

THÈSE

présentée devant l'
ECOLE CENTRALE DE LYON

pour l'obtention du titre de
DOCTEUR

Spécialité
Génie Civil

par

Jessica SJAH

COUPLAGE SPH - DEM POUR L'ÉTUDE DE L'ÉROSION DANS LES OUVRAGES HYDRAULIQUES

Soutenue le 18 décembre 2013 devant la commission d'examen composée de :

D. MAROT	Président du jury	
	Rapporteur	Professeur - GeM, IUT de Saint-Nazaire
S. BONELLI	Rapporteur	Directeur de Recherche - IRSTEA
B. CHAREYRE	Examineur	Maître de Conférences HDR- L3S-R, INPG
J.-C. MARONGIU	Examineur	Docteur Ingénieur - ANDRITZ HYDRO
R. PERKINS	Examineur	Professeur - LMFA, ECL
E. VINCENS	Directeur de thèse	Maître de Conférences HDR - LTDS, ECL

Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes
Département de Mécanique des Solides, Génie Mécanique et Génie Civil
Ecole Centrale de Lyon
36 Avenue Guy de Collongue 69134 Ecully Cedex

Liste des personnes habilitées à diriger des recherches - École Centrale de Lyon

Liste des personnes habilitées à diriger des recherches

Ampère	BEROUAL Abderrahmane	professeur	ECL
	BURET François	professeur	ECL
	JAFFREZIC-RENAULT Nicole	directeur de recherche	ECL/CNRS
	KRAHENBUHL Laurent	directeur de recherche	ECL/CNRS
	NICOLAS Alain	professeur	ECL
	NICOLAS LAURENT	directeur de recherche	ECL/CNRS
	SCORLETTI Gérard	professeur	ECL
	SIMONET Pascal	directeur de recherche	ECL/CNRS
	VOLLAIRE Christian	professeur	ECL
DER EEA	HELLOUIN Yves	maître de conférences	ECL
DER STMS	GUIRALDENQ Pierre	professeur émérite	ECL
	VINCENT Léo	professeur	ECL
ICJ	LOHEAC Jean-Pierre	maître de conférence	ECL
	MAITRE Jean-François	professeur émérite	ECL
	MARION Martine	professeur	ECL
	MIRONESCU Elisabeth	professeur	ECL
	MOUSSAOUI Mohand	professeur	ECL
	MUSY François	maître de conférence	ECL
	ZINE Abdel-Malek	maître de conférence	ECL
ICTT	DAVID Bertrand	professeur	ECL
INL	CALLARD Anne-Ségolène	professeur	ECL
	CLOAREC Jean-Pierre	maître de conférence	ECL
	GAFFIOT Frédéric	professeur	ECL
	GAGNAIRE Alain	maître de conférence	ECL
	GARRIGUES Michel	directeur de recherche	ECL/CNRS
	GENDRY Michel	directeur de recherche	ECL/CNRS
	GRENET Geneviève	directeur de recherche	ECL/CNRS

	HOLLINGER Guy	directeur de recherche	ECL/CNRS
	KRAWCZYK Stanislas	directeur de recherche	ECL/CNRS
	LETERTRE Xavier	chargé de recherche	ECL/CNRS
	O'CONNORR Ian	professeur	ECL
	PHANER-GOUTORBE Magali	professeur	ECL
	ROBACH Yves	professeur	ECL
	SAINT-GIRONS Guillaume	chargé de recherche	ECL/CNRS
	SEASSAL Christian	directeur de recherche	ECL/CNRS
	SOUTYRAND Eliane	directeur de recherche	ECL/CNRS
	TARDY Jacques	directeur de recherche	ECL/CNRS
	VIKTOROVITCH Pierre	directeur de recherche	ECL/CNRS
LIRIS	CHEN Liming	professeur	ECL
LMFA	BAILLY Christophe	professeur	ECL
	BERTOGLIO Jean-Pierre	directeur de recherche	ECL/CNRS
	BLANC-BENON Philippe	directeur de recherche	ECL/CNRS
	BOGEY Christophe	chargé de recherche	ECL/CNRS
	CAMBON Claude	directeur de recherche	ECL/CNRS
	CARRIERE Philippe	directeur de recherche	ECL/CNRS
	CHAMPOUSSIN Jean-Claude	professeur émérite	ECL
	COMPTE-BELLOT Geneviève	professeur émérite	ECL
	FERRAND Pascal	directeur de recherche	ECL/CNRS
	GALLAND Marie-Annick	professeur	ECL
	GODEFERD Fabien	directeur de recherche	ECL/CNRS
	GOROKHOVSKI Mikhail	professeur	ECL
	HENRY Daniel	directeur de recherche	ECL/CNRS
	JEANDEL Denis	professeur	ECL
	JUVE Daniel	professeur	ECL
	LE RIBAULT Catherine	chargé de recherche	ECL/CNRS
	LEBOEUF Francis	professeur	ECL
	PERKINS Richard	professeur	ECL
	ROGER Michel	professeur	ECL
	SCOTT Julian	professeur	ECL
	SHAO Liang	directeur de recherche	ECL/CNRS
	SIMOENS Serge	chargé de recherche	ECL/CNRS
	TREBINJAC Isabelle	maître de conférence	ECL
LTDS	BENAYOUN Stéphane	professeur	ECL
	CAMBOU Bernard	professeur	ECL
	COQUILLET Bernard	maître de conférence	ECL
	DANESCU Alexandre	maître de conférence	ECL
	FOUVRY Siegfried	chargé de recherche	ECL/CNRS
	GEORGES Jean-Marie	professeur émérite	ECL

GUERRET Chrystelle	chargé de recherche	ECL/CNRS
HERTZ Dominique	past	ECL
ICHCHOU Mohamed	professeur	ECL
JEZEQUEL Louis	professeur	ECL
JUVZ Denyse	ingénieur de recherche	ECL
KAPSA Philippe	directeur de recherche	ECL/CNRS
LE BOT Alain	directeur de recherche	ECL/CNRS
LOUBET Jean-Luc	directeur de recherche	ECL/CNRS
MARTIN Jean-Michel	professeur	ECL
MATHIA Thomas	directeur de recherche	ECL/CNRS
MAZUYER Denis	professeur	ECL
PERRET-LIAUDET Joël	maître de conférence	ECL
SALVIA Michelle	maître de conférence	ECL
SIDOROFF François	professeur	ECL
SINOUE Jean-Jacques	professeur	ECL
STREMSDOERFER Guy	professeur	ECL
THOUVREZ Fabrice	professeur	ECL
TREHEUX Daniel	professeur	ECL
VINCENS Eric	maître de conférence	ECL

Science is the process that takes us from confusion to understanding.

Brian Greene

One dream has been achieved, but there are still a lot of dreams in the future.....

I dedicate my doctoral dissertation to my God, family and beloved one..

Remerciements

Ce travail de thèse résulte d'une collaboration voulue le Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes (LTDS) et le Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique (LMFA) de l'Ecole Centrale de Lyon à travers de Eric VINCENS d'une part et de Francis LEBOEUF d'autre part qui ont co-dirigé ce travail. Elle vise à élaborer un outil numérique permettant la prise en compte des effets hydrodynamiques dans les problèmes d'érosions, propres aux ouvrages hydrauliques. Malheureusement, F. LEBOEUF nous a quitté en 2013 et n'a pas pu voir l'aboutissement de ce travail. En espérant que cette thèse qui constitue un travail pionnier pour le groupe EMG du LTDS ouvrira de nouvelles perspectives pour la prise en compte des phénomènes couplés fluide-solide en géotechnique et de nouvelles collaborations entre le LTDS et le LMFA. Merci à mon Dieu de m'avoir accordé l'opportunité de réaliser cette thèse qui fut une très belle expérience.

En premier lieu, je voudrais remercier Eric VINCENS pour avoir accepté d'être mon directeur de thèse et pour son soutien. Cela fait maintenant 4 ans que je travaille avec lui et ce depuis mon master recherche. Il s'est montré très sympathique et son suivi pendant ces 3 années de thèse a été important et précieux pour aller au but de ce travail. J'ai beaucoup appris à ses côtés en France. Merci d'avoir choisi ce sujet de thèse qui est certes un sujet difficile à traiter, mais qui m'a permis d'acquérir de nombreuses compétences et d'aborder de nouveaux sujets scientifiques très intéressants.

Je remercie M. Francis LEBOEUF, qui était donc mon co-directeur de thèse, qui m'a initié à la méthode SPH. Son guidage fut crucial pour comprendre la méthode numérique de la partie fluide qui est utilisé dans ce travail de thèse.

Un grand merci à Jean-Christophe MARONGIU, développeur du code fluide ASPHODEL basé sur la méthode SPH. Sans son aide, je n'aurais pas pu arriver à la fin de ce travail. Merci encore et encore pour le temps que tu as su m'accorder et les réponses que tu as pu apporter aux nombreuses questions qui ont envahi ta boîte aux lettres. Je te remercie aussi pour ton message de soutien pour ma soutenance.

Je remercie également Joelle CARO qui m'a aidé à la compilation du code ASPHODEL, donné les informations techniques et scientifiques sur ce code. Merci Joelle pour ton soutien, ton temps et les réponses à toutes mes questions informatiques qui débloquaient parfois mon travail.

Je remercie vivement Monsieur Didier MAROT qui m'a fait l'honneur d'accepter d'être le président du jury de ma thèse et rapporteur de mon travail de recherche. J'exprime également ma gratitude à Monsieur Stéphane BONELLI pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail en acceptant d'être aussi le rapporteur de ce mémoire. Ainsi, je voudrais remercier l'ensemble des membres du jury d'avoir accepté d'évaluer mon travail et de m'avoir donné quelques conseils précieux pour la rédaction de la version finale de ce mémoire.

Je remercie M. Christian VIAL dont j'ai suivi le cours sur le langage C++ à Centrale, langage qui est à la base des codes ASPHODEL et YADE. Merci aussi à Colette pour sa gentillesse et son soutien.

Je voudrais remercier les autres membres du LMFA qui ont contribué à ce travail de thèse : Li ZHE pour son soutien, sa gentillesse et les discussions précieuses qu'on pu avoir sur nos travaux de thèse respectifs qui soulevaient les mêmes problèmes ; Magdalena NEUHAUSER pour son soutien et les discussions sur le code ASPHODEL ; M. Philippe EYRAUD pour m'avoir conseillé quelques articles et ouvrages liés aux problèmes de Mécanique des Fluides ; Pascale JEANDEL et Dan-Gabriel CALUGARU qui m'ont fourni les informations et les outils pour utiliser le super ordinateur KEPLER de Centrale.

