalent (vanne fermée par exemple).

6.4.1.3 Ordre de grandeur pour une machine à basse vitesse dont on connaît les performances

Ce paragraphe a pour objet de calculer l'ordre de grandeur de la modification de L_{eq} pour la machine à basse vitesse utilisée dans l'étude précédente du pompage (chapitre 5). L'intérêt est que l'on possède toutes les valeurs, ainsi que la courbe de performance. Numériquement on trouve que :

$$\frac{f' U V_x(0^-)}{2} \frac{1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma \eta}}{r T_p(0^-)} = 0.025$$

Cette faible valeur justifie la fait qu'on puisse négliger ce terme dans le cas de Greitzer.

6.4.1.4 Ecriture de la correction en fonction du nombre de Mach

L'objet de ce paragraphe est simplement de reformuler le terme correctif, en donnant des ordres de grandeur très généraux.

Utilisation d'une caractéristique universelle

Il est courant d'utiliser des polynômes d'ordre 3 pour représenter la caractéristique d'un compresseur :

$$f(X) = \alpha X^3 + \beta X^2 + \gamma X + \delta$$

où $X = \frac{C_X}{U}$(α, β, γ, δ sont des constantes et $\alpha, \gamma \leq 0$ et $\beta > 0$).

Si aucun autre renseignement n'est disponible, on peut faire l'hypothèse que le minimum de la caractéristique (dans la partie instable) se situe en zéro. D'où :

$$\gamma = 0$$

Par ailleurs la valeur de δ peut être donnée par les travaux de Day et al. [1978] :

$$\delta = 0.22 N_{etages}$$

Ensuite, l'hypothèse $\alpha = -\beta$, conduit à l'apparition du décollement (avec un volume infiniment grand) pour X égal à 2/3, ce qui est une valeur qui peut représenter un certain nombre de compresseurs.

Enfin les travaux de Koch [1981] permettent d'apporter des considérations quantitatives à la valeur maximale de f au pic de la courbe de performance (taux de pression en fonction du débit). Même si le coefficient utilisé par Koch n'est pas directement relié au maximum f, on peut les estimer assez proches (pour le f basé sur le carter, voir la figure 8 de l'article de Koch, une valeur de 0.5 représente assez bien une machine haute-vitesse, pour un rapport du rayon en pied sur rayon en tête égal à 0.5 on corrigerait d'un facteur 1.8, pour un rapport du rayon en pied sur rayon en tête égal à 0.7 on corrigerait d'un facteur 1.4, pour un rapport du rayon en pied sur rayon en tête égal à 0.85 on corrigerait d'un facteur 1.2). Ainsi on prendra une correction médiane (1.4) :

$$Max(f) = 0.7 Netages$$

Or : d'après l'expression de f ci-dessus et sachant que le maximum se situe pour X égal à 2/3, le maximum de la fonction f est donné par : $Max(f) = \delta + \beta \frac{4}{27}$

Donc la caractéristique universelle s'écrit : $f(X) = N_{etages}[3.3 * (-X^3 + X^2) + .22]$

Ajoutons que d'autres auteurs postulent également une forme de caractéristique universelle :

- Mc Queen élimine le terme en X et en conservant celui en X^2 (McQueen [1976]) (c'est aussi notre cas),
- Moore et Greitzer éliminent le terme en X^2 et en conservant celui en X (Moore and Greitzer [1985]).

Bien entendu si des informations supplémentaires sont disponibles, elles remplaceront utilement les considérations simples développées ci-dessus.

Retour à l'expression de L_{eq} La longueur équivalente est donnée par :

$$L_{eq} = L(1 - \frac{f'UV_x(0^-)}{2}\frac{1-\frac{\gamma-1}{\gamma\eta}}{rT_p(0^-)}) = L(1 - \frac{3.3N_{etages}M_x^2(0^-)(2-3X)}{2}(\gamma - \frac{\gamma-1}{\eta}))$$

où M_x est le nombre de Mach local, basé sur la vitesse axiale.

Si le fluide est de l'air, et le rendement est pris égal à 0.9. On a :

$$L_{eq} = L(1 - 3.2N_{etages}M_x^2(0^-)\frac{(2-3X)}{2})$$

On voit que l'expression contient un terme en nombre de Mach au carré.

Pour des machines à basse vitesse, on retrouve l'ordre de grandeur de quelques pourcents pour la modification de L.

Conséquence sur la fréquence de l'oscillateur d'Helmoltz

On a vu que la fréquence de l'oscillateur d'Helmoltz est donnée par :

$$f = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{S}{V_pL_{eq}}}$$

Donc : $f = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{S}{V_pL}}\frac{1}{\sqrt{1-3.2N_{etages}M_x^2(0^-)\frac{(2-3X)}{2}}}$

On voit en particulier que pour une même machine, la fréquence dépend de la vitesse axiale (et de la vitesse périphérique, via X) alors que ce n'était pas le cas si on néglige la correction de L.

Conséquence sur la marge au pompage due à l'effet de volume

Il faut revenir aux expressions initiales :

– sans correction, l'instabilité est donnée par : $-\frac{\varepsilon}{2B^2} + f' = 0$[4] , soit ici avec l'utilisation de la caractéristique universelle :

$$X_{lim}(B) \approx X_{lim}(\infty) - \frac{1}{B^2}\frac{\varepsilon}{4\beta} = \frac{2}{3} - \frac{1}{B^2}\frac{\varepsilon}{4\beta} = X_{lim}(B) \approx \frac{2}{3} - \frac{c^2SL}{U^2V_p}\frac{\varepsilon}{\beta} \tag{6.16}$$

– avec correction : $-\frac{\varepsilon}{2B^2} + f' = 0$ se transforme en :

$$X_{lim}(B) \approx \frac{2}{3} - \frac{c^2SL}{U^2V_p}\frac{\varepsilon}{\beta}\frac{1}{1+\frac{SL}{2V_p}M_x^2(0^-)(3\gamma-1)(\gamma-\frac{\gamma-1}{\eta})}$$

6.4.1.5 Eléments de qualification

Comme nous l'avons déjà mentionné, peu de données sont disponibles dans la littérature sur les machines à haute vitesse. Le point de vue présenté dans cette étude sera limité à l'effet de la variation de la vitesse de rotation.

Effets de la variation de U sur la période des oscillations

Nous ne disposons pas directement des résultats en terme de périodes d'oscillations. Cependant nous possédons l'information que la survenue du premier pic de l'oscillation de pompage est différente selon la vitesse de rotation (elle passe de 35 ms à 10 ms pour une vitesse passant de 83 % à 98 %). On peut supposer que cette variation est identique à celle sur la période de l'oscillateur. Or ceci ne peut pas s'expliquer s'il n'y a pas de correction de L. Par contre avec la correction de L_{eq}, on voit que plus la vitesse de rotation ou plus le nombre de Mach est élevé, plus la fréquence est élevée, ce qui est cohérent avec les observations. On a vu que :

[4] On rappelle qu'au chapitre 2, on a noté : $\varepsilon = \frac{V(0^-)}{U}\frac{\frac{1}{2}\rho_p(0^-)U^2}{P_p(0^-)}\frac{3\gamma-1}{\gamma}$

$$T = \frac{2\pi}{c}\sqrt{\frac{V_p L}{S}}\sqrt{1 - \frac{U^2\beta X^2(0^-)(2 - 3X(0^-))}{2c^2}(\gamma - \frac{\gamma - 1}{\eta})}$$

Pour l'étude de VIPER grâce au taux de pression au point de fonctionnement, on déduit que $\beta = 47.5(\frac{U}{U*})^2$, $U*$ désignant la valeur de référence pour la vitesse d'entrainement : la figure 6.2 montre une assez bonne corrélation en U^2. En utilisant les constantes du paragraphe 6.4.1.4, on aurait obtenu β=26.4.

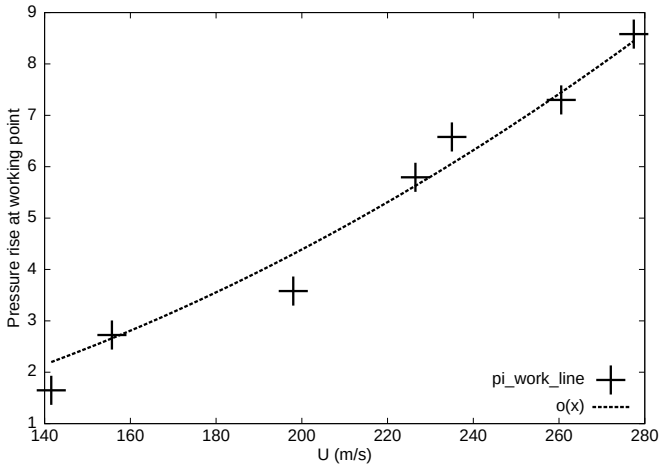

FIG. 6.2 – Taux de pression au point de fonctionnement en fonction de U

Si le fluide est de l'air, et le rendement est pris égal à 0.9, on peut tracer les évolutions de la période de l'oscillateur en fonction de X(0-), à différentes valeurs de U (figure 6.3). Ajoutons que pour cette application numérique on a pris une valeur de $\sqrt{\frac{V_p L}{S}}$ égale à 1.7, ce qui correspond à une valeur de B de 1 à la vitesse nominale. L'important est de voir l'effet de la vitesse U qui conduit à des périodes différentes. En s'approchant d'une valeur critique la période chute et on retrouve bien, un rapport entre les périodes d'oscillations pour deux vitesses différentes qui peut être élevé. La valeur absolue respecte l'ordre de grandeur de la dizaine de ms, même s'il faudrait comparer des fractions de cette période (le quart ?). La valeur absolue dépend beaucoup du facteur $\sqrt{\frac{V_p L}{S}}$, que l'on ne connaît pas.

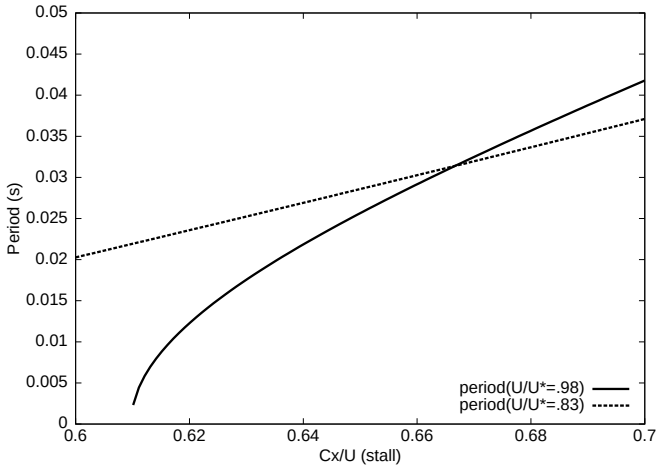

FIG. 6.3 – Période de l'oscillateur en fonction de X(0-), à différentes valeurs de U

Ces résultats sont encourageants d'un point de vue qualitatif.

Effet de la variation de U sur le débit d'apparition des instabilités

Examinons les deux cas

1. Sans correction : l'équation (6.16) conduit à :

$$V_{X,lim}(B) \approx \frac{2}{3}U - \frac{c^2 SLU}{U^2 V_p}\frac{\varepsilon}{\beta} = \frac{2}{3}U - V_X(0^-)\frac{3\gamma-1}{2}\frac{SL}{V_p}\frac{1}{\beta}$$

.Appliqué à la machine VIPER, on en déduit la dépendance du débit limite avec U :

$$\rho V_{X,lim} S \approx (\frac{2}{3}\rho S)U - \frac{c^2 SLU}{U^2 V_p}\frac{\varepsilon}{\beta} = \frac{2}{3}\rho SU - \rho S(\frac{V_X(0^-)}{U}\frac{3\gamma-1}{2}\frac{SL}{V_p}\frac{U*^2}{47.5})\frac{1}{U}$$

Si on suppose approximativement la même valeur de départ $\frac{V_X(0^-)}{U}$, on obtient que le débit limite s'exprime en $A_0(U/U*) - B_0(U*/U)$ où A_0 et B_0 sont des constantes positives. Ces constantes ne peuvent pas être déterminées, faute de données suffisantes.

2. Avec correction, le même série de calculs conduit à :

$$\rho V_{X,lim} S \approx (\frac{2}{3}\rho S)U - \frac{c^2 SLU}{U^2 V_p}\frac{\varepsilon}{\beta} =$$

$$\frac{2}{3}\rho SU - (\rho S\frac{V_X(0^-)}{U}\frac{3\gamma-1}{2}\frac{SL}{V_p}\frac{U*^2}{47.5})\frac{1}{U}\frac{1}{1+U^2\frac{SL}{2V_p}(\frac{V_x(0^-)}{Uc})^2(3\gamma-1)(\gamma-\frac{\gamma-1}{\eta})}$$

Si on suppose approximativement la même valeur de départ $\frac{V_X(0^-)}{U}$, on obtient que le débit limite s'exprime en

$$A_1(U/U*) - B_1/(U/U*)/(1 + C_1 * (U/U*)^2)$$

où A_1, B_1, C_1 sont des constantes positives et $1 >> C_1$. Cette faible valeur de C_1 ne permet pas de différencier les deux modèles.

La figure 6.4 montre la bonne tenue qualitative des deux modèles (A_1=A_0= 62 kg/s, B_1 = B_0=10.4 kg/s, $C_1 << 1$), mais sans pouvoir discriminer entre l'un et l'autre. D'un point de vue quantitatif, la densité à l'entrée n'est pas connue et la correction utilisée ("corrected mass flow") est incohérente entre les publications Day [1996] (le débit nominal corrigé vaut approximativement 58 kg/s) d'une part et Wilson and Freeman [1994] , Freeman et al. [1998] d'autre part (le débit nominal corrigé vaut approximativement 23 kg/s).

Ces résultats sont encourageants d'un point de vue qualitatif mais ne permettent pas de mettre en valeur la correction en fonction du nombre de Mach.

6.4.2 Modification de B en prenant en compte plusieurs volumes

Nous avons d'abord généralisé le facteur de Greitzer en introduisant des aspects locaux. Puis nous avons effectué un travail préliminaire pour appréhender l'influence d'un autre aspect généralement négligé (la compressibilité). Dans ce paragraphe nous traitons de la présence de volumes intermédiaires, c'est à dire la présence de volumes multiples, situés par exemple entre les étages ou avant ou après les compresseurs. Cette analyse répond au souhait d'étendre le paramètre de Greitzer aux configurations industrielles.

Ainsi il s'agit d'étudier la configuration de deux compresseurs (1) et (2) [5] séparés par un volume. Le cas d'application immédiat est celui du compresseur multiétagé où on s'intéresse à la compressibilité des volumes intergrilles. Une deuxième application peut concerner la comparaison des situations où la compression est réalisée par deux compresseurs distincts et dis-

[5] Avertissement : dans ce paragraphe les indices 1 et 2 caractérisent les différents compresseurs.

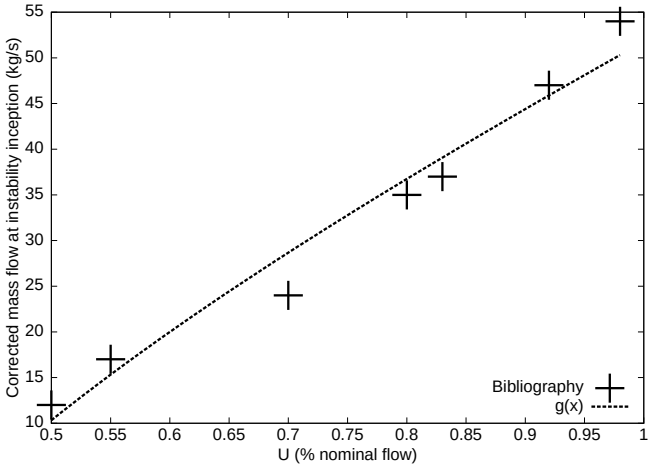

FIG. 6.4 – Débit de survenue d'instabilités en fonction de U : comparaison entre les données expérimentales (croix) et le modèle avec les meilleurs constantes possibles

tants. Par souci de simplification, en plus des hypothèses du paragraphe 4.2, on se situera dans l'approximation incompressible et on prendra : $U_1 = U_2 = U$ et $S_1 = S_2 = S$.

6.4.2.1 Système d'équations

On rappelle que, pour un système de compression, (voir paragraphe 4.2) les conservations de l'énergie totale, l'énergie cinétique et de quantité de mouvement projetée axialement se traduisent par :

$$\frac{dV'}{dt} = \frac{f'U}{2L}V' - \frac{p'_p}{L\rho_p(0^-)} = f'\omega_{Hel}BV' - \wp' \tag{6.17}$$

où $\frac{P'_p}{L\rho_p(0^-)} = \wp'$, $\omega_{Hel} = \frac{U}{2LB}$

On rappelle que pour un système de compression (voir paragraphe 4.2) les conservations de l'entropie et de la masse se traduisent par :

$$\frac{dP'_p}{dt} = \frac{c^2}{V_p}(m'_r - \frac{m_p(0^-)}{P_p(0^-)}\frac{3\gamma-1}{2\gamma}P'_p) \tag{6.18}$$

soit :

$$\frac{d\wp'}{dt} = \omega_{Hel}^2 V' - \frac{\omega_{Hel}\varepsilon}{2B}\wp'$$

($\varepsilon = \frac{V(0^-)}{U}\frac{\frac{1}{2}\rho_p(0^-)U^2}{P_p(0^-)}\frac{3\gamma-1}{\gamma}$).

Ecrivant ces relations pour les deux systèmes, on obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{dV'_1}{dt} = f'_1\omega_{Hel,1}B_1V'_1 - \wp'_1 \\ \frac{d\wp'_1}{dt} = \omega^2_{Hel,1}(V'_1 - V'_2) \\ \frac{dV'_2}{dt} = f'_2\omega_{Hel,2}B_2V'_2 - \wp'_2 + \frac{L_1}{L_2}\wp'_1 \\ \frac{d\wp'_2}{dt} = \omega^2_{Hel,2}V'_2 - \frac{\omega_{Hel,2}\varepsilon_2}{2B_2}\wp'_2 \end{cases} \tag{6.19}$$

On mentionne que :

1. La première équation du système 6.19 est l'équation 6.17 pour le premier système de compression
2. La première équation du système (6.19) est l'équation (6.18) pour le premier système de compression. Un terme nouveau s'est substitué au débit au travers de la vanne : celui du débit sortant du premier système de compression et entrant dans

le second système de compression. Puisque les sections S_1 et S_2 sont supposées égales, on peut mettre en facteur le terme $\omega_{Hel,1}^2$.

3. La troisième équation du système (6.19) est l'équation (6.17) pour le second système de compression. Un terme nouveau est apparu, puisque le gradient de pression dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement projetée axialement s'écrit : $P_{s,2} - P_{s,1}$.
4. La quatrième équation du système (6.19) est l'équation (6.18) pour le second système de compression.

En toute généralité il faut résoudre le système d'ordre 4. Afin de faire apparaître de façon formelle certains groupements il convient de regarder certaines approximations.

6.4.2.2 Différents cas étudiés

On a étudié différents cas, qui permettent de couvrir un grand nombre de configurations de circuits.

Cas d'un volume intermédiaire de taille négligeable

Dans le cas d'un volume intermédiaire de taille négligeable, on a $\frac{1}{\omega_{Hel,1}^2}$ négligeable, donc le système s'écrit, après quelques manipulations.

$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_2 \\ \omega_{Hel} B = \omega_{Hel,2} B_2 \frac{L_2}{L_1+L_2} = \omega_{Hel,1} B_1 \frac{L_1}{L_1+L_2} \\ \omega_{Hel}^2 = \omega_{Hel,2}^2 \frac{L_2}{L_1+L_2} \\ f' = f_1' + f_2' \end{cases}$$

Ce système est équivalent au système à un seul volume (avec la vitesse V_1' et la pression $\wp_2' \frac{L_2}{L_1+L_2}$), à condition d'utiliser les paramètres équivalents. En particulier la longueur équivalente est la longueur $L_1 + L_2$.

Cas d'un volume intermédiaire de faible taille

Si on veut tenir compte de la taille du volume intermédiaire par rapport au volume total, on utilise une méthode des petites perturbations pour la dernière équation du système : $\frac{d\wp_2'}{dt} = \omega_{Hel,2}^2 V_2' - \frac{\omega_{Hel,2}\varepsilon_2}{2B_2}\wp_2'$

Or $\frac{d\wp_1'}{dt} = \omega_{Hel,1}^2(V_1' - V_2')$, donc : $V_2' = V_1' - \frac{1}{\omega_{Hel,1}^2}\frac{d\wp_1'}{dt}$. Si on cherche l'ordre de grandeur, on peut utiliser que $\wp_2' \sim \frac{L_1}{L_2}\wp_1'$

Donc : la dernière équation s'écrit : $(\frac{L_2\omega_{Hel,2}^2}{L_1\omega_{Hel,1}^2} + 1)\frac{d\wp_2'}{dt} \sim \omega_{Hel,2}^2 V_2' - \frac{\omega_{Hel,2}\varepsilon_2}{2B_2}\wp_2'$

Le volume à prendre en compte est donc égal à la somme des deux volumes, pondérée par la vitesse du son dans chaque volume.

Cas particulier d'un seul compresseur et de deux volumes à l'aval

Dans le cas d'un volume de faible taille on pourrait utiliser l'approche précédente. Mais pour plus de généralité une nouvelle démarche est présentée : dans le cas où l'on s'intéresse au pompage profond les termes $\frac{dV_i'}{dt}$ sont négligés.

Ce système est équivalent au système à un seul volume en pompage profond (avec la vitesse V_1' et la pression $\wp_1'$), à condition d'utiliser les paramètres équivalents :

$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_2 \\ \omega_{Hel} B = \omega_{Hel,1} B_1 \\ \frac{1}{\omega_{Hel}^2} = \frac{L_1}{L_2\omega_{Hel,2}^2} + \frac{1}{\omega_{Hel,1}^2} \\ f' = f_1' \end{cases}$$

En particulier le volume équivalent est égal à la somme des deux volumes, pondérée par la vitesse du son dans chaque volume. La longueur équivalente est la longueur L_1. Ce résultat est valable si on néglige simplement le terme $\frac{dV_2'}{dt}$, c'est à dire par exemple dans le cas d'une longueur L_2 petite.

Cas particulier d'un seul compresseur et de deux volumes l'un à l'amont, l'autre à l'aval

La perte de charge dans le premier conduit est supposée faible, par rapport à l'augmentation de pression dans le compresseur (2).

Dans le cas où l'on s'intéresse au pompage profond les termes $\frac{dV_i'}{dt}$ sont négligés : donc les deux dernières équations du système sont celles d'un système à un seul volume en pompage profond.

Approximation des compresseurs séparés

On va supposer qu'une grande distance séparent les deux compresseurs. Ainsi : on néglige le terme $\frac{L_1}{L_2}\wp_1'$. Donc le système devient :

$$\begin{cases} \frac{dV_1'}{dt} = f_1'\omega_{Hel,1}B_1V_1' - \wp_1' \\ \frac{d\wp_1'}{dt} = \omega_{Hel,1}^2(V_1' - V_2') \\ \frac{dV_2'}{dt} = f_2'\omega_{Hel,2}B_2V_2' - \wp_2' \\ \frac{d\wp_2'}{dt} = \omega_{Hel,2}^2V_2' - \frac{\omega_{Hel,2}\varepsilon_2}{2B_2}\wp_2' \end{cases}$$

Les deux dernières équations sont exactement les deux équations qui décrivent le comportement du compresseur (2), du volume (2) et de la vanne. La stabilité est donc indiquée par la stabilité du système (2). L'étude de la stabilité du système (1) est effectuée comme dans le cas du système (1) seul (en supposant $\varepsilon_1 = 0$) puisque le terme V_2' agit comme une solution particulière. On serait arrivé aux mêmes conclusions en raisonnant sur le polynôme caractéristique du système d'équations linéaires.

6.4.2.3 Conclusion

Dans le cas de la prise en compte des volumes intergrilles, l'approche précédente a permis de montrer que l'on doit introduire :

- la longueur équivalente comprenant la longueur des grilles ainsi que celle des espaces intergrilles,
- le volume équivalent égal à la somme des volumes, pondérés par des valeurs caractéristiques.

La première conclusion est un cas particulier de celle des inerties : les espaces intergrilles doivent être comptabilisés pour leur longueur. En général cette modification a beaucoup plus de conséquences que celle sur la somme des volumes sur la généralisation de B. C'est le cas pour les applications présentées au paragraphe 6.3.6.2. Dans le cas de la fréquence du pompage profond la longueur équivalente n'intervient plus. Seule la taille du volume équivalent intervient. Le tableau 6.7 récapitule les résultats dans le cas de la machine de Greitzer.

TAB. 6.7 – Effet de la modification de la définition de B (complet)

Paramètre / Valeur	Valeur instationnaire	B généralisé (Longueur)
Fréquence de l'oscillateur	2.28	2.36
Marge au pompage	-0.0029	-0.0026
Fréquence en pompage	2.113 (au lieu de 2.108)	1.96

La prise en compte des inerties permettait d'améliorer significativement l'estimation du paramètre B alors que la prise en compte du volume interne sur ce cas a peu d'effet.

6.5 Applications

6.5.1 Rôle de certains paramètres clés pour la stabilité du système

On peut appréhender la stabilité du système via le coefficient B. Examinons les effets de certains paramètres prédominants sur trois compresseurs axiaux décrits dans Ferrand [1980] et, à titre de validation, nous comparons les effets prédits par notre modèle à ceux prédits par la méthode IMFM décrite dans le même ouvrage (Ferrand [1980]). Trois paramètres y ont été identifiés et ont un rôle important. La plupart des résultats sont cohérents avec les résultats expérimentaux disponibles. Nous n'avons pas investigué en détail l'effet des autres paramètres, qui ont un rôle mineur, car nous manquons de données sur ces machines (cambrure en particulier).

Longueur de la corde

Par notre méthode on trouve que l'augmentation de la corde augmente l'inertie, donc la longueur équivalente du compresseur et donc diminue le facteur B. La stabilité est renforcée par une corde plus grande. Ce sont également les conclusions de Ferrand sur les différents compresseurs monoétagés C1, C2 et multiétagé CM5.

Longueur des espaces intergrilles

Par notre méthode on trouve que l'augmentation de l'espace intergrille augmente l'inertie, donc la longueur équivalente du compresseur et donc diminue le facteur B. La stabilité est renforcée par un espace intergrille plus grand. Ce sont également les conclusions de Ferrand sur les différents compresseurs monoétagés C1, C2 et multiétagé CM5.

Remarque : Le volume des espaces intergrilles semble jouer un rôle déstabilisateur (il fait augmenter le volume donc le coefficient B). On a cependant vu que son influence est faible comparée à l'effet sur l'inertie. Cette remarque ne remet donc nullement en cause ce qui vient d'être dit.

Variation des pertes avec l'incidence

Par notre méthode on trouve que l'augmentation du facteur $\frac{\partial\omega}{\partial i}$où $\partial i = -\partial\beta_1$ pour le rotor et $\partial i = \partial\alpha_3$ pour le stator diminue l'inertie, donc la longueur équivalente du compresseur et donc augmente le facteur B. Ce résultat a été obtenu pour les compresseurs monoétagés C1, C2. Pour le compresseur multiétagé CM5, ce résultat a été obtenu à condition de modifier les valeurs géométriques de certains angles de quelques degrés.

Généralisation Nous attirons l'attention sur le fait que ces affirmations n'ont pas un caractère de généralité. Par exemple Longley et Haynes (Longley and Hynes [1990]) mentionnent le fait qu'une grande longueur de l'espace intergrille peut découpler les étages adjacents et affecter la stabilité du système dans un sens positif ou négatif.

6.5.2 Echelle d'un circuit

6.5.2.1 Une machine ou plusieurs machines : quelle est la situation la plus favorable du point de vue de la stabilité

Comparons de façon simple la stabilité d'un compresseur de N étages identiques et celle de N compresseurs identiques d'un étage faisant le même taux de pression. Ces compresseurs sont inclus dans le même système global. Nous avons vu que la stabilité de N compresseurs distincts était identique à celle de chaque compresseur. Il faut donc en fait comparer la stabilité d'un compresseur d'un étage et celle d'un compresseur de N étages.

Dans quelle configuration le pompage intervient-il le plus tôt ?

On a vu qu'il intervient quand $\frac{\varepsilon}{2B} = f'B$ soit $f' = \frac{L}{V_p}\frac{SV(0^-)3\gamma-1}{U}$.

Or on a vu que le volume à prendre en compte est la somme des volumes du circuit, or on peut supposer que les volumes internes des différentes machines sont petits, comparativement au reste du circuit. Donc la limite de stabilité pour un compresseur de N étages est :

$f' = \frac{L_N}{N} \frac{SV(0^-)3\gamma-1}{V_P U}$ (en supposant que la caractéristique pour N étages est Nf).

En général la longueur d'un compresseur de N étages est inférieure à N fois la somme de la longueur pour un étage (à cause de la longueur d'entrée et de sortie), d'où : $\frac{L_N}{N} < L$. La limite de stabilité pour un compresseur de N étages est donc atteinte quand $f' = \frac{L_N}{N} \frac{SV(0^-)3\gamma-1}{V_P U} < L \frac{SV(0^-)3\gamma-1}{V_P U}$. La courbe caractéristique étant concave, on peut avancer qu'avec un compresseur multiétagé l'instabilité interviendra pour un débit plus élevé qu'avec un compresseur monoétage. La même conclusion a été avancée dans Gilland and Turckheim [1983].

Un cas d'application pour les réacteurs nucléaires à gaz (voir le chapitre 1) est la comparaison entre les projets GTHTR300 (comportant un compresseur unique) et GT-MHR (comportant deux compresseurs séparés), en plus de l'argumentation thermodynamique (la séparation permet de refroidir le fluide et donc de comprimer à plus basse température, ce qui amène toujours un gain en rendement).

6.5.2.2 Circuit en pompage profond

En exploitant les différents éléments développés au paragraphe 6.4.2, on peut établir une méthode de détermination de B pour un circuit en pompage profond :

- on doit sommer tous les volumes du circuit et les diviser par certaines grandeurs caractéristiques,
- on tient compte seulement des volumes compris entre le compresseur et la vanne.

Ces éléments permettent de construire une sorte de canevas de lecture d'un circuit complet, utilisable pour déterminer le paramètre B d'un circuit. Il s'agit d'une méthode simple de lecture, qui précède les calculs.

6.5.3 Positionnement quelconque d'une vanne dans un circuit

Le rôle de la vanne est très important dans un système de compression. La position de la vanne est a priori fixée dans un circuit : soit qu'elle existe réellement, soit qu'elle représente un élément (soupapes dans un moteur Diesel (Chesse [1995]) par exemple). Dans le cas particulier d'une brèche sur un circuit, différentes positions sont à étudier.

6.5.3.1 Diagramme des pressions

Dans les circuits complexes (circuit fermé par exemple) il n'est pas toujours simple de prévoir le sens des écoulements. Or les sens d'écoulements dans les conduites sont caractéristiques des phénomènes de pompage (profond surtout). De plus des erreurs peuvent être commises si les volumes effectivement traversés par des écoulements positifs ou négatifs ne sont pas correctement comptabilisés. Notre ambition a donc consisté à généraliser l'approche de Greitzer en précisant quels volumes devaient être pris en compte dans la détermination des paramètres caractéristiques du pompage comme le coefficient B ou la fréquence du phénomène. Cette généralisation trouve sa source dans une approche simple développée par Bammert et Zehner (Bammert and Zehner [1975]).

L'idée est de représenter les différents éléments d'un circuit avec leur niveau de pression. Le sens d'écoulement dans chaque composant est indiqué par le fait que l'écoulement part du point de plus haute pression vers le point de la plus basse pression par les deux directions possibles. Avec un tel diagramme on peut évaluer les sens d'écoulement dans une approche quasi-stationnaire. Les débits négatifs dans les compresseurs sont des représentations du pompage profond. Avec un tel diagramme on peut également trouver les conduits et les volumes à prendre en compte pour le pompage profond :

- conduits parcourus par un débit positif ou un débit négatif ; seuls ces derniers sont directement "affectés" par le pompage,

– volumes à prendre en compte : ce sont les volumes situés entre le compresseur et la vanne. Ce sont ces tailles qui interviennent dans le facteur B de Greitzer.

On peut alors prédire si un conduit particulier est affecté par le pompage ou non. Ceci est très important, car les écoulements à débit négatif sont redoutés, surtout si de tels conduits comportent des composants technologiques (échangeurs, turbomachines).

6.5.3.2 Application à différentes configurations

Configuration académique : compresseur + réservoir + vanne

Par le diagramme on retrouve la possibilité d'un débit négatif dans le compresseur (notamment sur un trop fort taux de pression, ou un trop bas débit est demandé). Le volume à prendre en compte est bien celui du réservoir.

Application à un circuit ouvert

En général la vanne représente la turbine. Les volumes à prendre en compte sont ceux situés entre compresseur et turbine. Leur taille a un rôle important (Chesse [1995]).

Application à un circuit fermé (sans brèche)

En général la vanne représente la turbine. Les volumes à prendre en compte sont ceux situés entre compresseur et turbine dans le sens normal des pressions. On voit donc apparaître la notion de sens d'écoulement dans ce type de circuit. Afin de déterminer le sens (sans calcul) on peut utiliser un diagramme des pressions pour déterminer le sens "a priori" et les volumes à considérer.

L'application à un circuit fermé (avec brèche) sera traitée au chapitre 7.

6.6 Conclusion

Après avoir validé la modélisation sur des résultats globaux (dans le chapitre 5), nous nous sommes efforcés d'aborder les aspects locaux liés aux instabilités. L'ambition de description locale est forcément limitée dans la mesure où le modèle ne descend pas en-dessous de l'échelle de la roue. C'est donc à cette échelle que nous avons déployé nos efforts. Tout d'abord notre modèle a été testé quant à sa capacité d'identification de la roue "initiatrice" de l'instabilité et des mécanismes locaux d'instabilités. L'accord avec les données expérimentales est correct sur le premier point, mais plus mitigé sur le second. Ensuite, nous avons généralisé un modèle simple de pompage précédemment établi (paragraphe 4.2), en introduisant des aspects locaux (en fait limités encore à l'échelle de la roue et de l'espace intergrille). La validation qui en a été réalisée reste très sommaire, mais des accords et des écarts avec d'autres études théoriques de la bibliographie ont été analysés. Le rôle de la compressibilité dans le modèle simple de pompage précédemment établi (paragraphe 4.2) a été abordé de façon très préliminaire, tant du point de vue de la construction théorique que de la validation. Enfin, les modèles simples de pompage précédemment établis (paragraphes 4.2 et 5.3.1) ont été étendus aux configurations de circuit comprenant plusieurs compresseurs et plusieurs volumes, sous certaines hypothèses. Ces considérations permettent de calculer des coefficients équivalents intervenant dans les modèles simples de pompage et offrent une sorte de grille de lecture des circuits industriels. Ce dernier point sera montré dans le dernier chapitre.

Chapitre 7

Application aux transitoires d'un réacteur nucléaire à gaz

Sommaire

7.1 Introduction 146

7.2 Modélisation du RCG-R 146

7.2.1 Structure générale de la modélisation : généralités 146

7.2.2 Modélisation du RCG-R 146

7.2.2.1 Maillage du circuit 147

7.2.2.2 Etat nominal du circuit 147

7.3 Première application du modèle : risque de pompape dû à la dépressurisation 147

7.3.1 Présentation 147

7.3.2 Analyse des phénomènes à l'aide du modèle simple du pompage profond du chapitre 5 " généralisé " au chapitre 6 148

7.3.2.1 Volumes du circuit 148

7.3.2.2 Application qualitative de la méthode 149

7.3.2.3 Application de notre méthode pour l'estimation du B critique et de la période de pompage . 151

7.3.3 Résultats des simulations numériques (CATHARE) 152

7.3.3.1 Transferts de masse 152

7.3.3.2 Transferts d'énergie dans le coeur 156

7.3.4 Application à d'autres localisations de brèche 157

7.4 Deuxième application du modèle : évacuation de la puissance résiduelle en cas de brèche 158

7.4.1 Introduction 158

7.4.2 Résultats des calculs CATHARE (long terme) 159

7.4.2.1 Cinétique de long terme 159

7.4.2.2 Maintien d'une convection forcée 159

7.4.2.3 Comparaison avec le cas a) 160

7.4.2.4 Refroidissement du coeur à long terme 162

7.4.2.5 Durée d'autonomie du fonctionnement 162

7.4.2.6 Analyse du fonctionnement de la turbine 162

7.4.2.7 Comparaison avec le cas a) 166

7.4.2.8 Interprétation et généralisation 166

7.1 Introduction

Cette partie applicative a pour objet le déploiement et l'utilisation du modèle 1D-axisymétrique au cas industriel du réacteur à gaz rapide. Nous présenterons d'abord quelques éléments relatifs à la modélisation des autres composants du circuit hors turbocompresseur. Puis des simulations transitoires complètes seront présentées. Elles fournissent des éléments d'intérêt pour les études de conception des RCG sur les thèmes :

- Risque de pompage en cas de rupture de tuyauterie
- Conséquences du pompage en terme de transfert de masse et d'énergie dans le coeur
- Evacuation de la puissance résiduelle en cas de brèche.

Des modèles simples sont également utilisés, dans le but de mieux comprendre la physique des phénomènes, d'aider l'interprétation des calculs transitoires et de généraliser les résultats des calculs transitoires. Ces modèles simples sont basés sur :

- le modèle développé au chapitre 5 pour le pompage profond. Il utilise le facteur B de Greitzer, généralisé au chapitre 6,
- des considérations de bilan thermique en régime quasi-stationnaire pour le problème de l'évacuation de la puissance résiduelle (détaillées en annexe F).

7.2 Modélisation du RCG-R

7.2.1 Structure générale de la modélisation : généralités

La schématisation du circuit du réacteur nucléaire rapide comprend :

* Le PCS (Power Conversion system) : dans lequel est modélisé le récupérateur, la turbine, les compresseurs, le refroidisseur amont et le refroidisseur intermédiaire. Divers volumes sont décrits.

* La cuve du réacteur, dans lequel le coeur et les by-pass sont modélisés par des canaux distincts. Divers volumes sont décrits.

* Le RCCS (Reactor cavity cooling system) : système de refroidissement de la cuve du réacteur par rayonnement.