Je tiens à remercier toute l'équipe du G8, pour l'ambiance chaleureuse qui a contribué à rendre les conditions de travail agréables. Merci à Thierry, Catherine, Ophélie, Guillaume, Kelig, Benoit ainsi que Romain et Hélène pour leur message d'encouragement et de soutien pour la soutenance de ma thèse. Merci à Cécile pour son soutien et sa gentillesse, je me souviens quand je suis arrivée au bâtiment G8 pour la première fois, c'est toi qui m'a imprimé l'emploi du temps des cours de centrale que je voulais suivre. Merci à Francesco pour son soutien, sa disponibilité pour m'apprendre l'utilisation de VPN sous ubuntu. Merci à M. Jean-Jacques FRY pour les discussions sur le problème d'érosion. Merci à Alexandre DANESCU qui m'a enseigné le cours de MMC et m'a convaincu de continuer mes études après le master et de faire une thèse. Merci à tous les doctorants du G8 qui sont tous sympathiques : Magali, Laurianne, Emna, Thomas, Aurélie, Khoa, Duc et Kien. Merci particulièrement à James pour tout et surtout le partage des connaissances scientifiques qui est intéressant. Merci aussi aux anciens stagiaires, doctorants et post-docs qui ont traversé mon séjour au G8 : Nadège, Jean-Patrick, Son, Yoann, Yuguang, Samia, Samya, Roshan et Jesus. Merci également à ceux qui m'ont aidé pour toutes les démarches administratives : Maryline, Isabelle, Me Laurentz, Sylvie, Hélène, Béatrice, Me Minjard et Meriem.

Je voudrais remercier M. Bernard CAMBOU pour sa gentillesse et ses conseils pour mon travail et ma présentation de soutenance. Merci de m'avoir invité plusieurs fois pour dîner ensemble autour de spécialités françaises savoureuses. J'ai toujours passé une très bonne soirée chez vous. Merci encore M. Bernard et Danièle de m'inviter dans votre maison avec sa jolie porte inoubliable.

Je voudrais remercier Marie CHAZE qui est ma mère française. Merci Marie pour tout ce que l'on a partagé : tes connaissances sur linux, le C++ et merci de m'avoir toujours soutenu jusqu'aux derniers moments de cette thèse. Merci pour les discussions sur la vie. Merci également de m'avoir invité pour le repas de Noël avec toute ta famille l'année passée. Ils sont tous très gentils : Jean-Louis, Iphi avec son beau bébé. C'est un moment inoubliable. J'ai été contente d'avoir travaillé pendant 3 ans dans le même bureau que toi et M. Bernard CAMBOU.

Je voudrais exprimer mes remerciements à l'Ambassade de France en Indonésie et surtout le DIKNAS m'a attribué une bourse pour faire le Master de Recherche à l'Ecole Centrale de Lyon. Je remercie spécialement M. Irwan KATILI pour son aide et ses recommandations pour que je puisse poursuivre mes études en France. Je voudrais remercier tous les enseignants de mon ancienne université en Indonésie, Universitas Indonesia (UI) et de l'Ecole Centrale de Lyon - Master Recherche MEGA - Géotechnique. Je voudrais remercier également le Ministère de l'Enseignement Supérieur Français pour le financement de ma thèse pendant 3 ans à l'Ecole Centrale de Lyon.

Je remercie aussi l'Ambassade d'Indonésie à Paris, l'équipe de ITPC, les franco-indo à Lyon, mes amis en Indonésie et en France, l'équipe de PPI Lyon, particulièrement James, Arie, Echie, Kharina, Icak, Gindo, Bastian, Kiki, Ikhsan, Nanang, Ani et Reyhan qui m'ont aidé à tout préparer pour le pot de thèse. Merci à tous mes collègues qui sont venus me voir le jour de ma soutenance. Merci à mon meilleur collègue depuis ma licence, Johanés, pour ses encouragements ainsi que mes amies, Astri et Iyung, pour leurs prières.

Je remercie profondément mes proches : mon père, ma mère, mon frère et ma petite soeur pour leurs prières, leurs encouragements et leur soutien dans les moments difficiles. Je suis très reconnaissante de vous avoir. Ainsi, je remercie également la famille de mon fiancé qui m'a toujours encouragé : son père, sa mère, sa grand mère, son frère avec sa fiancée, ses tantes, son oncle et ses cousins.

J'aimerais dire un grand merci à mon fiancé, Leo, pour son soutien, son aide, ses conseils, ses idées scientifiques, la confiance et la patience qu'il a su me donner dans chaque moment.

Enfin, je voudrais dire merci à tous. Cette thèse ne serait pas parfaite et précieuse sans la contribution de chacun de vous. Lyon, ECL et vous, allez me manquer.

Résumé

L'érosion est un phénomène d'arrachage et de transport de particules solides par des efforts hydrauliques au sein des ouvrages hydrauliques. Cette pathologie très représentée dans les ouvrages en terre peut conduire à la rupture, aussi, la comprendre et la maîtriser constituent des enjeux sociétaux et industriels très forts.

L'érodabilité des matériaux se caractérise au travers notamment d'un essai dit d'érosion de conduit et sa modélisation numérique constitue le pivot de ce travail de thèse. Le phénomène d'érosion est un problème couplé entre le fluide et le solide et nous utiliserons deux codes construits sur des approches particulières pour aborder le problème : ASPHODEL (ANDRITZ-LMFA) pour la partie fluide (méthode SPH-ALE Smoothed Particle Hydrodynamics – Arbitrary Lagrangian Eulerian) et YADE (L3S-R) pour la fraction solide (méthode DEM Discrete Element Method). Alors que YADE a été largement utilisé pour modéliser des problèmes géotechniques, ASPHODEL n'a pas encore été évalué dans un tel contexte. Ce travail constituera alors une étude de faisabilité pour l'utilisation d'ASPHODEL dans un contexte du génie civil et donnera les conditions pour espérer obtenir des résultats quantitatifs pour les phénomènes étudiés. Dans un deuxième temps, le couplage entre les deux codes sera construit dans le but d'étudier les phénomènes d'arrachage de particules le long de conduits formés à travers des matériaux granulaires cohérents.

La validation du code ASPHODEL à l'échelle de la particule a été effectuée par l'étude de l'écoulement visqueux autour d'un objet 2D (cylindre) fixe et isolé de section circulaire mais aussi carrée ou triangulaire. Les forces de trainée, de portance, le coefficient de pression autour du cylindre et le nombre de Strouhal sont comparés à des résultats issus de la littérature pour différents Reynolds en régime laminaire. La validation du code ASPHODEL à l'échelle de l'échantillon a consisté à étudier un écoulement fluide entre des parois lisses ainsi que des parois constituées de particules solides fixes créant une rugosité. Le coefficient de frottement a été systématiquement calculé et comparé aux résultats issus de la littérature et le torseur fluide sur chaque particule solide des parois a été aussi évalué. Enfin, le couplage partitionné entre les deux codes fluide et solide a été construit et validé qualitativement pour le problème de la sédimentation sous gravité d'un grain solide rigide dans un fluide visqueux.

Mots clés : SPH, ALE, DEM, laminaire, forces hydrauliques, rugosité, perte de charge, grain, couplage.

Abstract

Erosion is a phenomenon related to the detachment and transport of solid particles by hydraulic efforts in hydraulic structures. This pathology which is common in earth structures can lead to their failure, therefore, the understanding and the prediction of this risk is of paramount importance.

Soil erodibility is in many cases characterized through the hole erosion test and its numerical modeling is the pivot point of this thesis. The phenomenon of erosion is a coupled problem between the fluid and solid, and two particle based codes are chosen to address this problem : ASPHODEL (ANDRITZ - LMFA) for the fluid phase (method SPH – ALE Smoothed Particle Hydrodynamics - Arbitrary Lagrangian Eulerian) and YADE (L3S -R) for the solid phase (method DEM Discrete Element method). While YADE has widely been used to model geotechnical problems, ASPHODEL has not been evaluated in this context. This work will constitute a feasibility study for the use of ASPHODEL and its ability to obtain quantitative results for the studied phenomena is addressed. Furthermore, the coupling between the two codes will be carried out in order to study the phenomena of particles detachment along conducts which walls are made with cohesive granular materials.

To validate the code ASPHODEL at the particle scale, a study of the viscous flow around a 2D fixed object (cylinder) with different sections (circular, triangular and square) is performed. The drag force, the lift force, the pressure coefficient around the cylinder and the Strouhal number are compared to results obtained from the literature for different Reynolds in the laminar regime. In addition, the coefficient of friction is systematically calculated and also compared with results taken from the literature. The fluid forces on each solid particle are also evaluated. Finally, the partitioned coupling between the solid and fluid codes is developed and qualitatively validated with the problem of sedimentation under gravity of a rigid solid grain in a viscous fluid.

Keywords : SPH, ALE, DEM, laminar, hydraulic forces, rugosity, pressure drop, grain, coupling.

Table des matières

Résumé	4
Abstract	i
Liste des Figures	iv
Liste des Tableaux	xi
Introduction générale	1
1 Erosion dans les barrages en remblai	6
1.1 Barrages en remblai	6
1.2 Typologies des ruptures observées	6
1.3 Rupture par glissement	9
1.4 Rupture par érosion externe	9
1.5 Rupture par érosion interne	10
1.6 Travaux expérimentaux pour étudier le phénomène d'érosion	12
1.6.1 Essai d'érosion <i>Jet Erosion Test</i> (JET)	14
1.6.2 Essai d'érosion par <i>Hole Erosion Test</i> (HET)	17
1.7 Conclusion	21
2 Couplage fluide-solide	22
2.1 Cas du fluide	22
2.2 Cas du solide	27
2.3 Interaction fluide-solide	28
2.3.1 Approches MVF-(MEF/DEM)	28
2.3.2 Approches LBM-DEM	29
2.3.3 Approches SPH-(MEF/DEM)	29
2.4 Conclusion	30
3 Méthodes numériques SPH et DEM	31
3.1 Méthode <i>Smoothed Particle Hydrodynamics</i> (SPH)	31
3.1.1 Formulation SPH	31
3.1.2 Fonction Noyau	35

3.1.3	Mécanique des fluides dans le formalisme SPH	38
3.1.4	Intégration temporelle	42
3.2	Méthode SPH - <i>Arbitrary Lagrange Euler (ALE)</i> : code ASPHODEL	43
3.2.1	Formulation de la méthode SPH-ALE	44
3.2.2	Problème de Riemann	44
3.2.3	Système d'Equations	45
3.2.4	Solveur de Riemann	46
3.2.5	Schéma d'ordre 2	48
3.2.6	Pas de temps	49
3.2.7	Conditions aux limites	50
3.3	Méthode <i>Discrete Element Method (DEM)</i>	51
3.3.1	Introduction	51
3.3.2	Equations du mouvement	51
3.3.3	Loi constitutive au contact	52
3.3.4	Modèle élastique	52
3.3.5	Pas de temps de calcul	55
3.3.6	Amortissement numérique	56
4	Ecoulement autour d'un cylindre fixe	57
4.1	Ecoulement autour d'un cylindre circulaire	58
4.1.1	Nombre de Reynolds	58
4.1.2	Couche limite et décollement	61
4.1.3	Nombre de Strouhal	64
4.1.4	Coefficients de traînée	64
4.2	Calibration des paramètres numériques et géométriques	66
4.2.1	Modélisation du problème mécanique	66
4.2.2	Pas de temps de calcul	70
4.2.3	Dimension du domaine de calcul	71
4.2.4	Paramètres de discrétisation	73
4.2.5	Conclusion	74
4.3	Simulation d'un écoulement autour d'un cylindre de profil circulaire	75
4.3.1	Fluide non-visqueux	76
4.3.2	Fluide visqueux $Re= 40$	77
4.3.3	Fluide visqueux $Re= 100$	83
4.3.4	Fluide visqueux $Re= 1000$	90
4.3.5	Conclusion	94
4.4	Ecoulement autour d'un cylindre à géométrie complexe	94
4.4.1	Ecoulement visqueux autour d'un cylindre de profil carré	95
4.4.2	Ecoulement visqueux autour d'un cylindre triangulaire	100
4.5	Conclusion	104

5	Ecoulement à travers un conduit	105
5.1	Conduit lisse : écoulement de Poiseuille	106
5.1.1	Approche analytique	106
5.1.2	Cas du conduit de longueur infinie	110
5.1.3	Cas du conduit de longueur finie	112
5.2	Conduit avec aspérités semi-circulaires	128
5.3	Conduit avec des parois constituées de matériaux granulaires	134
5.3.1	Construction des conduits	135
5.3.2	Hauteur de rugosité selon les différentes granulométries	138
5.3.3	Ecoulement entre des parois en matériaux granulaires	141
5.4	Conclusion	161
6	Couplage SPH-DEM	163
6.1	Mise en place du couplage	163
6.1.1	Etape initiale	163
6.1.2	Etape couplage	164
6.2	Exemple de validation	164
6.2.1	Modèle	166
6.2.2	Résultat	166
6.3	Conclusion	168
	Conclusion générale	171
	Perspectives	173
	Annexe A Méthodes numériques SPH et DEM	174
A.1	Fonctions noyaux dans la méthode SPH	174
	Annexe B Rugosité d'un conduit dans un sol granulaire	177
B.1	Discretisation de grain solide sous ASPHODEL	177
B.2	Hauteur de rugosité selon les différentes granulométries	177
	Bibliographie	177

Table des figures

1	Rupture du barrage de Teton (107m de haut) aux Etats-Unis en 1976 : (a) construction du barrage de Teton terminée ; (b) un conduit traversant a été formé et l'eau du réservoir s'écoule petit à petit ; (c) le conduit continue à s'agrandir et remonte vers la crête ; (d) formation d'une brèche ; (e) rupture et vidange du réservoir ; et, (f) front d'inondation à travers Rexburg, Idaho [136, 159].	3
1.1	Vue d'une coupe d'un barrage en remblai hétérogène [153].	7
1.2	Barrage de Serre-Ponçon en France : barrage en remblai et deuxième plus grande retenue d'Europe (123m de hauteur, 650m de base et 15 millions de m ³) : (a) vue côté amont et (b) vue côté aval.	7
1.3	Douze profils de barrage en terre [55].	8
1.4	Deux types de glissement : glissement peu-profond et glissement profond [133].	9
1.5	Rupture d'un barrage en terre par surverse.	10
1.6	Riprap : (a) renforcé [204] et (b) mélange sol-ciment [109].	10
1.7	Erosion interne dans un barrage en terre [153, 106].	12
1.8	Développement de la rupture par érosion de conduit [56].	13
1.9	Essai JET : (a) en laboratoire [192] et (b) in situ [69].	14
1.10	Jet Turbulent impactant une plaque plane [5].	15
1.11	Classification d'érodabilité selon les valeurs de τ_c et de k_d [71].	16
1.12	Schéma du JET avec définition des paramètres et de la distribution de contrainte [69].	17
1.13	Appareil et l'échantillon HET [9].	18
1.14	Relation entre le taux d'érosion et de la contrainte de cisaillement obtenue dans un essai d'érosion de trou [10].	19
2.1	Description de l'écoulement : (a) Eulérienne, (b) Lagrangienne et (c) ALE. . .	23
2.2	Exemple de (a) maillage structuré non-uniforme et (b) maillage non-structuré triangulaire non-uniforme [75].	24
2.3	Configuration de maillage des volumes finis : (a) cellule-centrée structuré ; (b) cellule-sommet structurée ; (c) cellule-centrée non-structurée ; (d) cellule-sommet non-structurée [75].	25
2.4	Discrétisation du domaine dans la méthode PIC [103].	26
2.5	Discrétisation du domaine d'écoulement par un maillage carré (Modèle D2Q9).	26
2.6	Discrétisation du domaine d'écoulement sans maillage avec la méthode SPH. .	27

3.1	Domaine d'influence est situé à l'intérieur du domaine du problème. Par conséquent, l'intégrale sur la frontière du domaine d'influence dans l'Equation 3.10 est égale à zéro.	33
3.2	Le domaine d'influence est tronqué par la frontière du système. Par conséquent, l'intégrale de surface de l'Equation 3.10 n'est plus nulle.	34
3.3	Approximation particulière en utilisant des particules dans le domaine d'influence de la fonction noyau W pour la particule i . Domaine d'influence à symétrie radiale avec un rayon de Kh	34
3.4	Fonctions noyau Wendland C4.	37
3.5	Dérivée (a) première et (b) seconde des fonctions noyau Wendland C4.	37
3.6	Problème de Riemann monodimensionnel entre chaque paire de points de calcul voisin [110].	45
3.7	Problème de Riemann monodimensionnel entre chaque paire de points de calcul voisin [110].	48
3.8	Schéma MUSCL d'ordre 2.	49
3.9	Cycle de calcul [80].	51
3.10	Série de 2 ressorts représentant les raideurs normales de contact entre 2 sphères.	54
3.11	Loi de contact cohésif utilisé dans la méthode DEM.	55
4.1	Régions de l'écoulement perturbé autour d'un cylindre circulaire [203].	58
4.2	Différentes l'allures de l'écoulement autour d'un cylindre : (a) écoulement rampant L1 ; (b) sillage avec recirculation L2 ; (c) tourbillons alternés de direction opposée (allée de tourbillons de Bénard-Von Karman) L3 ; (d) couche limite pariétale laminaire avec un grand sillage turbulent TrSL, S est le point de décollement/separation ; (e) écoulement turbulent avec le sillage turbulent étroit TrBL.	60
4.3	Allure de l'écoulement autour d'un cylindre pour $Re = 190$ [202].	60
4.4	Différents types de couches limites [23].	62
4.5	Champ de pression et point de décollement pour l'écoulement autour d'un cylindre circulaire [54].	62
4.6	Ecoulement non visqueux autour d'un cylindre circulaire [3].	63
4.7	Couche limite de l'écoulement sur une surface solide.	63
4.8	Variation de St selon la valeur de Re [160].	64
4.9	Variation de C_D en fonction de Re pour un écoulement autour d'un cylindre circulaire obtenue au moyen d'expériences [203].	65
4.10	Système modélisé pour l'écoulement autour d'un cylindre circulaire.	67
4.11	Discrétisation en 2D de : (a) une particule fluide avec sa surface unitaire et (b) une particule de paroi solide avec son segment.	69
4.12	Pavage des particules fluides autour d'un cylindre avec raffinement.	69
4.13	Discrétisation d'un disque ou cylindre sous la forme d'un polygone (ASPHODEL).	70
4.14	Coefficient de pression moyenne selon les valeurs de : (a) L_i et (b) L_o	72
4.15	Influence de la hauteur H sur le coefficient de pression moyenne.	73
4.16	Influence des paramètres de discrétisation sur le coefficient de pression moyenne.	75

4.17	Champ de vitesse instantané fluide autour d'un cylindre circulaire pour un fluide parfait.	78
4.18	(a)Distribution de pression autour d'un cylindre circulaire pour un fluide parfait et schéma simplifié attendu [182].	79
4.19	Influence de la correction de renormalisation sur le coefficient de pression autour d'un cylindre.	79
4.20	Champ de vitesse instantané fluide obtenu expérimentalement $Re= 26$ [48].	80
4.21	Coefficients de traînée et portance dus à la pression pour un fluide visqueux, $Re= 40$	80
4.22	Champ de vitesse instantané pour un fluide visqueux ; (a) : ASPHODEL, (b) : autre simulation SPH lagrangienne (gauche) et Méthode des Volumes Finis (MVF) eulerienne (droite) [96].	81
4.23	Champ de pression instantané fluide autour d'un cylindre circulaire pour un fluide visqueux, $Re= 40$	82
4.24	Champ de vorticité instantané pour un fluide visqueux, $Re= 40$; (a) ASPHODEL, (b) méthode Méthode des Différences Finies (MDF) [168].	82
4.25	Coefficient de pression autour du cylindre pour un fluide visqueux de $Re= 40$ et résultats issus de la littérature [67, 203].	83
4.26	Allée tourbillonnaire de Bénard-Von Karman obtenue expérimentalement pour $Re= 150$ [48].	84
4.27	Obtention du régime permanent pour le coefficient de traînée et de portance due à la pression pour un fluide visqueux, $Re= 100$	85
4.28	Champs instantanés de pression et de vitesse fluide d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre circulaire, (a-b) : $t=95.5s$; (c-d) : $t=98s$, $Re= 100$	86
4.29	Champ de vitesse instantané fluide d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre circulaire, $Re= 100$; (a) : ASPHODEL, (b) méthode Méthode des Éléments Finis (MEF) [36].	87
4.30	Champ de vorticité instantané fluide d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre circulaire, $Re= 100$; (a) et (b) méthode MDF [168].	88
4.31	Caractéristique du champ de vorticité instantané fluide d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre circulaire, $Re= 100$	89
4.32	Coefficient de pression autour du cylindre pour un fluide visqueux, $Re= 100$	89
4.33	Champ de vitesse instantané fluide autour d'un cylindre par approche expérimentale $Re= 2000$ [199].	90
4.34	Champs de pression et de vitesse instantané fluide autour d'un cylindre circulaire pour un fluide visqueux, $Re= 1000$	91
4.35	Champ de vorticité instantané fluide d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre circulaire, $Re= 1000$	92
4.36	Coefficients de traînée et portance due à la pression d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre circulaire, $Re= 1000$	93
4.37	Coefficient de pression autour d'un cylindre circulaire pour un écoulement visqueux, $Re= 1000$	93
4.38	Système modélisé pour l'écoulement autour d'un cylindre : (a) carré et (b) triangulaire.	95