Le circuit est modélisé à l'aide des éléments suivants :

* Des tuyaux, maillés, qui respectent les sections de passages, le périmètre frottant, les diamètres hydrauliques, les longueurs et les différences de hauteur entre les extrémités de l'élément modélisé.

* Des volumes, représentés par une succession de troncs de cônes et de cylindres, dans lesquels les volumes, les hauteurs et les sections de passage sont respectées.

Les éléments de la modélisation sont reliés par des jonctions. Ces jonctions respectent les sections de passage, l'altitude, les diamètres hydrauliques. Le volume des parties métalliques a été réparti sur l'ensemble des parois des tuyaux et des volumes tout en essayant de respecter les périmètres d'échanges.

7.2.2 Modélisation du RCG-R

Le détail de la modélisation du RCG-T sur laquelle est basée celle du RCG-R est donné dans les publications suivantes : Tauveron [2003] et Tauveron et al. [2003]. Les différences entre la modélisation du RCG-T et du RCG-R sont données dans la chapitre 1.

7.2.2.1 Maillage du circuit

La figure 7.1 présente le maillage du RCG-R : les tuyaux maillés axialement sont en rouge sur la Figure 7.1 tandis que les volumes y sont en bleu. Comme le pompage implique fortement les volumes en jeu, nous allons les citer, ainsi que les tuyaux :

- volume de sortie de la turbine situé entre la sortie de la turbine (" axturb ") et l'entrée du récupérateur chaud (" recch1 " et " recch2 ", le récupérateur étant composé de deux parties). Ce volume est de petite taille. Il est noté Volturb sur la figure 7.1
- volume intermédiaire situé entre la sortie du récupérateur chaud (" recch1 " et " recch2 ") et le refroidisseur amont (" precoo "). Ce volume est de grande taille. Il est noté Volrecup
- volume intermédiaire situé entre la sortie du refroidisseur amont (" precoo ") et l'entrée du compresseur BP (" compr1 "). Ce volume est de petite taille. Il est noté Volpcoo
- volume de sortie du compresseur BP situé entre la sortie du compresseur BP (" compr1 ") et l'entrée du refroidisseur intermédiaire (" intcoo "). Ce volume est de petite taille. Il est noté Volintco
- volume intermédiaire situé entre la sortie du refroidisseur intermédiaire (" intcoo ") et l'entrée du compresseur HP (" compr2 "). Ce volume est de petite taille. Il est noté Volicoo
- volume de sortie du compresseur HP situé entre la sortie du compresseur HP (" compr2 ") et l'entrée du récupérateur froid (" recfr1 " et " recfr2 ", le récupérateur étant composé de deux parties). Ce volume est de petite taille. Il est noté Volcomp2
- volume intermédiaire situé entre la sortie du récupérateur froid (" recfr1 " et " recfr2 ") et l'entrée du tuyau d'entrée (froide) de la chaudière (branche froide ou " cold duct "). Ce volume est de grande taille. Il est noté Volinter
- volume d'entrée de la branche froide, qui est un volume intermédiaire situé entre la sortie du tuyau d'entrée (froide) de la chaudière (branche froide) (" cold duct ") et l'entrée du passage latéral (" downcomer "). Ce volume est de petite taille. Il est noté Volcold
- volume d'entrée de la cuve du réacteur, situé entre la sortie du passage latéral (" downcomer ") et l'entrée du coeur (" coeur " et " bypass "). Ce volume est de grande taille. Il est noté Lowerplenum
- le volume de sortie de la cuve du réacteur, situé entre la sortie du coeur (" coeur " et " bypass ") et l'entrée du tuyau de sortie (chaude) de la chaudière (branche chaude ou " hot duct "). Ce volume est de très grande taille. Il est noté Upperplenum

7.2.2.2 Etat nominal du circuit

La Figure 7.2 indique les valeurs des principaux paramètres (température, pression, puissance) de l'état nominal du circuit.

7.3 Première application du modèle : risque de pompape dû à la dépressurisation

7.3.1 Présentation

L'objectif est d'étudier le risque de pompage dans le cas d'un hypothétique accident de brèche sur une tuyauterie, ainsi que d'évaluer ses conséquences en terme de transfert de masse et d'énergie dans le coeur nucléaire. Par ailleurs, deux tuyauteries différentes ont été sélectionnées afin d'illustrer l'influence de la position de la brèche dans le circuit. Afin de mettre clairement en évidence le rôle de la localisation, tous les autres paramètres relatifs à la brèche ont été conservés d'un cas à l'autre. Dans les cas traités ici, le risque de pompage concerne le compresseur HP, en conséquence nous avons choisi d'utiliser le modèle 1D axisymétrique précédemment décrit seulement pour le compresseur HP de 21 étages, à hélium. Le modèle 0D est utilisé pour la turbine et le compresseur BP.

Deux simulations transitoires sont réalisées, la position de la brèche étant le seul paramètre différent entre les deux simulations. Les conditions initiales et aux limites sont strictement identiques dans les deux cas : une brèche de 250 mm de diamètre

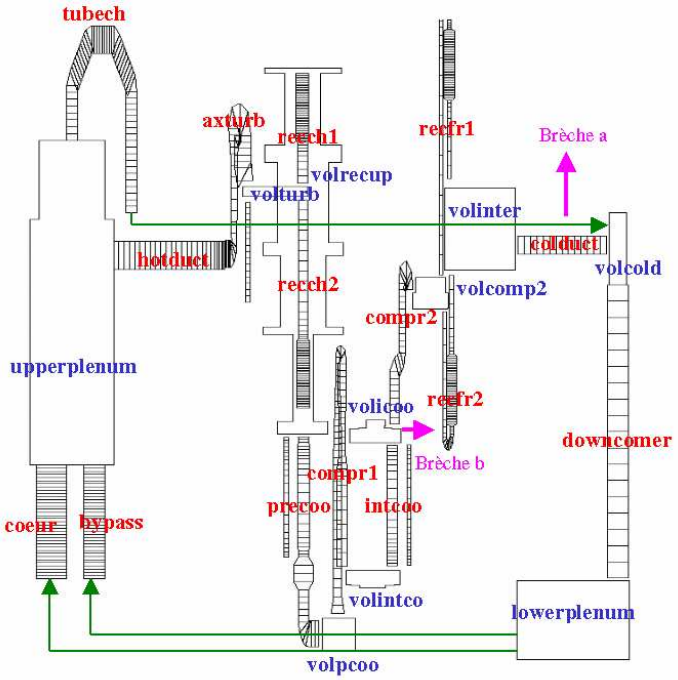

FIG. 7.1 – Présentation du maillage et des différents volumes en jeu pour le RCG-R
(en rouge les éléments axiaux, en bleu les volumes, en vert le trajet du fluide, en violet les brèches)

orientée horizontalement ; le fluide dans l'enceinte est supposé être de l'hélium à pression constante de 8 bar. L'hypothèse de considérer de l'hélium plutôt qu'un mélange peut se justifier par le fait que le gaz susceptible de rentrer de l'enceinte vers le circuit sera principalement situé à proximité de la brèche, donc initialement contenu dans le circuit primaire. La valeur de 8 bar n'est pas à considérer de façon définitive. Elle est une valeur possible, égale pour les deux simulations par souci de comparaison entre les deux cas. La localisation de la brèche est :

* soit sur la branche froide, à l'entrée du coeur - cas a)

* soit à l'entrée du compresseur HP - cas b).

7.3.2 Analyse des phénomènes à l'aide du modèle simple du pompage profond du chapitre 5 " généralisé " au chapitre 6

On souhaite d'abord comprendre a priori les phénomènes à l'aide d'un modèle simple : celui développé au chapitre 5 pour le pompage profond. Ce modèle utilise le facteur B de Greitzer. Ce facteur a été généralisé aux configurations complexes (circuit) au chapitre 6. On peut aussi considérer le présent paragraphe comme un paragraphe d'interprétation des résultats des simulations CATHARE présentées au paragraphe 7.3.3.

7.3.2.1 Volumes du circuit

L'utilisation du diagramme des pressions décrit au chapitre 6 suppose la bonne connaissance des volumes en jeu (voir paragraphe 7.2.2). La première étape de l'utilisation du diagramme des pressions de Bammert et Zehner (Bammert and Zehner [1974]) est la recherche du lieu des tuyauteries soumises à un débit négatif à l'instant initial.

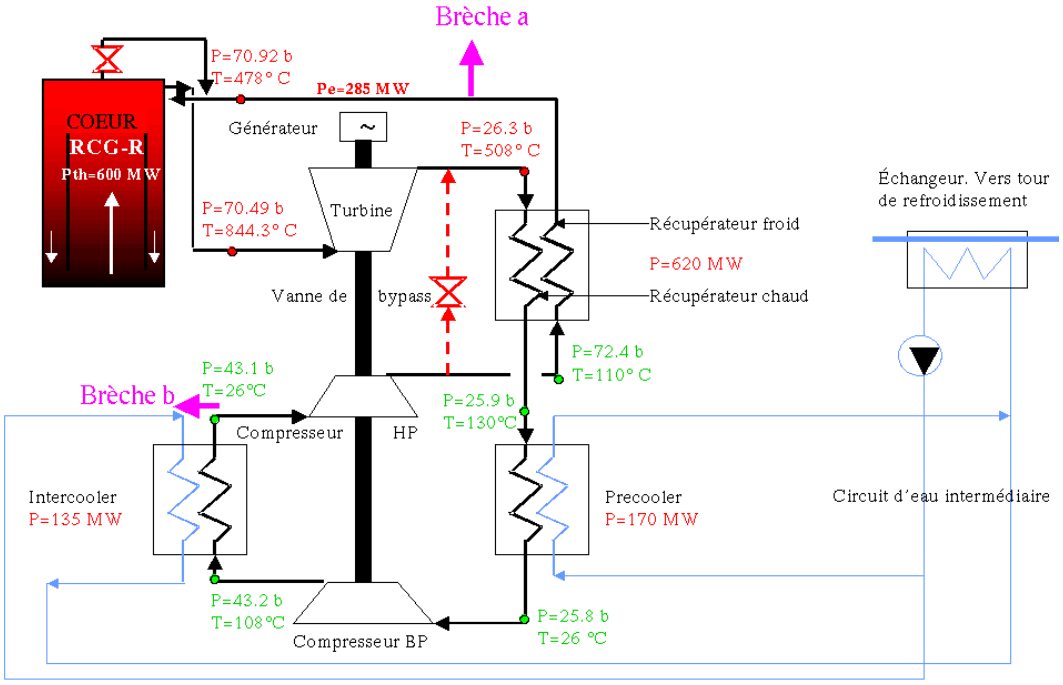

FIG. 7.2 – Schématisation du RCG-R et principaux niveaux des paramètres aux bornes des différents composants (pression, température, puissance)

7.3.2.2 Application qualitative de la méthode

Cas a)

Cas du compresseur BP

Les tuyauteries les plus susceptibles d'être parcourues par un débit négatif suite à une brèche sur le branche froide sont celles situées " en aval " de la brèche, c'est à dire sur les tuyauteries suivantes : la branche froide, le coeur, voire éventuellement : la turbine, le récupérateur, les compresseurs. Ajoutons que l'inversion dans la branche froide n'est même pas certaine : elle dépendra de la section de la brèche. Mais si on se situe dans cette hypothèse, il est nécessaire d'estimer l'endroit de la séparation dans le circuit entre débit négatif - débit positif. Il faut alors comparer les pertes de charge dans les sens de débit positif et négatif, pour chaque point (voir Tableau 7.1).

Il apparaît que pour que le CBP entre un pompage, il faudrait que le point de séparation entre débit positif et négatif soit situé à la sortie du CBP. Si on compare les pertes de charge, il est hautement improbable que le fluide prenne la direction négative de passer par le compresseur BP (sens 0>), puis par le récupérateur chaud, puis dans la turbine en sens inverse, puis dans le coeur, et enfin dans le récupérateur froid pour revenir à la brèche, plutôt que de passer dans les deux compresseurs en sens normal.

De la même façon que pour le compresseur BP, on montrerait que le compresseur HP n'a pas de risque de pomper dans ce cas (a).

Cas b)

De la même façon que pour le cas a), on montrerait que le compresseur BP n'a pas de risque de pomper dans ce cas (b).

TAB. 7.1 – Comparaison des sens d'écoulement (cas a), CBP)

Localisation du point de séparation	Pertes de charge les plus significatives dans le sens négatif jusqu'à la brèche	Pertes de charge les plus significatives dans le sens positif jusqu'à la brèche
Sortie compresseur BP et entrée récupérateur		Récupérateur froid Coeur, Turbine (sens >0) Récupérateur chaud Compresseur BP (sens >0) Compresseur HP (sens >0)
Sortie Récupérateur, branche froide, passage latéral	Récupérateur froid	Coeur, Turbine (sens >0) Récupérateur chaud Compresseur BP (sens >0) Compresseur HP (sens >0)
Coeur	Récupérateur froid Une partie du coeur	Autre partie du Coeur, Turbine (sens >0) Récupérateur chaud Compresseur BP (sens >0) Compresseur HP (sens >0)
Branche chaude et entrée turbine	Récupérateur froid Coeur	Turbine (sens >0) Récupérateur chaud Compresseur BP (sens >0) Compresseur HP (sens >0)
Sortie turbine	Récupérateur froid Coeur, Turbine (sens 0>)	Récupérateur chaud Compresseur BP (sens >0) Compresseur HP (sens >0)
Sortie Récupérateur chaud	Récupérateur froid Récupérateur chaud	Compresseur BP (sens >0) Compresseur HP (sens >0)
Sortie compresseur BP	Récupérateur froid Coeur, Turbine (sens >0) Récupérateur chaud Compresseur BP (sens 0>)	Compresseur HP (sens >0)
Sortie compresseur HP	Récupérateur froid Coeur, Turbine (sens >0) Récupérateur chaud Compresseur BP (sens 0>) Compresseur HP (sens 0>)	

Cas du compresseur HP

Les tuyauteries les plus susceptibles d'être parcourues par un débit négatif suite à une brèche située à l'entrée du compresseur HP sont celles situées " en aval " de la brèche, c'est à dire sur les conduits suivants : le compresseur HP, la branche froide, le coeur, voire éventuellement : la turbine, le récupérateur, les compresseurs. Ajoutons que l'inversion dans le compresseur n'est même pas certaine : elle dépendra de la section de la brèche. Mais si on se situe dans cette hypothèse, il est nécessaire d'estimer l'endroit de la séparation dans le circuit entre débit négatif - débit positif. Il faut alors à nouveau comparer les pertes de charge dans les sens de débit positif et négatif, pour chaque point (voir Tableau 7.2).

Pour qu'il n'y ait pas pompage du compresseur HP dans le cas b), il faudrait que le fluide " préfère " traverser l'ensemble du circuit dans le sens nominal plutôt que de traverser le compresseur HP en sens inverse. En fait, le lieu d'inversion le plus probable est situé à l'entrée de la turbine.

Conclusion En conclusion, on peut avancer pour chaque cas les risques de pompage pour chaque compresseur :

TAB. 7.2 – Comparaison des sens d'écoulement (cas b), CHP)

Localisation du point de séparation	Pertes de charge les plus significatives dans le sens négatif jusqu'à la brèche	Pertes de charge les plus significatives dans le sens positif jusqu'à la brèche
Entrée compresseur HP		Compresseur HP (sens >0) Récupérateur froid Coeur, Turbine (sens >0) Récupérateur chaud Compresseur BP (sens >0)
Sortie compresseur HP, et entrée récupérateur,	Compresseur HP (sens 0>)	Récupérateur froid Coeur, Turbine (sens >0) Récupérateur chaud Compresseur BP (sens >0)
Sortie Récupérateur, branche froide, passage latéral	Compresseur HP (sens 0>) Récupérateur froid	Coeur, Turbine (sens >0) Récupérateur chaud Compresseur BP (sens >0)
Coeur	Compresseur HP (sens 0>) Récupérateur froid Une partie du coeur	Autre partie du Coeur, Turbine (sens >0) Récupérateur chaud Compresseur BP (sens >0)
Branche chaude et entrée turbine	Compresseur HP (sens 0>) Récupérateur froid Coeur	Turbine (sens >0) Récupérateur chaud Compresseur BP (sens >0)
etc ...		

* Dans le cas a), les deux compresseurs ont tendance à fonctionner dans la direction normale, aucun risque de pompage n'est à redouter

* Dans le cas b), le compresseur BP a tendance à fonctionner dans la direction normale, aucun risque de pompage n'est à redouter pour lui

* Dans le cas b), le compresseur HP a tendance à fonctionner dans la direction inverse, le risque de pompage profond est à redouter pour ce compresseur.

Ainsi seul le compresseur HP dans le cas de la brèche b) est susceptible d'être concerné par le pompage (profond). Le diagramme des pressions nous indique que les tuyauteries potentiellement concernées par des écoulements à débits négatifs sont situés entre la sortie de ce compresseur et l'entrée de la turbine.

Dans le cas b), considérant le compresseur HP, on se retrouve dans la configuration schématique suivante de la Figure 7.3 (en noir en débit positif, en rouge en débit négatif), qui est une situation de pompage dans laquelle :

- la brèche joue le rôle de la vanne
- le compresseur est le compresseur HP
- le réservoir1 est essentiellement : le volume Upperplenum (voir paragraphe 7.2.2)
- le réservoir 2 est essentiellement : le volume Volrecup (voir paragraphe 7.2.2).

7.3.2.3 Application de notre méthode pour l'estimation du B critique et de la période de pompage

La détermination des valeurs du paramètre B et de la valeur de B critique du modèle élémentaire (donnée dans l'équation 5.13) sont indiquées en annexe F. La comparaison des valeurs de B et de la valeur critique de B permet de vérifier la condition d'apparition du pompage profond ($B > B_{crit}$).

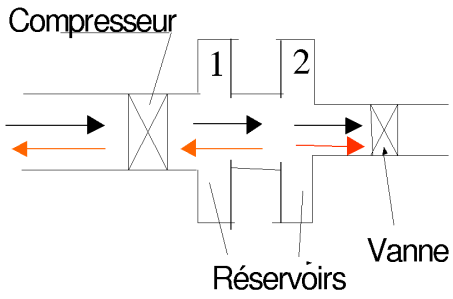

FIG. 7.3 – Représentation schématique du système et des sens d'écoulements lors du pompage profond (en noir : débit positif, en rouge : débit négatif)

Une des applications quantitatives de la méthode est de pouvoir estimer la période du pompage. Cette estimation est fournie en annexe F : la période est estimée à 3.2 s environ.

La dépressurisation du circuit a comme conséquence particulière la décroissance de $P_{breche}(t)$ au cours du temps. Cependant le temps caractéristique de la dépressurisation (et donc de la variation de $P_{breche}(t)$) est bien supérieur à celui du pompage (voir le paragraphe 7.3.3.1) si bien qu'au cours d'un demi-cycle de pompage on peut supposer que la pression à la brèche est constante.

7.3.3 Résultats des simulations numériques (CATHARE)

L'objectif de ces simulations est d'apporter des résultats quantitatifs et aussi d'estimer la qualité des évaluations permises par la théorie élémentaire précédente.

Dans les deux cas traités, à l'instant initial (en fait 1381 s) la brèche s'ouvre et la dépressurisation du circuit commence (figure 7.3). Dès que la pression dans le volume de sortie du coeur atteint 85 % de la pression nominale (ce qui correspond à un temps approximatif de 1 s), l'arrêt d'urgence est déclenché. La chute des barres de contrôle entraîne l'arrêt de la réaction nucléaire dans le coeur. La puissance résiduelle (Damian [2001]) est alors la seule source thermique.

7.3.3.1 Transferts de masse

La décroissance rapide du débit d'hélium dans le circuit peut conduire à l'apparition d'instabilités dans le compresseur HP, et entraîner des situations de pompage profond (Figure 7.4). Le pompage n'est pas observé dans le cas a) pour le compresseur HP, alors qu'il l'est dans le cas b). Dans les deux cas, le compresseur BP ne présente aucun fonctionnement instable. Ces premières différences qualitatives (cas a) - cas b), compresseur BP - compresseur HP) ont été correctement prévues par les considérations du modèle simple exposées plus haut.

Dans le cas b), pour lequel le pompage du compresseur HP a lieu, les volumes en jeu englobent le volume du coeur. De ce fait, un débit négatif apparaît dans le coeur pendant quelques secondes. La Figure 7.5 montre des résultats de vitesse dans quelques tuyaux et éléments : on remarque nettement les vitesses négatives dans le coeur. Par contre la branche chaude ne comporte que des vitesses d'écoulement positives. Alors que toutes les autres vitesses ont le même type de profil, la vitesse dans la branche chaude a un profil très différent (Figure 7.5). Ce profil est à rapprocher du profil de pression (Figure 7.7 par exemple), ce qui peut s'expliquer par l'influence de la turbine.

Dans le cas b), le comportement du compresseur HP montre des oscillations typiques du pompage profond (Figure 7.6). Toutefois une différence par rapport aux cas académiques exposés dans les parties précédentes mérite d'être notée : le phéno-

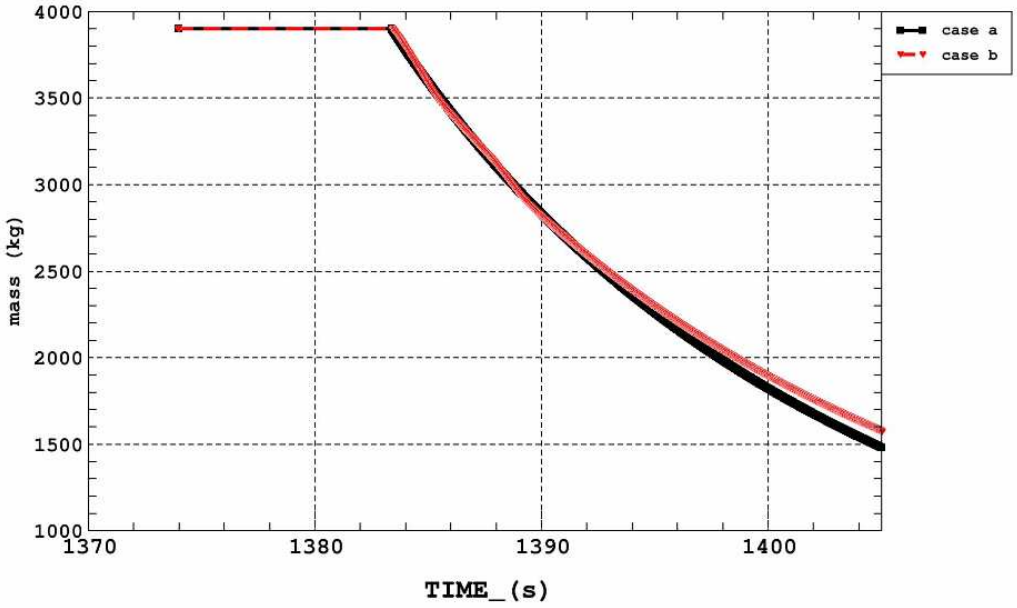

FIG. 7.4 – Inventaire en hélium dans le circuit (kg), pour les cas a) et b), en fonction du temps (s)

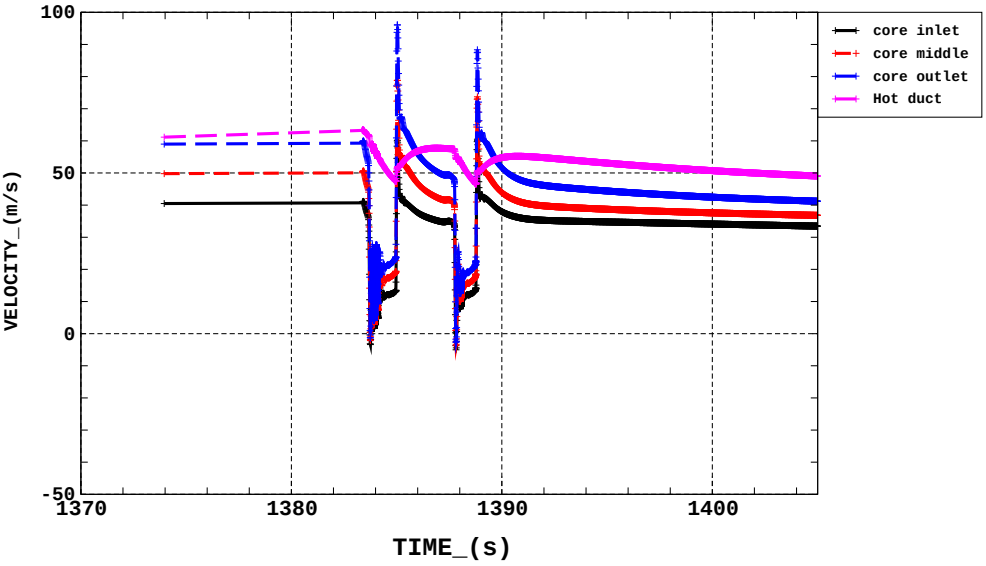

FIG. 7.5 – Vitesses à différents points du circuit (m/s), pour le cas b), en fonction du temps (s)

mène de pompage est limité dans le temps : seules deux oscillations sont visibles. Un paragraphe suivant sera consacré à cette question.

La fréquence des oscillations de pompage profond peut être évaluée à l'aide des courbes de la Figure 7.6. La période à débit positif est estimée à 2.65 s. La période à débit négatif est estimée à 1.5 s, puis à 1.05 s. L'accord avec le modèle élémentaire est satisfaisant (13 à 23 % d'erreur sur la période totale) si on tient compte de la complexité du circuit.

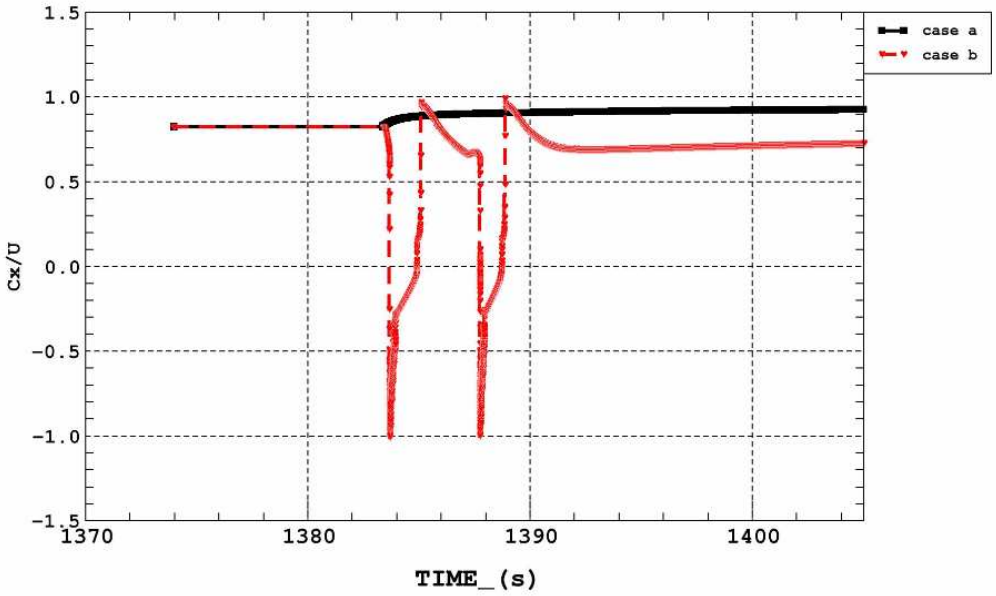

FIG. 7.6 – Vitesse axiale adimensionnelle dans le compresseur HP, pour les cas a) et b), en fonction du temps (s)

La Figure 7.7 montre l'évolution du taux de pression du compresseur HP dans le cas b) : un comportement en branches d'exponentielles, caractéristique du phénomène de pompage profond est clairement visible. Toutefois, de la même façon que pour le débit, on remarque des différences avec les cas académiques : le phénomène de pompage est limité dans le temps : seules deux oscillations sont visibles.

Examinons d'autres phénomènes rencontrés au cours du transitoire.

Superposition de la dépressurisation et du pompage On assiste à la superposition de deux phénomènes : la dépressurisation et le pompage. Il s'agit dans les deux cas de vidanges de volumes. Cependant les paramètres en sont différents :

- dépressurisation : vidange globale de tous les volumes dans un volume enceinte (à pression (de repli) égale à 8 bar, au lieu de 42 bar (cas a) ou de 70 bar (cas b))
- pompage : vidange partielle des volumes du circuit entre les pressions maximale et minimale du compresseur HP.

En conséquence, les temps caractéristiques de vidange sont bien différents : le temps de la dépressurisation est bien supérieur à celui du pompage. De ce fait, les deux phénomènes se superposent : pour la dynamique du pompage l'approximation d'une pression de référence à l'entrée du compresseur HP constante sur un demi-cycle est assez valide. La Figure 7.8 montre cette superposition.

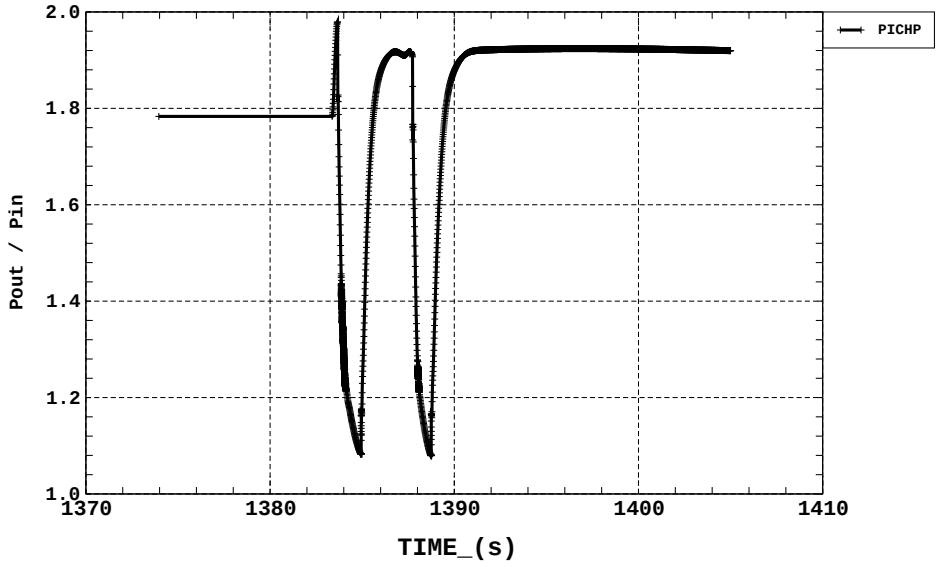

FIG. 7.7 – Taux de pression aux bornes du compresseur HP, pour le cas b), en fonction du temps (s)

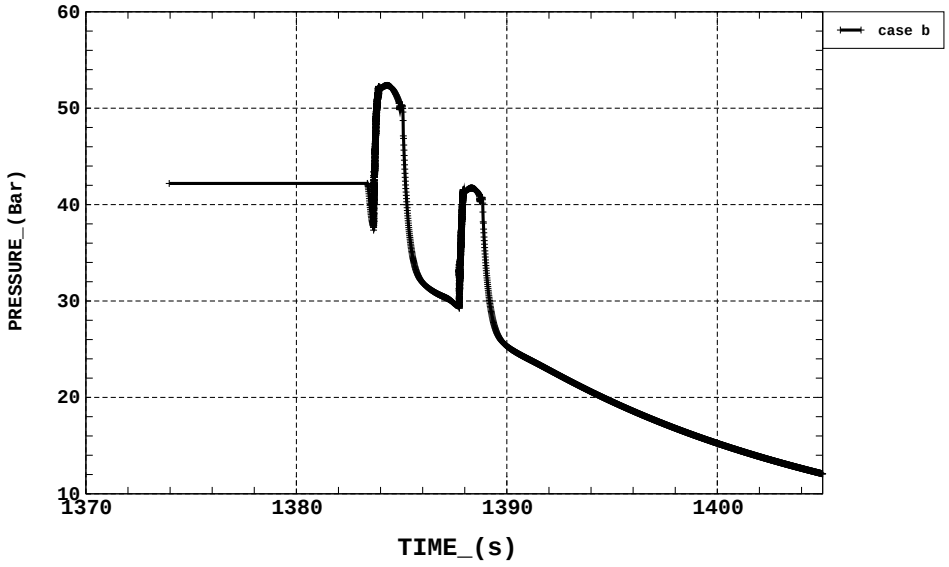

FIG. 7.8 – Pression à l'entrée du compresseur HP (bar), pour le cas b), en fonction du temps (s)

Pourquoi le pompage s'arrête-t-il ? L'arrêt du phénomène au bout de deux oscillations est, a priori, assez surprenant, puisque le pompage a bien été caractérisé comme un " autoentretien " d'oscillations de pression et de débit. De plus, la non-permanence de telles oscillations est un point tout à fait crucial si on s'intéresse aux conséquences du pompage sur les différents éléments du circuit et à leur conception.

Nous avons vu que deux phénomènes (dépressurisation et pompage) se superposent pendant les premières dizaines de

secondes du transitoire. La première est la dépressurisation du circuit, l'autre le pompage. La fin de la vidange du circuit (dépressurisation) est causée par un équilibre des pressions entre l'enceinte et le circuit à la brèche. Le débit au travers de la brèche s'annule (Figure 7.9 dans le cas b).

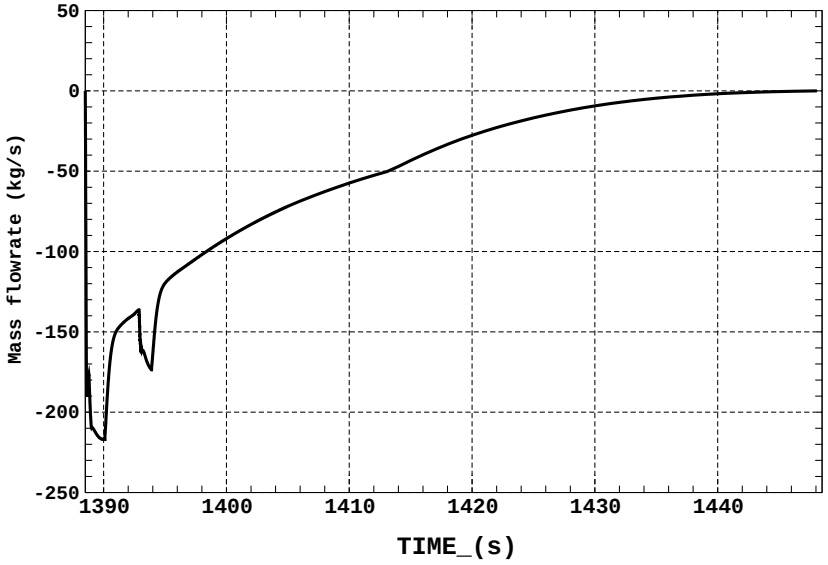

FIG. 7.9 – Débit perdu à la brèche (kg/s), pour le cas b), en fonction du temps (s)

Lorsque le débit à la brèche s'annule (ou presque), le cycle va (re)devenir un cycle fermé, avec un point bas en pression " imposé ", et une masse constante de caloporteur, reliée à cette pression. C'est à dire que l'on se retrouve dans un cadre de fonctionnement " normal " du cycle de Brayton fermé (tel que décrit par Bammert et Groschup dans Bammert and Groschup [1977] et Deuster dans Deuster [1978]). En particulier, les turbomachines fonctionnent " naturellement " dans cette configuration. Les deux configurations a) et b) sont donc devenues équivalentes, sans être égales. En effet, la position de la brèche conditionne la quantité d'hélium perdue et donc aussi la quantité d'hélium restant dans le circuit (ces considérations sont détaillées au paragraphe 7.4.2.3). Soulignons que les rapports $P_{breche}/P_{breche}(0)$ pour le cas a) et pour le cas b) sont différents dans les deux cas (où $P_{breche}(0)$ est la pression à l'endroit de la brèche l'instant initial et P_{breche} est la pression à l'endroit de la brèche à la fin de la dépressurisation, c'est à dire approximativement égale à la pression de repli de 8 bar).

Conséquences

La survenue d'un débit négatif dans le coeur est un fait important en lui-même, pour les blocs de combustible et aussi pour les dispositifs de contrôle (les barres sont prises " à contre courant "). Une autre conséquence éventuellement fâcheuse concerne les transferts d'énergie dans le coeur.

7.3.3.2 Transferts d'énergie dans le coeur

La Figure 7.10 illustre le profil de température dans le coeur. La brèche, et donc la perte de réfrigérant, cause une rapide augmentation de la température (puisque la puissance du coeur reste constante pendant environ 1 s, avant l'arrêt d'urgence), avant d'entamer la phase de décroissance de la puissance, et donc aussi celle de la température. Les différents comportements du compresseur HP montrés en Figure 7.6 sont clairement responsables des pics de température dans le coeur (Figure 7.10). On peut se poser la question de l'existence de tels pics dans le solide qui compose le coeur nucléaire et donc dans le combustible.

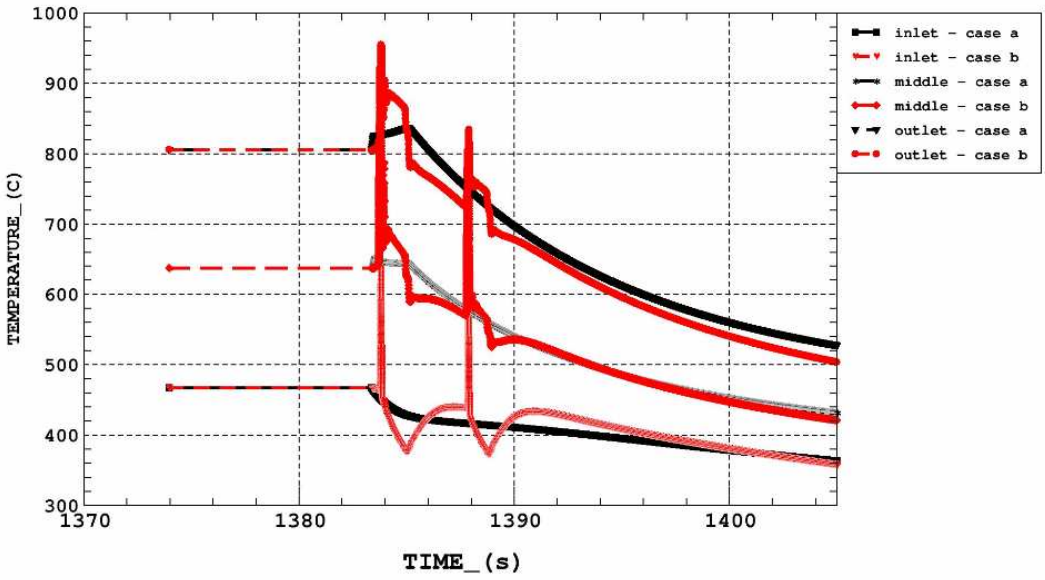

FIG. 7.10 – Températures du fluide à différentes altitudes dans le coeur (C), pour les cas a) et b), en fonction du temps (s)

La Figure 7.11 montre que les pics de température qu'on percevait dans le fluide se traduisent par des augmentations très étalées sur la température dans le solide. La température dans le solide composant le coeur ne montre pas d'augmentation excessive.