4.39	Champ de vitesse instantanée fluide d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre carré, $Re=40$: (a) ASPHODEL (b) Méthode MEF [165].	96
4.40	Champ de pression fluide instantané d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre carré, $Re=40$	96
4.41	Champ de vorticité instantané d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre carré, $Re=40$	97
4.42	Coefficient de pression instantané autour d'un cylindre carré pour un fluide visqueux, $Re=40$	97
4.43	Champs de pression (a) et de vitesse fluide (b) instantané d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre carré, $Re=100$	98
4.44	Champ de vorticité instantané fluide d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre carré, $Re=100$	98
4.45	Coefficient de pression instantané autour d'un cylindre carré pour un fluide visqueux, $Re=100$	99
4.46	Champ de vitesse fluide d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre triangulaire, $Re=40$: (a) ASPHODEL ; (b) MVF [92].	100
4.47	Champ de pression instantané d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre triangulaire, $Re=40$	101
4.48	Champ de vorticité fluide instantané d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre triangulaire, $Re=40$	101
4.49	Champs de pression et de vitesse fluide instantanés d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre triangulaire, $Re=100$	102
4.50	Champ de vorticité fluide d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre triangulaire, $Re=100$: (a), (c) ASPHODEL ; (b), (d) méthode MVF [92].	103
4.51	Coefficient de pression moyenne autour d'un cylindre triangulaire pour un fluide visqueux, $Re=100$	103
5.1	Lignes de courant dans un conduit lisse et rugueux [76].	105
5.2	Diagramme de Moody dans [23], rugosité relative inférieure à 0.05.	106
5.3	Développement de la couche limite de vitesse pour un écoulement laminaire dans un conduit [129].	107
5.4	Variation de la contrainte de cisaillement le long de la paroi du conduit [129].	108
5.5	Écoulement laminaire de Poiseuille.	108
5.6	Système modélisé : écoulement de Poiseuille dans un conduit infini.	113
5.7	Vitesse maximale d'un écoulement de Poiseuille périodique obtenue par ASPHODEL comparée à la solution analytique ($v_{max}=0.0057\text{m/s}$).	113
5.8	Profil de vitesse d'un écoulement de Poiseuille périodique dans une section $x=L/2$, $r_0=H/40$	113
5.9	Profil de vitesse d'écoulement de Poiseuille périodique dans une section $x=L/2$, $r_0=H/100$	114
5.10	Écoulement de Poiseuille périodique avec $r_0=H/100$: (a) champ de vitesse et (b) champ de pression.	114
5.11	Système modélisé pour un écoulement dans une conduite de dimension finie ; sections $P1$, $P2$ et $P3$ étudiées.	114

5.12	Evolution des conditions aux limites entrée-sortie au cours du temps pour l'écoulement de Poiseuille, $Re = 25$: (a) vitesse moyenne et (b) pression statique moyenne.	116
5.13	Écoulement de Poiseuille le long du conduit (moyenne entre $t=500s$ et $1000s$), $Re = 25$: (a) vitesse moyenne, (b) pression statique et pression totale.	117
5.14	Profils d'un écoulement de Poiseuille en régime permanent dans les sections S1 et S2, $Re = 25$ (moyenne entre $t=500s$ et $1000s$) : (a) vitesse, (b) pression statique et (c) pression totale.	118
5.15	Evolution des conditions aux limites entrée-sortie au cours du temps pour l'écoulement de Poiseuille, $Re = 50$: (a) vitesse moyenne et (b) pression statique moyenne.	120
5.16	Profil moyen de l'écoulement de Poiseuille le long du conduit, $Re = 50$: (a) vitesse, (b) pression statique et pression totale.	121
5.17	Distribution des champs de vitesse et de pression en régime permanent pour l'écoulement de Poiseuille, $Re= 100$, ici $r_0 = H/40$	122
5.18	Evolution des conditions aux limites entrée-sortie au cours du temps pour l'écoulement de Poiseuille, $Re = 100$: (a) vitesse moyenne et (b) pression statique moyenne.	123
5.19	Écoulement de Poiseuille le long du conduit (moyenne entre $t=250s$ et $300s$), $Re = 100$: (a) vitesse, (b) pression statique et pression totale.	124
5.20	Evolution des conditions aux limites entrée-sortie au cours du temps pour l'écoulement de Poiseuille, $Re = 500$: (a) vitesse moyenne et (b) pression statique moyenne.	126
5.21	Écoulement de Poiseuille le long du conduit (moyenne entre $t=250s$ et $300s$), $Re = 500$: (a) vitesse, (b) pression statique et pression totale.	127
5.22	Système composé de parois rugueuses avec des aspérités formées de demi-cercles.	129
5.23	Distribution des particules fluides pour l'étude de la perte de charge due à des aspérités semi-circulaires.	129
5.24	Conditions aux limites entrée-sortie au cours du temps, consigne $Re = 100$: (a) vitesse moyenne et (b) pression statique moyenne.	130
5.25	Distribution des champs de vitesse et de pression, aspérités semi-circulaires $Re = 74$	131
5.26	Écoulement dans un conduit possédant des aspérités semi-circulaire, $Re = 74$, moyenne sur $[500s ; 750s]$: (a) vitesse, (b) pression statique et pression totale.	132
5.27	Conduit 2D réalisé à partir d'un assemblage de sphères sous YADE : (a) plan-xz et (b) plan-yz.	135
5.28	Granulométries monodisperse et polydisperse étudiées.	136
5.29	Influence de la vitesse de déformation sur l'essai biaxial non drainé : contrainte déviatorique ($\sigma_z - \sigma_x$) VS déformation.	137
5.30	Géométrie du conduit modélisé.	138
5.31	Système final modélisé pour l'étude des parois constituées de matériaux granulaires.	139
5.32	Mesure des aspérités et de la rugosité moyenne [85].	139
5.33	Rugosité de paroi pour une granulométrie monodisperse ; (a) : arrangement ordonné dense ; (b) : caractéristiques géométriques.	140

5.34	Rugosité moyenne et écart-type entre granulométrie monodisperse et granulométrie polydisperse.	141
5.35	Système modélisé pour l'écoulement dans parois rugueux de matériaux granulaires.	142
5.36	(a) système global étudié et (b) zoom sur la zone rugueuse.	143
5.37	Evolution des conditions aux limites entrée-sortie au cours du temps, cas des grains monodisperses ordonnés : (a) vitesse moyenne et (b) pression statique moyenne.	144
5.38	Résultat sur l'axe médian du conduit : (a) vitesse et (b) pression.	145
5.39	Caractéristiques de l'écoulement au temps $t=145s$: (a) (b) vitesse selon la direction x , (c) (d) vitesse selon la direction z et (e) (f) pression.	146
5.40	Post traitement pour les parois avec des grains monodisperses ordonnés.	146
5.41	Résultat moyen pour l'écoulement entre les parois rugueuses de grains monodisperses ordonnés à la section S1 - S5 : (a) vitesse et (b) pression totale.	147
5.42	Forces fluide sur chaque grain : (a) direction horizontale et (b) direction verticale.	148
5.43	(a) système global étudié et (b) zoom sur la zone rugueuse (milieu polydisperse série 1).	149
5.44	Evolution de la vitesse moyenne entrée-sortie au cours du temps pour l'écoulement entre des parois rugueuses constituées de grains polydisperses : (a) vitesse et ?? pression statique.	150
5.45	Caractéristique de l'écoulement sur l'axe P6 : (a) vitesse et (b) pression totale.	151
5.46	Post-traitement pour les parois rugueuses formées avec une granulométrie polydisperse série 1.	151
5.47	Profils moyens de vitesse et de pression totale dans les sections P1= 0.35H, P2= 1.5H, P3= 1.75H, P4= 2.0H, P5= 2.5H.	152
5.48	Champs instantanés ($t= 565s$) de : (a) (b) vitesse, (c) (d) vorticité et (e) (f) pression.	152
5.49	Forces hydrodynamiques sur les grains solides selon leur abscisse x : (b) forces de traînée et (c) forces de portance.	153
5.50	Système étudié pour les parois rugueuses formées avec une granulométrie monodisperse série 2.	154
5.51	Evolution des conditions limites �ntr�e-sortie au cours du temps : (a) vitesse et (b) pression statique.	155
5.52	Caractéristiques de l'écoulement le long de l'axe du conduit (axe P6) : (a) vitesse et (b) pression.	156
5.53	Profils de vitesse et de pression totale dans des sections différentes : S1= 0.35H, S2= 1.5H, S3= 1.75H, S4= 2.0H, S5= 2.5H.	157
5.54	Deux sections pour calculer la différence de pression totale pour la granulométrie monodisperse série 2.	157
5.55	Champs à $t= 250s$: (a, b) de vitesse et (c, d) de pression.	158
5.56	Résultats de forces de grain solide selon la position- x de grains solides : (b) forces de traînée, (c) forces de portance et (d) couples.	159
6.1	Schéma couplage YADE - ASPHODEL.	165
6.2	Chute d'un grain solide rigide dans une boite remplie d'eau.	166

6.3	Système créé dans YADE et ASPHODEL, temps $t=0s$	167
6.4	Evolution de la vitesse du grain solide selon la direction-z au cours du temps. .	167
6.5	Coordonnées du grain solide au cours du temps : (a) ordonnée z et (b) abscisse x.	169
6.6	Etat du système au temps $t= 15s$ et champs de pression et vitesse associés. . . .	170
A.1	Fonctions noyau B-Spline.	175
A.2	Dérivée (a) première et (b) seconde des fonctions noyau B-Spline.	175
A.3	Fonctions noyau B-Spline d'ordre 3 et Wendland.	176
A.4	Dérivée (a) première et (b) seconde des fonctions noyau B-Spline d'ordre 3 et Wendland.	176
B.1	Dix échantillons de granulométrie monodisperse : (a) série 1, (b) série 2, (c) série 3, (d) série 4, (e) série 5, (f) série 6, (g) série 7, (h) série 8, (i) série 9 et (j) série 10.	178
B.2	Dix échantillons de granulométrie polydisperse : (a) série 1, (b) série 2, (c) série 3, (d) série 4, (e) série 5, (f) série 6, (g) série 7, (h) série 8, (i) série 9 et (j) série 10.	180

Liste des tableaux

1.1	Description qualitative des taux de progression d'érosion interne (érosion de trou) pour les sols avec des indices de taux d'érosion spécifiques.	19
4.1	Paramètres utilisés dans la simulation numérique de l'écoulement du cylindre .	68
4.2	Choix du pas de temps de calcul C_{CFL} , $Re=1000$	71
4.3	Influence des distances d'entrée L_i et de sortie L_o sur les résultats de coefficients de traînée C_{Dp} , de portance C_{Lp} et du nombre de Strouhal St	73
4.4	Influence de la hauteur du domaine de calcul H sur les coefficients de traînée C_{Dp} , de portance C_{Lp} et du nombre de Strouhal St	74
4.5	Influence des paramètres de discrétisation r_0 et RR sur les coefficients de traînée C_{Dp} , de portance C_{Lp} et du nombre de Strouhal St	74
4.6	Paramètres pour la simulation numérique de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire.	76
4.7	Caractéristiques moyennes de l'écoulement visqueux autour d'un cylindre circulaire, $Re=40$	83
4.8	Caractéristiques moyennes de l'écoulement visqueux autour d'un cylindre circulaire, $Re=100$	85
4.9	Caractéristiques moyennes de l'écoulement visqueux autour d'un cylindre circulaire, $Re=1000$	91
4.10	Caractéristiques moyennes de l'écoulement visqueux autour d'un cylindre carré, $Re=40$	96
4.11	Caractéristiques moyennes de l'écoulement visqueux autour d'un cylindre carré, $Re=100$	99
4.12	Caractéristiques moyennes de l'écoulement visqueux autour d'un cylindre triangulaire, $Re=40$	101
4.13	Caractéristiques moyennes d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre triangulaire, $Re=100$	102
5.1	Paramètres utilisés dans la simulation numérique de l'écoulement de Poiseuille dans un conduit de longueur infinie.	112
5.2	Paramètres utilisés dans la simulation numérique de l'écoulement de Poiseuille dans un conduit de longueur finie.	115
5.3	Résultats moyens au centre du conduit aux points P1 et P2 ainsi qu'aux sections S1 et S2, $Re=25$ (moyenne entre $t=500s$ et $1000s$).	116
5.4	Résultats moyens de l'écoulement de Poiseuille, $Re=25$	119

5.5	Résultats moyens au centre du conduit aux points P1 et P2 ainsi qu'aux sections S1 et S2, $Re = 50$ (moyenne entre $t=500s$ et $600s$)	119
5.6	Résultats moyens de l'écoulement de Poiseuille, $Re = 50$	120
5.7	Résultats moyens au centre du conduit aux points P1 et P2 ainsi qu'aux sections S1 et S2, $Re = 100$ (moyenne entre $t=250s$ et $300s$).	122
5.8	Résultats moyens au centre du conduit aux points P1 et P2 ainsi qu'aux sections S1 et S2, $Re= 100$ (moyenne entre $t=200s$ et $250s$) et une discrétisation $r_0= H/100$	123
5.9	Résultats moyens de l'écoulement de Poiseuille, $Re = 100$	123
5.10	Résultats moyens au centre du conduit aux points P1 et P2 ainsi qu'aux sections S1 et S2, consigne $Re= 500$ (moyenne entre $t=750s$ et $775s$), $r_0= H/100$	125
5.11	Résultats moyens de l'écoulement de Poiseuille, consigne $Re = 500$	125
5.12	Paramètres utilisés dans la simulation numérique de l'écoulement de Poiseuille dans un conduit de longueur finie.	130
5.13	Résultats moyens, aspérités semi-circulaires, rugosité relative de 5%, $Re = 74$	133
5.14	Résultats moyens tenant compte de la hauteur de constriction, aspérités semi-circulaires, rugosité relative de 5.6%, $Re = 66$	134
5.15	Paramètre choisi dans l'essai biaxial non-drainé	135
5.16	Influence de la vitesse de déformation sur la cohésion non drainée.	137
5.17	Cohésion non drainée pour la granulométrie monodisperse.	137
5.18	Cohésion non drainée pour la granulométrie polydisperse.	138
5.19	Paramètre de rugosité pour la granulométrie monodisperse ordonnée, état dense	140
5.20	Résultats moyens pour un écoulement entre des parois faites de particules ordonnées, consigne : $Re_t = 100$	144
5.21	Résultats moyens entre $t = 430s - 570s$, parois de grains polydisperses série 1, consigne $Re_t = 100$	149
5.22	Résultats moyens entre $t = 400s - 500s$ de l'écoulement, parois à grains monodisperses semi-ordonnés, série 2, consigne $Re_{cf} = 50$	160
5.23	Résultats de l'écoulement entre des parois rugueuses constituées de grains pour $Re = 100$	160
6.1	Couplage SPH-ASPHODEL pour la chute d'un grain dans un fluide visqueux	168
B.1	Paramètres de rugosité pour une granulométrie monodisperse	179
B.2	Paramètre de rugosité pour la granulométrie polydisperse	181

Acronymes

MED Méthode aux Eléments Discrets

DEM *Discrete Element Method*

HET *Hole Erosion Test*

JET *Jet Erosion Test*

LBM *Lattice Boltzmann Method*

RSM *Reynolds Stress Model*

EDP Équation aux Dérivées Partielles

MDF Méthode des Différences Finies

MVF Méthode des Volumes Finis

MEF Méthode des Éléments Finis

PIC *Particle-In-Cell*

ALE *Arbitrary Lagrange Euler*

SPH *Smoothed Particle Hydrodynamics*

CFD *Computation of Fluid Dynamics*

RANS *Reynolds Averaged Navier-Stokes*

CFL *Courant Friedrich Levy*

LMFA Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique

PVRS *Primitive Variables Riemann Solver*

MUSCL *Monotone Upstream-centered Schemes for Conservation Laws*

RANS *Reynolds Averaged Navier Stokes*

DNS *Direct Numerical Simulation*

LES *Large Eddy Simulations*

DES *Detached Eddy Simulations*

CFL *Courant–Friedrichs–Lewy*

Introduction générale

Enjeux et problématique

Les ouvrages hydrauliques sont des ouvrages du génie civil dont la fonction est de retenir, contenir ou transporter l'eau. La France a un patrimoine important d'ouvrages hydrauliques : 9000 km de protection contre les inondations, 8000 km de digues le long de canaux de navigation et de 1000 km de canaux hydroélectriques [58]. Néanmoins, en raison d'un mauvais choix des matériaux de construction, d'une mauvaise maîtrise de la construction ou d'un mauvais entretien, un barrage en remblai peut connaître de forts désordres voire une rupture. Les conséquences peuvent en être dramatique en termes de vies humaines et de pertes économiques à l'aval de l'ouvrage.

Les désordres dans les barrages en remblai sont causés soit par une instabilité de type glissement (incompatibilité entre le champ sollicitant et la résistance au cisaillement du matériau) soit par une instabilité interne (déclenchée par la présence des forces hydrodynamiques de l'eau érodant le matériau constitutif du barrage) [58]. Les phénomènes d'érosion qui comprennent l'érosion externe (ruissellement à la surface de l'ouvrage) et l'érosion interne ne mènent pas directement à la destruction des ouvrages. Ils s'initient localement, sapent progressivement l'ouvrage avant de conduire les digues ou les barrages à la rupture.

L'érosion interne est l'un des modes les plus courants de dégâts des barrages en remblai [55, 51, 200, 207]. De 1971 à 1995, 71 incidents, dont 23 ruptures, ont été rapportées sur 550 grands barrages, plusieurs milliers de petits barrages et 1000 km de digues [59]. La fréquence des dégâts causés par l'érosion interne est de une fois par an en France : le dégât de la gouttière d'Arroux en 2001, le barrage des Ouches en 2001, le canal de Briare à Montambert en 2002, le canal du Nord en 2003, le canal du Rhône au Rhin en 2005 et le canal de Roanne à Digoin en 2007 [58]. Dans le reste du monde, la catastrophe due au phénomène d'érosion la plus connue est la rupture du barrage de Teton (barrage en remblai en terre) en 1976 aux Etats-Unis qui a causé 11 morts et coûté 1 milliard dollars (Figure 1).

L'érosion interne dans un ouvrage en terre est causée par l'écoulement de l'eau au sein de l'ouvrage (ou de sa fondation) lorsque les forces résistantes à l'érosion dans le sol sont inférieures aux forces d'hydrodynamiques de l'eau. Les particules de sol sont alors arrachées et transportées sous écoulement fluide au sein de l'ouvrage. Le processus d'érosion interne se déroule à l'intérieur du remblai ou de la fondation et n'est donc pas aisément identifiable tant que le phénomène n'a pas suffisamment progressé pour être visible ou détecté par des mesures. Ce processus est très complexe et met en jeu une forte interaction entre le fluide d'une part et le solide d'autre part constitué d'un amas granulaire maintenu par une colle (argileuse) entre les grains. Les paramètres pouvant influencer l'érosion interne sont très divers : fissure préexistante dans le matériau, granulométrie très étalée ou lacunaire, faible résistance au cisaillement de la colle, interactions chimiques (destructives) entre des éléments en solution dans l'eau et l'argile du sol [9, 144, 114, 58].

Au fil des années, de nombreuses recherches ont été menées pour comprendre le phénomène

d'érosion dans les ouvrages hydrauliques qu'ils soient interne ou externe. La compréhension des phénomènes en jeu et l'évaluation de l'érodabilité des sols cohésifs se fait en laboratoire principalement par l'analyse d'essais d'érosion de trou (Hole Erosion Test ou HET) [193, 6, 7, 9, 11] pour mesurer les propriétés d'érosion des sols ou in situ par des essais au JET [69, 144, 154]. Le premier essai permet de simuler le phénomène de l'érosion dans les fissures ouvertes quant au second il teste l'érodabilité des matériaux de surface. L'évaluation de l'érodabilité des sols, en termes de seuil d'érosion et de taux d'érosion est essentielle pour évaluer la sécurité d'une structure de rétention d'eau [13]. La nature et l'état des sols déterminent leur vulnérabilité à l'érosion et contrôlent leur taux potentiel d'érosion. Cependant, la relation entre les paramètres d'érosion et les propriétés géotechniques et physico-chimiques des sols reste encore au stade de recherche et n'est pas encore entièrement comprise [10].

La modélisation numérique des phénomènes d'érosion peut compléter les essais expérimentaux et apporter de nouveaux éléments de compréhension des phénomènes en jeu. On peut noter différentes échelles d'analyse possibles, celle de l'ouvrage, celle de l'échantillon ou celle du grain. Il semble intéressant de s'intéresser à la plus petite échelle pour mieux remonter à l'échelle de l'échantillon et tenter de mieux cerner comment les propriétés physiques du sol (granulométrie, cohésion) influencent le processus d'érosion. Les forces d'arrachage étant produites par le fluide, une bonne maîtrise des phénomènes fluides proches de parois solides est nécessaire et constituera l'environnement privilégié de ce travail. Il tentera de mettre en oeuvre un couplage fluide-solide pour étudier à plus long terme les phénomènes d'érosion dans les ouvrages hydrauliques.

De nombreux progrès dans le domaine de la modélisation numérique des problèmes géotechniques au cours des dernières décennies ont été réalisés et permet d'étudier les phénomènes à différentes échelles et à l'aide d'outils variés mais adaptés. A l'échelle de l'échantillon ou de l'ouvrage, le sol est généralement traité comme un milieu continu (MEF - Méthode aux Eléments Finis, MDF - Méthode aux Différences Finies). A l'échelle de l'échantillon et a fortiori à une échelle plus petite, le milieu granulaire peut être interprété comme un milieu discontinu composé de grains en interaction (MED - Méthode aux Eléments Discrets) tandis que l'analyse des forces hydrodynamiques a besoin d'une autre approche pour simuler le comportement du fluide (MEF - Méthode aux Eléments Finis, MDF - Méthode aux Différences Finies, MVF - Méthode aux Volumes Finis, MLB - Méthode Lattice Boltzmann, SPH - Smoothed Particle Hydrodynamics). Récemment, différents modèles numériques d'interaction fluide-solide ont été élaborés pour simuler des essais d'érosion [22, 93, 115, 198, 167, 105, 114].

Objectifs et démarche

L'objectif ultime de cette étude est de développer un modèle numérique de couplage entre le comportement solide et fluide qui peut simuler et par la même permettrait de mieux comprendre le phénomène d'érosion interne ou externe dans les digues et barrages en terre. Dans ce travail, nous nous sommes attachés à coupler deux codes différents, l'un traitant de la partie fluide - ASPHODEL (développée par la société ANDRITZ en partenariat avec le LMFA) [110, 98] et l'autre relatif à la partie solide - YADE [172].