7.3.4 Application à d'autres localisations de brèche

On peut utiliser la méthode exposée aux paragraphes précédents à d'autres localisations de brèche dans le circuit. Le Tableau 7.3 présente les principales conclusions. Il apparaît que :

* lorsque la brèche est située sur une tuyauterie localisée à proximité de l'entrée d'un compresseur, celui-ci risque de pomper,

* lorsque la brèche est située sur une tuyauterie localisée à proximité de la sortie d'un compresseur, celui-ci ne risque pas de pomper.

Les configurations intermédiaires sont plus difficiles à appréhender a priori : cas de la brèche à l'entrée de la turbine par exemple.

De tels éléments méritent d'être confirmés par des calculs complets.

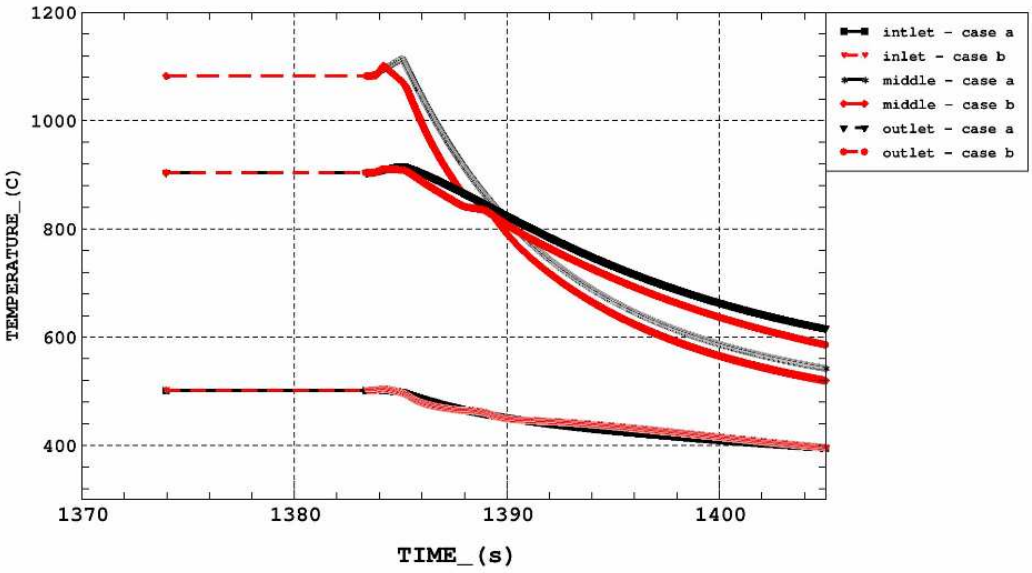

FIG. 7.11 – Températures du solide à différentes altitudes dans le coeur (C), pour les cas a) et b), en fonction du temps (s)

TAB. 7.3 – Risque de pompage des différents compresseurs selon la localisation de la brèche

Localisation de la brèche	Risque de pompage pour le compresseur BP	Risque de pompage pour le compresseur HP	Coeur impliqué dans le pompage profond
Sortie CBP ou Refroidisseur intermédiaire ou Entrée CHP	Non	Oui	Oui
Entrée CBP ou Refroidisseur amont ou Sortie Turbine ou Récupérateur chaud	Oui	Oui	Oui
Sortie CHP ou Récupérateur froid ou Branche froide	Non	Non	Pas de pompage

7.4 Deuxième application du modèle : évacuation de la puissance résiduelle en cas de brèche

7.4.1 Introduction

Le problème de l'évacuation de la puissance résiduelle est une des principales questions soulevées dans le dimensionnement du réacteur rapide à gaz. L'objet principal de cette partie est d'étudier une stratégie passive, puis active d'évacuation de la puissance résiduelle du coeur, dans le cas d'un hypothétique accident de brèche - on étudiera prioritairement le cas de

localisation de la brèche noté b) ; le cas a) sera examiné en comparaison. Le mode passif consiste à laisser connecté l'alternateur au réseau assurant ainsi à la fois une vitesse de rotation constante et un couple résistant permettant d'évacuer l'énergie du coeur par le cycle thermodynamique. Un dispositif électrique très répandu permet aux alternateurs des réacteurs étudiés de fonctionner en mode moteur. Ce mode moteur prendra le relais "naturel" de l'alternateur. Cette idée a été déjà étudiée dans le passé (Telleschi et al. [1971]) et a été reprise récemment pour d'autres applications (Bolnov et al. [2003]).

7.4.2 Résultats des calculs CATHARE (long terme)

7.4.2.1 Cinétique de long terme

L'évolution à long terme de la masse d'hélium contenue dans le circuit est montrée en Figure 7.12 : alors qu'en Figure 7.9, le débit d'hélium perdu à la brèche s'annulait en 60-80 s (pour le cas b), la Figure 7.12 montre que l'inventaire en masse croît.

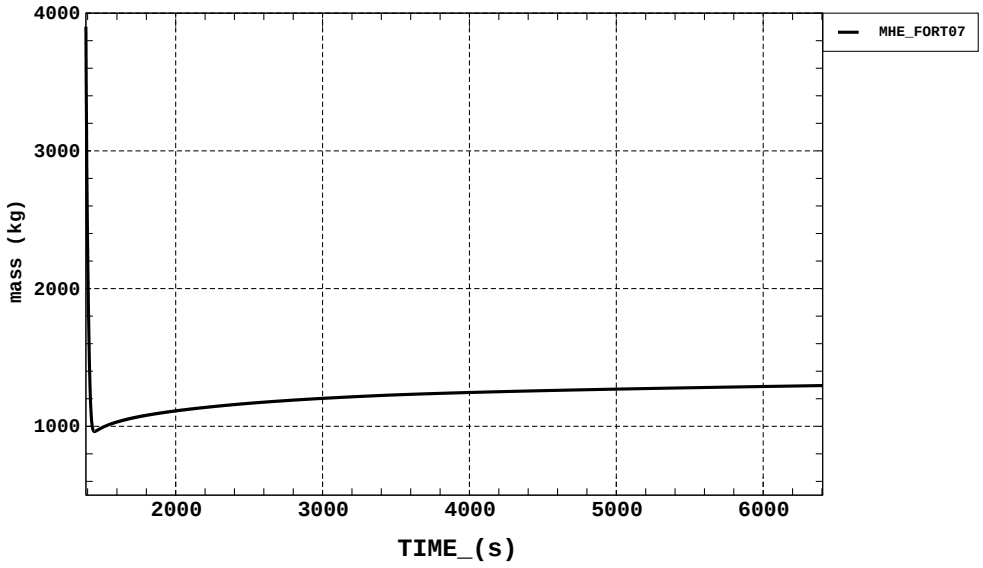

FIG. 7.12 – Inventaire en hélium dans le circuit (kg), pour le cas b), en fonction du temps (s)

L'explication est la suivante : le débit à la brèche s'inverse mais de façon très minime (Figure 7.13) ; ce phénomène est causé par la contraction de l'hélium dans le circuit (la température baisse, donc la densité aussi). Ce phénomène est bien connu (voir par exemple Hishida and Takeda [1991]). Cependant l'intégrale de ce débit sur un temps long permet d'obtenir des masses d'hélium entré à nouveau non négligeables. Les niveaux de pression se stabilisent avec la même cinétique (Figure 7.14).

7.4.2.2 Maintien d'une convection forcée

Le maintien d'une convection forcée à long terme est mis en évidence (Figure 7.15). Les effets du pompage sont visibles sur la courbe de l'évolution du débit traversant le coeur, pendant les premières dizaines de secondes du transitoire (Figure 7.15).

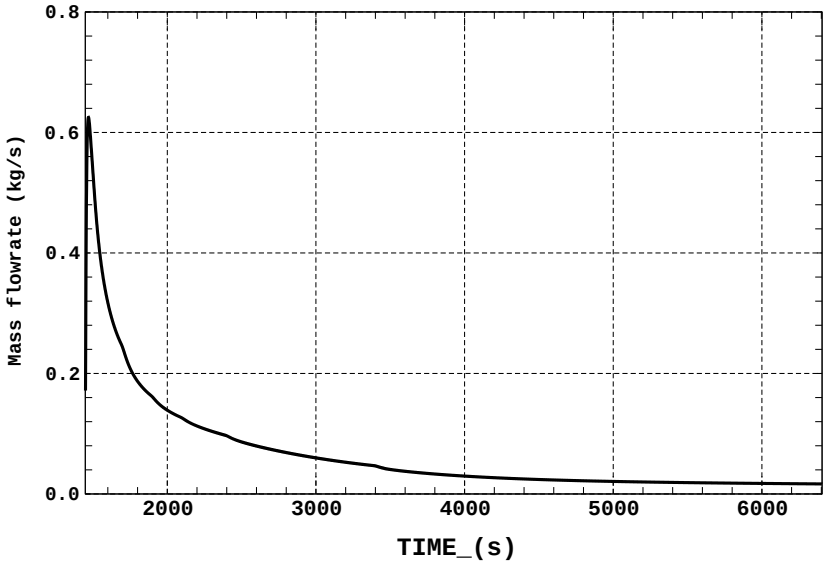

FIG. 7.13 – Débit perdu à la brèche (kg/s), pour le cas b), en fonction du temps (s)

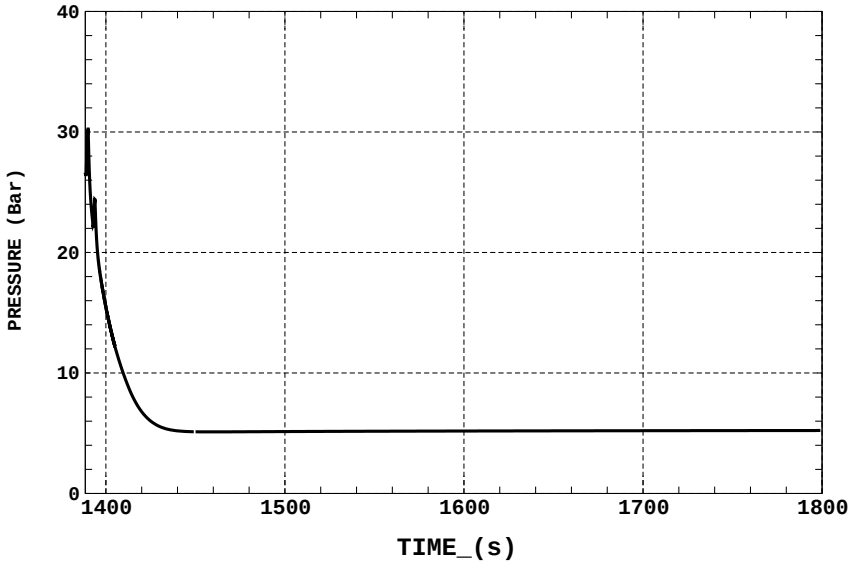

FIG. 7.14 – Pression à l'entrée du compresseur HP (bar), pour le cas b), en fonction du temps (s)

7.4.2.3 Comparaison avec le cas a)

La comparaison entre le Figure 7.16 et la Figure 7.12 montre que la masse d'hélium restant dans le circuit est moins importante dans le cas a) que dans le cas b). Ceci s'explique par le fait que davantage d'hélium a été perdu à la brèche dans le cas a) que dans le cas b). En effet si on considère que le débit à la brèche est proportionnel à la pression à l'amont à la brèche (par une relation de débit critique) ; celle-ci est la pression " haute " pour le cas a) (70 bar) ; pour le cas b), il s'agit d'une

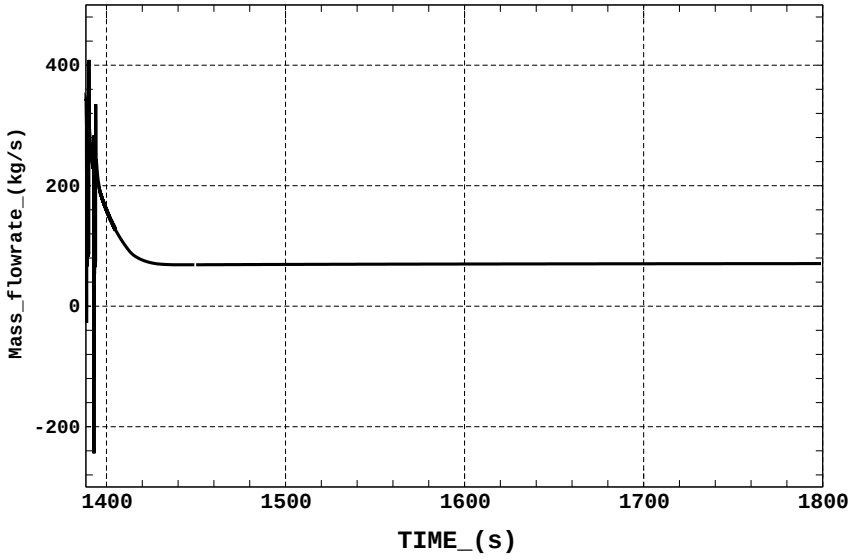

FIG. 7.15 – Débit traversant le coeur (kg/s), pour le cas b), en fonction du temps (s)

pression intermédiaire (42 bar).

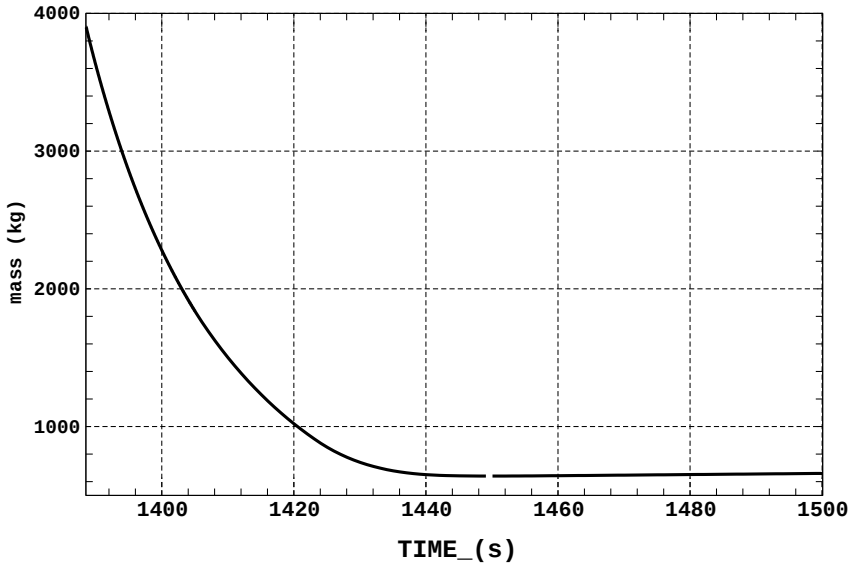

FIG. 7.16 – Inventaire en hélium dans le circuit (kg), pour le cas a), en fonction du temps (s)

Puisque la masse d'hélium dans le circuit est moindre dans le cas a) que dans le cas b), la pression et la masse volumique ont des niveaux moyens moins élevés. En conséquence, le débit maintenu par le fonctionnement du cycle de Brayton (quasi) fermé est moins important dans le cas a) que dans le cas b). Ce résultat est montré en Figure 7.17.

D'un point de vue quantitatif, le débit maintenu dépend du rapport $P_{breche}/P_{breche}(0)$ (où $P_{breche}(0)$ est la pression à

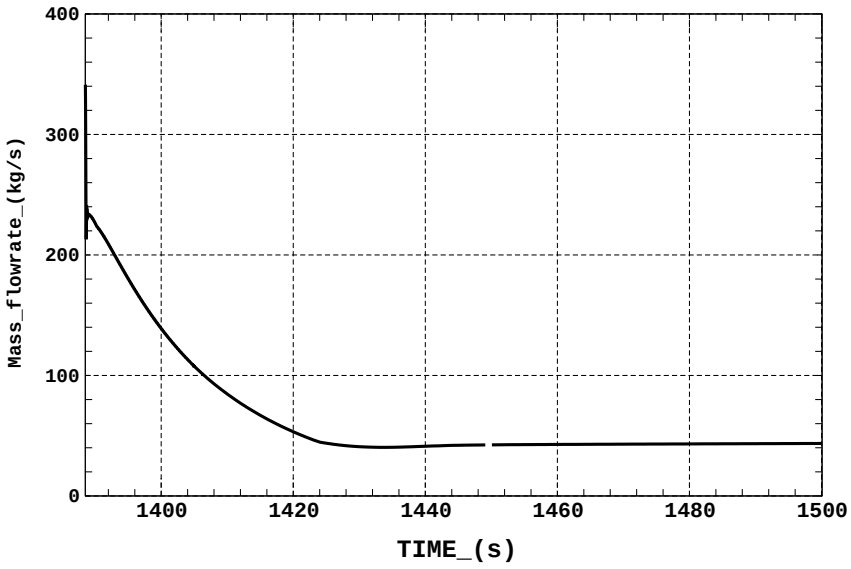

FIG. 7.17 – Débit traversant le coeur (kg/s), pour le cas a), en fonction du temps (s)

l'endroit de la brèche l'instant initial) : au bout d'un certain temps, on a approximativement la même relation que celle que l'on aurait dans le cas d'un cycle de Brayton fermé en fonctionnement normal : $m_{breche}/m_{breche}(0) = P_{breche}/P_{breche}(0)$.

7.4.2.4 Refroidissement du coeur à long terme

La Figure 7.18 montre le profil de température dans le coeur dû à la convection forcée. Ces résultats sont à rapprocher des travaux sur le RCG-T et le RCG-R résumés dans le chapitre 1 sur l'efficacité d'un système de convection forcé dû à la turbomachine pour refroidir le coeur nucléaire. Le dispositif ainsi conçu est efficace pour maintenir une telle convection. Grâce au fonctionnement en alternateur/moteur, on ne constate aucune discontinuité dans le maintien du débit.

La Figure 7.19 montre le profil dû à la convection forcée pour la température solide. La même évolution que celle de la Figure 7.18 est constatée. Au bout de quelques heures, la température dans le coeur a beaucoup diminué.

7.4.2.5 Durée d'autonomie du fonctionnement

Les Figures 7.20 et 7.21 montrent le bilan des puissances exercées sur l'arbre en fonction du temps. On remarque que le fonctionnement est autonome[1] pendant les premières 200 à 300 s environ (hormis pour les quelques secondes du pompage), ce qui est déjà très intéressant. Par contre, à plus long terme, la puissance nécessaire pour entraîner la turbomachine est élevée (14 MW à 1000 s ; 30 MW au bout de 5000 s). Cette vision est un peu pessimiste, car si le bilan des couples est négatif, l'arbre ne s'arrête pas immédiatement. La vitesse de rotation diminue. Des études précédentes (voir le chapitre 1) ont donné des ordres de grandeur de la durée de fonctionnement gagnée par l'effet d'inertie mécanique de l'arbre et de fonctionnement à vitesse de rotation réduite.

7.4.2.6 Analyse du fonctionnement de la turbine

La turbine est l'élément moteur pour maintenir le fonctionnement autonome le plus longtemps possible. La Figure 7.22, qui présente l'évolution du travail de la turbine au cours du temps, illustre que la décroissance de la puissance disponible sur

[1] au sens du bilan des puissances exercées sur l'arbre

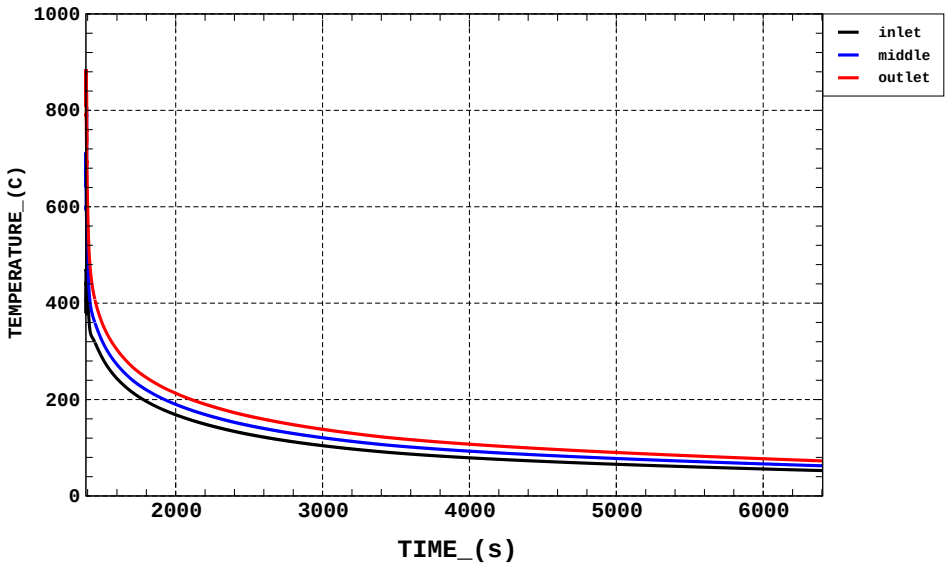

FIG. 7.18 – Températures du fluide à différentes altitudes dans le coeur (C), pour le cas b), en fonction du temps (s)

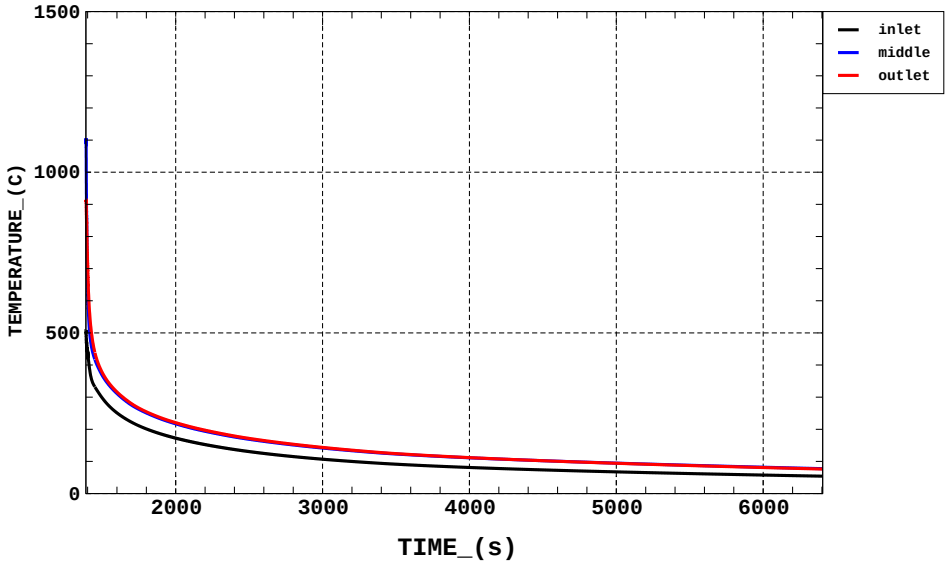

FIG. 7.19 – Températures du solide à différentes altitudes dans le coeur (C), pour le cas b), en fonction du temps (s)

l'arbre suit la décroissance du travail effectué par la turbine.

La Figure 7.23 souligne le fait que la décroissance du travail effectué suit la décroissance de la chute d'enthalpie aux bornes de la turbine ; ceci était évident car le débit est approximativement constant. Le mécanisme peut être identifié :

- la perte de performance de la turbine n'est pas causée par l'apparition d'un comportement " exotique " (type " windmilling reverse ")

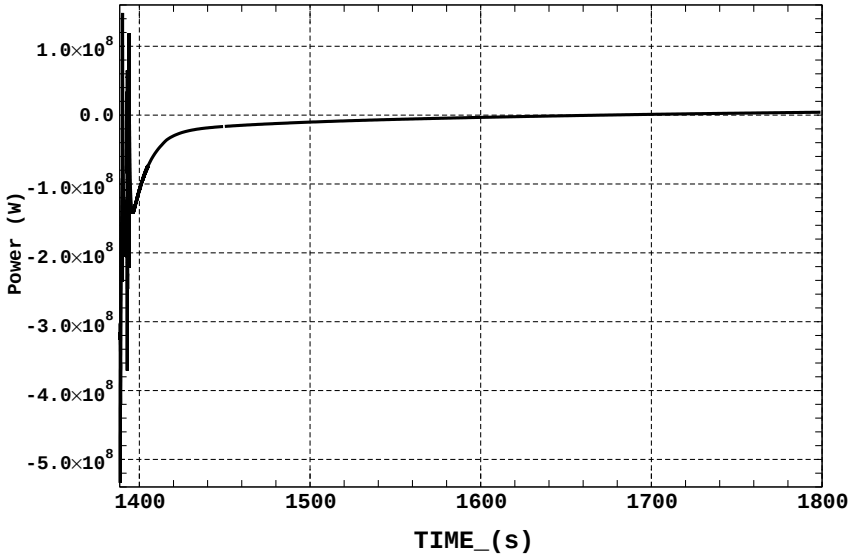

FIG. 7.20 – Puissance disponible sur l'arbre (W), pour le cas b), en fonction du temps (s) (zoom)

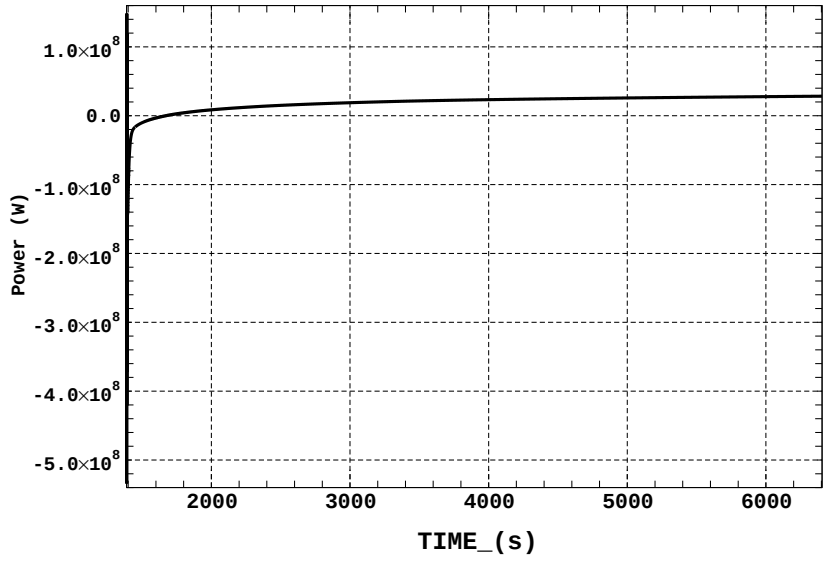

FIG. 7.21 – Puissance disponible sur l'arbre (W), pour le cas b), en fonction du temps (s)

- la comparaison de la Figure 7.23 et de la Figure 7.18 montre que la baisse de la température de sortie coeur (égale à la température d'entrée turbine) explique la mauvaise performance de la turbine.

Ainsi on se trouve confronté à un paradoxe : le débit maintenu par la convection forcé est si élevé qu'il refroidit trop le coeur et donc entraîne une température chaude du cycle trop basse. Un autre élément intervient : la baisse de la puissance

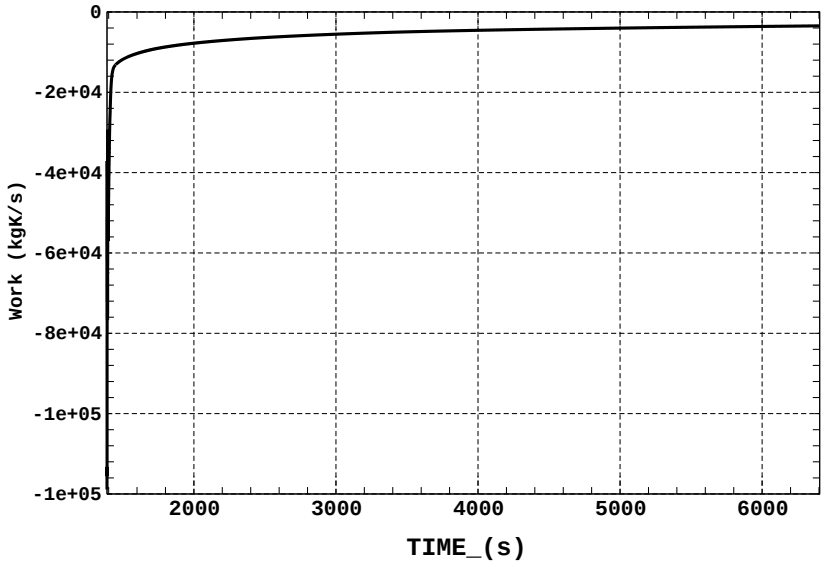

FIG. 7.22 – Travail effectué par la turbine (J), pour le cas b), en fonction du temps (s)

thermique fournie au fluide par le coeur. En effet, la puissance thermique produite par le coeur décroît avec sa cinétique propre ; de plus, la (relativement) faible inertie thermique du coeur ne permet pas d'étaler cette décroissance dans le temps (comme dans le cas du réacteur thermique).

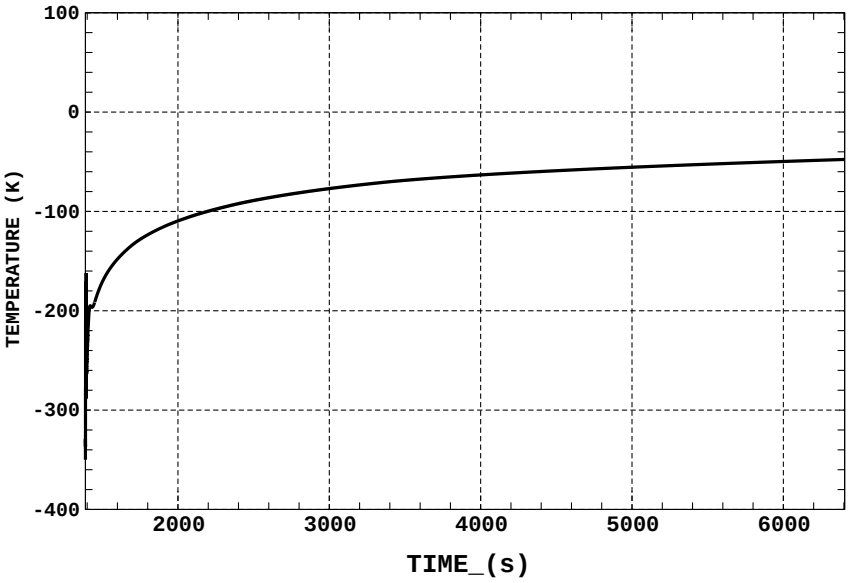

FIG. 7.23 – Chute de température aux bornes de la turbine (K), pour le cas b), en fonction du temps (s)

7.4.2.7 Comparaison avec le cas a)

Le cas a) montre qualitativement le même type de comportement que le cas b), exceptées les premières secondes pendant lesquelles le pompage peut intervenir. D'un point de vue quantitatif, la Figure 7.24 fait apparaître un fonctionnement autonome pendant une plus longue durée : 500 à 600 s environ. Ceci est bien cohérent avec les explications précédentes : dans le cas a), le débit maintenu est moins élevé que dans le cas b) à cause de l'inventaire en masse plus faible. En conséquence, la température de sortie du coeur est plus élevée et donc la turbine a un couple moteur plus élevé. Le fonctionnement autonome est donc plus long.

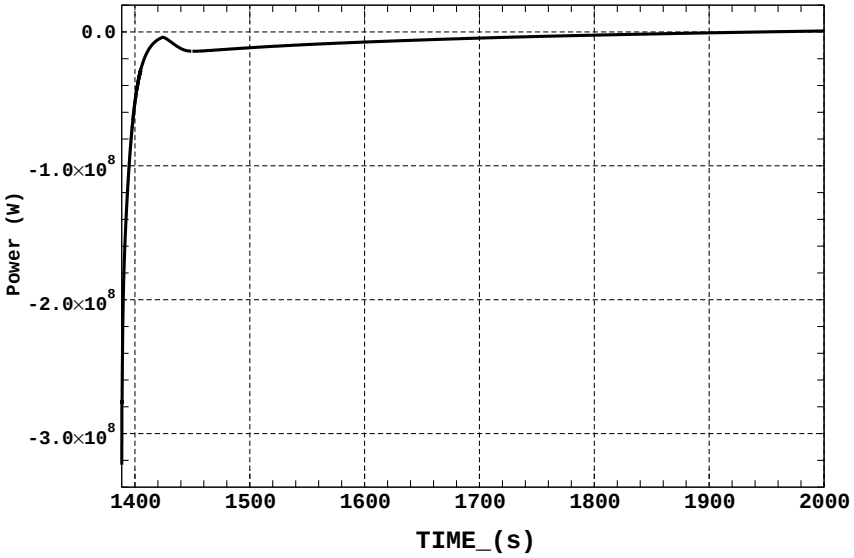

FIG. 7.24 – Puissance disponible sur l'arbre (W), pour le cas a), en fonction du temps (s)

7.4.2.8 Interprétation et généralisation

Dans ce paragraphe nous allons fournir des éléments simples d'interprétation des résultats des différents calculs en terme de durée d'autonomie. L'idée de cette interprétation simple est de déterminer une relation permettant d'évaluer la durée d'autonomie du système. Dans cette première approche, on se limitera à une évaluation de la durée d'équilibre des couples sur l'arbre.

Un calcul simple basé sur des bilans thermiques en régime quasi-stationnaire permet d'aboutir au fait que l'équilibre des couples sur l'arbre est assuré si et seulement si la relation suivante est vérifiée (voir annexe F) :

$Z_f + Z_{Coeur}(0)(1 - \eta_{elec}(0))P_{breche}/P_{breche}(0) = Z_{Coeur}(t)$

(où $P_{breche}(0)$ est la pression à l'endroit de la brèche l'instant initial)

On retrouve dans cette équation les différents éléments déduits des calculs complets :

- rôle de la position de la brèche (dans le paramètre $P_{breche}(0)$: une brèche sur un tuyau normalement à haute pression est plus favorable pour le fonctionnement autonome (cas a) par rapport au cas b) ;
- rôle de la pression de repli (P_{breche}) : plus la pression de repli est basse, plus long est le mode autonome (on retrouve les résultats des publications Tauveron et al. [2003] et Bassi [2003]) ;

– rôle de la puissance mécanique perdue par frottements sur l'arbre (Z_f) : plus les frottements sont élevés, moins la turbomachine fonctionnera longtemps ;
– rôle de la puissance thermique fournie au fluide par le coeur ($Z_{Coeur}(t)$) : si elle diminue trop, l'égalité dans l'équation d'équilibre n'est plus assurée.

7.5 Conclusions

Comportement à bas débit "immédiat" : apparition et développement d'instabilités

A l'aide du modèle précédemment développé nous avons retrouvé le comportement du circuit dans les premières secondes de brèche, pour le cas de la localisation de brèche de référence, située en branche froide. Nous avons simulé une autre localisation de brèche qui fait apparaître un nouveau phénomène : le pompage profond de courte durée, pour le compresseur HP. Cette différence qualitative bien qu'au premier abord relativement surprenante, a été expliquée à l'aide d'un modèle simple et de considérations établies aux chapitres précédents. Des éléments quantitatifs (périodes) paraissent également être assez fidèlement rendus par l'approche simple. Dans la continuité de cette approche d'autres situations susceptibles de faire intervenir ce phénomène de pompage ont été exposées.

Il est nécessaire de bien préciser que d'autres phénomènes vont également affecter ces comportements : la valeur de la pression de repli, la taille de la brèche, etc... Des calculs paramétriques utilisant les différents modèles pourront être également entrepris. Etant donné l'intérêt de l'étude de telles brèches, des conséquences pour la conception de différents éléments du réacteur seront sans doute tirées.

Comportement à bas débit à long terme

Le problème de l'évacuation de la puissance résiduelle lors d'une brèche survenue dans le circuit primaire d'un réacteur rapide à gaz à cycle direct thermique est une question majeure pour la conception. Notre présent étude concerne le rôle que peut exercer la turbomachine du cycle direct dans cette situation. Cette idée, qui n'est pas si nouvelle, a été reprise récemment pour d'autres applications. Les conclusions principales sont que la turbomachine est un organe qui, a priori, permet de maintenir une convection forcée à partir d'une source de chaleur de façon autonome, mais qu'une telle autonomie est limitée dans le temps. La durée de l'autonomie a été également abordée de manière simple ; elle dépend d'un certain nombre de paramètres, dont certains ont pu être cernés (pression de repli, position de la brèche, etc..). Des calculs paramétriques utilisant nos modèles pourront être également entrepris afin d'étudier l'influence d'autres paramètres. Ajoutons que l'utilisation de l'alternateur en mode moteur permet de maintenir sans discontinuité une convection forcée, mais de façon non autonome. Enfin la contribution d'une autre turbomachine auxiliaire peut aussi être étudiée avec ce modèle.

Conclusion et perspectives

Nous avons développé un modèle monodimensionnel axisymétrique de l'écoulement à l'intérieur d'une turbomachine multiétagée, à une échelle plus fine que l'échelle habituelle d'étude des instabilités axiales, l'échelle de la roue. Le modèle intègre aussi la possibilité de représenter un système complet, sur des transitoires longs. Les simulations numériques réalisées avec ce modèle ont conduit à des résultats relativement satisfaisants, dans des régimes de fonctionnement stables, en conditions nominale et hors nominales, et dans des situations de pompage. A la lumière des résultats de la bibliographie, des modèles élémentaires ont aussi été construits et validés. Des applications académiques et industrielles ont été simulées et ont apporté des éléments qualitatifs et quantitatifs pour l'évaluation des concepts de réacteurs nucléaires innovants.