Le code ASPHODEL basé sur une méthode SPH, a été choisi pour traiter la partie fluide. Il repose sur une formulation faible et conservative des équations d'Euler et sur une description ALE (*Arbitrary Lagrange Euler*) de l'écoulement. Cet outil est bien adapté pour étudier l'écoulement des milieux biphasiques ou les écoulements à surface libre tels que la simulation de jets impactant un plan [110, 111, 98]. Il semble alors particulièrement adapté à l'étude de l'érosion externe. L'essai d'érosion à surface libre tel que le JET introduisant un champ d'interaction fluide-solide complexe, nous nous intéresserons dans ce travail à l'essai plus simple d'érosion



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

FIGURE 1: Rupture du barrage de Teton (107m de haut) aux Etats-Unis en 1976 : (a) construction du barrage de Teton terminée ; (b) un conduit traversant a été formé et l'eau du réservoir s'écoule petit à petit ; (c) le conduit continue à s'agrandir et remonte vers la crête ; (d) formation d'une brèche ; (e) rupture et vidange du réservoir ; et, (f) front d'inondation à travers Rexburg, Idaho [136, 159].

de trou HET. Nous évaluerons alors ici la capacité d'ASPHODEL à modéliser les phénomènes d'érosion dans le contexte de l'érosion interne de type conduit. Le code ASPHODEL n'a pour l'instant pas été validé dans un contexte d'écoulement visqueux et autour d'objets non profilés, cela constituera donc le coeur du travail présenté dans ce mémoire. En cela, ce travail constitue alors une étude de faisabilité où l'utilisation du code ASPHODEL pour traiter des problèmes d'érosion dans les ouvrages hydrauliques est évaluée.

Le code YADE basé sur une méthode Méthode aux Eléments Discrets (MED) fait partie des approches dites de dynamique moléculaire. Cet outil numérique est capable de décrire le comportement mécanique d'un ensemble de sphères en interaction. La méthode est basée sur l'utilisation d'un schéma numérique explicite dans lequel l'interaction des particules est contrôlée par le contact entre les dernières. Cette méthode introduite par Cundall et Strack [40] est capable de simuler le comportement mécanique des milieux granulaires.

Aucun résultat quantitatif issu d'un couplage fluide-solide particulière n'est encore disponible dans la littérature concernant l'étude des phénomènes d'érosion dans les ouvrages hydrauliques. Ce travail essaiera de contribuer à préciser les limites quantitatives des simulations fluide-solide entre les 2 codes en jeu ASPHODEL et YADE dans un contexte 2D. Les prémisses d'une étude portent sur le rôle des propriétés physiques du sol granulaire dans le processus d'érosion seront présentées.

Dans ce travail, le processus d'érosion est lié aux forces visqueuses sur les particules solides constituant les parois d'un conduit. Les parois sont donc constituées d'une succession de particules créant une rugosité ; certaines particules se trouvent alors dans le sillage d'autres. Les particules formant la paroi ont tendance à être arrachées par atteinte d'un critère de rupture des contacts entre elles. Il est alors important d'établir la qualité des informations pouvant être obtenues sur une particule mais aussi dans son sillage. On procédera par étapes successives.

Dans un premier temps, la capacité du code ASPHODEL à simuler précisément l'écoulement autour d'un obstacle fixe a été évaluée. Une simulation numérique de l'écoulement d'eau incompressible autour d'un cylindre isolé de formes différentes (disque, carré et triangle) en régime laminaire est effectuée. Les forces de traînée et de portance ainsi que le nombre de Strouhal sont comparés aux résultats issus de la littérature (expérimentale ou numérique). Le rapport "coût de calcul - précision du résultat" est selon les paramètres numériques présents dans le code ASPHODEL choisis pour mener un calcul. Un jeu de paramètres tant numérique que mécanique pour l'étude d'écoulements autour d'obstacles solides comme c'est le cas pour les problèmes d'érosion dans les ouvrages hydrauliques sera stabilisé.

Dans un deuxième temps, nous avons évalué comment la rugosité de paroi dans un conduit influence le processus d'érosion aux travers des valeurs des efforts fluide sur les particules constituant les parois. D'abord, la validation de la modélisation des phénomènes visqueux sur un écoulement de Poiseuille est effectuée en régime laminaire. Ensuite, les parois sont constituées d'une succession de particules créant une rugosité. La rugosité étudiée est construite par différentes granulométries (monodisperse et polydisperse) avec un nombre de Reynolds déterminé. On examine d'abord le coefficient de frottement, les valeurs des forces fluides sur chaque particule des parois ainsi que la perturbation de l'écoulement du fluide proche de ces parois.

Enfin, le couplage entre les deux codes fluide et solide a été construit et validé qualitativement dans un cas simple. Une simulation simple du couplage est effectuée consistant au mouvement d'une particule dans une boîte fermée remplie d'eau pour évaluer la stabilité de couplage entre ces deux codes.

Une conclusion dressera le bilan de cette étude de faisabilité. Elle mettra en avant les avantages et inconvénients de l'usage d'un couplage SPH-DEM pour traiter les problèmes d'érosion dans les ouvrages hydrauliques. Ce travail se refermera sur les perspectives laissées par l'étude

développée dans ce mémoire.

Chapitre 1

Erosion dans les barrages en remblai

1.1 Barrages en remblai

L'ICOLD¹ donne la définition du barrage comme d'un obstacle artificiel à l'eau qui s'écoule naturellement. Il est construit pour un ou plusieurs objectifs :

- Stockage d'eau pour l'irrigation agricole, l'hydro-électricité, la distribution d'eau de la ville ou de l'industrie, la prévention des inondations, le maintien du niveau d'eau.
- Elever le niveau de l'eau pour fournir une charge hydraulique qui peut être turbinée dans une centrale électrique au pied du barrage, ou de détourner le débit de la rivière dans un canal, un tunnel ou d'un pipeline.
- Former un lac artificiel pour la navigation, les loisirs, les activités, etc.
- Protéger les terres agricoles contre l'empiètement d'eau de mer, maintenir une réserve d'eau douce dans un estuaire, créer des polders pour la bonification des terres.

Les barrages en remblai sont faits de terre compactée et leur stabilité dépend de leur poids et de l'angle de frottement interne du sol. Il existe deux types de barrages en remblai : barrage en enrochement et barrage en terre/remblai.

Les sables, graviers ou enrochements sont utilisés pour constituer les recharges du barrage avec une zone imperméable. La zone imperméable peut être sur la face amont en argile, maçonnerie, béton ou autre matériau. La zone imperméable peut également être à l'intérieur du barrage ; souvent en argile, cette zone est appelée noyau. Le noyau est séparé des recharges par des filtres granulaires censés arrêter la migration des particules fines du noyau et ainsi en stopper l'éventuelle érosion.

Enfin, il est intéressant de noter que les barrages en remblai représentent environ 75% des barrages dans le monde (ICOLD). La prédominance de ce type d'ouvrage se retrouve également en France.

1.2 Typologies des ruptures observées

Foster et al. [55] ont résumé les incidents de barrages en remblai sur 11192 cas rapportés partout dans le monde entre 1986 et 1990 (en excluant les barrages en Chine et au Japon). Ces auteurs se sont principalement concentrés sur les incidents liés à l'érosion interne et l'instabilité de pente en vue d'étudier les méthodes d'estimation de la probabilité de rupture de ce type d'ouvrage.

1. International Commission on Large Dams

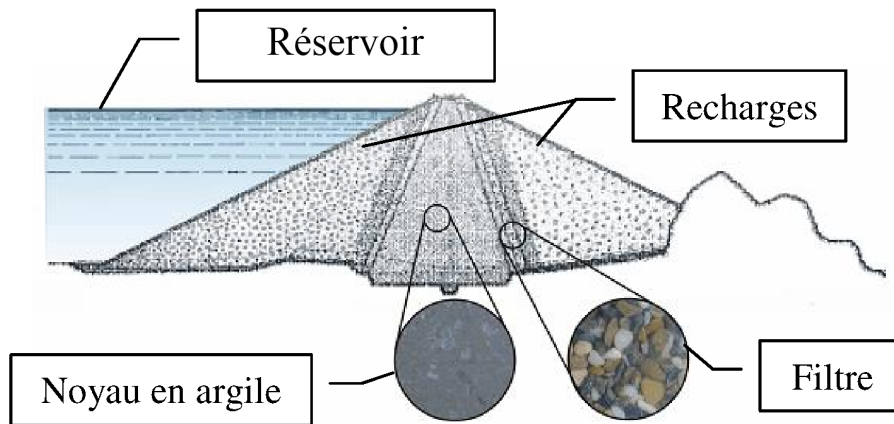


FIGURE 1.1: Vue d'une coupe d'un barrage en remblai hétérogène [153].



(a)



(b)

FIGURE 1.2: Barrage de Serre-Ponçon en France : barrage en remblai et deuxième plus grande retenue d'Europe (123m de hauteur, 650m de base et 15 millions de m³) : (a) vue côté amont et (b) vue côté aval.

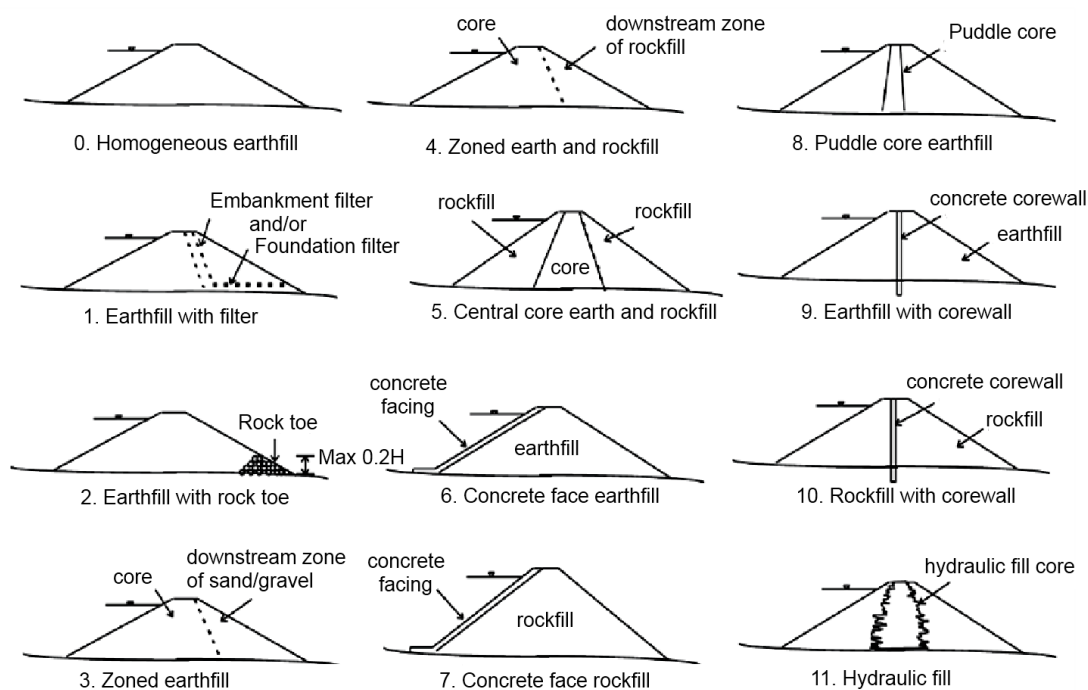


FIGURE 1.3: Douze profils de barrage en terre [55].

Sur 20 ans, 136 barrages en terre soit 1.2% dans le monde, ont subi des désordres dont 6% par glissement, 46% par surverse et 48% par érosion interne [55]. Récemment, l'enquête lancée par Risk Assessment International (RAI) [60] montre que sur 26 mois (de février 2010 à avril 2012), 47 ruptures ont été enregistrées, dont 8 ruptures de grands barrages. Deux processus physiques peuvent provoquer la rupture de barrages qui sont la rupture mécanique par glissement et la rupture hydraulique par érosion (externe ou interne). On constate que l'érosion est la principale cause de rupture des barrages, soit 44 cas parmi les 47 ruptures.