La construction du modèle a nécessité un travail préliminaire de recensement et surtout de génération de corrélations adaptées aux régimes de bas débit positif et de débit négatif. Cette élaboration de corrélations a consisté en une adaptation et une fusion de divers modèles empiriques ou semi-empiriques. Après des tests sur des régimes stationnaires, le modèle a été déployé de façon satisfaisante sur des configurations d'écoulements instationnaires instables. La validation a été organisée de façon duale : par rapport à des données expérimentales et de façon complémentaire par rapport à des modèles " élémentaires ", que nous avons construits et validés de façon indépendante. Ce complément a été nécessaire compte tenu de la rareté des mesures publiées en littérature ouverte. Cette constatation nous conduira à proposer la définition d'un programme expérimental destiné à élargir la base de validation des modèles. Néanmoins la compréhension des phénomènes physiques régissant l'apparition d'instabilités et le développement du pompage a été renforcée à la fois par une description plus fine permise par le modèle monodimensionnel axisymétrique à l'échelle de la roue et aussi par la mise en relief et la quantification des phénomènes majeurs (temps caractéristiques de remplissage et de vidange du volume aval, de passage dans les espaces intergrilles, inerties, accroissements de pression maximal et minimal), seuls pris en compte dans les formulations élémentaires finales. Le développement du modèle élémentaire a également conduit à des expressions analytiques de la période du phénomène de pompage profond et du coefficient critique de Greitzer, paramètre qui discrimine l'évolution d'une instabilité (en pompage ou en décollement tournant).

Pourtant une insuffisance de cette contribution est l'impossibilité de décrire correctement le phénomène de décollement tournant. Ce phénomène rapide et fondamentalement non axisymétrique est hors de portée du modèle construit avec ses hypothèses restrictives. Une amélioration significative pourrait passer par la description des interactions rotor-stator et la possibilité de prendre en compte des phénomènes circonférentiels (et plus seulement axiaux). Une première voie envisageable serait celle d'un couplage entre nos calculs et des calculs multidimensionnels éventuellement simplifiés (2.5D) dont la capacité à décrire le décrochage tournant a été montrée. Une autre voie, sans doute plus simple et plus directe serait de privilégier d'abord l'introduction de modèles moyennés d'interactions rotor-stator dans nos équations.

Ensuite, la question de l'introduction d'un modèle simplifié de couche limite mérite d'être posée : elle permettrait sans doute de mieux prévoir l'apparition du col sonique et le débit limite associé à l'apparition de celui-ci.

Enfin, l'amélioration des corrélations dans les régimes proches de l'instabilité constituerait un apport qui permettrait une description physiquement plus exacte et quantitativement meilleure des mécanismes d'apparition d'instabilité : effet de jeu " local ", effet de la position de la roue dans la machine, etc... Une voie prometteuse (si les résultats ultérieurs confirment les premières impressions) est celle tracée par l'utilisation de calculs tridimensionnels : par exemple en utilisant une base de

données de corrélations stationnaires, générées par des méthodes prenant en compte toute la physique (tridimensionnalité, tourbillons de jeux, couches limites sur les aubages et sur le carter) comme celle utilisant un solveur paramétré.

Ces différentes perspectives mettent en relief les insuffisances d'un modèle moyenné pour décrire des phénomènes locaux. Une première façon d'étendre les capacités d'un tel modèle est de le complexifier en introduisant d'autres modèles. Il faut néanmoins prendre garde à ne pas de cette façon détruire ses principales qualités : sa relative simplicité de mise en oeuvre permet de le déployer sur des configurations de circuit complet (prise en compte de volumes et de divers éléments du circuit) qui seules peuvent permettre de décrire toute la physique du phénomène d'instabilité. Les simplifications permettent également d'avoir accès à des temps physiques calculés assez longs, caractéristiques des phénomènes, ou à d'autres interactions (thermiques, mécaniques). Une deuxième façon, plus séduisante aujourd'hui, de prendre en compte les phénomènes multi-échelles est de réaliser des couplages entre modèles numériques, chacun étant adapté à sa propre échelle. Ce type de démarche est en cours de déploiement actuellement dans divers secteurs de la recherche et de l'industrie. Il semble toutefois que son utilisation pour des applications instationnaires nécessite encore la résolution de nombreuses questions. Si on restreint l'ambition du couplage, en s'écartant du développement d'une méthode générique, utilisable dans toutes les situations instationnaires, il semble qu'un certain type de couplage multi-échelle puisse être déployé de façon prochaine, pour les phénomènes quasi-stationnaires : celui utilisant des corrélations issues de bases de données tridimensionnelles.

Ces perspectives numériques ambitieuses n'ont pas vocation à se substituer aux apports en terme de validation que fournirait la réalisation d'un programme expérimental. Un tel programme pourrait s'articuler en plusieurs volets. Tout d'abord, on chercherait à valider à l'échelle d'une grille d'aubes les différentes corrélations utilisées (lois de fermeture) ou éventuellement à en construire d'autres. Ensuite, à l'échelle d'une machine multiétagée (située dans un tuyau), on pourrait vérifier le caractère prédictif des différentes corrélations - l'aspect multiétagé est important - et également valider la procédure d'identification de la roue " initiatrice de l'instabilité " et des mécanismes associés. Des mesures de temps de transfert dans les grilles et dans les espaces intergrilles permettraient de confirmer (ou d'infirmer) les développements théoriques effectués concernant les inerties. A ce stade, des améliorations significatives du point de vue de la stabilité devraient être les conséquences logiques d'une meilleure compréhension de l'initiation locale de l'instabilité. Enfin, l'utilisation d'un dispositif expérimental, constitué par un système de compression, au travers d'une grille d'essais paramétriques permettrait de balayer d'autres configurations et de tester l'influence d'autres paramètres que ceux décrits dans les essais de Greitzer et de Day (ouverture de la vanne, taille des espaces intergrilles par exemple).

Du point de vue de la simulation du fonctionnement des réacteurs nucléaires à gaz rapides, ce modèle a trouvé naturellement sa place dans la chaîne de simulation de tels circuits. L'utilisation des modèles développés a permis d'apporter un certain nombre de réponses sur les problèmes de la survenue du pompage en cas de brèche et de l'évacuation de la puissance résiduelle. S'agissant de cette première circonstance, on a pu mettre en avant un certain nombre de paramètres clés qui régissent l'apparition et le développement du pompage (emplacement de la brèche, valeur de la pression de repli, etc ...). On a également pu bâtir un modèle élémentaire, d'intérêt didactique et pratique en phase de projet, qui donne accès à certaines grandeurs caractérisant le pompage. Cette élaboration a été effectuée en conciliant les travaux issus des recherche en aéronautique (Greitzer) et en génie nucléaire (Bammert). En concluant que le pompage apparaît comme inéluctable, mais bref dans un certain nombre de situations de brèche, on peut s'intéresser aujourd'hui au déploiement de dispositifs anti-pompage.

Dans le cas de l'évacuation de la puissance résiduelle d'un réacteur rapide, le principal enseignement de ce travail est que le rôle de la turbomachine est certes significatif, mais n'est pas aussi déterminant que les premiers calculs sur le réacteur thermique pouvaient le laisser espérer. En effet, dans le cas du réacteur rapide, la puissance thermique communiquée au fluide caloporteur est très variable dans le temps, du fait de la faible inertie thermique du coeur et de la puissance résiduelle variable ; une telle plage de variation n'est pas facilement compatible avec le fonctionnement d'une turbomachine, qui a été dessinée pour une utilisation optimale dans un régime nominal. Si l'autonomie de la turbomachine est garantie pendant les premières minutes suivant l'apparition de la brèche, le fonctionnement à long terme de la turbomachine suppose la fourniture d'énergie par une source externe (par exemple une alimentation électrique).

Pour autant l'idée de profiter du caractère passif de l'utilisation d'un turbocompresseur pour évacuer une puissance thermique mérite d'être encore explorée. Elle conduit par exemple à proposer de nouvelles applications de nos modèles à de nouvelles situations, issues de nouvelles stratégies de gestion de ces accidents hypothétiques : utilisation d'un turbocompresseur spécifique de petite taille offrant une plus longue autonomie de fonctionnement et pouvant fonctionner à une vitesse de rotation plus libre. Enfin la nécessité d'une validation expérimentale sur de telles configurations de circuit fermé semble incontournable pour avancer dans l'évaluation des différentes stratégies pour l'évacuation de la chaleur résiduelle.

Annexes

Annexe A

Quelques modèles décrivant l'apparition (et le développement) d'instabilités et de décollement tournant

La présente annexe a pour objet la présentation des aspects formels des différents modèles utilisés pour décrire l'apparition des instabilités ou du décollement tournant. On mentionne que le développement de chaque modèle a été poussé jusque dans notre direction d'intérêt : l'apparition d'instabilités.

A.1 Seuil d'apparition des instabilités à partir de la théorie d'Emmons (Emmons et al. [1955])

Le modèle d'écoulement a les caractéristiques suivantes : cascade bidimensionnelle dans un écoulement non perturbé à l'infini (de vecteur V, de composantes Vx selon l'axe de la machine (x) et Vy selon l'orthoradiale (y)), fluide incompressible. La cascade comprend alternativement des aubages décrochés et non décrochés. A l'entrée de la grille, on écrit que les composantes de la vitesse (Vx* selon l'axe et Vy* selon l'orthoradiale) sont perturbées [1] : $V_x^* = V_x + V_x'(x,y,t)$ et $V_y^* = V_y + V_y'(x,y,t)$ avec $V_x^{'}, V_y^{'} << V_x, V_y$

De part les propriétés énoncées ci-dessus l'écoulement est potentiel, de potentiel $\Phi = V_x x + V_y y + \phi$. On a immédiatement que : $V_x' = \frac{\partial \phi}{\partial x}$ et $V_y' = \frac{\partial \phi}{\partial y}$.

Φ et donc ϕ sont solutions de l'équation de Laplace. En résolvant par séparation des variables, en utilisant la condition amont d'écoulement non perturbé ($V_x'(- \propto, y, t) = V_y'(- \propto, y, t) = 0$), et en supposant la perturbation périodique selon y,on peut écrire que (b étant le pas) :

$$\phi = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n(t)\cos(n\pi y/b) + b_n(t)\sin(n\pi y/b))\exp(n\pi x/b))$$

Emmons définit un coefficient de débit de sortie de la cascade : $f_\alpha = \frac{section\ de\ passage}{section\ gomtrique}$ et avance que la variation de la section de passage est liée à la variation de l'angle d'incidence β_1 [2]. On définit donc : f_α^* (valeur instationnaire), f_α (valeur stationnaire initiale). Emmons suppose que cette variation n'est pas immédiate, mais lorsque l'angle β_1^* est atteint.

[1] les grandeurs perturbées sont notées avec un ', les grandeurs instationnaires avec un *

[2] attention : Emmons utilise l'angle complémentaire à celui utilisé dans ce document

Formellement, f_α est régie par une équation de mise à l'équilibre (τ_γ est un temps caractéristique de mise à l'équilibre) :

$$\frac{\partial f_\alpha^*}{\partial t} = \tau_\gamma (f_{\alpha,0}^* - f_\alpha^*) \tag{A.1}$$

$f_{\alpha,0}^*$ correspond à la valeur de f_α^* atteinte lorsque l'angle β_1^* est atteint. Pour une étude de stabilité linéaire on se limitera à la dépendance du premier ordre :

$$f_{\alpha,0}^* = f_\alpha + (\cot(\beta_1^*) - \cot(\beta_1)) \frac{df_\alpha}{d\cot(\beta_1)} (\beta_1^* = \beta_1(t=0)) \tag{A.2}$$

Or :

$$\cot(\beta_1^*) - \cot(\beta_1) = \frac{V_x + \frac{\partial \phi}{\partial x}}{V_y + \frac{\partial \phi}{\partial y}} - \frac{V_x}{V_y} \approx \frac{\frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{V_x}{V_y}\frac{\partial \phi}{\partial y}}{V_y} \tag{A.3}$$

En notant $g_\omega = V_2 \sin(\beta_2^*)$, la conservation du débit volume se traduit par : $V_x^* = f_\alpha^* g_\omega$ (régime instationnaire) et $V_x = f_\alpha g_\omega$ (régime stationnaire) en supposant que l'angle de sortie est donnée par la même valeur en instationnaire qu'en stationnaire. Ainsi $V_x^* = V_x + \frac{\partial \phi}{\partial x} = f_\alpha^* g_\omega = f_\alpha^* \frac{V_x}{f_\alpha}$Donc :

$$\frac{\partial f_\alpha^*}{\partial t} = \frac{f_\alpha}{V_x} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial x} \tag{A.4}$$

En remplaçant les expressions des équations A.2, A.3, A.4 dans l'équation A.1, il vient que :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial x} = K \frac{\partial \phi}{\partial x} - C \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

où $K = \tau_\gamma(-1 + \frac{V_x}{f_\alpha V_y} \frac{df_\alpha}{d\cot(\beta_1)} (\beta_1^* = \beta_1(t=0)))$ et $C = \tau_\gamma \frac{V_x^2}{V_y^2 f_\alpha} \frac{df_\alpha}{d\cot(\beta_1)} (\beta_1^* = \beta_1(t=0))$

Cette équation aux dérivées partielles donnent des relations entre les coefficients de la décomposition en série :

$$\begin{cases} \frac{da_n}{dt} = K a_n - C b_n \\ \frac{db_n}{dt} = C a_n + K b_n \end{cases}$$

La stabilité de ce système est donné par le signe de la partie réelles des valeurs propres de la matrice correspondante. Ces valeurs propres s'écrivent immédiatement :

$$\lambda = K \pm iC$$

Donc la condition de stabilité est : $K < 0$ soit : $\frac{V_x}{f_\alpha V_y} \frac{df_\alpha}{d\cot(\beta_1)} (\beta_1^* = \beta_1(t=0)) < 1$ d'où :

$$\frac{df_\alpha}{d\cot(\beta_1)} (\beta_1^* = \beta_1(t=0)) < \frac{f_\alpha}{\cot(\beta_1)}$$

Ceci est la conclusion d'Emmons.

La condition de stabilité est donc : $\frac{df_\alpha}{d\cot(\beta_1)} (\beta_1^* = \beta_1(t=0)) = \frac{f_\alpha}{\cot(\beta_1)}$, strictement équivalente à :

$$\frac{d(f_\alpha / \cot(\beta_1))}{d\cot(\beta_1)} (\beta_1^* = \beta_1(t=0)) = 0 \tag{A.5}$$

où : $f_\alpha = 1 - \frac{3}{8}(\frac{\omega}{1-C_p})$ dans la publication d'Emmons (C_p est le coefficient de pression statique : $\frac{2(P_{s,2} - P_{s,1})}{\rho_s V_1^2}$, ω le facteur de pertes). Ce critère est un mélange d'un critère de pertes maximales et de performances maximales.

A.2 Seuil d'apparition des instabilités à partir des données de Stenning (Stenning et al. [1955])

Stenning utilise également le paramètre f_α (même si son expression en fonction des coefficients de pression est un peu différente : $f_\alpha = \frac{\sin(\beta_1)}{\sin(\beta_2)\sqrt{1-C_p}}$) [3]). Il retrouve la condition de stabilité d'Emmons :

$$\frac{df_\alpha}{d\cot(\beta_1)} = \frac{f_\alpha}{\cot(\beta_1)}$$

La théorie développée permet également d'obtenir des vitesses de propagation en décollement tournant.

Insatisfait des résultats obtenus il enrichit sa théorie d'un facteur de retard sur f_α et obtient une formulation modifiée de la condition de stabilité et des vitesses de propagation en décollement tournant. L'aspect le plus intéressant pour notre objectif est qu'il obtient expérimentalement une condition de survenue de l'instabilité :

$$f_\alpha(\tan(\beta_1)) > 0.8 \tag{A.6}$$

Ce critère est un mélange d'un critère de pertes maximales et de performances maximales.

A.3 Seuil d'apparition des instabilités à partir de la théorie et des données de Kriebel (Kriebel et al. [1958], Stenning and Kriebel [1958])

Stenning et Kriebel ont développé une théorie (Kriebel et al. [1958]) du décollement en termes de lâchers de tourbillons (depuis les aubages) au passage des cellules décrochées. Les résultats expérimentaux publiés dans Stenning and Kriebel [1958] montrent en effet que lorsqu'un aubage entre dans la zone décrochée un tourbillon est généré à l'intrados de l'aubage adjacent. Lorsque l'aubage sort de la zone décrochée la circulation retrouve sa valeur et un tourbillon de signe opposé est généré. Le modèle d'écoulement reste une cascade bidimensionnelle (X, θ) dans le référentiel tournant.

Avec les notations de Kriebel : V_p est la vitesse de propagation, V_t la vitesse du tourbillon, V_i la vitesse moyenne au centre de la cellule décrochée :

$V_p = W_{\theta_2} - W_{X_2}\tan(\theta)$ et $V_t = W_{X_2}/\cos(\theta) - \frac{V_i}{2}$

En posant que les fréquences de passage et de lâcher tourbillonnaire sont égales, il vient que : $\frac{s}{V_p} = \frac{a}{V_t} = \frac{1}{frequence}$(s est le pas, a la distance entre deux tourbillons)

D'où :

$$\frac{s}{a} = \frac{V_p}{V_t} = \frac{W_{\theta_2} - W_{X_2}\tan(\theta)}{W_{X_2}/\cos(\theta) - \frac{V_i}{2}} = \frac{(\tan(\beta_2) - \tan(\theta))\cos(\theta)}{1 - \frac{V_i\cos(\theta)}{2W_{X_2}}} \tag{A.7}$$

L'expression de la circulation Γ est : $\Gamma = s(W_{\theta_1} - W_{\theta_2})$. La vitesse moyenne au centre de la cellule décrochée est : $V_i = \frac{\Gamma}{a} = \frac{s(W_{\theta_1} - W_{\theta_2})}{a}$, d'où une nouvelle expression de $\frac{s}{a}$:

$$\frac{s}{a} = \frac{V_i}{W_{\theta_1} - W_{\theta_2}} = \frac{V_i/W_{X_2}}{\frac{W_{X_1}}{W_{X_2}}\tan(\beta_1) - \tan(\beta_2)} \tag{A.8}$$

[3] 1 est affectée à l'entrée, 2 à la sortie. C_p est le coefficient de pression statique. Stenning utilise dans son article l'angle complémentaire à celui utilisé dans ce document

En éliminant $\frac{s}{a}$avec A.7et A.8, on obtient :

$$\tan(\beta_2) - \tan(\theta) = \frac{(1 - \frac{V_i \cos(\theta)}{2W_{X_2}})\frac{V_i \cos(\theta)}{W_{X_2}}}{(\frac{W_{X_1}}{W_{X_2}} \tan(\beta_1) - \tan(\beta_2)) \cos^2(\theta)}$$

Les résultats expérimentaux ont montré que : $\frac{V_i \cos(\theta)}{W_{X_2}} = 1$, d'où :

$$\tan(\beta_2) - \tan(\theta) = \frac{1}{2(\frac{W_{X_1}}{W_{X_2}} \tan(\beta_1) - \tan(\beta_2)) \cos^2(\theta)} = \frac{1 + \tan^2(\theta)}{2(\frac{W_{X_1}}{W_{X_2}} \tan(\beta_1) - \tan(\beta_2))} \tag{A.9}$$

La théorie de Kriebel permet de calculer une vitesse de propagation. Je souligne que l'équation A.9 admet une solution (réelle) si et seulement si :

$$(\frac{W_{X_1}}{W_{X_2}})^2 \tan^2(\beta_1) - 1 - \tan^2(\beta_2) > 0 \tag{A.10}$$

Ce critère ne contient qu'une information d'écart entre flux et profil.

A.4 Seuil d'apparition des instabilités à partir des théories et des données de Ludwig (Brady and Ludwig [1965], Ludwig et al. [1973], Ludwig and Nenni [1983], Ludwig and Nenni [1979]), Takata et Nagano (Takata and Nagano [1972]) et Orner (Orner [1976]) linéarisées

Le modèle d'écoulement a les caractéristiques suivantes : cascade bidimensionnelle dans un écoulement non perturbé à l'infini (de vitesse V, de composantes Vx selon l'axe de la machine (x) et Vy selon l'orthoradiale y), fluide incompressible. A l'entrée de la grille, Ludwig écrit que les composantes de la vitesse (Vx* selon l'axe et Vy* selon l'orthoradiale) sont perturbées : $V_x* = V_x + V'_x(x, y, t)$ et $V_y* = V_y + V'_y(x, y, t)$ avec $V'_x, V'_y << V_x, V_y$

L'équation du mouvement selon la direction x est :

$$\frac{\partial(V_x + V'_x)}{\partial t} + (V_x + V'_x)\frac{\partial(V_x + V'_x)}{\partial x} + (V_y + V'_y)\frac{\partial(V_x + V'_x)}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_s}{\partial x}$$

Après manipulation, cette équation s'écrit en fait :

$$\frac{\partial(V_x + V'_x)}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial((V_x + V'_x)^2 + (V_y + V'_y)^2)}{\partial x} + (V_y + V'_y)\frac{\partial(V_x + V'_x)}{\partial y} - (V_y + V'_y)\frac{\partial(V_y + V'_y)}{\partial x} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_s}{\partial x}$$

En posant : $f_h = \frac{p_s}{\rho} + \frac{(V_x+V'_x)^2+(V_y+V'_y)^2}{2}$et la vorticité $\zeta = -\frac{\partial V'_y}{\partial x} + \frac{\partial V'_x}{\partial y}$ ((vectoriellement $\zeta \underline{e_Z} = \underline{rot(u)}$), on obtient (Vx et Vy étant constants) :

$$\frac{\partial V'_x}{\partial t} - (V_y + V'_y)\zeta = -\frac{\partial f_h}{\partial x} \tag{A.11}$$

De la même façon, on montre que : :

$$\frac{\partial V'_y}{\partial t} + (V_x + V'_x)\zeta = -\frac{\partial f_h}{\partial y} \tag{A.12}$$

En dérivant l'équation A.11 par rapport à y, l'équation A.12 par rapport à x et en retranchant ces deux équations, on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\frac{\partial V'_x}{\partial y} - \frac{\partial V'_y}{\partial x}) + (V_y + V'_y)\frac{\partial \zeta}{\partial y} + (V_x + V'_x)\frac{\partial \zeta}{\partial x} = -\frac{\partial^2 f_h}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 f_h}{\partial x \partial y} \tag{A.13}$$

En utilisant la définition de ζ et le théorème de Schwarz, l'équation A.13 se transforme en :

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + (V_y + V'_y)\frac{\partial \zeta}{\partial y} + (V_x + V'_x)\frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0 \tag{A.14}$$

Cette expression est un résultat bien connu en 2D.

Si on introduit une fonction de courant Ψ, définie par : $V'_x = \frac{\partial \Psi}{\partial y}$ et $V'_y = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}$(vectoriellement $\underline{V} = \underline{rot(\Psi \underline{e_Z})}$ l'écoulement étant incompressible)

Or :

$$\zeta \underline{e_Z} = \underline{rot(\underline{V})} = \underline{rot(\underline{rot(\Psi \underline{e_Z})})} = \underline{grad(\underline{div(\Psi \underline{e_Z})})} - \underline{\Delta(\Psi \underline{e_Z})} = -\underline{\Delta(\Psi \underline{e_Z})}$$

La projection selon z donne donc :

$$\zeta = -\Delta(\Psi) \tag{A.15}$$

Les équations A.14 et A.15 sont les équations de base du modèle de Ludwig. Puis ce dernier en fait un développement linéarisé. Elles constituent également les deux équations de base du modèle non-linéaire de Takata et Nagano. La simplification du modèle d'Orner en écoulement cylindrique bidimensionnel conduit exactement à ces deux mêmes équations. En introduisant l'hypothèse de petite perturbation dans un écoulement initialement stationnaire et irrotationnel et où les rangées d'aubes successives sont décrites comme des disques de discontinuités minces, on développe une forme linéarisée de l'équation A.14(en coordonnées cylindriques (r, θ, x), α étant bien l'angle de l'écoulement par rapport à l'axe x x) :

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + V_x \tan(\alpha)\frac{\partial \zeta}{r \partial \theta} + V_x \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0 \tag{A.16}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} + r\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = -r\zeta \tag{A.17}$$

En injectant l'expression de ζ provenant de l'équation A.17 dans l'équation A.16, on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial t}[\frac{1}{r}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} + r\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}] + V_x \tan(\alpha)\frac{\partial}{r\partial \theta}[\frac{1}{r}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} + r\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}] + V_x \frac{\partial}{\partial x}[\frac{1}{r}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} + r\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}] = 0$$

On reconnaît que la partie imaginaire de la solution peut s'écrire comme un mouvement harmonique de période en θ $2\pi/n$: $\exp(j(S_p t + n\theta))$. n est interprété comme le nombre de cellules de décrochage. On peut introduire également une vitesse (complexe) de propagation (Sp). La stabilité du mouvement sera indiquée par le signe de la partie imaginaire de cette vitesse. Il est donc naturel de poser : $\Psi(x, r, \theta, t) = \psi(x, r)\exp(j(S_p t + n\theta))$. On obtient une équation différentielle du troisième degré en ψ, équation principale du modèle de Ludwig :

$$\frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} + j\frac{n}{r}\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}(\frac{S_p r}{n V_x} + \tan(\alpha)) - (\frac{n}{r})^2 \frac{\partial \psi}{\partial x} - j(\frac{n}{r})^3(\frac{S_p r}{n V_x} + \tan(\alpha))\psi = 0$$

Pour résoudre cette équation différentielle linéaire homogène, il faut trouver les racines de l'équation caractéristique associée d'inconnue X :

$$X^3 + j\frac{n}{r}X^2(\frac{S_p r}{n V_x} + \tan(\alpha)) - (\frac{n}{r})^2 X - j(\frac{n}{r})^3(\frac{S_p r}{n V_x} + \tan(\alpha)) = 0$$

Elles sont immédiatement : $\frac{n}{r}$, $-\frac{n}{r}$et $-j\frac{n}{r}(\frac{S_p r}{n V_x} + \tan(\alpha))$.

La solution est donc la somme d'exponentielles avec les puissances égales aux différentes racines. Les constantes sont déterminées par des conditions à l'amont, à l'aval et des conditions de continuité de la vitesse axiale et de la vorticité. Après quelques calculs Orner écrit une condition de stabilité, en notant Ω la vitesse de rotation :

$$\tan(\alpha_2)(\frac{r\Omega}{2V_x} - \tan(\alpha_2)) - 1 < 0$$

La limite de la stabilité est donc donnée par la nullité du discriminant :

$$\frac{r\Omega}{2V_x} < 2 \tag{A.18}$$

Ce critère conduit à une valeur de l'angle amont critique. Ajoutons que cette démarche conduit à prédire une vitesse de rotation des cellules égales à la moitié de la vitesse de rotation de la machine.

Cette condition paraît très simple et assez surprenante : en effet les angles n'apparaissent plus.

En posant pour le coefficient de pertes : $\omega = \frac{2(p_{T,2}-p_{T,1})}{\rho V_1^2}$ Ludwig a écrit une condition plus générale :

$$\omega + 1 + \tan^2(\alpha_2) + \frac{\partial \tan(\alpha_2)}{\partial \tan(\alpha_1)}(1 - \tan(\alpha_1)\tan(\alpha_2)) - \frac{1}{2}(1 + \tan^2(\alpha_1))\frac{\partial \omega}{\partial \tan(\alpha_1)} = 0 \tag{A.19}$$

Ce critère est un mélange d'un critère de pertes maximales (dernier terme de l'équation A.19) et d'écart flux profil (avant dernier terme de l'équation A.19).

A.5 Seuil d'apparition des instabilités à partir de la théorie et des données de Lieblein

Ceci est basé sur le facteur de diffusion équivalent. Le calcul de ce facteur nécessite des paramètres relativement précis de la géométrie. De plus les limites d'utilisation de ce facteur sont assez connues (la valeur limite pour le seuil d'apparition des instabilités est approximative, et basée sur des expériences en roue isolée).

A.6 Seuil d'apparition des instabilités à partir de la théorie de Dunham (Dunham [1965])

Le seuil d'apparition du décollement tournant est souvent pris au maximum de la courbe caractéristique. De façon plus précise il faut considérer la courbe :

$$\frac{P_{s,2} - P_{T,1}}{1/2\rho_{s,1}U^2} = f(\frac{C_X}{U}) \tag{A.20}$$

Il semble que Dunham ait été le premier à avancer cette idée. Dans une récente étude (Longley [1994]) Longley a retrouvé cette condition. Ce critère est un critère de performances maximales.

A.7 Seuil d'apparition des instabilités à partir des données et de la théorie de Fabri (Bot et al. [1970])

Dans la configuration de son expérience l'apparition du décollement tournant correspond à la survenue du maximum de la fonction $\Psi_s = \frac{2(P_{s,2}-P_{T,1})}{\rho_1 \Omega^2 r^2}$ sur le rayon (Ω est la fréquence de rotation). En fait cette fonction Ψ_s apparaît "naturellement" dans les analyses qui conduisent à déterminer la vitesse de rotation des cellules décrochées (Siestrunck et al. [1957]).

Pour déterminer le point de survenue du maximum de Ψ_s, nous allons identifier les seuils d'apparition de $\frac{\partial \Psi_s}{\partial r}$. Si on suppose que $\rho_1$est uniforme :

$$\frac{\rho_1 \Omega^2 r^2}{2} \frac{\partial \Psi_s}{\partial r} = \frac{\partial (P_{s,2} - P_{T,1})}{\partial r} - 2\frac{P_{s,2} - P_{T,1}}{r} \tag{A.21}$$

Comme $\frac{\partial P_{T,1}}{\partial r} = 0$ et en régime permanent la force centrifuge équilibre le gradient de pression radial soit : $\frac{\partial P_{s,2}}{\partial r} = \rho_{s,2} \frac{V_{\theta,2}^2}{r}$, on obtient de l'équation A.21 :

$$\frac{\rho_1 \Omega^2 r^3}{4} \frac{\partial \Psi_s}{\partial r} = \frac{1}{2} \rho_{s,2} V_{\theta,2}^2 - (P_{s,2} - P_{T,1})$$

Le décollement apparaît lors du changement de signe de :

$$\frac{1}{2} \rho_{s,2} V_{\theta,2}^2 - (P_{s,2} - P_{T,1}) \tag{A.22}$$

Ce critère est un critère de performances maximales.

A.8 Performance à débit nul à partir des données de Day, Greitzer et Cumpsty (Day et al. [1978])

Dans le modèle que nous développons, seuil d'apparition et performance sont liés. Des mesures sur de nombreux compresseurs axiaux ont été effectuées par Day, Greitzer et Cumpsty. Il en ressort que la performance quantitative à débit nul se situe autour de :

$$\frac{P_{s,2} - P_{T,1}}{1/2 \rho_s U^2} = 0.22 N_{etages} \tag{A.23}$$

où N_{etages} est le nombre d'étages. Ce critère est un critère de performances en régime décollé.

A.9 Seuil d'apparition de l'instabilité avec prise en compte d'une interaction entre les étages : théories de Yocum (Yocum [1988]) et de Bloch et O'Brien (Bloch and O'Brien [1992])

Ce modèle comprend un certain nombre d'idées développées par Bloch et O'Brien (Bloch and O'Brien [1992]) pour la détermination de l'apparition du régime décollé et de l'angle de sortie des aubages en régime de décollement tournant. Pour la détermination du seuil d'apparition du régime décollé, Bloch et O'Brien utilisent les observations de Yocum (Yocum [1988]) : l'angle d'incidence critique est de 8° pour un aubage de compresseur dans une grille d'aubes :

$$i_{stall} = 8° \tag{A.24}$$

Ce critère est un critère d'angle d'incidence critique.

Mais l'ajout des observations de Longley et Hynes (Longley and Hynes [1990]) et des idées de Cousins (Cousins [1991]) rend ce modèle plus novateur : le fait que d'autres étages du compresseur (situés à l'aval par rapport à l'étage considéré) travaillent a tendance à retarder l'apparition du décollement tournant pour un aubage considéré. Le seul d'apparition du régime décollé est donc retardé selon la place ($\aleph$) de l'étage dans le compresseur :

$$i_{stall}(\aleph) = 8° + \frac{(\aleph - 1)}{(N - 1)} (i_{stall}(N) - 8°) \tag{A.25}$$

Le modèle suppose également que pour le dernier étage :

$$i_{stall}(N) = 8^\circ$$

La même idée est reprise pour déterminer l'angle de sortie des aubages. Cet angle dépend de la place de l'étage dans le compresseur : ce modèle est enrichi par rapport à celui de Moses et Thomason (Moses and Thomason [1986]) qui suggérait que cet angle était donné simplement par la géométrie de l'aubage isolé (égal à l'angle de calage). L'angle de sortie suit également une loi linéaire en fonction de la place (ℵ) de l'étage dans le compresseur :

$$\beta_{_2,stall}(\aleph) = \beta_{_2}^{'}(\aleph) - \frac{(\aleph - 1)}{(N-1)}(\beta_{_2}^{'}(\aleph) - \gamma(\aleph)) \tag{A.26}$$

où : $\beta_{_2}^{'}$ est l'angle géométrique, γ est l'angle de calage, ℵ est la place de l'étage (ex. 1 pour le premier étage), N est le nombre d'étages.

Ce critère est un critère d'angle d'incidence critique. L'approche de Bloch et O'Brien sur la correction de l'angle d'incidence critique ne donne pas de bons résultats, hormis sur le cas sur lequel l'approche a été bâtie (Bloch and O'Brien [1992]). On n'utilisera donc pas l'équation A.25.

Annexe B

Etablissement des équations d'une turbomachine axiale grille par grille en quasi-stationnaire (détails)

L'objet de cet annexe est de développer le démarche d'établissement des équations d'une turbomachine axiale grille par grille en quasi-stationnaire, qui permettent d'aboutir au système d'équations décrit dans le paragraphe 4.4.4.

On rappelle que la figure sur laquelle sont effectués les bilans est la figure 4.8.

B.1 Passage de la roue fixe

Dans tout ce paragraphe on effectuera un bilan dans le volume noté D, volume géométrique fixe.

B.1.1 Conservation de la masse

La conservation de la masse s'exprime par le bilan suivant :

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_D \rho_s d\Omega = -\int_{\partial D} \rho_s \underline{V}.\underline{n} d\Sigma$$

L'intégrale dans le terme de gauche vaut : $V_D \widehat{\rho_s}^D$. Le terme de droite se décompose en intégrales sur les différentes portions : aubages, AA', E'E, CE, CC', BB', AB. Le produit scalaire $\underline{V}.\underline{n}$ est nul sur les surfaces limites du domaine (aubages, AA', E'E, CC', BB').

La contribution de l'intégrale de surface se limite donc à celle des surfaces AB et CE.

Ainsi la conservation de la masse s'exprime par :

$$V_D \frac{\partial}{\partial t}\widehat{\rho_s}^D = -S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB} \tag{B.1}$$

B.1.2 Bilan de quantité de mouvement - machine purement axiale

Avertissement : dans le cas d'une machine purement axiale les bilans de quantité de mouvement et de moment de quantité de mouvement sont équivalentes. Toutefois l'écriture en terme de quantité de mouvement est privilégiée ici par souci de simplicité.

En négligeant la contribution des contraintes visqueuses et turbulentes en dehors des aubages ainsi que l'influence de la gravité, le bilan de quantité de mouvement s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_D \rho_s \underline{V} d\Omega = -\int_{\partial D} \rho_s \underline{V}(\underline{V}.\underline{n}) d\Sigma - \int_{\partial D} P_s \underline{n} d\Sigma + \int_{aubages} (\underline{\underline{\tau_c}}.\underline{n}) d\Sigma$$

Nous nous limitons à examiner le détail des projections axiale et circonférentielle de cette équation.

Projection axiale La projection axiale s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_D \rho_s V_X d\Omega = -\int_{\partial D} \rho_s V_X(\underline{V}.\underline{n}) d\Sigma - \int_{\partial D} P_s n_X d\Sigma + \int_{aubages} (\underline{\underline{\tau_c}}.\underline{n})_X d\Sigma$$

Le terme de gauche vaut : $V_D \frac{\partial}{\partial t}\widehat{\rho_s V_X}^D$. Le terme de droite se décompose et se regroupe en intégrales sur les différentes portions : aubages, AA', E'E, CE, CC', BB', AB.

Le produit scalaire $\underline{V}.\underline{n}$ est nul sur les surfaces limites du domaine (aubages, AA', E'E, CC', BB').

Distinguons dans le terme de pression l'amont et l'aval. Explicitons le traitement par exemple pour le terme amont :
$\int_{AA'} P_s n_X d\Sigma + \int_{B'B} P_s n_X d\Sigma$,

Comme BB' est la surface AA' translatée circonférentiellement d'un pas, on peut écrire : $\int_{B'B} P_s n_X d\Sigma = \int_{AA'} P_{s,BB'}(-n_X) d\Sigma$.

Le terme amont s'écrit alors : $\int_{AA'} P_s n_X d\Sigma + \int_{B'B} P_s n_X d\Sigma = \int_{AA'} (P_{s,AA'} - P_{s,BB'}) n_X d\Sigma$. L'hypothèse d'axisymétrie permet de négliger ce terme.

Les mêmes arguments conduiraient à négliger $\int_{E'E} P_s n_X d\Sigma + \int_{CC'} P_s n_X d\Sigma$.

Au total la projection axiale du bilan de quantité de mouvement s'écrit :

$$V_D \frac{\partial}{\partial t}\widehat{\rho_s}^D \widehat{V_X}^D = -S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X^2}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X^2}^{AB} - S_{CE}\widetilde{P_s}^{CE} + S_{AB}\widetilde{P_s}^{AB} - F_X \tag{B.2}$$

où :

$$F_X = \int_{aubages} P_s n_X d\Sigma - \int_{aubages} (\underline{\underline{\tau_c}}.\underline{n})_X d\Sigma$$

Il nous faudra expliciter F_X.

Projection circonférentielle Le même type de considérations aboutit à :

$$V_D \frac{\partial}{\partial t}\widehat{\rho_s}^D \widehat{V_\theta}^D = -S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_\theta V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_\theta V_X}^{AB} - F_\theta \tag{B.3}$$

où :

$$F_\theta = \int_{aubages} P_s n_\theta d\Sigma - \int_{aubages} (\underline{\underline{\tau_c}}.\underline{n})_\theta d\Sigma$$

Il nous faudra expliciter F_θ.

B.1.3 Bilan de moment de quantité de mouvement - machine axiale

En négligeant la contribution des contraintes visqueuses et turbulentes en dehors des aubages ainsi que l'influence de la gravité, le bilan de quantité de mouvement s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_D \underline{r} \wedge \rho_s \underline{V} d\Omega = -\int_{\partial D} (\underline{r} \wedge \rho_s \underline{V})(\underline{V}.\underline{n}) d\Sigma - \int_{\partial D} (\underline{r} \wedge P_s \underline{n}) d\Sigma + \int_{aubages} \underline{r} \wedge (\underline{\underline{\tau_c}}.\underline{n}) d\Sigma$$

Nous nous limitons à examiner le détail des projections radiale et circonférentielle de cette équation.

Projection circonférentielle (correspond ici à une équation en V_X) La projection s'écrit :

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int_D \rho_s r V_X d\Omega = \int_{\partial D} \rho_s r V_X (\underline{V}.\underline{n}) d\Sigma + \int_{\partial D} P_s r n_X d\Sigma + \int_{aubages} r(\underline{\underline{\tau_c}}.\underline{n})_X d\Sigma$$

La projection du bilan de moment de quantité de mouvement s'écrit :

$$V_D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{\rho_s}^D \widehat{rV_X}^D = -S_{CE} \widetilde{\rho_s}^{CE} \widetilde{rV_X^2}^{CE} + S_{AB} \widetilde{\rho_s}^{AB} \widetilde{rV_X^2}^{AB} - S_{CE} \widetilde{rP_s}^{CE} + S_{AB} \widetilde{rP_s}^{AB} - rF_X \tag{B.4}$$

où :

$$rF_X = \int_{aubages} P_s r n_X d\Sigma - \int_{aubages} r(\underline{\underline{\tau_c}}.\underline{n})_X d\Sigma$$

Il nous faudra expliciter rF_X.

Il faut également tenir compte du terme de pression sur le carter et le moyeu : $\int_{carter-moyeu} P_s r n_X d\Sigma$.

En général on l'écrit de telle façon que :

$$-S_{CE} \widetilde{rP_s}^{CE} + S_{AB} \widetilde{rP_s}^{AB} + \int_{carter-moyeu} P_s r n_X d\Sigma = -S_m (\widetilde{rP_s}^{CE} - \widetilde{rP_s}^{AB})$$

où S_m est une section moyenne entre S_{AB} et S_{CE} (moyenne arithmétique). Ceci provient du fait que :

$$\int_{carter-moyeu} p r n_X d\Sigma \approx \frac{\widetilde{rp}^{CE} + \widetilde{rp}^{AB}}{2} \int_{carter-moyeu} n_X d\Sigma = \frac{\widetilde{rp}^{CE} + \widetilde{rp}^{AB}}{2} (-\widetilde{rp}^{CE} + \widetilde{rp}^{AB})$$

.

Donc la projection du bilan de moment de quantité de mouvement s'écrit :

$$V_D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{\rho_s}^D \widehat{rV_X}^D = -S_{CE} \widetilde{\rho_s}^{CE} \widetilde{rV_X^2}^{CE} + S_{AB} \widetilde{\rho_s}^{AB} \widetilde{rV_X^2}^{AB} - S_m (\widetilde{rP_s}^{CE} - \widetilde{rP_s}^{AB}) - rF_X \tag{B.5}$$

où :

$$rF_X = \int_{aubages} P_s r n_X d\Sigma - \int_{aubages} r(\underline{\underline{\tau_c}}.\underline{n})_X d\Sigma$$

Projection radiale (correspond ici à une équation en V_θ) Le même type de considérations aboutit à :

$$V_D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{\rho_s}^D \widehat{rV_\theta}^D = -S_{CE} \widetilde{\rho_s}^{CE} \widetilde{rV_\theta V_X}^{CE} + S_{AB} \widetilde{\rho_s}^{AB} \widetilde{rV_\theta V_X}^{AB} - rF_\theta \tag{B.6}$$

où :

$$rF_\theta = \int_{aubages} r P_s n_\theta d\Sigma - \int_{aubages} r(\underline{\underline{\tau_c}}.\underline{n})_\theta d\Sigma$$

Il nous faudra expliciter rF_θ.

B.1.4 Bilan d'enthalpie totale

Sous l'hypothèse d'un écoulement adiabatique et en négligeant la contribution des contraintes visqueuses et turbulentes en dehors des aubages ainsi que l'influence de la gravité, le bilan d'enthalpie totale s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_D \rho_s h_T d\Omega - \frac{\partial}{\partial t}\int_D P_s d\Omega = -\int_{\partial D} \rho_s h_T \underline{V}.\underline{n} d\Sigma + \int_{aubages} (\underline{\underline{\tau_c}}.\underline{V}).\underline{n} d\Sigma$$

Le terme de gauche vaut : $V_D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{\rho_s h_T}^D - V_D \frac{\partial}{\partial t} \widehat{P_s}^D$. Le terme de droite se décompose et se regroupe en intégrales sur

les différentes portions : aubages, AA', E'E, CE, CC', BB', AB. Le produit scalaire $\underline{V}.\underline{n}$ est nul sur les surfaces limites du domaine (aubages, AA', E'E, CC', BB').

La contribution de l'intégrale de surface se limite donc à celle des surfaces AB et CE.

Ainsi le bilan d'enthalpie totale s'exprime par :

$$V_D \frac{\partial}{\partial t}\widehat{\rho_s}^D \widehat{h_T}^D - V_D \frac{\partial}{\partial t}\widehat{P_s}^D = -S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{h_T V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{h_T V_X}^{AB} \tag{B.7}$$

B.1.5 Moyennes

Moyennes sur les sections amont et aval Une hypothèse importante effectuée a consisté à supposer que les surfaces amont (AB) et aval (CE) sont situées suffisamment loin des aubages pour que les paramètres physiques du fluide soient uniformes sur ces sections. C'est une des raisons qui poussent à ne pas faire des bilans juste autour de la grille. Dans ces conditions, pour toutes grandeurs physiques f, g on a : $\widetilde{fg}^{AB} = \widetilde{f}^{AB}\widetilde{g}^{AB}$ et $\widetilde{fg}^{CE} = \widetilde{f}^{CE}\widetilde{g}^{CE}$.

En particulier ceci permet d'écrire dans l'équation d'enthalpie B.7, $\widetilde{h_T V_X}^{AB} = \widetilde{h_T}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}$ et $\widetilde{h_T V_X}^{CE} = \widetilde{h_T}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE}$. De même dans les équations de quantité de mouvement B.2 et B.3, on aura : $\widetilde{V_\theta V_X}^{AB} = \widetilde{V_\theta}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}$, $\widetilde{V_X V_X}^{AB} = \widetilde{V_X}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}$ (de même pour CE). On écrira donc indistinctement $\widetilde{V_\theta V_X}^{AB}$ ou $\widetilde{V_\theta}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}$ (de même pour CE et $\widetilde{V_\theta V_X}^{AB}$).

Moyennes volumiques des vitesses sur l'ensemble du domaine - machine purement axiale On supposera que la vitesse moyenne dans le volume noté D peut s'écrire : $\widehat{\underline{V}}^D = \frac{1}{2}(\widetilde{\underline{V}}^{AB} + \widetilde{\underline{V}}^{CE})$.

Moyennes volumiques des vitesses sur l'ensemble du domaine - machine axiale Les variations de section étant faibles, on supposera que la vitesse moyenne dans le volume noté D peut s'écrire : $\widehat{r\underline{V}}^D = \frac{1}{2}(\widetilde{r\underline{V}}^{AB} + \widetilde{r\underline{V}}^{CE})$.

B.1.6 Introduction de la portance et de la traînée - machine purement axiale

Direction moyenne Dans une grille d'aubes l'écoulement aval est dévié (contrairement à une aile isolée). Il faut donc introduire une direction "moyenne". Cette direction sera naturellement donnée par la vitesse moyenne précédemment définie :

- $\widehat{\underline{V}}^D = \frac{1}{2}(\widetilde{\underline{V}}^{AB} + \widetilde{\underline{V}}^{CE})$

Et ainsi on définit :

- vitesse axiale moyenne, égale à la vitesse axiale moyenne : $\widehat{V_X}^D = \frac{1}{2}(\widetilde{V_X}^{AB} + \widetilde{V_X}^{CE})$
- vitesse circonférentielle moyenne, égale à la vitesse circonférentielle moyenne : $\widehat{V_\theta}^D = \frac{1}{2}(\widetilde{V_\theta}^{AB} + \widetilde{V_\theta}^{CE})$
- angle d'écoulement moyen, dont la tangente est égale au rapport des vitesses circonférentielle moyenne et axiale moyenne : $\tan(\alpha_m) = \widehat{V_\theta}^D / \widehat{V_X}^D = \frac{\widetilde{V_\theta}^{AB} + \widetilde{V_\theta}^{CE}}{\widetilde{V_X}^{AB} + \widetilde{V_X}^{CE}}$

Définitions On définit la portance L par : $L = F_X \sin(\alpha_m) - F_\theta \cos(\alpha_m)$ et la traînée D par : $D = F_X \cos(\alpha_m) + F_\theta \sin(\alpha_m)$.

B.1.7 Généralisation de la portance et de la traînée - machine axiale

Direction moyenne La direction "moyenne" est naturellement donnée par le moment cinétique moyen précédemment défini :

- $\widehat{r\underline{V}}^D = \frac{1}{2}(\widetilde{r\underline{V}}^{AB} + \widetilde{r\underline{V}}^{CE})$

Et ainsi on définit :

- moment cinétique axial moyen : $\widehat{rV_X}^D = \frac{1}{2}(\widetilde{rV_X}^{AB} + \widetilde{rV_X}^{CE})$
- moment cinétique moyen : $\widehat{rV_\theta}^D = \frac{1}{2}(\widetilde{rV_\theta}^{AB} + \widetilde{rV_\theta}^{CE})$

– angle d'écoulement moyen : $\tan(\alpha_m) = \widehat{rV_\theta}^D / \widehat{rV_X}^D = \frac{\widetilde{rV_\theta}^{AB} + \widetilde{rV_\theta}^{CE}}{\widetilde{rV_X}^{AB} + \widetilde{rV_X}^{CE}}$

Définitions On définit le moment de portance rL par : $rL = rF_X \sin(\alpha_m) - rF_\theta \cos(\alpha_m)$ et le moment de traînée rD par : $rD = rF_X \cos(\alpha_m) + rF_\theta \sin(\alpha_m)$.

B.1.8 Ecriture finale des équations de la dynamique - machine purement axiale

Formes non conservatives des équations de quantité de mouvement On peut expliciter le dérivée du produit : $\frac{\partial}{\partial t}\widehat{\rho_s}^D \widehat{V_X}^D$, en introduisant la forme de la vitesse moyenne sur le domaine noté D, pour transformer le bilan de la quantité de mouvement projeté selon la direction axiale (équation B.2) en :

$$V_D \widehat{\rho_s}^D \frac{\partial}{\partial t}\widehat{V_X}^D = -S_{CE}\widetilde{\rho_s V_X^2}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s V_X^2}^{AB} - \frac{1}{2}(\widetilde{V_X}^{AB} + \widetilde{V_X}^{CE})(V_D \frac{\partial}{\partial t}\widehat{\rho_s}^D) - S_{CE}\widetilde{P_s}^{CE} + S_{AB}\widetilde{P_s}^{AB} - F_X \quad \text{(B.8)}$$

Ceci permet d'utiliser la conservation de la masse B.1 et d'obtenir pour la partie droite de l'équation B.8 :

$$-S_{CE}\widetilde{\rho_s V_X^2}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s V_X^2}^{AB} - \frac{1}{2}(\widetilde{V_X}^{AB} + \widetilde{V_X}^{CE})(-S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}) - S_{CE}\widetilde{P_s}^{CE} + S_{AB}\widetilde{P_s}^{AB} - F_X$$

soit au total pour l'équation de la dynamique projetée selon la direction axiale :

$$V_D \widehat{\rho_s}^D \frac{\partial}{\partial t}\widehat{V_X}^D = \frac{1}{2}(\widetilde{V_X}^{AB} - \widetilde{V_X}^{CE})(S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}) - S_{CE}\widetilde{P_s}^{CE} + S_{AB}\widetilde{P_s}^{AB} - F_X \quad \text{(B.9)}$$

Avec la même démarche on transforme le bilan de la quantité de mouvement projeté selon la direction circonférentielle (équation B.3) en équation de la dynamique projetée selon la direction circonférentielle :

$$V_D \widehat{\rho_s}^D \frac{\partial}{\partial t}\widehat{V_\theta}^D = \frac{1}{2}(\widetilde{V_\theta}^{AB} - \widetilde{V_\theta}^{CE})(S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}) - F_\theta \quad \text{(B.10)}$$

Equation de la dynamique projetée selon la direction de la vitesse moyenne En utilisant la définition de D et en multipliant les équations B.9 et B.10, on obtient l'équation de la dynamique projetée selon la direction de la vitesse moyenne :

$$V_D \widehat{\rho_s}^D (\cos(\alpha_m)\frac{\partial}{\partial t}\widehat{V_X}^D + \sin(\alpha_m)\frac{\partial}{\partial t}\widehat{V_\theta}^D) =$$

$$\cos(\alpha_m)(-S_{CE}\widetilde{P_s}^{CE} + S_{AB}\widetilde{P_s}^{AB} + \widetilde{V_X}^{AB} - \widetilde{V_X}^{CE} + \tan(\alpha_m)(\widetilde{V_\theta}^{AB} - \widetilde{V_\theta}^{CE})\frac{S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}}{2}) - D$$

Le second membre se transforme en utilisant l'expression de la tangente de l'angle moyen :

$$\cos(\alpha_m)(-S_{CE}\widetilde{P_s}^{CE} + S_{AB}\widetilde{P_s}^{AB} + \frac{1}{2}(\widetilde{V_X^2}^{AB} - \widetilde{V_X^2}^{CE} + \widetilde{V_\theta^2}^{AB} - \widetilde{V_\theta^2}^{CE})\frac{S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}}{\widetilde{V_X}^{AB} + \widetilde{V_X}^{CE}}) - D$$

soit encore :

$$\cos(\alpha_m)(-S_{CE}\widetilde{P_s}^{CE} + S_{AB}\widetilde{P_s}^{AB} + \frac{1}{2}(\widetilde{V^2}^{AB} - \widetilde{V^2}^{CE})\frac{S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}}{\widetilde{V_X}^{AB} + \widetilde{V_X}^{CE}}) - D$$

Equation de la dynamique projetée selon la direction normale à la vitesse moyenne En utilisant la définition de L et multipliant les équations B.9 et B.10 on obtient l'équation de la dynamique projetée selon la direction normale à la vitesse moyenne.

$$V_D\widehat{\rho_s}^D(\frac{\partial}{\partial t}\widehat{V_\theta}^D - \tan(\alpha_m)\frac{\partial}{\partial t}\widehat{V_X}^D) = -\frac{1}{2}(\widetilde{V_\theta}^{AB} - \widetilde{V_\theta}^{CE})(S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}) + \frac{L}{\cos(\alpha_m)} \quad \text{(B.11)}$$

$$-\tan(\alpha_m)(-S_{CE}\widetilde{P_s}^{CE} + S_{AB}\widetilde{P_s}^{AB} + (\widetilde{V_X}^{AB} - \widetilde{V_X}^{CE})\frac{S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}}{2})$$

Si on ajoute et on retranche dans les deux parenthèses la quantité

$$\tan^2(\alpha_m)(\widetilde{V_\theta}^{AB} - \widetilde{V_\theta}^{CE})\frac{S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}}{2}$$

, alors l'équation B.11 devient :

$$V_D\widehat{\rho_s}^D(\frac{\partial}{\partial t}\widehat{V_\theta}^D - \tan(\alpha_m)\frac{\partial}{\partial t}\widehat{V_X}^D) = \frac{1}{2}(\widetilde{V_\theta}^{AB} - \widetilde{V_\theta}^{CE})((S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB})(1+\tan^2(\alpha_m)) + \frac{L}{\cos(\alpha_m)} \quad \text{(B.12)}$$

$$-\tan(\alpha_m)(-S_{CE}\widetilde{P_s}^{CE} + S_{AB}\widetilde{P_s}^{AB} + \widetilde{V_X}^{AB} - \widetilde{V_X}^{CE} + \tan(\alpha_m)(\widetilde{V_\theta}^{AB} - \widetilde{V_\theta}^{CE})\frac{S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}}{2})$$

Dans cette équation, on reconnaît exactement celle de la dynamique projetée selon la direction normale à la vitesse moyenne. La deuxième ligne de l'équation B.12 est exactement égale à :

$$V_D\widehat{\rho_s}^D(\frac{\partial}{\partial t}\widehat{V_X}^D + \tan(\alpha_m)\frac{\partial}{\partial t}\widehat{V_\theta}^D) + \frac{D}{\cos(\alpha_m)}$$

Donc l'équation B.12 s'écrit finalement :

$$V_D\widehat{\rho_s}^D(\frac{\partial}{\partial t}\widehat{V_\theta}^D)(1+\tan^2(\alpha_m)) = \frac{1}{2}(\widetilde{V_\theta}^{AB} - \widetilde{V_\theta}^{CE})(S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB})(1+\tan^2(\alpha_m)) + \frac{L - D\tan(\alpha_m)}{\cos(\alpha_m)} \quad \text{(B.13)}$$

Remarque : En introduisant la circulation Γ, l'équation précédente peut s'écrire :

$$V_D\widehat{\rho_s}^D\frac{\partial}{\partial t}\widehat{V_\theta}^D = \Gamma\rho_{s,m}V_m\cos(\alpha_m) + L\cos(\alpha_m) - D\sin(\alpha_m) + \varepsilon_{lift0} \quad \text{(B.14)}$$

où ε_{lift0} est un terme d'ordre inférieur.

Régime stationnaire En régime stationnaire l'équation de la dynamique projetée selon la direction de la vitesse moyenne devient :

$$D = \cos(\alpha_m)(-S_{CE}\widetilde{P_s}^{CE} + S_{AB}\widetilde{P_s}^{AB} + \frac{1}{2}(\widetilde{V^2}^{AB} - \widetilde{V^2}^{CE})\frac{S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}}{\widetilde{V_X}^{AB} + \widetilde{V_X}^{CE}})$$

On rencontre souvent la forme :

$$D = S\cos(\alpha_m)(-\widetilde{P_T}^{CE} + \widetilde{P_T}^{AB})$$

remplacée par (dans le cas d'un compresseur) :

$$D = S\cos(\alpha_m)\omega\frac{1}{2}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V^2}^{AB}$$

On interprète la forme que nous avons trouvée comme une généralisation de la corrélation habituelle. Pour autant nous ne possédons en général que des mesures directes de pertes de pression.

En régime stationnaire, l'équation B.14 est l'équation de Kutta-Jukowski (à condition d'avoir $L = 0$). Il faut la voir aussi comme la corrélation qui exprime l'angle de sortie de l'aubage.

En particulier si on repart de l'expression B.13 :

$$\cos(\alpha_m)(L - D\tan(\alpha_m)) = -\widetilde{V_X}^{AB}(\tan(\alpha_1) - \frac{\widetilde{V_X}^{CE}}{\widetilde{V_X}^{AB}}\tan(\alpha_2))S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB} \tag{B.15}$$

ou :

$$\cos(\alpha_m)(L - D\tan(\alpha_m)) = -\widetilde{V_X}^{AB}(\tan(\alpha_1) - \frac{\widetilde{V_X}^{CE}}{\widetilde{V_X}^{AB}}\tan(\alpha_2))\frac{S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}}{2} \tag{B.16}$$

En général, la corrélation est de la forme $\alpha_2 = \widetilde{\alpha}^{corr,CE}$.

Hypothèse de quasi-stationnarité Cette hypothèse consiste à conserver les corrélations formelles du régime stationnaire, en utilisant les valeurs instationnaires :

- $D = S\cos(\alpha_m)\omega^{corr}(\frac{1}{2}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V^2}^{AB})$.
- $\cos(\alpha_m)(L - D\tan(\alpha_m)) = -\widetilde{V_X}^{AB}(\tan(\alpha_1) - \frac{\widetilde{V_X}^{CE}}{\widetilde{V_X}^{AB}}\tan(\widetilde{\alpha}^{corr,CE}))S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}$
- (ou $\cos(\alpha_m)(L - D\tan(\alpha_m)) = -\widetilde{V_X}^{AB}(\tan(\alpha_1) - \frac{\widetilde{V_X}^{CE}}{\widetilde{V_X}^{AB}}\tan(\widetilde{\alpha}^{corr,CE}))\frac{S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE}+S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}}{2}$

Ecriture finale des équations de la dynamique L'équation de la dynamique projetée selon la direction de la vitesse moyenne est ainsi écrite sous la forme :

$$\begin{cases} V_D\widehat{\rho_s}^D(\frac{\partial}{\partial t}\widehat{V_X}^D + \tan(\alpha_m)\frac{\partial}{\partial t}\widehat{V_\theta}^D) = \\ -S_{CE}\widetilde{P_s}^{CE} + S_{AB}\widetilde{P_s}^{AB} + \frac{1}{2}(\widetilde{V^2}^{AB} - \widetilde{V^2}^{CE})(\frac{S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE}+S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}}{\widetilde{V_X}^{AB}+\widetilde{V_X}^{CE}}) - \frac{D}{\cos(\alpha_m)} \end{cases}$$

L'équation de la dynamique projetée selon la direction normale à la vitesse moyenne de la portance s'écrit :

$$V_D\widehat{\rho_s}^D\frac{\partial}{\partial t}\widehat{V_\theta}^D = \frac{1}{2}(\widetilde{V_\theta}^{AB} - \widetilde{V_\theta}^{CE})(S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}) + \cos(\alpha_m)(L - D\tan(\alpha_m)) \tag{B.17}$$

B.1.9 Ecriture finale des équations de moment de quantité de mouvement - machine axiale

Formes non conservatives des équations de quantité de mouvement On peut expliciter la dérivée du produit : $\frac{\partial}{\partial t}\widehat{\rho_s}^D\widehat{rV_X}^D$, en introduisant la forme de la vitesse moyenne sur le domaine noté D, pour transformer le bilan de moment de quantité de mouvement projeté selon la direction circonférentielle (équation B.4) en :

$$V_D\widehat{\rho_s}^D\frac{\partial}{\partial t}\widehat{rV_X}^D = -S_{CE}\widetilde{\rho_s rV_X^2}^{CE} + S_{AB}\widetilde{\rho_s rV_X^2}^{AB} - \frac{1}{2}(\widetilde{rV_X}^{AB} + \widetilde{rV_X}^{CE})(V_D\frac{\partial}{\partial t}\widehat{\rho_s}^D) - S_m\widetilde{rP_s}^{CE} + S_m\widetilde{rP_s}^{AB} - rF_X \tag{B.18}$$

Ceci permet d'utiliser la conservation de la masse (équation B.1) et d'obtenir pour la partie droite de l'équation B.18 :

$$-S_{CE}\widetilde{\rho_s r V_X^2}^{CE}+S_{AB}\widetilde{\rho_s r V_X^2}^{AB}-\frac{1}{2}(\widetilde{rV_X}^{AB}+\widetilde{rV_X}^{CE})(-S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE}+S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB})-S_m\widetilde{rP_s}^{CE}+S_m\widetilde{rP_s}^{AB}-rF_X$$

soit au total :

$$V_D\widehat{\rho_s}^D\frac{\partial}{\partial t}\widehat{rV_X}^D=\frac{1}{2}(\widetilde{rV_X}^{AB}-\widetilde{rV_X}^{CE})(S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE}+S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB})-S_m\widetilde{rP_s}^{CE}+S_m\widetilde{rP_s}^{AB}-rF_X$$

Avec la même démarche on transforme le bilan de moment de quantité de mouvement projeté selon la direction radiale (équation B.6) en :

$$V_D\widehat{\rho_s}^D\frac{\partial}{\partial t}\widehat{rV_\theta}^D=\frac{1}{2}(\widetilde{rV_\theta}^{AB}-\widetilde{rV_\theta}^{CE})(S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE}+S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB})-rF_\theta \tag{B.19}$$

Equation de la dynamique projetée selon la direction de la vitesse moyenne En utilisant la définition de D, on obtient l'équation de dynamique projetée selon la direction de la vitesse moyenne :

$$V_D\widehat{\rho_s}^D(\cos(\alpha_m)\frac{\partial}{\partial t}\widehat{rV_X}^D+\sin(\alpha_m)\frac{\partial}{\partial t}\widehat{rV_\theta}^D)=$$

$$\cos(\alpha_m)(-S_m\widetilde{rP_s}^{CE}+S_m\widetilde{rP_s}^{AB}+\widetilde{rV_X}^{AB}-\widetilde{rV_X}^{CE}+\tan(\alpha_m)(\widetilde{rV_\theta}^{AB}-\widetilde{rV_\theta}^{CE}))(\frac{S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE}+S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}}{2})-rD$$

Le second membre se transforme en utilisant l'expression de la tangente de l'angle moyen :

$$\cos(\alpha_m)[-S_m\widetilde{rP_s}^{CE}+S_m\widetilde{rP_s}^{AB}+$$

$$\frac{1}{2}(\widetilde{(rV_X)^2}^{AB}-\widetilde{(rV_X)^2}^{CE}+\widetilde{(rV_\theta)^2}^{AB}-\widetilde{(rV_\theta)^2}^{CE})\frac{S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE}+S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}}{\widetilde{rV_X}^{AB}+\widetilde{rV_X}^{CE}}]-rD$$

soit encore :

$$\cos(\alpha_m)(-S_m\widetilde{rP_s}^{CE}+S_m\widetilde{rP_s}^{AB}+\frac{1}{2}(\widetilde{(rV)^2}^{AB}-\widetilde{(rV)^2}^{CE})\frac{S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE}+S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}}{\widetilde{rV_X}^{AB}+\widetilde{rV_X}^{CE}})-rD$$

Equation de la dynamique projetée selon la direction normale à la vitesse moyenne On obtient l'équation de la dynamique projetée selon la direction normale à la vitesse moyenne.

$$V_D\widehat{\rho_s}^D(\frac{\partial}{\partial t}\widehat{rV_\theta}^D-\tan(\alpha_m)\frac{\partial}{\partial t}\widehat{rV_X}^D)=-\frac{1}{2}(\widetilde{rV_\theta}^{AB}-\widetilde{rV_\theta}^{CE})(S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE}+S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB})+\frac{rL}{\cos(\alpha_m)}$$

$$-\tan(\alpha_m)(-S_m\widetilde{rP_s}^{CE}+S_m\widetilde{rP_s}^{AB}+(\widetilde{rV_X}^{AB}-\widetilde{rV_X}^{CE})(\frac{S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE}+S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}}{2}))$$

Donc finalement :

$$V_D\widehat{\rho_s}^D\frac{\partial}{\partial t}\widehat{rV_\theta}^D=\frac{1}{2}(\widetilde{rV_\theta}^{AB}-\widetilde{rV_\theta}^{CE})(S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE}+S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB})+\cos(\alpha_m)(rL-rD\tan(\alpha_m))$$

Régime stationnaire En régime stationnaire, l'équation de la dynamique projetée selon la direction de la vitesse moyenne devient :

$$rD=\cos(\alpha_m)(-S_m\widetilde{rP_s}^{CE}+S_m\widetilde{rP_s}^{AB}+\frac{1}{2}(\widetilde{(rV)^2}^{AB}-\widetilde{(rV)^2}^{CE})\frac{S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE}+S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}}{\widetilde{rV_X}^{AB}+\widetilde{rV_X}^{CE}})$$

Par analogie on prendra :

$$rD=S_m r_m\cos(\alpha_m)\omega\frac{1}{2}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V^2}^{AB}$$

Pour l'équation de la dynamique projetée selon la direction normale à la vitesse moyenne, on obtient :

$$\cos(\alpha_m)(rL-rD\tan(\alpha_m))=-\widetilde{rV_X}^{AB}(\tan(\alpha_1)-\frac{\widetilde{rV_X}^{CE}}{\widetilde{rV_X}^{AB}}\tan(\alpha_2))\frac{S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE}+S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}}{2}$$

En général, la corrélation est de la forme $\alpha_2=\widetilde{\alpha}^{corr,CE}$.

Hypothèse de quasi-stationnarité Cette hypothèse consiste à conserver les corrélations formelles du régime stationnaire, en utilisant les valeurs instationnaires :

- $rD=S\cos(\alpha_m)\omega^{corr}(\frac{1}{2}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V^2}^{AB})$.
- $\cos(\alpha_m)(rL-rD\tan(\alpha_m))=-\widetilde{rV_X}^{AB}(\tan(\alpha_1)-\frac{\widetilde{rV_X}^{CE}}{\widetilde{rV_X}^{AB}}\tan(\widetilde{\alpha}^{corr,CE}))\frac{S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE}+S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}}{2}$

Ecriture finale des équations de la dynamique L'équation de la dynamique projetée selon la direction de la vitesse moyenne est ainsi écrite sous la forme :

$$\begin{cases} V_D\widehat{\rho_s}^D(\frac{\partial}{\partial t}\widehat{rV_X}^D+\tan(\alpha_m)\frac{\partial}{\partial t}\widehat{rV_\theta}^D)= \\ -S_m(\widetilde{rP_s}^{CE}-\widetilde{rP_s}^{AB})+\frac{1}{2}(\widetilde{(rV)^2}^{AB}-\widetilde{(rV)^2}^{CE})(\frac{S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE}+S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB}}{\widetilde{rV_X}^{AB}+\widetilde{rV_X}^{CE}})-\frac{rD}{\cos(\alpha_m)} \end{cases}$$

Celle de la dynamique projetée selon la direction normale à la vitesse moyenne s'écrit :

$$V_D\widehat{\rho_s}^D\frac{\partial}{\partial t}\widehat{rV_\theta}^D=(\widetilde{rV_\theta}^{AB}-\widetilde{rV_\theta}^{CE})\frac{1}{2}(S_{CE}\widetilde{\rho_s}^{CE}\widetilde{V_X}^{CE}+S_{AB}\widetilde{\rho_s}^{AB}\widetilde{V_X}^{AB})+\cos(\alpha_m)(rL-rD\tan(\alpha_m))$$

B.2 Passage de la roue mobile, espace intergille

Pour le passage de la roue mobile, d'une manière tout à fait analogue au cas précédent, on a écrit l'ensemble des équations dans le repère mobile. Le référentiel étant non galiléen les différentes forces d'inertie (accélération angulaire, force centrifuge, force de Coriolis) ont été ajoutées. La démarche est identique et les détails de calcul ne sont pas fournis.

Pour l'espace intergrille, d'une manière tout à fait analogue au cas du stator, on a écrit l'ensemble des équations, sans les termes sources dus aux aubages. Pour la liaison entre parties mobiles et fixe, on utilise les triangles de vitesses amont et aval : $\underline{V}=\underline{W}+\underline{U}$. En particulier on remarque que : $V_X=W_X$ et $V_\theta=W_\theta+U$.

Annexe C

Tentatives de description locale plus élaborée de la zone à bas débit : décollement tournant

C.1 Construction des modèles et validation en stationnaire

L'objectif de cette annexe est de construire un (en fait deux) modèle local de description du décollement tournant, basé sur des considérations physiques caractéristiques du phénomène de décollement tournant, issues de la bibliographie. Cette tentative aboutira à un modèle plus riche du point de vue de la physique, mais il devra permettre d'apporter des améliorations significatives par rapport aux modèles à bas débits.

C.1.1 Premier modèle local de décollement tournant

C.1.1.1 Base du (premier) modèle local de décollement tournant

De la bibliographie phénoménologique sur le décollement tournant (chapitre 2) nous constatons, devant la complexité des phénomènes, que nous ne pourrons décrire l'ensemble des configurations (différents types de décrochages). Nous avons privilégié l'approche générique qui semble donner les meilleurs résultats pour les compresseurs multiétagés. Selon une synthèse relativement récente (Pampreen [1993]), le modèle développé par Day, Greitzer et Cumpsty (Day et al. [1978]) donne de bons résultats sur les compresseurs multiétagés. De plus de nombreux compresseurs y ont été testés. Elle permet de simuler une alternance de zone(s) ou cellule(s) décollée(s) et de zone saine.

La zone saine se comporte comme si l'écoulement n'était pas instable : on calcule ses performances de la même façon qu'avant la limite d'instabilité (Day et al. [1978] se réfère à la partie droite de la caractéristique)

Entre les deux parties la différence de pression est faible (Day et al. [1978]). Cela se voit aussi d'après le modèle de Cumpsty et Greitzer (Cumpsty and Greitzer [1982]).

Le modèle comprend :

- une détermination de la partie saine (modèle de Fabri (Fabri and Siestrunck [1957]), valeur de 0.7 donnée dans la publication Day et al. [1978] comme rapport entre la section saine de l'écoulement et la section totale)
- une détermination des performances dues au travail dans la partie saine (de la même façon que pour le modèle traditionnel : une valeur maximale pour les pertes est nécessaire et afin de minimiser le nombre de paramètres il sera exprimé en fonction du critère d'apparition du décollement).
- un critère d'apparition du décollement. Les mêmes critères que ceux développés pour l'apparition des instabilités seront repris (paragraphe 3.2.2.2). Les paragraphes suivants exposent ces différents modèles.

Ce modèle ne comprend pas de modélisation de l'hystérésis pour la caractéristique.

C.1.1.2 Résulats en terme de courbe de performance (accroissement de pression)

Les résultats avec l'approche d'Emmons (Emmons et al. [1955]) (sous la courbe caractéristique du compresseur décrit dans Gamache [1985]) sont visibles en figure C.1 : on constate une mauvaise adéquation entre la tendance qualitative du modèle et les performances mesurées. De plus on voit apparaître nettement les discontinuités successives dues aux décollements des différentes roues. Les résultats avec les approches de Stenning (Stenning et al. [1955]), Kriebel (Kriebel et al. [1958],Stenning and Kriebel [1958]), Ludwig (Brady and Ludwig [1965],Ludwig et al. [1973],Ludwig and Nenni [1983],Ludwig and Nenni [1979]), Takata et Nagano (Takata and Nagano [1972]), Orner (Orner [1976]), Dunham (Dunham [1965]) ont le même défaut que celui élaboré avec la méthode basée sur les calculs d'Emmons.

Les résultats avec l'approche de Day, Greitzer et Cumpsty (Day et al. [1978]) (sous la courbe de courbe caractéristique du compresseur décrit dans Gamache [1985]) sont visibles en figure C.1. L'accord entre le modèle et les performances mesurées est de bonne qualité. Les discontinuités sont assez discrètes. L'approche de Fabri conduit au même type de résultats (Bot et al. [1970]).

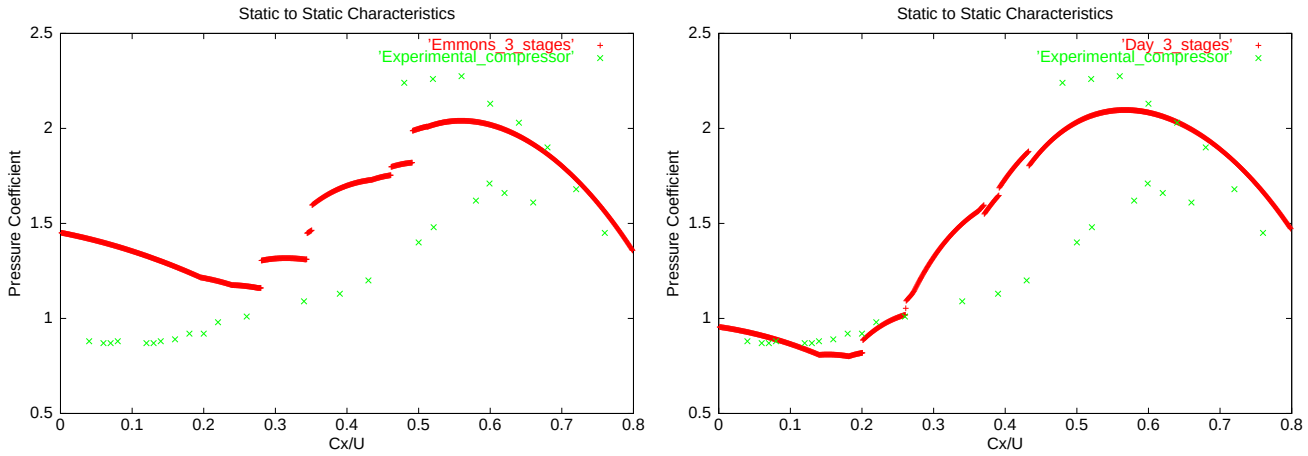

FIG. C.1 – Comparaison entre les modèles construits à partir des travaux d'Emmons (gauche) et ceux de de Day, Cumpsty et Greitzer (droite) et les mesures publiées dans Gamache [1985] et Eastland [1982]

C.1.1.3 Conclusions

Comparaison des différentes approches La cohérence des modèles à roue isolée (Emmons, Stenning, Kriebel) déjà mentionnée plus haut (paragraphe 3.2.2.3) se retrouve dans les résultats sur la génération de courbe caractéristique. Les modèles qui considèrent les étages complets peuvent donner des résultats différents : celui de Fabri en introduisant les aspects tridimensionnels est assez en accord avec les résultats mesurés en temps que courbe caractéristique dans la partie de décollement tournant proprement dite. Le modèle tiré des observations de Day semble donner les meilleurs résultats.

C.1.2 Deuxième modèle local de décollement tournant : prise en compte d'une interaction entre les étages

Présentation

Pour l'apparition du décollement, on conserve un modèle faisant intervenir un coefficient de pertes maximal (η_{min}). Nous n'utilisons donc pas l'approche complète de Bloch et O'Brien car l'angle d'incidence corrigé y est ajusté en fonction des résultats de Gamache et l'approche ne donne que des résultats très mitigés sur un autre exemple (Bloch and O'Brien [1992]). De plus le modèle de Bloch et O'Brien est incapable de prédire un accroissement de pression non nul à débit nul, alors qu'il

s'agit d'une observation expérimentale courante. Les auteurs de la publication admettent d'ailleurs qu'un tel mécanisme n'est pas bien compris. En fait on tient compte seulement de la dépendance de l'angle de sortie : celui-ci suit une loi linéaire en fonction de la place (ℵ) de l'étage dans le compresseur :

$$\beta_{2,stall}(ℵ) = \beta_2^{'}(ℵ) - \frac{(ℵ-1)}{(N-1)}(\beta_2^{'}(ℵ) - \gamma(ℵ)) \tag{C.1}$$

où : $\beta_2^{'}$ est l'angle géométrique, γ est l'angle de calage, ℵ est la place de l'étage, N est le nombre d'étages. Dans le cas où toutes les informations géométriques ne sont pas connues. On pourra prendre :

$$\beta_{2,stall}(ℵ) = \beta_2^{*}(ℵ) + (ℵ-1)(K) \tag{C.2}$$

où : β_2^{*} est l'angle au régime nominal, et K un paramètre de proportionnalité angulaire de quelques degrés environ.