Il existe trois causes principales de rupture de barrage : l'érosion interne (23 cas sur 44), l'érosion externe (20 cas sur 44) et le glissement (1 cas). Ainsi l'érosion externe ou surverse (débordement du niveau d'eau du réservoir par dessus la crête) (5 cas sur 8) et l'érosion interne (3 cas sur 8) sont les causes les plus fréquentes de rupture des grands barrages dans le monde [60]. L'érosion de conduit due à la présence de fissures dans le barrage est le cas le plus fréquent d'érosion interne. La plupart du temps, elle est due à l'absence ou l'inadéquation des filtres granulaires qui ne jouent pas leur rôle.

Foster et al. [55] ont classé les problèmes en fonction du type de barrage (Figure 1.3). Les ouvrages homogènes en terre (0) possèdent le taux de rupture le plus élevé. Il s'agit d'une conception très ancienne que l'on ne retrouve actuellement que pour les digues. Les barrages en terre à butée de pied en enrochement (2), à noyau corroyé (8) ou à masque central (9) ont également un taux de rupture relativement élevé. Les barrages zonés avec noyau central, filtres et recharge en enrochement (5) semblent peu sujet à l'érosion interne s'ils ont été bien conçus. Parmi 21 accidents rapportés, 15 ont été associés au phénomène de suffusion du noyau avec une granulométrie très étalée ou lacunaire d'origine glaciaire à travers des filtres grossiers ou ségrégeable. Ainsi, les barrages avec des matériaux de base d'origine glaciaire ont connu plus d'accidents d'érosion interne que ceux construits à partir d'autres matériaux [55].

Dans les parties ci-dessous, nous revenons sur les ruptures par glissement, érosion externe et érosion interne pour en expliciter les mécanismes.

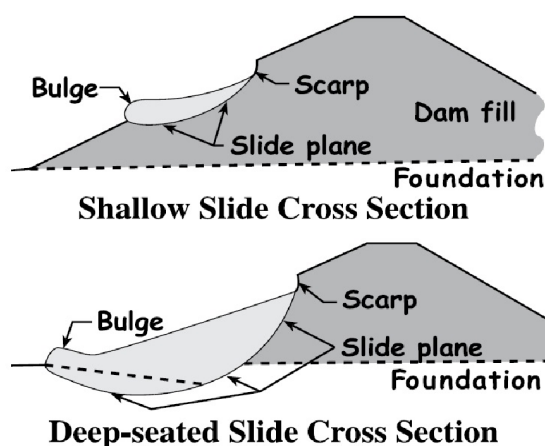


FIGURE 1.4: Deux types de glissement : glissement peu-profond et glissement profond [133].

1.3 Rupture par glissement

Les phénomènes de glissement peuvent être divisés en deux types [133] : le glissement peu-profond et le glissement profond (Figure 1.4). Le glissement peu-profond se situe dans les 2 à 3 premiers mètres sous la surface du remblai. Le glissement peu-profond ne menace généralement pas la sécurité immédiate d'un barrage ce qui n'est pas le cas du glissement profond qui peut impacter les fondations. Un glissement massif de matériaux peut avoir de lourdes conséquences pour la stabilité d'un barrage.

1.4 Rupture par érosion externe

L'érosion externe ou surverse se matérialise par la déstructuration de la surface de l'ouvrage par arrachement et déplacement des particules de sol dû à l'écoulement de l'eau sur la surface de l'ouvrage. Il peut se produire lors d'une période de crue lorsque la capacité du déversoir (ou évacuateur de crue) est insuffisante.

En général, les barrages en remblai ne peuvent pas supporter un débordement important, en raison de la résistance à l'érosion limitée des matériaux de construction. Les barrages en béton sont généralement plus résistants au débordement, en raison de la durabilité des matériaux constitutifs ainsi que de forte résistance à l'érosion de la fondation rocheuse. Cependant, si les roches de la fondation de barrage en béton sont faibles et fracturées, le support de fondation peut être très altéré par un débordement et induire une déstabilisation de l'ouvrage.

La rupture d'un barrage en remblai due à un débordement dépend de certains détails géométriques du barrage. L'érosion commencera aux endroits où il y a un changement de géométrie ou une discontinuité. Ce pourra être au pied aval du barrage ou au bord aval de la crête du barrage. La Figure 1.5 montre la progression de l'érosion d'un barrage qui s'initie au pied du barrage et qui régresse vers l'amont jusqu'à la crête de l'ouvrage.

Le choix du type de protection dépend des conditions dans lesquelles l'installation doit être faite, la disponibilité du matériel de protection, le coût et la maintenance de la protection. Quelques solutions sont proposées pour améliorer la capacité du barrage à lutter contre l'érosion de surverse :

- Agrandissement de la capacité de déversoir ;

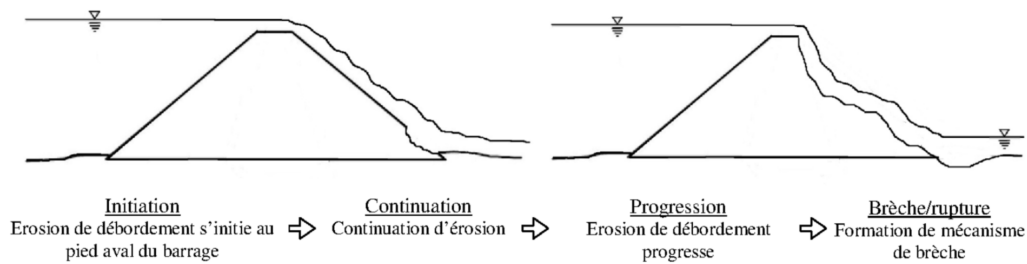
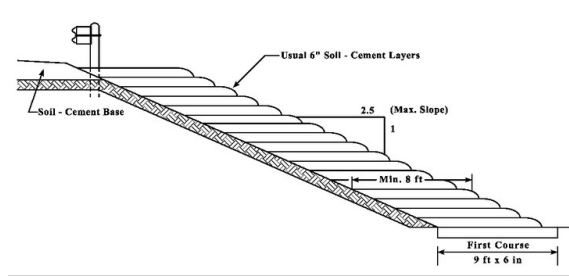


FIGURE 1.5: Rupture d'un barrage en terre par surverse.



(a)



(b)

FIGURE 1.6: Riprap : (a) renforcé [204] et (b) mélange sol-ciment [109].

- Protection moins coûteuse par couverture végétale du versant. L'efficacité du dispositif dépend des propriétés des plantes, de la surface du barrage et du type de matériaux constitutifs du barrage. Cependant, les racines des plantes pénètrent dans le barrage et peuvent provoquer la formation de chemins d'infiltration dans le barrage ;
- Protection par installation d'un riprap qui peut être renforcé, en enrochement, constitué d'un mélange sol-ciment et ou en béton (Figure 1.6).

1.5 Rupture par érosion interne

L'érosion interne est définie par Richards et Reddy [156] comme la migration de particules initiées par les forces érosives de l'eau le long de fissures dans les matériaux cohésifs ou des vides dans une structure de sol pulvérulent qui provoque une instabilité interne. Après Kenney et Lau [87], Fell et al. [52] décrivent l'instabilité interne comme une incapacité pour des particules plus grosses d'empêcher la migration de particules plus fines emportées par un écoulement d'infiltration.

L'érosion interne se développe lorsqu'il y a combinaison de deux conditions : l'arrachement des particules et leur transport. Le phénomène d'érosion interne peut mettre en jeu différents phénomènes qui se combinent entre eux. Quatre types de mécanisme d'initiation de l'érosion interne dans l'ouvrage hydraulique sont différenciés par leurs conditions limites [154, 58] :

– Erosion régressive

L'érosion régressive se produit par arrachement des particules du sol, sous l'effet de la pression de l'écoulement du fluide à travers le remblai. Ce phénomène s'initie d'abord à l'aval de l'ouvrage et se propage ensuite vers l'amont. L'évacuation progressive des particules due à l'écoulement de l'eau provoque la déstabilisation du sol (front) et localement l'augmentation du gradient hydraulique qui facilite le développement du phénomène d'érosion.

– Erosion de contact

L'érosion de contact est une érosion des particules fines à cause de l'écoulement sur la zone de contact de matériau entre un matériau fin et un matériau grossier.

– Suffusion

L'érosion peut être provoquée par des pressions hydrauliques excessives qui déstabilisent le matériau, entraînant ici aussi un transport de particules sur de grandes distances, éventuellement vers l'extérieur de l'ouvrage. Ce phénomène s'appelle la suffusion.

Moffat et al. [118] décrivent le phénomène de suffusion comme le déplacement de la fraction la plus fine du sol dans la porosité issue de la fraction la plus grosse du sol (instabilité interne), sans changement de volume. Kovacs [89] a nommé ce processus "suffusion interne" où apparaît une redistribution de grains fins dans la couche solide provoquant une modification locale de la perméabilité. Il décrit également la "suffusion externe" comme le transport de grains fins avec variation de volume accompagnée d'une augmentation de la perméabilité.

Les matériaux sujets à la suffusion ont généralement une granulométrie très étalée ou lacunaire. Les sols sont appelés instable interne si la suffusion apparaît et appelés stable intérieurement si les particules ne peuvent s'éroder sous l'écoulement de l'eau. Trois critères doivent être satisfaits pour que la suffusion se produise [195]. Les deux premiers critères sont des critères géométriques et sont liés à la granulométrie du sol. Le troisième critère est un critère hydraulique qui est lié aux forces hydrauliques qui entraînent le mouvement de particules fines :

1. La taille des particules du sol doit être plus petite que la taille des constriction entre les particules plus grosses qui forment le squelette du sol.
2. La quantité de particules fines de sol doit être inférieure à celle nécessaire pour remplir les vides du squelette du sol : s'il n'y a pas assez de particules fines pour remplir des vides entre les particules plus grosses, ces dernières seront dispersées dans la matrice des particules fines du sol et un squelette comprenant principalement des particules plus grosses ne pourra pas se mettre en place.
3. La vitesse d'écoulement à travers la matrice du sol doit être suffisamment élevée pour déplacer les particules fines de sol à travers les constriction formées par les particules plus grosses du sol.

– Erosion de conduit

L'érosion de conduit peut se former s'il y a un écoulement à travers le remblai. Le long du trajet d'écoulement, il existe des zones moins denses résultant du processus d'arrachement des particules solides. Si elles ne sont pas entourées par des zones stables, il se développe progressivement un processus de formation d'un conduit continu. L'érosion de conduit est difficile à détecter et évolue rapidement.