Formalisme

Le modèle comprend les mêmes idées que celles du premier modèle de décollement tournant. Il permet de simuler une alternance de zone(s) ou cellule(s) décollée(s) et de zone saine.

La zone saine se comporte comme si l'écoulement n'était pas instable : on calcul ses performances de la même façon qu'avant la limite d'instabilité.

Le modèle comprend :

- un critère d'apparition du décollement
- une détermination de la partie saine
- une détermination des performances dues au travail dans la partie saine (de la même façon que pour le modèle traditionnel : une valeur maximale pour les pertes est nécessaire et afin de minimiser le nombre de paramètres il sera exprimé en fonction du critère d'apparition du décollement).

Ce modèle ne comprend pas de modélisation de l'hystérésis.

Le même type critère d'apparition du décollement est conservé (coefficient (η_{min})).

La différence réside dans la détermination de l'angle de sortie en régime de décollement. La relation "habituelle" ($\tan(\alpha_2) = A[\tan(\alpha_1) - \tan(\alpha_1^*)] + \tan(\alpha_2^*)$) n'est plus appliquée. Elle est remplacée par un angle de sortie dépendant de la place de l'aubage dans la machine.

Résultats

Les résultats avec cette approche (sous la courbe de courbe caractéristique du compresseur décrit dans Gamache [1985]) sont visibles en figure C.2. Les tendances obtenues sont proches de celles obtenues expérimentalement. On peut toutefois noter les discontinuités dans la partie courbe caractéristique générée pour les débits réduits inférieurs à 0.4. Ces défauts sont du même type que ceux issus du premier modèle de décollement tournant même s'ils semblent un peu moins marqués pour le deuxième modèle de décollement tournant. Les deux modèles de décollement tournant étant assez proches, cette similarité de comportement n'est pas étonnante. Cependant il est à noter que la pente de la courbe caractéristique à débit nul est très basse si on la compare à celle obtenues avec le premier modèle de décollement tournant et les modèles à bas débit. Pour le deuxième modèle de décollement tournant, on peut estimer cette pente grâce à l'équation (3.4) ou (3.5). Elles indiquent que cette pente dépend fortement de l'angle de sortie de chaque roue. Or l'angle de sortie de chaque roue obéit à des considérations bien spécifiques dans le deuxième modèle de décollement tournant (équation (C.1) ou (C.2)). Nous n'avons pas du pousser le développement analytique aussi loin dans le premier modèle de décollement tourant ou les modèles à bas débit. Cependant on constate bien que la courbe caractéristique a une pente moins raide à débit nul.

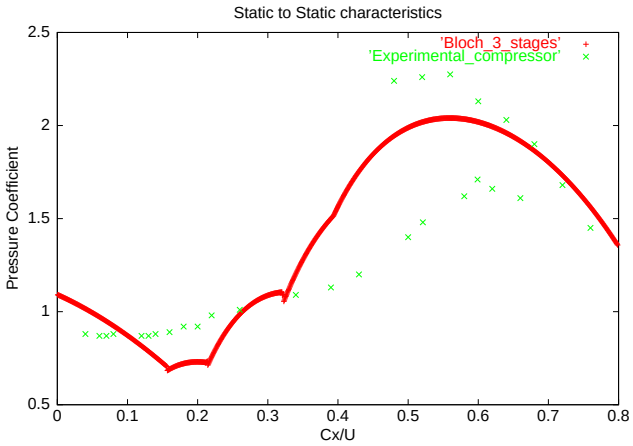

FIG. C.2 – Comparaison entre le modèle construit à partir des travaux de Bloch et les mesures publiées dans Gamache [1985] et Eastland [1982]

C.2 Validation stationnaire des tentatives de description locale du décollement tournant

Le premier modèle local de décollement tournant est appliqué à la machine de Greitzer. Les machines de Gamache et de Greitzer comportent le même nombre d'étages (trois).

La courbe possède une allure convenable (figure C.3, à gauche). La valeur à débit nul est assez sous-estimée par notre modèle, tout comme elle l'était avec le modèle sans décollement tournant. Soulignons que le comportement du compresseur de Greitzer n'est pas vraiment représentatif de ce qui a été vu sur les compresseurs multiétagés (caractéristique figurative dans Moore [1984a], Moore [1984b]).

Le deuxième modèle local de décollement tournant est appliqué à la machine de Greitzer. La courbe possède une bonne allure sauf sur la partie où la débit réduit est situé entre 0.2 et 0.3 (voir figure C.3, à droite). L'explication de ce "mauvais" comportement réside dans le fait que les pentes des courbes caractéristiques obtenues avec le deuxième modèle de décollement tournant sont très raides. Ceci est spécifique à ce modèle, comme nous l'avions déjà indiqué au chapitre 3 pour le comportement à débit nul.

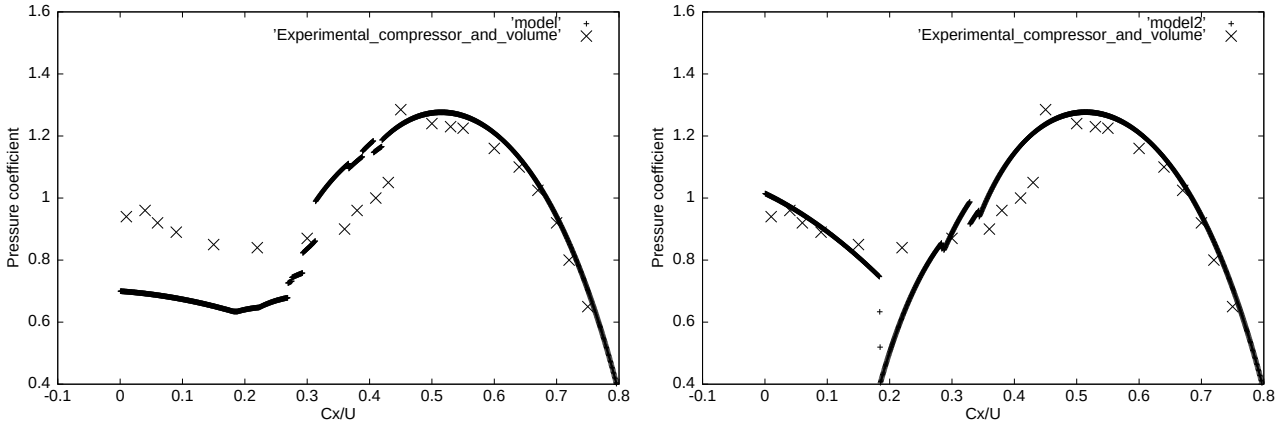

FIG. C.3 – Comparaison entre les modèles locaux de décrochage tournant et les mesures publiées dans Greitzer [1976a] : premier modèle (gauche) et deuxième modèle (droite)

C.3 Validation dynamique des modèles

C.3.1 Influence du modèle sur le cycle de pompage

On compare les effets des différents modèles (modèle à faible débit, premier modèle local de décollement tournant, deuxième modèle local de décollement tournant) sur la réponse en transitoire avec les mêmes paramètres géométriques et le même taux d'ouverture. La figure C.4 montre que l'amplitude des oscillations est très différente, principalement entre le deuxième modèle de décollement tournant et les autres. Par contre les fréquences semblent être très proches. L'écrêtage de l'oscillation en débit est interprété comme l'effet de la brusque variation produite par les modèles de décollement tournant (le passage au régime de décollement tournant est brusque).

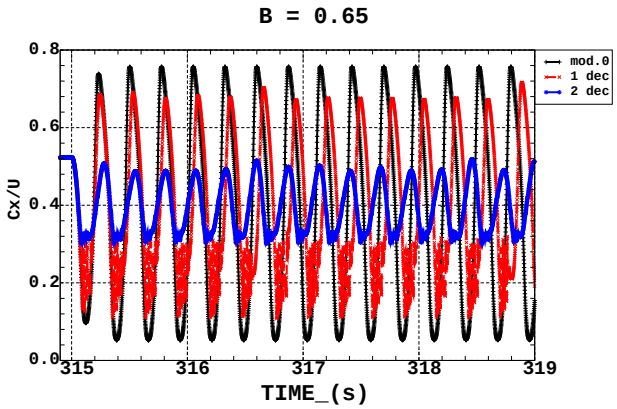

FIG. C.4 – Pompage : évolution du débit réduit, pour le modèle standard et différents modèles locaux de décollement tournant, pour B = .65

La figure C.5, qui présente deux calculs avec le premier modèle local de décollement tournant, mais effectués avec des taux d'ouverture de vanne et des tailles de réservoir différents, renforce l'idée que la variation brusque de la courbe caractéristique conduit à une sorte de barrière en débit dans les cycles. Quand le taux d'ouverture de vanne est suffisamment faible pour que le cycle ne rencontre pas la discontinuité il y a peu de différences entre le modèle à faible débit et le premier modèle local de décollement tournant. Ce n'est pas le cas pour l'autre configuration de la figure C.5.

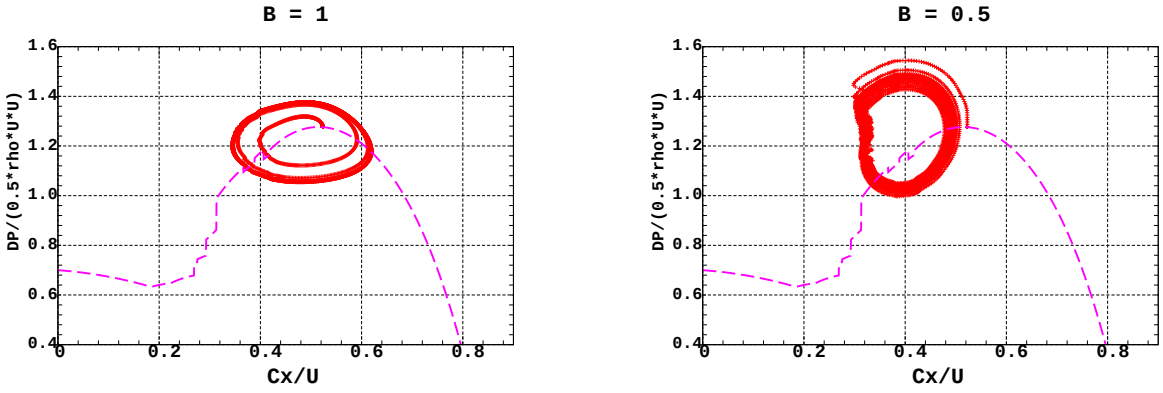

FIG. C.5 – Pompage : évolution en cycle, avec le premier modèle local de décollement tournant, pour B = 1 (gauche) et B = 0.5 (droite)

Pour le deuxième modèle local de décollement tournant, on remarque en plus de l'effet d'écrêtage, un comportement oscillant : par exemple, le débit semble osciller au cours du cycle entre une valeur basse en débit (0.2 environ) et une valeur

plus élevée (0.35 environ) (figure C.6). Ces deux cycles ne ressemblent pas du tout à ceux observés par Greitzer.

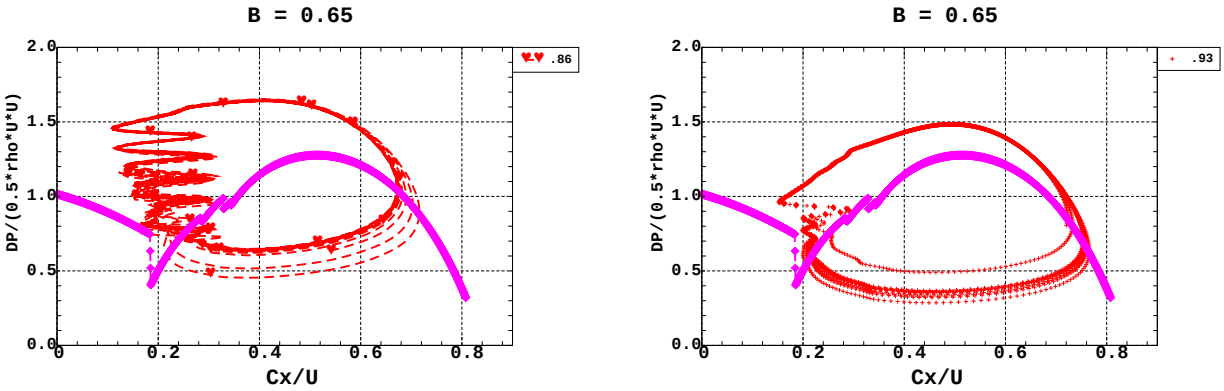

FIG. C.6 – Pompage pour B = .65 : évolution en cycle, avec le deuxième modèle local de décollement tournant, avec un taux d'ouverture de vanne élevé (gauche) et très élevé (droite)

C.3.2 Comparaison du premier modèle à bas débit et des deux modèles de décollement tournant

Fréquences

A tous paramètres fixés les fréquences obtenues avec les modèles développés sont égales dans une fourchette de quelques pourcents : on observe une bonne cohérence entre les différents modèles. L'explication de cette cohérence est que la fréquence est caractéristique d'un effet du système complet.

Comparaison du premier modèle à bas débit et des deux modèles de décollement tournant

A tous paramètres fixés le tableau C.1 présente le seuil d'instabilité obtenu avec les différents modèles développés. On observe une cohérence totale entre les trois modèles. L'explication de cette cohérence totale est que, lors de l'étude du seuil d'apparition des instabilités dynamiques, les modèles de décollement tournant ne sont pas sollicités. De tels modèles sont "sollicités" lors du développement des instabilités.

TAB. C.1 – Seuil d'instabilités obtenu pour différents modèles

Modèle	Débit adimensionnel ($\frac{C_X}{U}$) pour B = 0.5	Débit adimensionnel ($\frac{C_X}{U}$) pour B = 1
Premier modèle à bas débit	0,504	0,5115
Premier modèle local de décollement tournant	0,504	0,5115
Deuxième modèle local de décollement tournant	0,504	0,5115

C.4 Conclusion sur les tentatives de description locale du décollement tournant

On constate une mauvaise description du comportement en décollement tournant : les cycles ne sont pas cohérents d'un modèle à l'autre. De plus leur allures avec les modèles du décollement tournant sont beaucoup plus éloignés des cycles mesurés par Greitzer que les cycles sans ces modèles. Malgré une base plus physique du modèle local de décollement tournant, la tentative n'a pas permis d'apporter des améliorations significatives par rapport aux modèles précédents. Ceci n'est pas surprenant. Le phénomène de décollement tournant est véritablement complexe et visiblement hors de portée de notre modèle à cause d'un certain nombre d'hypothèses qui sont employées dans ce travail :

– axisymétrie de l'écoulement et description orthoradiale sommaire,
– comportement quasi-stationnaire.

L'hypothèse d'axisymétrie est particulièrement pénalisante. En effet si on se réfère aux travaux de Moore et Greitzer (Moore [1984a], Moore [1984b], Moore and Greitzer [1985]), qui sont à la base de la plupart des modèles simples de décollement tournant aujourd'hui, l'hypothèse d'axisymétrie n'est pas vérifiée :

– dans le modèle de disque d'action des roues (termes d'inertie),
– dans les zones sans aubes, un calcul réellement quasi-3D est réalisé (présence de dérivées selon la ligne méridienne et la direction circonférentielle).

Cependant nous avons tenu à faire figurer dans ce document ces tentatives malgré leur aspect naîf et leur échec, dans le but de montrer que pousser le plus loin possible le modèle 1D axisymétrique d'un point de vue local ne permet pas de décrire le phénomène de décollement tournant.

Annexe D

Extension du domaine de fonctionnement : moyens de lutte contre le pompage

D.1 Aspects bibliographiques

D.1.1 Un exemple de solution technologique locale : le “traitement de carter”

Le but des constructeurs est de réaliser un compresseur avec la plage de fonctionnement la plus étendue. Afin d’assurer une marge de stabilité suffisante, la solution la plus directe est de faire fonctionner le compresseur en-dessous de son point de fonctionnement optimum. Dans ces conditions, le nombre d’étages nécessaire pour réaliser le taux de compression voulu sera augmenté, ce qui n’est pas souhaité. Afin d’améliorer la stabilité des compresseurs, les constructeurs ont mis au point différentes solutions technologiques, parmi lesquelles le “traitement de carter”. Le principe consiste à réaliser des cannelures ou des perforations dans le carter entourant la roue des compresseurs axiaux. De nombreuses expériences ont été effectuées (notamment par la NASA) pour tester ce traitement qui peut améliorer la stabilité des compresseurs fonctionnant à faible mais aussi à grande vitesse. Cette méthode d’extension du domaine de stabilité n’est pas une panacée et peut dans certains cas pénaliser l’efficacité du compresseur. Par exemple, lorsque le décollement débute au bord intérieur de la roue, le traitement peut avoir un effet inverse à celui escompté et aggraver les instabilités (en décalant l’écoulement vers le bord extérieur de la roue).

D.1.2 Contrôle actif et structural

Les premiers essais de contrôle actif ont été réalisés par Ludwig et ses collaborateurs en 1979 (Ludwig and Nenni [1979]). En 1986, Epstein et ses collaborateurs (Epstein et al. [1986]) ont proposé de considérer le décollement tournant[1] et le pompage comme les résultats finaux de perturbations de faible amplitude qui représenteraient les oscillations naturelles du système de compression. Les auteurs proposent alors un asservissement agissant sur les petites perturbations qui pourraient changer la dynamique du système et empêcher le développement du décollement tournant et du pompage. La théorie est testée avec succès par Paduano et al. (Paduano et al. [1993],Paduano et al. [1994]). L’efficacité de la stabilisation active a d’abord été démontrée expérimentalement sur des compresseurs centrifuges par de nombreux chercheurs, par exemple : Ffowcs Williams et Huang (Williams and Huang [1988]).

Un système de stabilisation active d’un compresseur est composé :

– De capteurs : ils permettent de détecter dans le fluide les perturbations de fonctionnement du système de compression ;

[1] travailler sur des moyens de retarder l’apparition du décollement tournant sert aussi à retarder l’apparition du pompage puisque le décollement tournant est considéré par certains comme un prémisse du pompape

– De déclencheurs : ils agissent sur les instabilités en introduisant dans le système les perturbations compensatrices adéquates ;
– Une loi de contrôle appropriée : elle fait le lien entre les deux précédents composants.

Théoriquement, un système actif de stabilisation n'a besoin que d'un seul capteur et d'un seul déclencheur choisis et placés judicieusement, car le pompage est un phénomène monodimensionnel. Le Tableau D.1 fournit plusieurs exemples de capteurs et de déclencheurs qui peuvent être utilisés.

TAB. D.1 – Exemples de capteurs et de déclencheurs

Déclencheurs	Grandeurs mesurées par les capteurs
Injecteur placé dans les conduits	Débit massique à l'entrée
Vanne en aval du compresseur	Pression dans le réservoir
Clapet de purge dans le réservoir	Pression totale à l'entrée du compresseur
Addition de chaleur dans le réservoir	Pression statique à l'entrée du compresseur
Géométrie d'entrée variable	Température du réservoir
Directrice d'entrée à calage variable	
Injection tangentielle à l'admission	
Etage auxiliaire de compression	
Injection de masse dans le réservoir	
Clapet de purge à l'entrée	

D.1.2.1 Simulations numériques du fonctionnement du système asservi

Pour calculer la réponse du système de compression avec le système d'asservissement, on peut commencer par une analyse linéaire de la stabilité. C'est la même démarche que celle décrite au paragraphe 4.2 sans asservissement : pour déterminer si un système est stable ou instable, on peut d'abord examiner sa réponse aux faibles perturbations, lorsqu'il opère dans des conditions normales de fonctionnement. Les hypothèses d'analyse linéaire sont alors vérifiées. On écrit les équations perturbées, puis l'équation caractéristique du système différentiel. Celle-ci est en général d'un ordre plus élevé que sans asservissement (ordre 3 au lieu de 2 en général). Le critère de stabilité de Routh-Hurwitz (Dorf [1980]) donne des conditions nécessaires et suffisantes pour que la partie réelle de chaque racine de l'équation caractéristique soit négative.

Pour pouvoir simuler le fonctionnement du système de compression avec le système d'asservissement, il est nécessaire de pousser l'analyse en modélisant plus soigneusement la boucle d'asservissement. Le travail résumé dans Simon et al. [1993] définit une méthodologie générale qui permet d'évaluer les stratégies qui pourraient permettre de stabiliser le système de compression. La modélisation du système de compression pour le contrôle est basée sur celle de Greitzer (Greitzer [1976b]) reprise à quelques exceptions près (temps de retard négligé) au paragraphe 4.3.1.

Puis pour décrire correctement les systèmes contrôlés, il est nécessaire de prendre aussi en compte l'influence des déclencheurs sur les performances du système, de représenter les mesures des capteurs et d'intégrer la loi de contrôle. Chaque combinaison capteur-déclencheur produit un résultat différent sur la réponse dynamique des systèmes. Les comportements des systèmes pour différentes associations de capteur-déclencheur sont décrites formellement par leurs fonctions de transfert, qui sont définies par le rapport des transformées de Laplace du signal de sortie sur le signal d'entrée.

Modification de la stabilité par contrôle proportionnel

On peut utiliser par exemple une loi de contrôle proportionnel, ce que nous ferons dans la suite de cette partie. La stabilité d'un système influencée par une loi de contrôle proportionnelle est déterminée à partir des racines de l'équation caractéristique :

$$GD(s) + KGN(s) = 0$$

où GN(s) et GD(s) sont le numérateur et le dénominateur de la fonction de transfert, et le gain (K) est une constante réelle

de proportionnalité de la loi de contrôle. Le système sera stable si et seulement si toutes les racines de l'équation caractéristique ont des parties réelles négatives.

Si le contrôle est suspendu (K vaut 0), la stabilité est déterminée à partir des racines de GD(s), qui est invariable quelle que soit la paire de déclencheur-capteur utilisée. Dès que K est non nul, la stabilité du système est modifiée par le terme KGN(s). De plus, comme chaque association de déclencheur-capteur a un GN(s) différent, l'effet du contrôle rétroactif varie également.

Quelques exemples particuliers ont une zone de stabilisation illimitée (Unlimited Range Increase), à condition d'avoir un gain important avec une grande valeur de B (paramètre de Greitzer). Cependant, en pratique, il existe une valeur maximum limite de B au delà de laquelle le système ne peut plus être stabilisé.

Limites pratiques du contrôle

Jusqu'ici, les systèmes étaient supposés idéaux. Pour aborder le problème complet, il est nécessaire de prendre en compte :

- Des limitations de la bande passante, imposées par les capteurs, le processeur, le déclencheur ou une combinaison des trois ;

- Des contraintes du déclencheur, dans un sens large. C'est à dire incluant l'élément agissant sur l'écoulement, le moteur qui l'entraîne, et chaque élément impliqué dans le signal de retour ;

- Le retard qu'il y a entre la commande et la réponse du déclencheur. Ce retard réduit l'efficacité du contrôle, même s'il est possible de le compenser en utilisant une loi de contrôle plus complexe que le contrôle proportionnel ;

- Les limites de l'influence du déclencheur, dont dépend la valeur du gain. Par exemple, la section d'une vanne peut seulement être modulée entre 0 et 100%.

Autres résultats

1. La tendance générale est que le contrôle devient plus difficile quand B augmente ;

2. Seuls les déclencheurs placés dans le conduit d'aspiration du compresseur (injecteur et vanne) sont capables de stabiliser un système de compression ayant une pente raide quelle que soit la valeur de B.

3. L'addition de chaleur n'apporte que peu ou pas de stabilité.

Action de la bande passante du système de contrôle (Williams and Huang [1988])

L'expérience décrite dans Williams and Huang [1988] permet de tirer plusieurs conclusions :

- Augmenter la bande passante permet d'accroître la stabilité ;

- Pour une bande passante donnée, l'augmentation du gain permet d'accroître la stabilité jusqu'à un maximum.

D.1.2.2 Autre effet recherché : stabilisation active du pompage

Dans d'autres configurations, l'action du contrôleur sur les différents aspects des instabilités et sur la performance du système de compression est mise en évidence en interrompant le pompage.

Pour observer l'effet du contrôleur, celui-ci est démarré alors que le compresseur " pompe ". Les résultats obtenus ont été reportés sur deux figures représentant la pression et les signaux du contrôleur en fonction du temps (figure D.1). Il en ressort que le système actif est très efficace : le pompage peut être supprimé presque instantanément, même dans le cas où les instabilités sont importantes.

D.1.2.3 Méthodes de stabilisation expérimentées par rétroaction structurale

Dans ce cas, c'est le contrôle du pompage par un système mécanique qui a été étudié. Une bibliographie est donnée dans Greitzer [1998]. Pour stabiliser un système de compression, il est nécessaire d'altérer son comportement dynamique ; il existe plusieurs façons d'y parvenir sans utiliser des capteurs et des déclencheurs externes. Ces méthodes ont l'avantage d'être plus

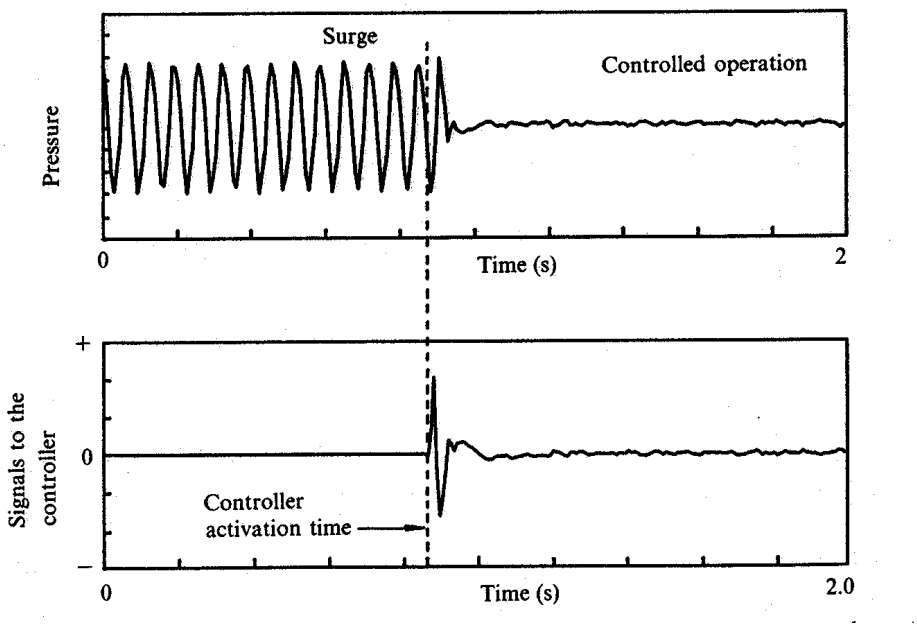

FIG. D.1 – Effet du contrôleur sur un système de compression en train de pomper, extrait de Williams and Huang [1988]

faciles à instrumenter, de plus elles peuvent être moins coûteuses et plus robustes que le contrôle actif. Toutes ces raisons justifient l'intérêt porté à l'utilisation de la rétroaction structurale plutôt qu'au contrôle actif.

Un exemple de principe consiste à atténuer les oscillations par l'intermédiaire d'une surface absorbante. Il existe plusieurs systèmes pour absorber l'énergie du compresseur, celui retenu est schématisé sur la figure D.2. Il est composé d'un système de compression classique, agrémenté d'une paroi mobile dans le réservoir. Le système aérodynamique d'origine (aux parois fixes) a maintenant une surface absorbante couplée. Ce système permet d'améliorer l'atténuation des perturbations aérodynamiques.

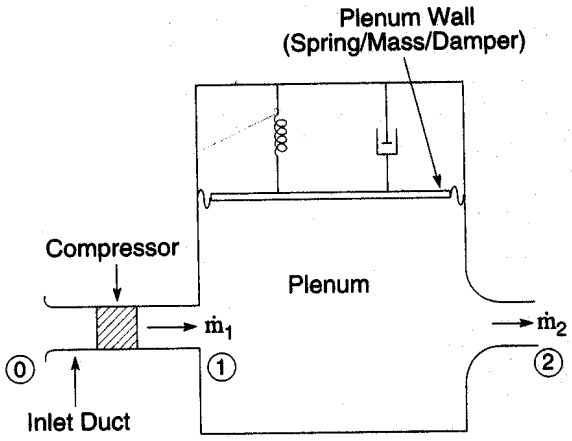

FIG. D.2 – Schéma du système de compression ayant une paroi mobile dans le réservoir, extrait de Gysling et al. [1991]

La zone de stabilité a été augmentée entre vingt et trente pourcents sur toute la gamme de vitesse étudiée. Les résultats de ces expérimentations sont détaillés dans Gysling et al. [1991].

D.2 Validation sur une configuration incluant des moyens de lutte contre le pompage

D.2.1 Traitement de carter : exemple de simulations avec le code CATHARE

Nous avons simuler l'influence sur les corrélations d'un "traitement" sur les aubages des rotors. Ce traitement se traduit par :

- augmentation de la marge à la survenue de l'instabilité (η_{min}),
- baisse du décollement en fonction de l'incidence,
- augmentation des pertes.

La figure D.3 montre l'effet du traitement sur la courbe caractéristique de la machine. Les courbes obtenues sont assez semblables à celles simulées dans Davis and O'Brien [1991].

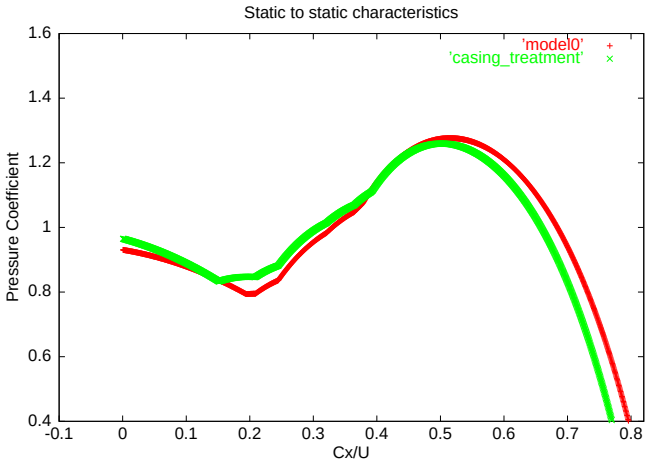

FIG. D.3 – Comparaison de courbes caractéristiques entre un compresseur et le même compresseur ayant subi un traitement de carter

Nous avons effectué le même calcul qu'au-dessus avec les paramètres physiques modifiés, qui ont permis d'obtenir la courbe caractéristique de la figure D.3. Le tableau D.2 résume les résultats de différentes simulations : l'instabilité intervient "plus tardivement" avec la machine ainsi traitée.

TAB. D.2 – Effet du traitement de carter sur le seuil d'instabilités

Modèle	Débit adimensionnel ($\frac{C_x}{U}$) pour B = 0.5
Premier modèle (modèle 0)	0,504
Avec casing treatment	0,48

D.2.2 Contrôle actif et structural

D.2.2.1 Contrôle actif : simulations réalisées avec CATHARE

Nous avons réalisé des simulations avec le modèle complet de CATHARE, auquel a été ajoutée une boucle d'asservissement. La configuration du compresseur et des conduits est toujours celle de Greitzer.

Extension du domaine de fonctionnement

La boucle d'asservissement est la suivante :

– capteur : mesure de débit
– organe de régulation : vanne
– consigne du type proportionnel.

La figure D.4 montre un exemple de non déclenchement de pompage grâce au système d'asservissement. Des simulations à plus bas débit indiquent que la limite de stabilité a été significativement repoussée : de $\frac{Cx}{U} = 0,5115$ à $\frac{Cx}{U} = 0,409$. Ceci est cohérent avec les travaux de la bibliographie (paragraphe D.1.2).

Deuxième type d'effet recherché : annihilation du pompage

La figure D.4 comporte une autre simulation pour laquelle le système d'asservissement est mis en service une fois les oscillations de pompage développées. La réponse du système est presque immédiate. Ceci est cohérent avec les travaux de la bibliographie (paragraphe D.1.2).

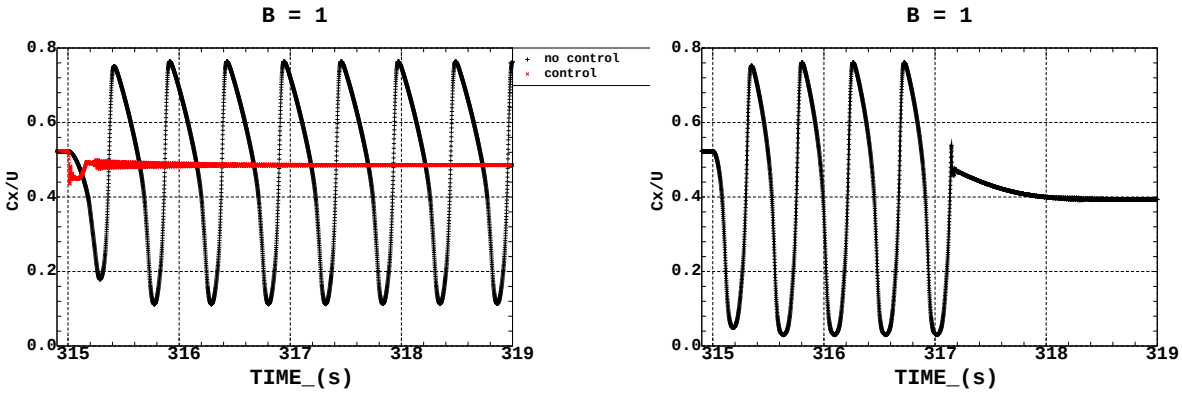

FIG. D.4 – Contrôle actif : évolution du débit réduit, dans un cas sans contrôle actif et avec contrôle actif, pour B = 1

Rôle du gain

La figure D.5 montre l'importance du gain. Avec un gain faible les oscillations sont simplement atténuées. Un gain important permet de les annihiler.

Rôle de la bande passante

La figure D.5 montre une autre simulation réalisée avec différentes valeurs de la bande passante. Avec une pente passante trop basse les oscillations ne sont plus détruites, bien au contraire : elles peuvent même être augmentées car le temps de réponse dépendant de la valeur de la bande passante, le système peut répondre avec une consigne erronée. Avec une bande passante intermédiaire le système va effectuer quelques oscillations avant d'être stabilisé. Avec une bande passante élevée, l'effet est presque immédiat. Ceci est cohérent avec les travaux de la littérature (Simon et al. [1993]).

Différents types de dispositif

Nous avons testé cinq autres dispositifs d'asservissement.

La boucle d'asservissement pour la figure D.6 est la suivante :

– capteur : mesure de débit
– organe de régulation : injection d'air
– consigne du type proportionnel.

Son efficacité est du même type que celle du dispositif comprenant comme organe de régulation une vanne. D'autres simulations ont été réalisées afin de tester le modèle contre les résultats de la bibliographie du présent chapitre. Les résultats sont indiqués dans le tableau D.3. Ils sont cohérents avec ceux de bibliographie (paragraphe D.1.2).

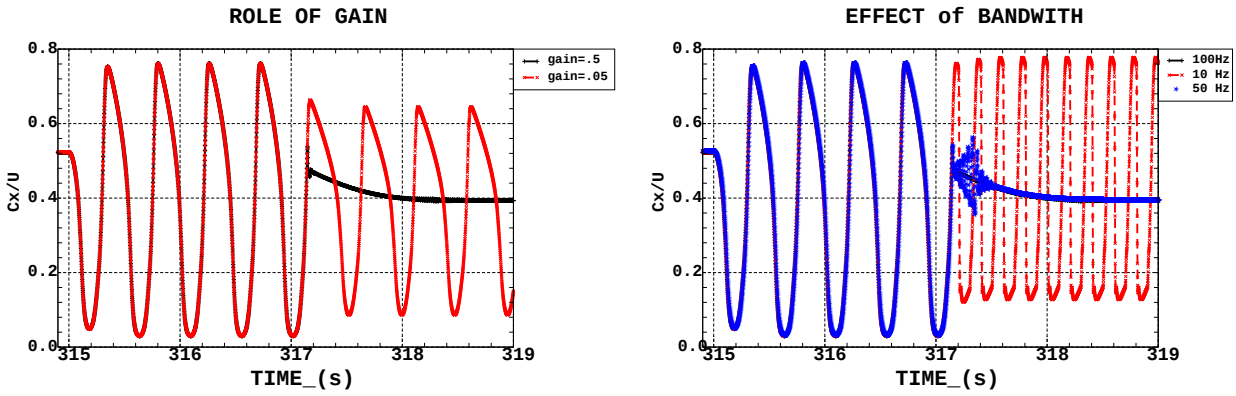

FIG. D.5 – Contrôle actif : évolution du débit réduit, pour B = 1, pour différentes valeurs du gain (gauche) et différentes valeurs de la bande passante (droite)

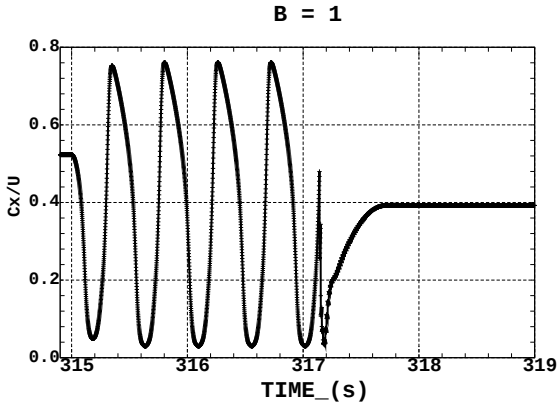

FIG. D.6 – Contrôle actif : évolution du débit réduit, pour un contrôle avec injection d'air, pour B = 1

TAB. D.3 – Efficacité du contrôle

Capteur / Action	Ouverture d'une vanne	Injection d'air	Chauffage du réservoir
Débit	oui	oui	non
Pression dans le réservoir	non	non	non

D.2.2.2 Contrôle structural : simulations réalisées avec CATHARE

La solution du contrôle structural est assez séduisante, car elle ne fait appel à aucun asservissement actif. Cependant le but recherché ici est plutôt de montrer la capacité du modèle à reproduire les effets de contrôle structural sur la dynamique de pompage.

Simulation

Dans CATHARE, on résout, en temps réel, la dynamique de la plaque supérieure du réservoir (voir figure D.2) :

$$M\frac{d^2(\Delta Z)}{dt^2} + C\frac{d(\Delta Z)}{dt} + K(\Delta Z) = -S(\Delta P_s)$$

où : ΔZ est l'altitude relative de la plaque supérieure du réservoir, M est l'inertie de la plaque, C représente les frottements, K la raideur du système.

soit :

$$\frac{d^2(\Delta Z)}{dt^2} + \frac{C}{M}\frac{d(\Delta Z)}{dt} + \frac{K}{M}(\Delta Z) = -\frac{S}{M}(\Delta P_s)$$

Les paramètres $\frac{C}{M}, \frac{K}{M}$ sont ceux de la publication Huang and Chen [2002].

Résultats

La figure D.7 montre l'efficacité du système de contrôle structural avec un jeu de paramètres réaliste et efficient. Le contrôle structural ainsi modélisé permet d'étendre le domaine de fonctionnement de la machine. Il faut noter également que la réponse est différente de celle du contrôle actif : il semble que l'on déplace le point de débit sur un domaine stable plutôt qu'on ne permette un fonctionnement "prolongé" du système de compression.

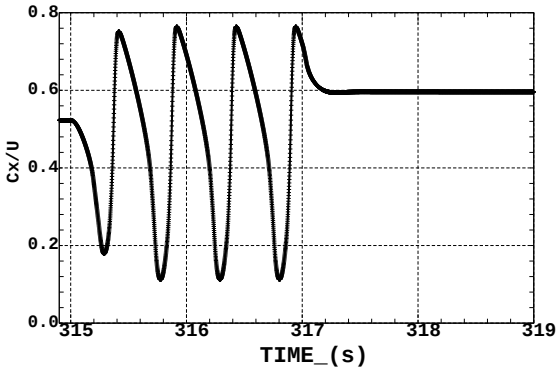

FIG. D.7 – Contrôle structural : évolution du débit réduit pour B = 1

D.3 Conclusion

Le modèle présenté ici permet de retrouver les théories et les observations expérimentales de la bibliographie :

1. efficacité d'un système de régulation pour deux couples capteurs/régulateurs traditionnellement efficaces contre le développement des instabilités
2. efficacité d'un système de régulation pour deux couples capteurs/régulateurs traditionnellement efficaces pour la lutte contre le pompage
3. inefficacité d'un système de régulation pour quatre couples capteurs/régulateurs traditionnellement inefficaces
4. Le gain a un rôle significatif sur l'efficacité du dispositif
5. La bande passante a un rôle significatif sur l'efficacité du dispositif
6. Le contrôle structural peut être utilisé pour lutter contre les instabilités.

Il faut toutefois garder à l'esprit que ces simulations ont été réalisées sur des géométries différentes de celles des publications (elles ne sont en général pas décrites). De telles simulations nous ont permis d'apporter des éléments supplémentaires de validation de la description dynamique du système de compression par notre modèle. Elles sont également utiles car elles fournissent des idées pour la régulation du réacteur nucléaire soumis aux instabilités.

Annexe E

Turbine en conditions stationnaires hors nominales, à bas débit et à débit négatif

E.1 Corrélations utilisées pour décrire le comportement d'une turbine en conditions hors nominales, à faible débit ou à débit inverse

E.1.1 Introduction

Dans cette partie on s'intéresse plus spécifiquement à la turbine. Il ne s'agit pas d'un travail de la même ampleur que celui effectué sur les compresseurs. Les raisons principales sont les suivantes :

- alors que le compresseur dans un système simple (système compresseur-volume-vanne) peut conduire à des états instables qui peuvent eux-mêmes conduire à des oscillations auto-entretenues, une turbine ne conduit pas, a priori, à des comportements instables. Ceci est assez simplificateur: en effet, sous certaines conditions très particulières (vitesse de rotation négative) des régimes proches du pompage peuvent apparaître. De tels phénomènes ont été mentionnés dans Bammert and Zehner [1978].

- la bibliographie est peu volumineuse, mais des mesures ont été publiées en littérature ouverte et sont admises comme mesures de référence.

Ces deux points sont sans doute liés : les phénomènes étant beaucoup moins pénalisants pour une turbine que pour un compresseur, le nombre de travaux de recherche qui y sont consacrés sont beaucoup plus réduits.

E.1.2 Bibliographie

E.1.2.1 Survenue des débits faibles et négatifs dans les turbines

La littérature ouverte concernant les données expérimentales et les approches théoriques sur les turbines est très étendue. Elle concerne presque exclusivement des régimes situés entre 50 et 110 % des régimes nominaux [1] . Pendant certains transitoires (démarrage, changement de consigne de puissance par exemple) la turbine peut être soumise à régimes qui sont situés en dehors des régimes précités. On examine sommairement quelques données de différents domaines industriels.

[1] Il faut préciser qu'à bas débit la turbine entre dans un régime dissipatif et consomme de la puissance au lieu d'en fournir à l'arbre ce qui oblige a concevoir un dispositif expérimental spécifique pour étudier de tels phénomènes.

Véhicules de transport

La consommation de puissance restreint le domaine de fonctionnement de certains moteurs de véhicules terrestres utilisant un turbocompresseur. Dans la plupart des cas, on protège le dispositif contre les couples négatifs de la turbine. Le phénomène est aussi rencontré sur les navires: on peut même atteindre des vitesses de rotations négatives à cause des couples négatifs. Certains dispositifs sont d'ailleurs prévus pour faire fonctionner certaines turbines en vitesse de rotation négative (dans le cas où on désire un changement rapide de sens).

Usine de production combinée de chaleur et d'électricité

Dans le cas de transitoires de demande rapide d'une grande quantité de chaleur, il n'est pas exclu que le soutirage d'une grande quantité de vapeur de la turbine conduise à ce que les derniers étages atteignent des régimes à très bas débit. Ces étages consomment alors de l'énergie et la vapeur peut s'échauffer. Des dispositifs de refroidissement des aubages peuvent être prévus.

Turbines à vapeur des centrales nucléaires

Lors de phases transitoires au cours desquelles les débits volumiques sont faibles, on peut rencontrer des écoulements non-adaptés. Les dernières roues sont alors le siège de phénomènes potentiellement problématiques comme celui de l'échauffement de la vapeur pouvant conduire à une déformation mécanique excessive des rotors (Blanchet et al. [1986]). Des écoulements de retour sur des zones importantes de l'envergure des aubes sont notés (Hanisch [1999]). C'est pour cette raison que ces régimes de bas débit sont particulièrement surveillés. Cette surveillance, basée sur des mesures de température à l'échappement et de la charge globale, est la première étape d'une chaîne de commandes d'actions pouvant aller jusqu'à une pulvérisation d'eau dans les derniers étages de la machine (Blanchet et al. [1986]).

E.1.2.2 Travaux de Bammert et Zehner

Les travaux de Bammert et Zehner conctituent les travaux de référence dans ce domaine, même si des travaux ont été réalisés antérieurement : les travaux expérimentaux de Gassert (Gassert [1973]) sur une turbine à vapeur d'un étage ont été publiés en 1973.

Bammert et Zehner ont clairement posé le problème de la survenue du débit négatif dans les réacteurs nucléaires à cycle direct (Bammert and Zehner [1975]), autant dans les compresseurs que dans les turbines. De façon plus récente, Kikstra (Kikstra [2001]) a renouvelé l'intérêt d'étudier le fonctionnement d'une turbine à faible débit et à débit négatif, pour traiter le cas d'une hypothétique rupture d'un tuyau du circuit. Il a utilisé les travaux de Bammert et Zehner. Les mesures ont été effectuées sur des machines à un ou plusieurs étages.

Des courbes caractéristiques sur les quatre quadrants ont été générées pour le couple et la puissance de trois turbines d'un quatre et sept étages, de dessins assez proches. Par ailleurs, des travaux expérimentaux sur les corrélations ont aussi été menés, à la fois sur des aubages plats et sur de réels aubages de turbine. Les formules générées sont assez compliquées, utilisent de nombreux facteurs géométriques et ne sont pas forcément généralisables. De ce fait Kikstra Kikstra [2001] n'a pas utilisé de telles formules pour déterminer les courbes caractéristiques de turbine. Il a supposé que l'angle de l'écoulement suivait l'angle métal. Il a justifié le faible impact de cette hypothèse par le fait que la survenue du débit négatif est très courte. De plus les mesures effectuées sur des turbines de trois étages par Zehner (Zehner [1980]) montrent un accord assez décevant entre les performances simulées en utilisant de telles corrélations et les mesures. Si l'auteur dénonce le dispositif expérimental, Gamache (Gamache [1985]) interprète ce désaccord par des arguments physiques (caractère tridimensionnel de l'écoulement).

Continuation des travaux à l'Institut de Turbomachine d'Hannovre

De nouveaux travaux, mais limités à des faibles débits positifs, ont été menés sur une des turbines expérimentales de Hannovre, appelée ISUH_1. Ces travaux ont permis d'effectuer des validations de calculs stationnaires et instationnaires

auxquels l'on se référera (Gerolymos and Hanisch [1999]). Il s'agit d'une turbine de trois étages, de vitesse de rotation de référence de 7500 tr/min.

E.1.2.3 Conséquence pour la méthodologie de notre travail

Tout d'abord on simulera le comportement de la turbine ISUH_1 pour des régimes hors nominaux à débit positif. Ensuite on abordera le régime de dissipation et les écoulements à débit négatif.

Les corrélations obtenues par Bammert et Zehner existent, mais font intervenir un grand nombre de paramètres et ne donnent pas toujours des tendances correctes. Notre ambition est de fournir un modèle simple lorsqu'il n'est pas possible de recourir à de telles corrélations, faute de données. Notre modèle simple se basera sur des principes physiques simples, souvent qualitatifs, et des formules faisant intervenir un nombre minimum de constantes. Il sera ensuite comparé aux résultats expérimentaux de Bammert et Zehner obtenus sur des turbines d'un, quatre et sept étages, de vitesse de rotation de référence de 7000 à 7500 tr/min.

E.1.2.4 Conclusion

Les corrélations visent à décrire les régimes suivants :

- bas débit (positif),
- débit négatif.

Par souci de clarté, le tableau E.1 récapitule les différents modèles.

TAB. E.1 – Différents modèles de corrélations pour les turbines

Modèle et Régime	Facteur de pertes	Déviation	Particularités	§
Modèle hors nominal simple pour débit positif (débit positif)	Kroon et Tobiasz	Linéaire selon l'incidence		E.1.3.1
Modèle de dissipation (débit positif)	Kroon et Tobiasz + Combinaison avec le facteur de puissance de Schobeiri et Abouelkheir	idem hors nominal simple	Permet de retrouver les travaux de Schobeiri et Abouelkheir	E.1.3.2
Premier modèle pour débit négatif	Zehner simplifié	Déviation exceptionnelle		E.1.4.1
Deuxième modèle pour débit négatif	idem premier modèle+ Combinaison avec le facteur de puissance de Schobeiri et Abouelkheir	idem premier modèle	Assure la continuité de la puissance entre débits positif négatif	E.1.4.2

E.1.3 Corrélations à débit positif

E.1.3.1 Modèle hors nominal simple

La corrélation utilisée pour les pertes de charge est celle de Kroon et Tobiasz (Kroon and Tobiasz [1971]). Une correction de la déviation en fonction de l'incidence sera appliquée. La justification d'un tel choix réside dans les arguments suivants :

- pour nos applications, nous ne disposons pas forcément de données précises sur les aubages ;
- les régimes sont très éloignés des régime nominaux et hors nominaux traditionnels,
- le modèle est simple et donc il ouvre la possibilité de développements analytiques et facilement généralisable pour le débit négatif.

Corrélations de pertes

La corrélations de pertes s'exprime de la façon suivante : $\omega = \frac{1}{\eta} - 1$.

où : $\eta = \eta_0 - c\tan^2(\alpha_1 - \alpha_1^*)$. η_0 et c sont des paramètres de la corrélation (typiquement η_0 est de l'ordre de 0.8-0.9 et c de l'ordre de 0.01-0.05). Elle s'applique aux stators et aux rotors si on se situe dans le référentiel tournant ; on considère alors les vitesse relatives et les angles relatifs (β au lieu de α).

Déviation angulaire

Un modèle simple a été adopté : une correction en fonction de l'incidence est appliquée :

$$\tan(\alpha_2) = A[\tan(\alpha_1) - \tan(\alpha_1^*)] + \tan(\alpha_2^*)$$

A est un paramètre de la corrélation.

Elle est du même type que celle développée pour les compresseurs.

E.1.3.2 Modèle de dissipation

Frontière du domaine

Même si elle est peu investiguée en elle-même, la présence d'une zone à débit faible pour laquelle un étage de turbine consomme du couple et dissipe de l'énergie est connue (voir par exemple Traupel [1977]). On parle de "windmill(ing) in reverse". Un certain nombre de modèles permettent d'en rendre compte. C'est aussi le cas du nôtre, comme nous allons l'illustrer dans un cas simple :

Pour une machine purement axiale, la condition pour laquelle le travail exercé par un étage de turbine change de signe s'écrit d'après la relation d'Euler : $\tan(\beta_1) = \tan(\beta_2)$, soit avec notre modèle :

$$\tan(\beta_1) = \tan(\beta_2^*) + A(\tan(\beta_1) - \tan(\beta_1^*)) \tag{E.1}$$

Or, quand le débit balaye l'intervalle $]0; m^*]$ (m^* est le débit nominal), $\tan(\beta_1)$ balaye l'intervalle $]-\propto; \tan(\alpha_1)]$ et donc la condition E.1 peut être vérifiée pour un certain $\beta_{1,0}$ tel que :

$$\tan(\beta_{1,0}) = \frac{\tan(\beta_2^*) - A\tan(\beta_1^*)}{1 - A} \tag{E.2}$$

.

Comportement dans le régime de dissipation d'après Schobeiri and Abouelkheir [1992] et Traupel [1977]

Les données expérimentales de Zehner indiquent, qu'à debit quasi nul, la puissance consommée par la turbine est minimale, mais non nulle. Zehner donne une formule pour cette valeur en zéro :

$$f(\gamma_{Zehner}) S \rho U^3 \tag{E.3}$$

où $f(\gamma_{Zehner}) = 0.9721 * \gamma_{Zehner}^2$ et γ_{Zehner} est un paramètre adimensionnel faisant intervenir différents paramètres géométriques pour chaque aubage.

Schobeiri propose un ajustement parabolique pour la puissance consommée en fonction du débit (dans la partie à puissance négative) :

$$P_{ower}(V_X) = K_1 V_X^2 + K_2 V_X + K_3 \tag{E.4}$$

Comme les observations de Zehner montrent que le minimum de la puissance est en zéro, ceci implique que $K_2 = 0$. K_3 est connu ($K_3 = -f(\gamma_{Zehner})S\rho U^3$). Le coefficient K_1 est obtenu par continuité des dérivées au point de raccord entre le modèle et l'ajustement parabolique.

Simplification du modèle de Schobeiri et Abouelkheir

Des calculs simples à partir de l'équation ($P_{ower}(V_X) = K_1 V_X^2 - f(\gamma_{Zehner})S\rho U^3$) montrent que le point de raccordement est tel que :

$$V_X = 2f(\gamma_{Zehner})U$$

Ce point de raccordement est bien le point pour lequel le régime de dissipation débute ; or ce point est décrit par notre modèle simple (voir équation E.1). Ceci permet de s'abstraire de la formule de Zehner (équation E.3), qui nous parait difficilement généralisable.

Modèle de dissipation

Le modèle repose sur l'interprétation physique suivante : la dissipation est due à une incidence trop élevée sur les aubages, qui conduit à des pertes très élevées. De façon formelle, en régime de dissipation, les pertes sont prises de telle façon que la puissance consommée par la turbine soit égale à celle du modèle de Schobeiri et Abouelkheir (équation E.4).

E.1.4 Corrélations à débit négatif

E.1.4.1 Premier modèle

Des corrélations décrivant le comportement à débit négatif ont été produites par Bammert et Zehner (Zehner [1974],Bammert and Zehner [1974],Bammert and Zehner [1975]). Elles sont d'un formalisme complexe, font apparaître de nombreux paramètres géométriques et ne sont pas forcément généralisables. Nous avons choisi de proposer une modélisation beaucoup plus simple, faisant intervenir peu de paramètres. Un souhait est également de rapprocher cette approche de celle que nous avons proposée pour les compresseurs. En effet, comme l'expose Gamache (Gamache [1985]) la forme du triangle des vitesses est semblable pour une turbine et un compresseur à débit négatif.

Corrélations de pertes

Comme pour les compresseurs nous allons utiliser une valeur élevée pour les pertes. Ces valeurs élevées sont bien cohérentes avec les mesures systématiques de Bammert et Zehner (Bammert and Zehner [1974],Bammert and Zehner [1975]) pour les grilles d'aubes de turbine "habituelles" en écoulement inverse. Zehner (Zehner [1978]) a montré des mesures des pertes dans le rotor et le stator (pour la machine à un étage). Pour le stator un niveau élevé mais constant peut être considéré ($\omega = 1$). Pour le rotor, les pertes relatives dépendent du coefficient de débit. Une corrélation simplifiée a été choisie :

$$\omega = \tan(\beta_1 - \beta_1^*)/C_0 - 1$$

où C_0 est une constante (0.2).

Déviation angulaire

Un modèle simple a été adopté faisant intervenir une déviation "exceptionnelle" pour les rotors par rapport au profil géométrique. Ceci est bien cohérent avec les observations de Bammert et Zehner (Bammert and Zehner [1974],Bammert and Zehner [1975]).

Comportement à proximité du débit nul

Un développement analytique simple permet de s'apercevoir qu'à débit nul la puissance échangée est nulle d'après notre modèle. La puissance s'exprime ainsi :

$$U_1 \rho_{s,1} SV_{X,1}(-V_{\theta,rotor,1} + V_{\theta,rotor,2}) = U_1 \rho_{s,1} SV_{X,1}(-V_{\theta,rotor,1} + W_{\theta,rotor,2} + U_2)$$

A débit nul, la puissance est donc équivalente à : $U_1 \rho_{s,1} SV_{X,1} U_2$.

E.1.4.2 Deuxième modèle : continuité de la puissance échangée à débit nul

Les données de Zehner indiquent qu'à débit nul la puissance consommée par la turbine est non nulle et même continue entre les débits positifs et négatifs. Nous avons choisi d'utiliser le même formalisme qu'à bas débit positif (en adoptant le deuxième modèle) : en-dessous d'une certaine vitesse (ce seuil dépend d'un paramètre) la dissipation due à une incidence trop élevée sur les aubages conduit à des pertes très élevées. De façon formelle, les pertes sont prises de telle façon que la puissance consommée par la turbine est continue entre les débits négatif et positif. Toutefois, nous gardons notre esprt critique sur ce point particulier des résultats obtenus par Zehner.

E.2 Validation du modèle stationnaire de turbine

E.2.1 Modèles d'écoulement hors nominal à débit positif

E.2.1.1 Résultats du modèle simple

Les résultats expérimentaux indiquent un comportement quasi-linéaire entre taux de détente et débit. La droite est identique pour les deux vitesses de rotation considéres. On retrouve bien cette caractéristique qualitative avec les simulations numériques (figure E.1 à gaiche). D'un point de vue quantitatif l'accord est également satisfaisant, bien très légèrement inférieur à celui du calcul tri-dimensionnel (Gerolymos and Hanisch [1999]).

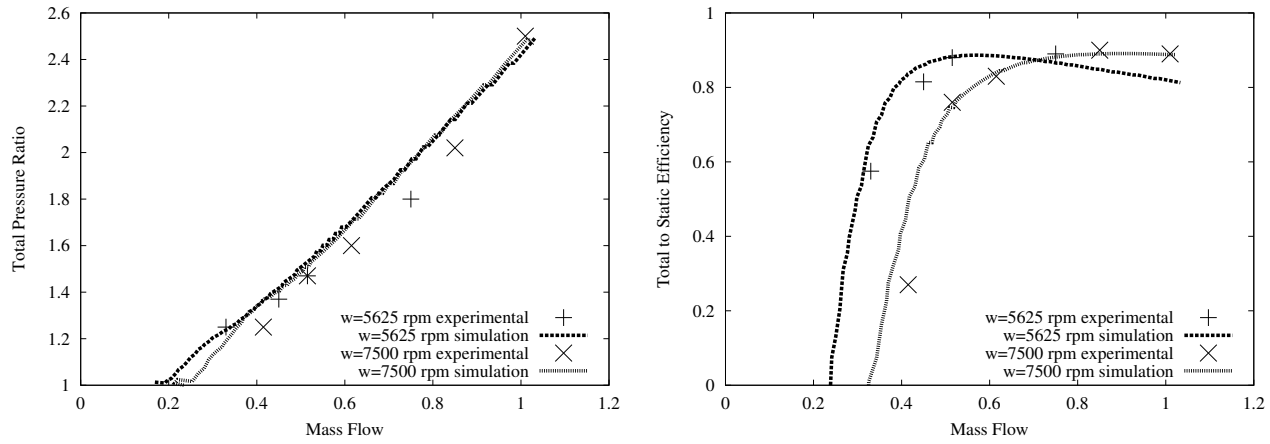

FIG. E.1 – Comparaison des résultats du premier modèle et des données expérimentales de Fottner [1990] pour la machine ISUH_1 : taux de détente (gauche) et rendement (droite)

Les résultats expérimentaux obtenus pour le rendement (figure E.1, à droite) font apparaître le même comportement qualitatif pour les deux vitesses de rotation, celui d'une courbe atteignant un maximum et ayant une décroissance rapide quand on dimine le débit. Les points de rendement maximal et du démarrage de la décroissance rapide sont différents d'une vitesse de rotation à l'autre. Les simulations numériques reproduisent correctement les tendances observées, pour les deux vitesses de

rotation. Toutefois, on retrouve le même décalage sur certains points de la courbe de rendement et ceux de la courbe du taux de pression : le point au débit réduit de 0.4. La qualité est légèrement inférieure à celle du calcul tri-dimensionnel (Gerolymos and Hanisch [1999]). Il semble que le régime à très bas rendement ou taux de détente soit bien décrit par les simulations, au moins dans son déclenchement. Ceci laisse prévoir de bons résultats pour les simulations de ce régime dissipatif.

E.2.1.2 Résultats avec le modèle de dissipation

La figure E.2 montre les résultats obtenus. L'accord sur la puissance avec les données expérimentales est relativement satisfaisant dans la partie fonctionnement normal, ce qui n'a rien d'étonnant puisqu'un certain nombre de paramètres ont été choisis. La prédiction de la survenue du régime de dissipation (c'est à dire la frontière de la puissance négative) est assez fidèle, ce qui nous conforte dans l'idée de ne pas utiliser la formule de Zehner et de simplifier l'approche de Schobeiri et Abouelkheir (paragraphe E.1.3.2). Il semble que la courbe soit strictement décroissante comme l'indiquent les résultats de Zehner et les idées de Schobeiri et Abouelkheir (Schobeiri and Abouelkheir [1992]).

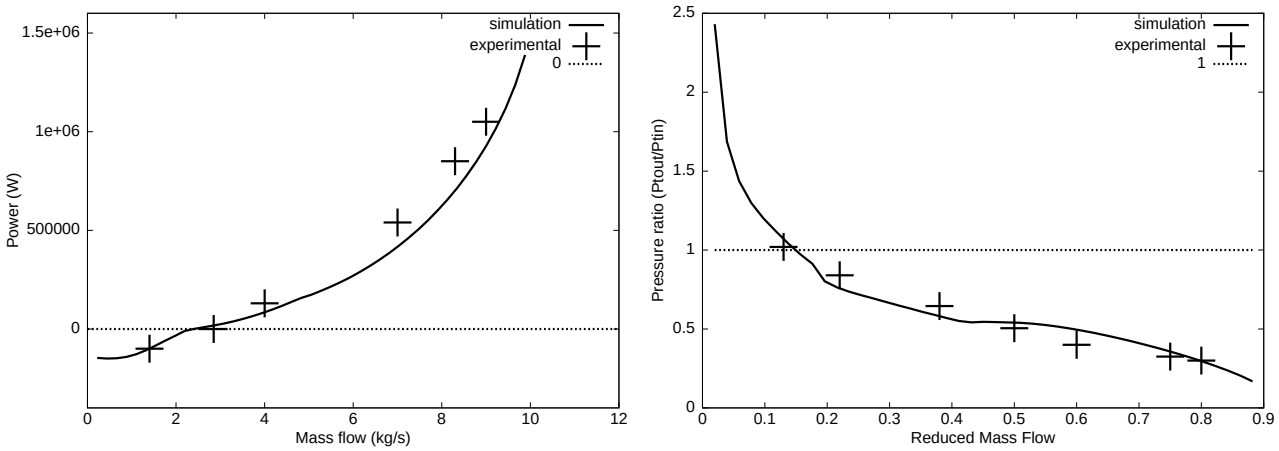

FIG. E.2 – Comparaison des résultats du deuxième modèle et des données expérimentales de Zehner (Zehner [1980]) pour la machine globale de 7 étages : puissance (gauche) et taux de pression (droite)

Pour le taux de pression aussi, l'accord avec les données expérimentales est logiquement respecté dans la partie fonctionnement normal. L'accord est assez satisfaisant quant à la prédiction de la survenue du régime de dissipation (approximativement ici le taux de pression égal à l'unité). Dans le régime de dissipation, la courbe de taux de pression possède une croissance très soutenue. Ceci s'explique par la valeur non nulle de la puissance extraite, pour une vitesse débitante nulle. A débit nul un raccordement numérique est certainement nécessaire si on décrire l'ensemble de la plage dans une configuration transitoire.

La figure E.3 montre les résultats obtenus en température le long de la machine pour trois débits réduits (83 %, 38 % et 13% du débit nominal) :

- un débit proche du débit nominal (83 %) pour lequel la chute d'enthalpie (et de pression) est progressive et est présente à tous les étages. C'est une configuration normale de la turbine.
- un débit intermédiaire (38 %) pour lequel on commence à voir apparaître un comportement dissipatif pour les deux derneirs étages
- un débit faible (13 %) pour lequel le régime dissipatif atteint la plupart des étages.

L'accord est assez satisfaisant sur les tendances de l'évolution pour le régime à 83 %. Pour le régime dissipatif il y a un certain "retard" visible sur la courbe à 38% de débit : la turbine dissipe alors que, dans le modèle, elle ne dissipe pas encore. Pour la courbe à 13% du débit la dissipation est un peu trop faible, même si elle est bien prévue à tous les étages.

La figure E.3 montre également les résultats obtenus en pression le long de la machine. Les mêmes tendances que pour la température sont visibles : assez bon accord en régime normal, dissipation trop tardive dans le modèle pour le débit intermédiaire et le bas débit, mais les tendances sont assez bien respectées.

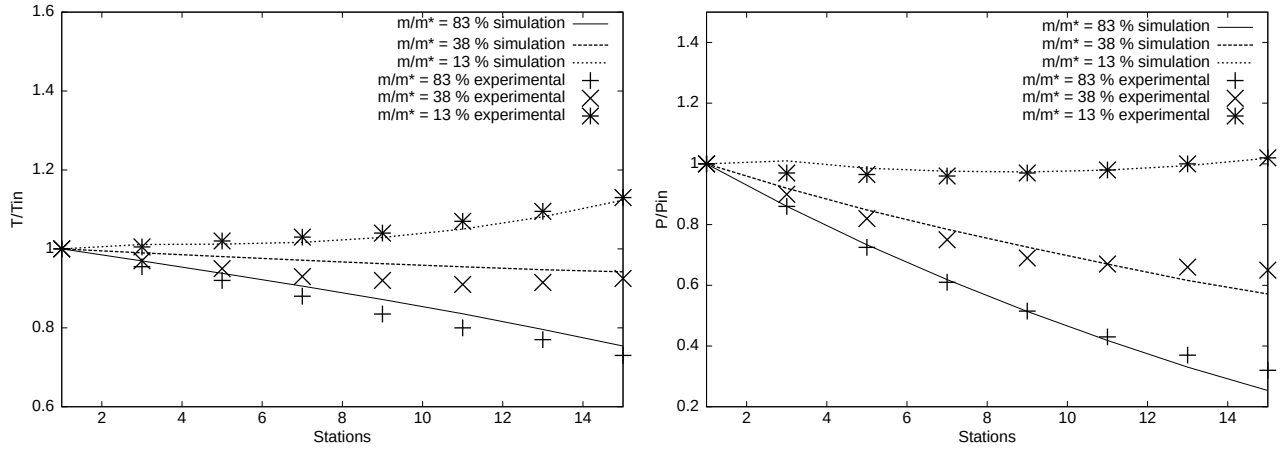

FIG. E.3 – Comparaison des résultats du premier modèle et des données expérimentales de Zehner (Zehner [1980]) : évolution de la température dans la machine de 7 étages : température adimensionnelle (gauche) et pression adimensionnelle (droite) pour différentes valeurs du débit (en pourcentage du débit nominal)

E.2.1.3 Autres résultats obtenus

Le modèle est appliqué à d'autres machines sur lesquelles Bammert et Zehner ont effectué des mesures. Malheureusement pour ces machines on ne dispose pas de mesures internes, mais uniquement des mesures globales.

Machines à un étage et à quatre étages

Les machines sont décrites dans les publications suivantes : Zehner [1974],Zehner [1978].Bammert and Zehner [1978],Zehner [1980].

Les figures E.4 et E.5 (à gauche) montrent les résultats obtenus en puissance : ils sont de qualité comparable à ceux obtenus sur la machine multiétagée de 7 étages :

- L'accord avec les données expérimentales est relativement satisfaisant dans la partie fonctionnement normal et pour la prédiction de la survenue du régime de dissipation.
- La courbe n'est pas strictement décroissante, mais la valeur en zéro est proche du maximum.

Les figures E.4 et E.5 (à droite) montrent aussi les résultats obtenus en taux de pression : ils sont de qualité comparable à ceux obtenus sur la machine multiétagée de 7 étages :

- L'accord avec les données expérimentales est relativement satisfaisant dans la partie fonctionnement normal et pour la prédiction de la survenue du régime de dissipation.
- La croissance du taux de pression est relativement soutenue dans la zone de dissipation.

Toutefois il faut mentionner le caractère un peu plus lisse des courbes obtenues pour la machine de quatre étages dans la partie "normale". Ceci est causé par le fait que les débits auxquels le régime dissipatif débute pour la machine à quatre étages sont plus faibles que pour les autres machines. L'explication est que la machine de quatre étages fonctionne à une vitesse de rotation beaucoup plus basse (3750 tr/min au lieu de 7000 ou 7500 tr/min pour les autres machines, qui ont un dessin similaire), ce qui conduit à un plus faible débit d'apparition du régime dissipatif. On s'en convaincra avec la figure E.1 (droite) ou avec la fomule de survenue du régime de dissipation (équations E.1 et E.2), puisque la grandeur à considérer est $\tan(\beta_1) = \tan(\beta_{1,0})$, donc fait intervenir : C_x/U.

E.2.2 Modèle d'écoulement à débit négatif

On a représenté sur chaque figure les résultats de la modélisation à débit positif pour deux raisons :

- examiner la continuité (ou non) des courbes à débit nul,

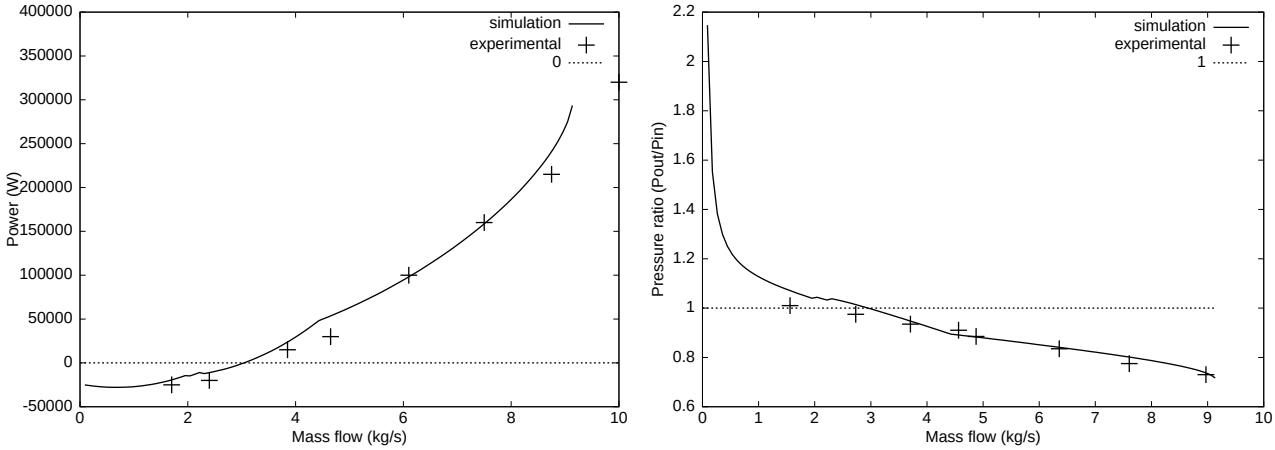

FIG. E.4 – Comparaison des résultats du deuxième modèle et des données expérimentales de Zehner (Zehner [1980]) pour la machine de un étage : puissance (gauche) et taux de pression (droite)

– garder à l'esprit la précision des résultats obtenus sur la partie à débit positif.

La machines considérée est la machine de quatre étages, décrite dans la modélisation à débit positif.

Avertissement : Il a été choisi de conserver les conventions utilisées par Bammert et Zehner pour la présentation des résultats. La puissance représentée est bien la puissance fournie par la turbine à l'arbre. Celle-ci est toujours négative lorsque le débit est négatif sur les figures présentées : la turbine soustrait donc de la puissance à l'arbre. Pour la taux de pression, l'entrée et la sortie de la turbine sont inversées par rapport à la partie de la courbe à débit positif.

La figure E.5 montre les résultats obtenus en puissance. L'accord avec les données expérimentales est relativement satisfaisant. On voit l'effet du deuxième modèle à débit négatif à proximité du débit nul : la valeur n'est plus nulle et de surcroît elle est continue avec la valeur à débit positif. Ce dernier point était une hypothèse du modèle.

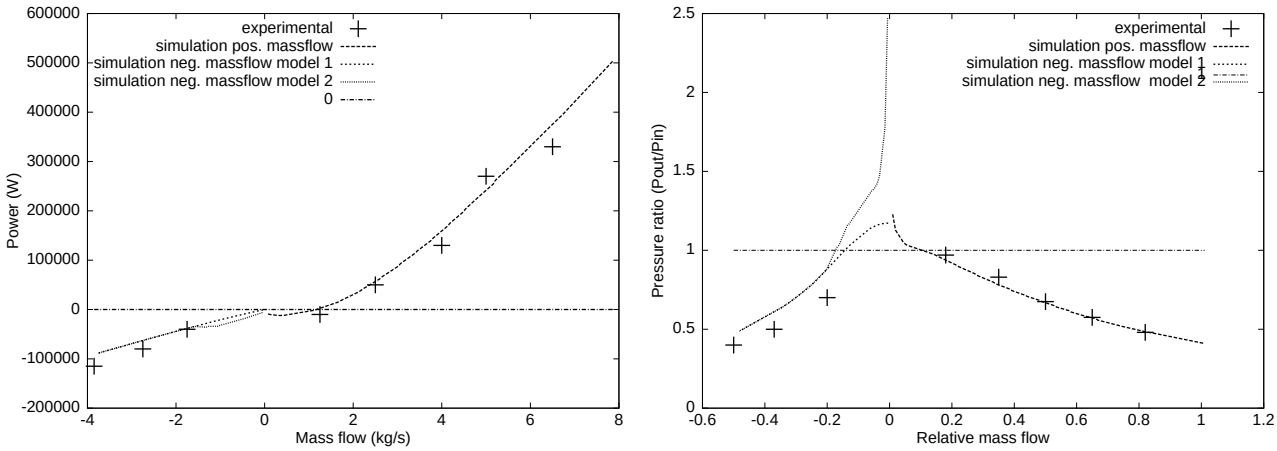

FIG. E.5 – Comparaison des résultats du premier et du deuxième modèle à débit inverse et des données expérimentales de Zehner (Zehner [1980]) pour la machine globale de 4 étages : puissance (gauche) et taux de pression (droite)

La figure E.5 montre aussi les résultats obtenus en taux de pression. Ils ne sont pas très satisfaisants d'un point de vue quantitatif. Les tendances qualitatives restent acceptables. On voit l'effet du deuxième modèle à débit négatif à proximité du débit nul où on aperçoit la même tendance qu'à débit positif (croissance forte du taux de pression), pour laquelle nous n'avons pas de résultats expérimentaux, qui permettraient de valider véritablement l'idée de Zehner (puissance non nulle à débit nul).

Annexe F

Interprétation du fonctionnement du réacteur à l'aide de modèles simples

Cette annexe a pour objet de détailler les étapes de calculs de plusieurs paramètres des modèles simples déployés dans le chapitre 7.

F.1 Application du modèle élémentaire de pompage profond

F.1.1 Calcul de B et de la valeur critique de B

Pour la valeur critique du facteur B, on a vu que (équation 5.13) :

$$B_{crit} = (\frac{1/4\gamma}{\frac{\Delta P^+}{\rho U^2}_{max} - \frac{\Delta P^-}{\rho U^2}_{min}})^{.5}$$

Numériquement on trouve B_{crit} = 0.15. Cette faible valeur est due au grand nombre d'étages du compresseur HP. en effet, les grandeurs $\frac{\Delta P^+}{\rho U^2}$ sont en général proportionnelles au nombre d'étages.

La définition de B est :

$$B = \frac{U}{2c}\sqrt{\frac{V_p}{SL}} = \frac{U}{2}\sqrt{\frac{\sum_{volumes}\frac{V_p}{a^2}}{SL}}$$

Numériquement, on trouve que : B = 1.3, donc : $B > B_{crit}$.

F.1.2 Calcul de la période de pompage

Pour la partie positive, on a vu que la période positive est donnée par :

$$T^+ \approx \frac{K_1}{K_3^+}\frac{P_{p,max} - P_{p,min}}{\left|1 - K_2\frac{P_{breche}}{K_3^+}\right|} = \frac{K_1}{K_3^+}\frac{\frac{\Delta P^+}{\rho U^2}_{max} - \frac{\Delta P^-}{\rho U^2}_{min}}{|1 - g^+|}\rho_{s,breche}U^2 \tag{F.1}$$

Où :

$K_3^+ \approx m_{CHP} \approx \frac{S_{CHP}}{rT_{breche}}P_{breche}[\frac{C_x}{U}]_m^+U$, $K_1 = \frac{V_p}{rT_p}$, $K_2 = S_T(\frac{\gamma}{rT_p})^{.5}$, $g^+ = K_2\frac{P_{breche}}{K_3^+}$

L'équation F.1 s'écrit donc :

$$T^+ \approx \frac{V_p}{S_{CHP}} \frac{U}{rT_p} \frac{\frac{\Delta P^+}{\rho U^2}_{max} - \frac{\Delta P^-}{\rho U^2}_{min}}{[\frac{C_x}{U}]^+_m |1 - g^+|}$$

Numériquement, on trouve T^+ = 2.25 s.

Pour la partie négative, on a vu que le rapport entre périodes positive et négative est donnée par :

$$T^+/T^- \approx \frac{1/g^- + 1}{|1/g^+ - 1|}$$

où : $g^- = K_2 \frac{P_{breche}}{K_3^-}$ et $K_3^- \approx \frac{S_{CHP}}{rT_{breche}} P_{breche} [\frac{C_x}{U}]^-_m U$

Numériquement, on trouve T^+/T^- = 2.3 environ.

La période du pompage est donc évaluée à 3.2 s environ.

F.2 Condition d'équilibre à long terme des couples exercés sur l'arbre de la turbomachine

Ecrivons le bilan des puissances associées aux couples des turbine et compresseurs et de frottement exercés sur l'arbre (hors celles de l'alternateur / moteur, puisque c'est la durée d'autonomie que l'on cherche), sous l'hypothèse quasi-stationnaire.

La puissance fournie par la turbine s'écrit : $mC_p(T_{T,1,Turb} - T_{T,2,Turb})$

La puissance consommée par le compresseur BP s'écrit : $mC_p(T_{T,2,CBP} - T_{T,1,CBP})$

La puissance consommée par le compresseur HP s'écrit : $mC_p(T_{T,2,CHP} - T_{T,1,CHP})$

La puissance perdue par frottement : Z_f(supposées ne dépendre que de la vitesse de rotation de la machine, ce qui entraîne : $Z_f = Z_f(0)$)

$$mC_p(T_{T,1,Turb} - T_{T,2,Turb}) - [mC_p(T_{T,2,CBP} - T_{T,1,CBP}) + mC_p(T_{T,2,CHP} - T_{T,1,CHP}) + Z_f] = 0$$

Si on effectue les hypothèses suivantes :

- négliger l'inertie thermique du récupérateur (ce qui revient à une hypothèse de quasi-stationnarité) : on a alors : $T_{T,2,Turb} = T_{T,1,Coeur}$
- négliger les pertes thermiques entre la sortie du cur et l'entrée de la turbine, on en déduit : $T_{T,1,Turb} = T_{T,2,Coeur}$
- De plus les refroidisseurs amont et intermédiaire sont dimensionnés pour un débit nominal, donc ils peuvent aussi bien assurer un refroidissement de fluide pour des débits inférieurs, ce qui entraîne que, sous l'hypothèse quasi-stationnaire $T_{T,1,CBP} = T_{T,1,CBP}(0)$ et $T_{T,1,CHP} = T_{T,1,CHP}(0)$
- Fonctionnement des compresseurs au point nominal, pour chaque compresseur les vitesses réduites sont supposées proches entre le régime de long terme et le régime nominal. Puisque les températures d'entrée et les vitesses de rotation sont supposées égales entre le régime de long terme et le régime nominal, on peut déduire qu'on a approximativement : $T_{T,2,CBP} = T_{T,2,CBP}(0)$ et $T_{T,2,CHP} = T_{T,2,CHP}(0)$. Cette hypothèse est confirmée par les résultats des calculs CATHARE.

Ainsi on peut écrire que :

$$mC_p(T_{T,1,Turb} - T_{T,2,Turb}) = mC_p(T_{T,2,Coeur} - T_{T,1,Coeur}) = Z_{Coeur}/C_p$$

Donc le bilan s'écrit :

$$Z_{Coeur}/(mC_p) - [(T_{T,2,CBP} - T_{T,1,CBP}) + (T_{T,2,CHP} - T_{T,1,CHP}) + Z_f/(mC_p)] = 0$$

Ecrivant de la même façon la relation d'équilibre des couples à l'instant initial :

$$Z_{Coeur}(0)/(m(0)C_p) - [(T_{T,2,CBP}(0) - T_{T,1,CBP}(0)) + (T_{T,2,CHP}(0) - T_{T,1,CHP}(0)) + Z_f(0)/(m(0)C_p)] = Z_{Alt}/(m(0)C_p)$$

En faisant la différence des équations à l'instant t et à l'instant initial, on obtient l'équation suivante :

$$Z_{Coeur}/(mC_p) - Z_{Coeur}(0)/(m(0)C_p) - [Z_f/(mC_p) - Z_f/(m(0)C_p)] = -Z_{Alt}/(m(0)C_p)$$

Soit en éliminant C_p et en multipliant par m :

$$Z_{Coeur} - Z_{Coeur}(0)m/m(0) - [Z_f - Z_f m/m(0)] = -Z_{Alt}m/m(0)$$

En regroupant les termes, on trouve que :

$$Z_{Coeur} = m/m(0)[Z_{Coeur}(0) - Z_f - Z_{Alt}(0)] + Z_f$$

Si on définit le rendement électrique de l'installation à l'instant initial par : $\eta_{elec}(0) = Z_{Alt}(0)/Z_{Coeur}(0)$ et qu'on néglige Z_f devant $Z_{Coeur}(0) - Z_{Alt}(0)$, qui est une approximation licite (alors qu'on ne peut pas forcément négliger $Z_f devant Z_{Coeur}$), on a :

$$Z_f + Z_{Coeur}(0)(1 - \eta_{elec}(0))m/m(0) = Z_{Coeur}$$

Or on a vu que, au bout d'un certain temps :

$$m/m(0) = P_{breche}/P_{breche}(0)$$

(où $P_{breche}(0)$ est la pression à l'endroit de la brèche l'instant initial)
Donc on obtient l'expression finale de la condition d'équilibre de l'arbre :

$$Z_f + Z_{Coeur}(0)(1 - \eta_{elec}(0))P_{breche}/P_{breche}(0) = Z_{Coeur}$$

Bibliographie

O. Adam and O. Leonard. A quasi-one dimensional model for axial compressors. In *Proc. XVII International Symposium on Airbreathing Engines*, 2005.

J. J. Adamczyk. Unstaedy fluid dynamic response of an isolated rotor with distorted inflow. In *Proc. of the Aeroacoustics Conference*, 1974. AIAA 74-49.

General Atomics. Realy 2 : the gt-htgr transient performance analysis program. Technical report, General Atomics, 1976.

S. Baghadi. Modelling tip clearance effects in mutlistage axial compressors. *ASME Journal of Turbomachinery*, 118 :697–705, 1996.

K. Bammert and G. Groschup. Status report on closed-cycle power plants in the federal republic of germany. *ASME Journal of Engineering for Power*, 99 :37–49, 1977.

K. Bammert and G. Krey. Dynamic behaviour and control of single-shaft closed-cycle gas turbines. *ASME Journal of Engineering for Power*, 93 :447–453, 1971.

K. Bammert and P. Zehner. Back flow characteristics of turbine cascades. *Atomkerenergie*, 24 :225–232, 1974.

K. Bammert and P. Zehner. Back flow in turbines of nuclear closed-cycle gas turbine plants in case of circuit pipe rupture. *ASME Journal of Engineering for Power*, 97 :189–194, 1975.

K. Bammert and P. Zehner. Measurements of the performance of an air turbine stage at positive and negative mass flow and rotational speed (4 quadrant characteristics). *ASME Journal of Engineering for Power*, 100 :22–29, 1978.

C. Bandini, P. Lo Pinto, J. Louvet, and P. Richard. Review of ga's gcfr. Technical report, European contract FIKI-CT-2000-0059/7, 2000.

C. Bassi. Transient behaviour of a gas cooled fast reactor. In *Proc. 2003 International Conference on Advances in Nuclear Power Plants*, 2003.

F. Bentivoglio and N. Tauveron. Modélisation d'oberhausen ii - avancement 2004. Technical report, Commissariat à l'Energie Atomique, 2004. Note DEN/DER/SSTH/LDAS 2004-075.

A. Berjon, P. Billot, O. Gastaldi, G. Geffraye, G. Laffont, F. Pra, and F. Witters. Overview of the cea program in high temperature gas cooled system technology. In *Proc. GLOBAL Conference*, 2003.

D. Bestion, F. Barre, and B. Faydide. Methodology, status and plans for development and assessment of cathare code. In *Proc. Int. Conf. OECD/CSNI*, 1999.

R. Bidard. La stabilité de régimes des compresseurs. Technical report, Association technique maritime et aéronautique, 1946.

R. Bidard. Le pompage des compresseurs, résultats d'essais. Technical report, Association technique maritime et aéronautique, 1950.

J.-M. Blanchet, P.-B.Bourcier, and C. Malherbe. Surveillance des turbines à vapeur de grande puissance, vue du constructeur et de l'exploitant. *Bulletin S.F.M.*, 4 :199–207, 1986.

G. S. Bloch and W. F. O'Brien. A wide range axial-flow compressor stage performance model. In *Proc. International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition*, 1992. Paper 92-GT-58.

V. A. Bolnov, V. S. Vostokov, V. S. Gorbunov, and V. V. Shashkov. Gt-htr code description and capabilities. In *Proc. Seminar between Minatom and CEA on Gas Cooled Reactors*, 2003.

Y. Le Bot, J. Paulon, and P. Belaygue. Theoretical and experimental determination of pressure losses in a single-stage axial flow compressor. *ASME Journal of Engineering for Power*, 92 :407–414, 1970.

B. W. Botha, B. du Toit, and P.G. Rousseau. Developement of a mathematical compressor model to predict surge in a closed loop brayton cycle. In *Proc. International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition*, 2003. Paper 2003-GT-38795.

W.G. Brady and G.R. Ludwig. Basic studies of rotating stall and an investigation of flow instability sensing devices. In *Proc. AFAPL*, 1965. Paper TR 65-115.

H. Burlet. Technologie des turbines à gaz. In *Proc. SFEN Conference, Paris,*, 2002.

A. M. Cargill and C. Freeman. High speed compressor surge with application to active control. *ASME Journal of Turbomachinery*, 113 :303–311, 1991.

J. P. Carneal. Experimental investigation of reversed flow in a compressor cascade. Master's thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1990.

F. Carré, J.-B. Thomas, and M. Boidron. Significance of the fuel cycle aspects in cea studies on future nuclear systems. In *Proc. GLOBAL Conference*, 2001.

F. E. Mac Caughan. Numerical results for axial flow compressor instability. *ASME Journal of Turbomachinery*, 111 :434–441, 1989.

T. W. Chan, R. D. Pfremmer, and V. Tangirala. Preliminary transient analyses of gas turbine modular helium reactor (gt-mhr). In *Proc. International Topical Meeting on Advanced Reactors Safety*, 1994.

J. Chauvin, M. Cen, P. Ferrand, and B. Schiavello. Décollement tournant dans les pompes et compresseurs. *La Houille Blanche*, 1980.

N. Chauvin, J.-C. Garnier, J.-L. Seran, and P. Brossard. Requirements for fuel and structural materials for gas cooled fast reactor. preliminary design. In *Proc. 2003 International Conference on Advances in Nuclear Power Plants*, 2003.

P. Chesse. *Détermination des limites d'exploitation des Diesel de forte puissance. Incidence des circuits de liaison moteur-turbocompresseur. Instabilités et pompage des compresseurs.* PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes, 1995.

P. Chesse, J.-F. Hetet, and J.-P. Frayret. Détermination par simulation d'une zone critique des champs compresseur située entre le pompage et la stabilité, application aux moteurs diesel de forte puissance. *Entropie*, 201 :9–18, 1996.

P. Chesse, J.-F. Hetet, X. Tauzia, and J.-P. Frayret. Influence des circuits de liaison moteur/compresseur sur le fonctionnement des moteurs diesel à suralimentation bi-étagée. *Rev. Gen. Therm.*, 37 :801–812, 1998.

R. Chue, T. P. Hynes, E. M. Greitzer, C. S. Tan, and J. P. Longley. Calculations of inlet distorsion induced compressor flow field instability. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 10(3), 1989.

W. G. Cornell. The stall performance of cascades. In *Proc. ASME Applied Mechanics Conference*, 1954.

W. T. Cousins, 1991. Communication personnelle citée par Bloch et O'Brien.

N. A. Cumpsty and E. M. Greitzer. Ideas and methods of turbomachinery aerodynamics : a historical view. *Journal of Propulsion and Power*, 20(1) :15–26, 2004.

N. A. Cumpsty and E. M. Greitzer. A simple model for compressor stall cell propagation. *ASME Journal of Engineering for Power*, 104 :170–176, 1982.

F. Damian. *Analyse des capacités des réacteurs à haute température sous l'aspect de l'utilisation des matières fissiles*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2001.

M. Dang, J.-F. Dupont, P. Jacquemoud, and R. Mylona. Pressure transients analysis of a high-temperature gas-cooled reactor with direct helium turbine cycle. In *Proc. International working group on gas-cooled reactors*, 1980.

M. W. Davis and W. F. O'Brien. Stage by stage post stall compression system modelling technique. *Journal of Propulsion and Power*, 7(6) :997–1005, 1991.

W. R. Davis and D.A.J. Milar. Through flow calculations based on matrix inversion : loss prediction. In *AGARD- ? ?*, 1980.

I. J. Day. Stall and surge in high-speed compressors and the prospects for active control. In *Von Karman Institute Lecture Series*, 1996. VKI-LS-1996-05.

I. J. Day. Axial compressor performance during surge. *Journal of Propulsion and Power*, 10(3) :329–336, 1994.

I. J. Day and C. Freeman. The unstable behaviour of low and high speed compressors. *ASME Journal of Turbomachinery*, 116 :194–201, 1994.

I. J. Day, E. M. Greitzer, and N. A. Cumpsty. Prediction of compressor performance in rotating stall. *ASME Journal of Engineering for Power*, 100 :1–14, 1978.

G. Deuster. Die geschlossene gasturbine - historische entwicklung und zukünftige bedeutung. *Atomkernerergie*, 32, 1978.

S. L. Dixon. *Fluid mechanics, Thermodynamics of turbomachinery*. Pergamon Press, second edition, 1975.

C. F. Mac Donald and M. J. Smith. Turbomachinery design considerations for the nuclear htgr-gt power plant. In *Proc. ASME Gas Turbine Conference*, 1980.

R. C. Dorf. *Modern control systems*. Addison-Wesley, 1980.

N. M. Mc Dougall, N. A. Cumpsty, and T. P. Hynes. Stall inception in axial compressor. *ASME Journal of Turbomachinery*, 112 :116–125, 1990.

R. P. Dring, W. D. Sprout, and H. D. Weingold. A navier-stokes analysis of the effect of tip clearance on compressor stall margin. In *Proc. International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition*, 1995. Paper 95-GT-190.

J. Dunham. Non-axisymetric flows in axial compressors, 1965. Mechanical engineering science Monograph. N. 3,Oct.

A.H.J. Eastland. Investigation of compressor performance in rotating stall : I facility design and construction and initial steady state measurements. Technical report, MIT Gas Turbine and Plasma Dynamics Laboratory, 1982. No 164.

E. S. ElMitwally, M. Abo-Rayan, N. H. Mostafa, and A. H. Hassanien. Modeling techniques for predicting compressor performance during surge and rotating stall. In *Proc. ASME Fluids Engineering Conference*, 1996.

H. W. Emmons, C.E. Pearson, and H.P. Grant. Compressor surge and stall propagation. *Trans. ASME*, 77(4) :455–469, 1955.

A. W. Epstein, J. E. Ffowcs Williams, and E. M. Greitzer. Active suppression of compressor instabilities. In *Proc. 10th Aeroacoustics Conference Seattle*, 1986. AIAA 86-1994.

J. F. Escuret and V. Garnier. Stall inception measurements in a high-speed multistage compressor. *ASME Journal of Turbomachinery*, 118 :690–696, 1996.

EVO. Nachrechnung gemessener betriebspunkte der heliumturbine oberhausen. Technical report, EVO, 1977. Bericht B 77/20.

EVO. Auswertung, nachrechnung und interpretation von stationären messungen an der heliumturbinenanlage oberhausen. Technical report, EVO, 1981. Bericht B 81/34.

EVO. Beitrag zur dokumentation über die 50mw heliumturbinenanlage (obheiz 2). Technical report, EVO, 1988.

J. Fabri and R. Siestrunck. Rotating stall in axial flow compressors. *Journal of Aeronautical Sciences*, 820 :805–812, 1957.

P. Ferrand. *Etude théorique des instabilités de l'écoulement dans les compresseurs axiaux*. PhD thesis, Université d'Aix-Marseille II, 1980.

J. H. Ferziger and M. Peric. *Computational methods for fluid dynamics*. Springer, third edition, 2002.

L. Fottner. Test cases for computation of internal flows in aeroengines components. In *AGARD Advisory Report*, 1990. AGARD-AR-275.

C. Freeman, A. G. Wilson, I.J. Day, and M.A. Swinbanks. Experiments in active control of stall on an aeroengine gas turbine. *ASME Journal of Turbomachinery*, 120 :637–647, 1998.

M. N. Frias. Design and safety review of the european association for gas breeder reactor's gcfr. Technical report, European contract FIKI-CT-2000-0059/6, 2000.

N. Fujimoto, Y. Tachibana, A. Saikusa, M. Shinozaki, M. Isozaki, and T. Iyoku. Experience of httr construction and operation - unexpected incidents. *Nuclear Engineering and Design*, 233 :273–281, 2004.

J.-P. Gaillard, G. Mignot, and C. Bassi. Thermal-hydraulic design of a gas cooled fast reactor. In *Proc. 2003 International Conference on Advances in Nuclear Power Plants*, 2003.

R. N. Gamache. *Axial compressor reversed flow performance*. PhD thesis, Massachussets Institute of Technology, 1985.

Z. Gao and L. Shi. Thermal hydraulic calculation of the htr-10 for the initial and equilibrium core. *Nuclear Engineering and Design*, 218 :51–64, 2002.

J.-C. Garnier, C. Poette, B. Mathieu, A. Conti, and J.-P. Gaillard. Preliminary design of an advanced gas cooled fast reactor core, fuel forms and primary system concept. In *Proc. 2003 International Conference on Advances in Nuclear Power Plants*, 2003.

H. Gassert. *Betriebsverhalten einer Turbinenstufe bei veränderlichen Drehzahlen und Volumenströmen bis zu negativen Werten*. PhD thesis, Stuttgart Universität, 1973.

G. Geffraye and D. Bestion. Assessment of the cathare 1d pump model. *Nuclear Engineering and Design*, 149 :117–128, 1994.

G. Geffraye, F. Bentivoglio, A. Ruby, M. Saez, N. Tauveron, O. Widlund, D. Hittner, D. Petit, and D. Verrier. Operating transient analysis. code development, validation, experimental needs. In *CEA-FRA/ANP-EDF-US VHTR Workshop*, 2005.

G. A. Gerolymos and C. Hanisch. Multistage 3d navier-stokes computation of off-design operation of a 4-stage turbine. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineer*, 213 :243–261, 1999.

P. Gilland and N. De Turckheim. Prédiction du pompage des compresseurs multiétages. *Revue Française de Mécanique*, 1 : 19–27, 1983.

N. Gourdain. *Simulation numérique des phénomènes de décollement tournant dans les compresseurs axiaux*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2005.

E. M. Greitzer. Surge and stall in axial flow compressors. part ii : Experimental results and comparison with theory. *ASME Journal of Engineering for Power*, 98 :199–217, 1976a.

E. M. Greitzer. Surge and stall in axial flow compressors. part i : Theoretical compression system model. *ASME Journal of Engineering for Power*, 98 :190–198, 1976b.

E. M. Greitzer. Review of axial compressor stall phenomena. *ASME Journal of Fluids Engineering*, 102 :134–150, 1980.

E. M. Greitzer. The stability of pumping systems, the 1980 freeman scholar lecture. *ASME Journal of Fluids Engineering*, 103 :193–242, 1981.

E. M. Greitzer. Smart jet engines. *JSME International Journal*, 41(1) :90–102, 1998.

G. P. Greyvenstein, J. P. van Ravenswaay, and P. G. Rousseau. Dynamic modelling of heat, mass and momentum transfer in the pbmr. In *Proc. 1st International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics, and Thermodynamics*, 2002.

P. Grison and J.F. Lauro. Experimental and theoretical investigation anout two-phase critical flow through a pump. In *Proc. Winter annual meeting of ASME*, 1978.

D.L. Gysling, J. Dugunji, E.M. Greitzer, and A.H. Epstein. Dynamic control of centrifugal compressor surge using tailored structure. *ASME Journal of Turbomachinery*, 113 :710–722, 1991.

C. Hanisch. *Aérodynamique numérique 3D instationnaire des turbomachines axiales*. PhD thesis, Université Paris VI, 1999.

K. E. Hansen, P. Jorgensen, and P.S. Larsen. Experimental and theoretical study of surge in a small centrifugal compressor. *ASME Journal of Fluids Engineering*, 103 :391–395, 1981.

J. M. Haynes, G. J. Hendricks, and A. H. Epstein. Active stabilization of rotating stall in a three-stage axial compressor. *ASME Journal of Turbomachinery*, 116 :216–239, 1994.

C. Hirsch. *Numerical computation of internal and external flow*. John Wiley and Sons, 1988.

M. Hishida and T. Takeda. Study of air ingress during an early stage of a primary-pipe rupture accident of a htgr. *Nuclear Engineering and Design*, 126 :175–197, 1991.

C. J. Homer. Theoretical studies of pump performance in two-phase flow. In *Proc. European two-phase flow group meeting*, 1985.

B. J. Huang and Y. C. Chen. System dynamics and control of a linear compressor for stroke and frequency adjustement. *ASME Journal of Dynamics Systems, Measurement and Control*, 124 :176–182, 2002.

G. Hubert and K. J. Bauermeister. Probleme der sekundärströmung in axialen turbomaschinen. *VDI-Forschungsheft*, 29(B) : 1–31, 1963.

I. E. Idel'Cik. *Memento des pertes de charges.* Eyrolles, 1969.

INEEL. Relap5/mod3 code manual, i, ii, iii, iv. Technical report, INEEL, 1995.

T. Iura and W. D. Rannie. Experimental investigations of propagating stall in axial-flow compressors. *Trans. ASME*, pages 463–471, 1954.

Y. Kato, T. Nitawaki, and Y. Muto. Comparison of cycle efficiency, turbine efficiency and recuperator heat transfer surface area between direct cycles of co2 and helium. In *Proc. 1st International Topical Meeting on High Temperature Reactor Technology (HTR-2002)*, 2002.

C. Keller and D. Schmidt. The helium gas turbine for nuclear power plants. In *Proc. ASME Gas Turbine Conference*, 1967.

J. F. Kikstra. *Modelling, design and control of a cogenerating nuclear gas turbine plant*. PhD thesis, Delft University of Technology, 2001.

C. P. Kittredge. Hydraulics transients in centrifugal pump systems. *Trans. ASME*, 78(6) :1307–1322, 1956.

C. C. Koch. Stalling pressure rise capability of axial flow compressor stages. *ASME Journal of Engineering for Power*, 103 : 645–656, 1981.

C. C. Koch and L. H. Smith. Loss sources and magnitudes in axial-flow compressors. *ASME Journal of Engineering for Power*, pages 411–424, 1976.

S.G Koff and E. M. Greitzer. Axisymmetrically stalled flow performance in mutlistage axial compressors. *ASME Journal of Turbomachinery*, 108 :216–223, 1986.

A. Kolnsberg. Reasons for centrifugal compressor surging and surge control. *ASME Journal of Engineering for Power*, 101 : 79–86, 1979.

A.R. Kriebel, B.S. Seidel, and R.G. Schwind. Stall propagation in a cascade of airfoils. Technical report, NACA, 1958. TN 4134.

R. P. Kroon and H. J. Tobiasz. Off-design performance of multistage turbines. *ASME Journal of Engineering for Power*, 93 : 21–27, 1971.

K. Kugeler, H. Barnert, P.-H. Phlippen, and W. Scherer. Safety of htr - state of knowledge and necessary research. In *Proc. of Workshop on advanced nuclear reactor safety issues and research needs*, 2002.

J. Kunhel, G. Gyamathy, and P. Ortmann. Estimation of compressor map for incompletely specified axial compressors. Technical report, Turbomachinery Laboratory. Zurich, 1998.

C. Kunkelmann. L'analyse paramétrique d'un compresseur à l'aide d'un nouveau solveur paramétré. Technical report, Fluorem, 2005.

B. Lakshminarayana. Methods of predicting the tip clearance effects on axial flow turbomachinery. *ASME Journal of Basic Engineering*, 92 :467–482, 1970.

J. Lavainne. Sensitivity of a compressor repeating stage to geometry variation. Master's thesis, Massachussets Institute of Technology, 2003.

M. Lecomte. Industrial aspects of revisited htrs. *Nuclear Engineering and Design*, 209 :233–241, 2001.

J. J. Liebenberg. Power conversion unit for the south african direct cycle htgr. In *Proc. Technical committee meeting on high temperature gas cooled reactor technology developments*, 1996.

S. Lieblein. Incidence and deviation-angle correlations for compressor cascades. *Trans. ASME*, pages 575–587, 1960.

S. Lieblein. Loss and stall analysis of compressor cascades. *Trans. ASME*, pages 387–400, 1959.

J. P. Longley. A review of nonsteady flow models for compressor stability. *ASME Journal of Turbomachinery*, 116 :202–215, 1994.

J. P. Longley and T. P. Hynes. Stability of flow through multistage axial compressors. *ASME Journal of Turbomachinery*, 112 :126–132, 1990.

G.R. Ludwig and J. Nenni. Basic studies of rotating stall in axial flow compressors. In *Proc. AFAPL*, 1979. Paper TR 79-2083.

G.R. Ludwig and J. Nenni. Rotating stall investigation. vol ii : experimental studies. In *Proc. AFAPL*, 1983. Paper TR 83-2003.

G.R. Ludwig, J. Nenni, and R. Arendt. Investigation of rotating stall in axial flow compressors and the development of a prototype rotating stall control system. In *Proc. AFAPL*, 1973. Paper TR 73-45.

D. Matzner. Pbmr existing and future retd test facilities. In *Proc. 2nd International Topical Meeting on High Temperature Reactor Technology (HTR-2004)*, 2004.

R. S. Mazzawy. Surge induced structurals loads in gas turbines. In *Proc. International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition*, 1979. Paper 79-GT-91.

R. S. Mazzawy. Multiple segment parallel compressor model for circumferential flow distorsion. *ASME Journal of Engineering for Power*, 99, 1977.

D. H. McQueen. On the dynamics of compressor surge. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 18(5) :234–238, 1976.

G. Melese and R. Katz. *Thermal and Flow Design of Helium Cooled Reactors*. ANS, 1984.

F. K. Moore. A theory of rotating stall of multistage axial compressors. part i :small disturbances. *ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 106(2) :313–320, 1984a.

F. K. Moore. A theory of rotating stall of multistage axial compressors. part ii : Finite disturbances. *ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 106(2) :321–326, 1984b.

F. K. Moore and E. M. Greitzer. A theory of post-stall transients in multistage axial compression systems. Technical report, NASA, 1985. CR-3878.

R. L. Moore, C. H. Oh, B. J. Merrill, and D. A. Petti. Studies on air ingress for pebble bed reactors. In *Proc. 1st International Topical Meeting on High Temperature Reactor Technology (HTR-2002)*, 2002.

S. Moreau, S. Aubert, M. N'Diaye, and P. Ferrand. Parametric study of a fan blade cascade using a new parametric flow solver turb'opty. In *Proc. FEDSM*, 2003. Paper FEDSM2003-45116.

S. Moreau, S. Aubert, G. Grondin, and D. Casalino. Geometric parametric study of a fan blade cascade using a new parametric flow solver turb'opty. In *Proc. FEDSM*, 2004. Paper FEDSM2004-53940.

H. L. Moses and S. B. Thomason. An approximation for fully stalled cascades. *Journal of Propulsion*, pages 188–189, 1986.

S. Nagano, Y. Machida, and H. Takata. Dynamic performance of stalled blade row. In *Proc. Tokyo Joint International Gas Turbine Conference*, 1971. Paper 11.

Experimental Design Bureau of Machine Building (OKBM). Conceptual design report. Technical report, International GT-MHR Project, 1998. GT-MHR 100025.

Y. Ohta, Y. Tsurumi, N. Tahara, M. Kurosaki, E. Outa, and T. Nakakita. Early stall warning technique for axial flow compressors. In *Proc. International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition*, 2004. Paper GT2004-53292.

N. Orner. *Prediction du décrochage tournant dans les compresseurs axiaux*. PhD thesis, Faculté Polytechnique de Mons, 1976.

N. Orner, D. Adler, and J. Isenberg. The prediction of the behaviour of axial compressors near surge. In *AGARD-CP-177*, 1976.

X. Ottavy. Cours de turbomachines à fluides compressibles. Technical report, INPG, 2004.

J.D. Paduano, A.H. Epstein, L. Valavani, J. P. Longley, E. M. Greitzer, and G.R. Guenette. Active control of rotating stall in a low speed axial compressor. *ASME Journal of Turbomachinery*, 115(1) :48–56, 1993.

J.D. Paduano, L. Valavani, A.H. Epstein, E. M. Greitzer, and G.R. Guenette. Modelling for control of rotating stall. *Automatica*, 30(9) :1357–1373, 1994.

R. C. Pampreen. *Compressor surge and stall*. Concepts ETI, 1993.

L. Patarin. L'expérience et le retour d'expérience européen et américain sur les htr. In *Proc. SFEN Conference*, 2002.

D. Petit, E. Jouet, and R. Martin. Overall simulation of a htgr plant with the gas adapted manta code. In *Proc. 11th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics (NURETH-11)*, 2005.

M. Robert, 2004. Communication personnelle.

K. H. Rohne. *Zum Verhalten von Turboverdichtern und Turboverdichteranlagen während des Pumpens des Verdichers*. PhD thesis, Stuttgart Universität, 1984.

J. Rouault. Panorama de la filière htr. In *Proc. SFEN Conference*, 2002.

M. Saez, N. Tauveron, and Y. Piet. Etat de l'art sur le décrochage tournant et le pompage des compresseurs axiaux. Technical report, Commissariat à l'Energie Atomique, 2004. Note DEN/DER/SSTH/LIEX 2004-010.

H. I. H. Saravanamutto, G. F. C. Rogers, and H. Cohen. *Gas turbine theory*. Prentice Hall, fifth edition, 2001.

T. Schobeiri. Getran : a generic, modularly structured computer code for simulation of dynamic behaviour of aero and power generation gas turbine engines. *ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 116(3) :483–494, 1994.

T. Schobeiri and M. Abouelkheir. Row by row off-design performance calculation method for turbines. *Journal of Propulsion and Power*, 8(4) :823–828, 1992.

M. Sedille. *Ventilateurs et compresseurs centrifuges et axiaux*. Eyrolles et Masson, 1973.

R. H. Sentz. The analysis of surge. In *Proc. 9th turbomachinery symposium*, pages 57–61, 1980.

D. G. Shepherd. *Principles of Turbomachinery*. McMillan, 1956.

R. Siestrunck, J. Fabri, and L. Jarlan. Etudes des régimes critiques non stationnaires dans le fonctionnement à vitesse réduite des compresseurs axiaux d'aviation. In *Proc. Journées internes des sciences aéronautiques*, pages 83–111, 1957.

J.S. Simon, L. Valavani, A.H. Epstein, and E.M. Greitzer. Evaluation of approaches to active compressor surge stabilization. *ASME Journal of Turbomachinery*, 115 :57–67, 1993.

Z. Spakovszky. *Applications of axial and radial compressor dynamic system modelling*. PhD thesis, MIT, 2000.

A.H. Stenning and A.R. Kriebel. Stall propagation in a cascade of airfoils. *Trans. ASME*, 80(4) :770–790, 1958.

A.H. Stenning, A.R. Kriebel, and S. Montgomery. Stall propagation in axial compressors. Technical report, NACA, 1955. TN 3580.

E. J. Strang. Influence of unsteady losses and deviation on compressor system stability with inlet distorsion. Master's thesis, Massachussets Institute of Technology, 1991.

J. Sugimoto, T. Iwamura, and S. Katanishi. Safety issues of reduced moderation water reactor and high temperature gas-cooled reactor developed at jaeri. In *Proc. of Workshop on advanced nuclear reactor safety issues and research needs*, 2002.

W. C. Swan. A practical method of predicting transonic-compressor performance. *ASME Journal of Engineering for Power*, pages 322–330, 1961.

W. M. Swanson. Complete characteristic circle diagrams for turbomachinery. *Trans. ASME*, 75(4) :819–826, 1953.

H. Takata and S. Nagano. Nonlinear analysis of rotating stall. *ASME Journal of Engineering for Power*, 94 :279–293, 1972.

T. Takizuda, S. Takada, X. Yan, S. Kosugiyama, S. Katanishi, and Kunitomi. R and d on the power conversion system for gas turbine high temperature reactor. *Nuclear Engineering and Design*, 233 :329–346, 2004.

N. Tauveron. Thermal fluctuations in the lower plenum of an high temperature reactor. *Nuclear Engineering and Design*, 222 :125–137, 2003.

N. Tauveron, M. Saez, T. Chataing, and D. Ferrer-Orti. Modélisation actuelle et future d'une turbomachine à l'aide du code cathare : application au gt-mhr. Technical report, Commissariat à l'Energie Atomique, 2002. Note DEN/DTP/SMTH/LDAS 2002-049.

N. Tauveron, M. Saez, M. Marchand, T. Chataing, G. Geffraye, and J.-M. Cherel. Steady-state and transient simulations of gas cooled reactors with the computer code cathare. In *Proc. 10th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics (NURETH-10)*, 2003.

N. Tauveron, P. Ferrand, and F. Leboeuf. Axial multistage turbomachine modelling with a 1-d axisymmetric approach. application to gas cooled nuclear reactor transients. In *Proc. 40ème colloque d'aérodynamique appliquée*, 2005a.

N. Tauveron, M. Saez, P. Ferrand, and F. Leboeuf. Axial turbomachine modelling with a quasi-2d approach. application to gas cooled nuclear reactor. In *Proc. 11th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics (NURETH-11)*, 2005b.

N. Tauveron, M. Saez, M. Marchand, T. Chataing, G. Geffraye, and C. Bassi. Transient thermal-hydraulic simulations of direct cycle gas cooled reactors. *Nuclear Engineering and Design*, 235 :2527–2545, 2005c.

P. Telleschi, S. Sarlos, and H.U. Frutschi H. U. Betriebsbedingungen bei der nachwärmeabfuhr eines gasgekühlten reaktors mit direktreislauf. *Atomkernenergie*, 17(2) :137–139, 1971.

D. Thoma. Vorgange beim ausfallen des antriebes von kreiselpumpen. *Mittelungen des Hydraulischen Instituteder Technischen Hochschule Munchen*, 4 :102–104, 1931.

A. Tondl. On the dynamics of compressor surge. *International Journal of Nonlinear Mechanics*, 14(4) :259–266, 1979.

A. Touyeras and M. Villain. Aerodynamic design and test result analysis of a three-stage research compressor. In *Proc. International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition*, 2004. Paper 2004-GT-53940.

W. Traupel. *Thermische Turbomaschinen*. Springer Verlag, 1977.

R.C. Turner and D.W. Sparke. Complete characteristics of a single-stage axial-flow fan. In *Proc. Thermodynamics and Fluid Mechanics Convention*, 1964. Paper 29.

J. M. Tyler and T. G. Sofrin. Axial flow compressor noise studies. *Society of Automotive Engineers Transactions*, 70 :309–332, 1962.

E. C. Verkerk. *Dynamics of the pebble-bed nuclear reactor in the direct Brayton cycle*. PhD thesis, Delft University of Technology, 2000.

J. Wang and Y. Gu. Parametric studies on different gas turbine cycles for a htgr. *Nuclear Engineering and Design*, 235 : 1761–1772, 2005.

N. M. White, A. Tourlidakis, and R. L. Elder. Axial compressor performance modelling with a quasi-one-dimensionnal approach. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineer*, 216 :181–194, 2002.

J. E. Ffowcs Williams and X. Y. Huang. Active stabilization of compressor surge. *Journal of Fluid Mechanics*, 204 :245–262, 1988.

A. G. Wilson and C. Freeman. Stall inception and development in an axial flow aeroengine. *ASME Journal of Turbomachinery*, 116 :216–225, 1994.

D. G. Wilson and T. Korakianitis. *The design of high-efficicency turbomachinery and gas turbines*. Prentice Hall, second edition, 1998.

X. Yan. *Dynamic analysis and control system design for an advanced nuclear gas turbine power plant*. PhD thesis, Massachussets Institute of Technology, 1990.

X. Yan, K. Kunitomi, T. Nakata, and S. Shiozawa. Design and development of gthtr300. In *Proc. 1st International Topical Meeting on High Temperature Reactor Technology (HTR-2002)*, 2002.

T. Yano and B.I. Nagata. A study on surging phenomena in diesel engine air charging system. *JSME Journal of Propulsion*, 14(70) : ? ?– ? ?, 1971.

V. N. Yershov. Unstable conditions of turbodynamics rotating stall. In *Proc. Foreign Technology Air Force Systems Command*, 1971. Paper FTD-MT-24-04-71. Traduction d'un ouvrage russe de 1966.

A. M. Yocum. *An experimental and numerical investigation of the performance of compressor cascades with stalled flow*. PhD thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1988.

A. M. Yocum and W. F. O'Brien. Separated flow in a low-speed two dimensional cascade : Part i - flow visualization and time mean velocity measurements. In *Proc. International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition*, 1992a. Paper 92-GT-356.

A. M. Yocum and W. F. O'Brien. Separated flow in a low-speed two dimensional cascade : Part ii - cascade performance. In *Proc. International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition*, 1992b. Paper 92-GT-357.

P. Zehner. *Systematische Unterschungen der Charakteristiken rückwarts durchscströmer Turbinnengitter*. PhD thesis, TU Hannover, 1974.

P. Zehner. Vierquadrantencharakteristik einer turbinenstufe. *Atomkernerergie*, 32(4) :292–298, 1978.

P. Zehner. 4-quadranten-kennfelder von turbinen. *Brennst. Warme. Kraft*, 32(3) :93–105, 1980.