L'érosion de conduit part de défauts (fissures, fractures hydrauliques, racines ou terriers) dans les barrages en remblai. L'érosion apparaît et l'infiltration de l'eau provoque le détachement et le transport des particules du sol le long des parois des fissures. Il peut y avoir

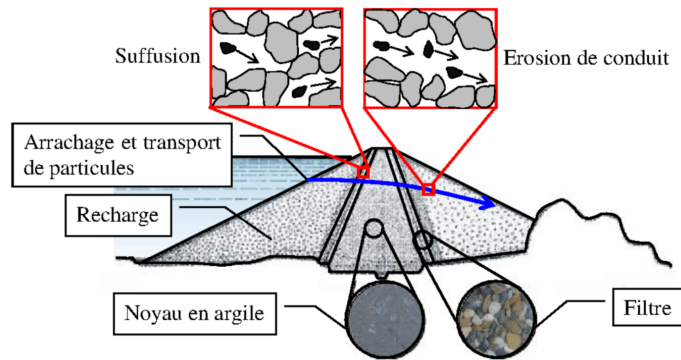


FIGURE 1.7: Erosion interne dans un barrage en terre [153, 106].

formation et élargissement d'un trou continu qui va relier l'amont à l'aval du barrage. L'érosion de conduit peut se produire en remblai ou dans la fondation (Figure 1.12). Quatre étapes conduisent à la rupture causée par l'érosion de conduit [56] :

1. Initiation

L'initiation est un processus qui permet la formation d'un conduit. La cause possible peut se trouver du côté d'un mauvais compactage des matériaux ayant mené à des tassements et donc la formation de fissures. Elle peut être liée à des forces naturelles, telles que tremblements de terre, ce qui pourrait également créer des fissures ou une instabilité de pentes. Elle peut aussi provenir d'un réseau racinaire aujourd'hui disparu.

2. Continuation

La continuation est la phase qui est régie par une relation géométrique entre la granulométrie des particules fines (dans la zone du noyau du barrage en terre) et les constriction du filtre. Cette interaction permettra de déterminer si l'érosion va continuer ou s'arrêter.

3. Progression

Dans le processus d'érosion interne, la progression est l'étape où les contraintes hydrauliques peuvent ou ne peuvent pas conduire à l'élargissement du conduit. Pendant cette phase, les pressions interstitielles et l'écoulement de l'eau vont augmenter. Plusieurs facteurs déterminent si un conduit va s'agrandir, ils sont basés sur le type du sol, la cohésion du sol et la force d'écoulement de l'eau. La progression de la formation d'un conduit peut être contenue par des zones en amont qui limitent l'écoulement de l'eau, et peut également être contenue par des zones de perméabilité faible à travers le barrage.

4. Brèche

La brèche est la phase ultime de l'érosion interne conduisant à la rupture de l'ouvrage.

1.6 Travaux expérimentaux pour étudier le phénomène d'érosion

L'étude du phénomène d'érosion externe a pu se développer à partir des travaux expérimentaux de Hanson et Cook [69], Pham [144] et Regazzoni [154] sur la base de l'essai dit JET.

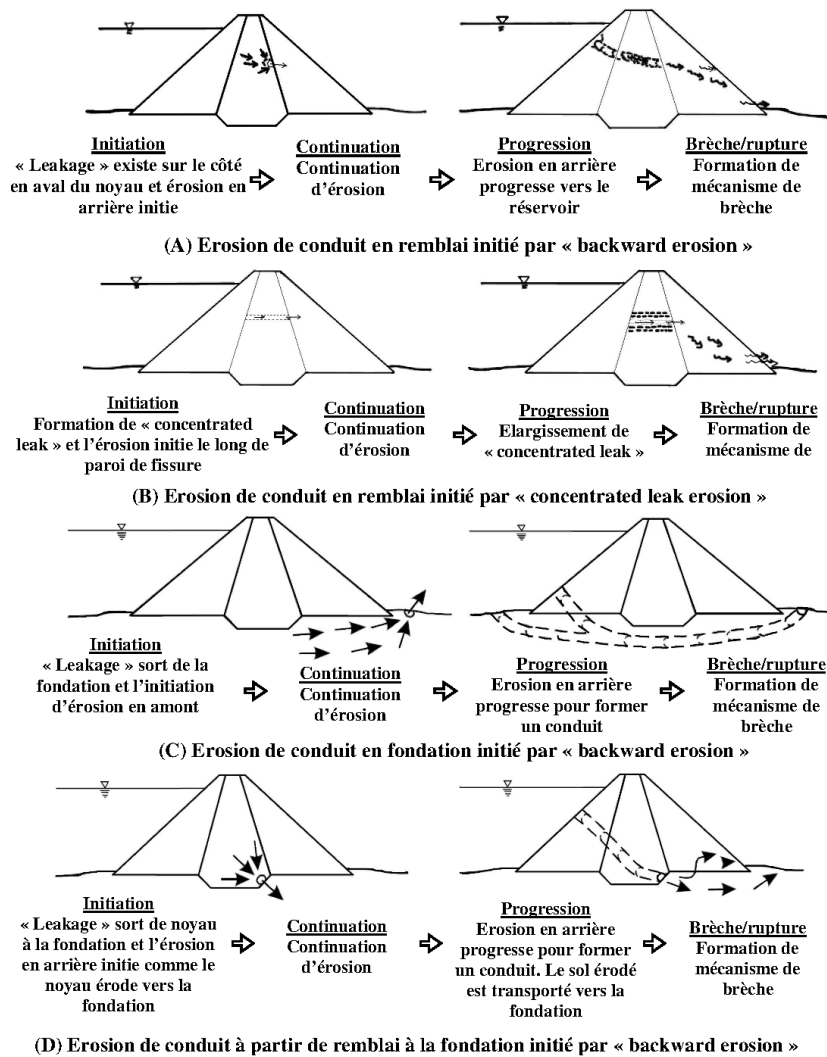


FIGURE 1.8: Développement de la rupture par érosion de conduit [56].

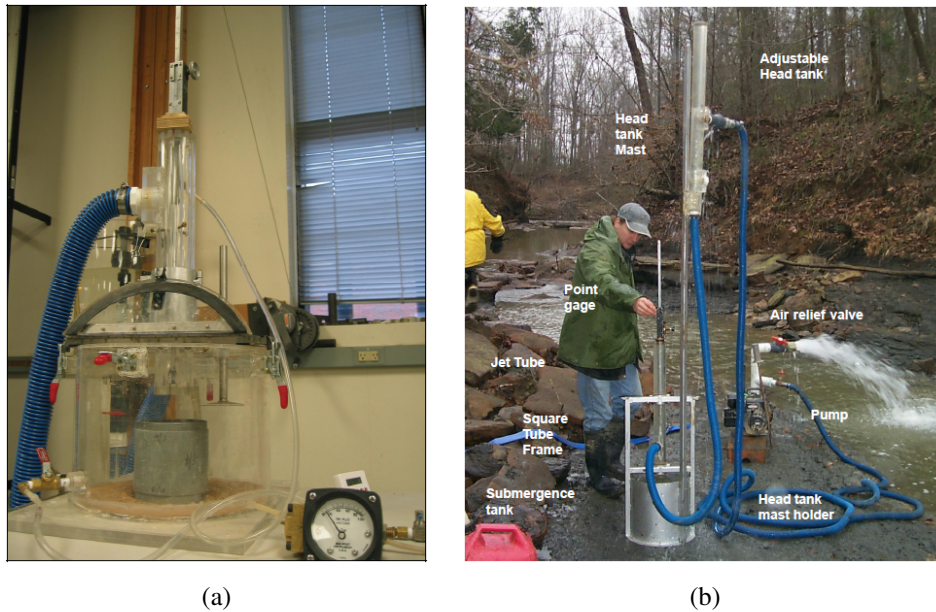


FIGURE 1.9: Essai JET : (a) en laboratoire [192] et (b) in situ [69].

L'avantage de cet essai est de pouvoir réaliser des mesures et caractériser l'érodabilité du sol in situ et en laboratoire [70]. Cet essai peut être utilisé pour connaître l'efficacité de produits de traitement par rapport à un sol non traité et d'assurer le lien entre ce qui est fait en laboratoire et sur site. Le test est simple, rapide et relativement peu coûteux [69].

Le phénomène d'érosion interne est classiquement étudié grâce à l'essai dit HET introduit par Wan et Fell [193, 194] et développé par Pham [144], Regazzoni [154] et Benahmed et Bonelli [8, 9].

1.6.1 Essai d'érosion JET

L'appareil JET projetant un jet d'eau est utilisé pour attaquer la surface du sol. Ce jet est produit par une buse d'un diamètre de 6.35 mm initialement positionnée entre 6 et 30 diamètres de buse à partir de la surface du sol. La position du jet est normale à la paroi impactée, que cette paroi soit horizontale ou inclinée. Cette position est généralement maintenue constante pendant la durée d'un essai. La position de départ de la buse et la charge hydraulique d'essai peuvent être ajustées pour varier la contrainte appliquée à la surface de sol. L'affouillement de la surface du sol au-dessous du jet est mesuré au cours du temps (généralement jusqu'à 2 heures) en utilisant une jauge de points alignés avec l'axe du jet. La Figure 1.9 donne un aperçu de l'appareil JET en laboratoire et in situ.

Trois régions différentes pour un jet turbulent impactant une plaque plane sont montrées à la Figure 1.10 [5]. Premièrement, la région de jet libre, où il n'y a aucun effet de paroi sur le comportement du jet. Deuxièmement, la zone d'impact qui contient le point d'arrêt et où la déviation du jet est maximale. La dernière zone est la zone de paroi du jet, où le jet se comporte comme un jet tangentiel à la paroi [5]. Le jet est influencé par l'effet de la paroi à environ $z/H \geq 0.86$, où z est la distance mesurée à partir de l'origine du jet, et H est la distance entre l'origine du jet et la plaque plane [150].

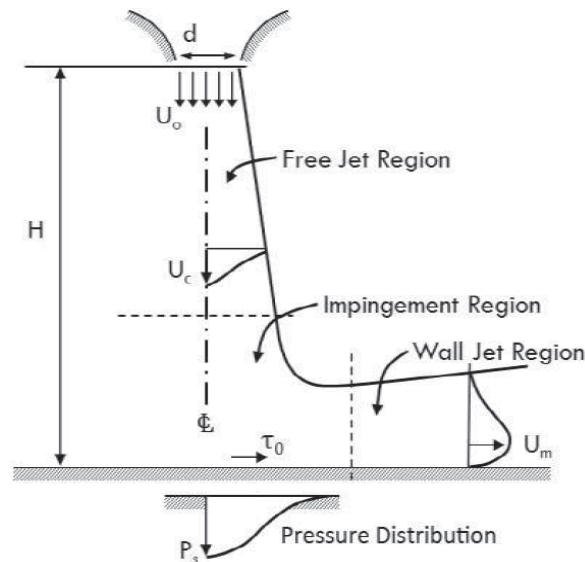


FIGURE 1.10: Jet Turbulent impactant une plaque plane [5].

Loi d'érosion et paramètres

Le dépouillement du JET s'appuie sur forme volumétrique du modèle d'érosion suivant :

$$\dot{\epsilon} = k_d(\tau - \tau_c) \quad (1.1)$$

où :

$\dot{\epsilon}$ = volume de matière enlevée par unité de surface et par unité de temps ($\text{m}^3/\text{s}/\text{m}^2$ ou m/s)

k_d = coefficient de taux de détachement (m^3/Ns)

τ = contrainte hydraulique effective (Pa)

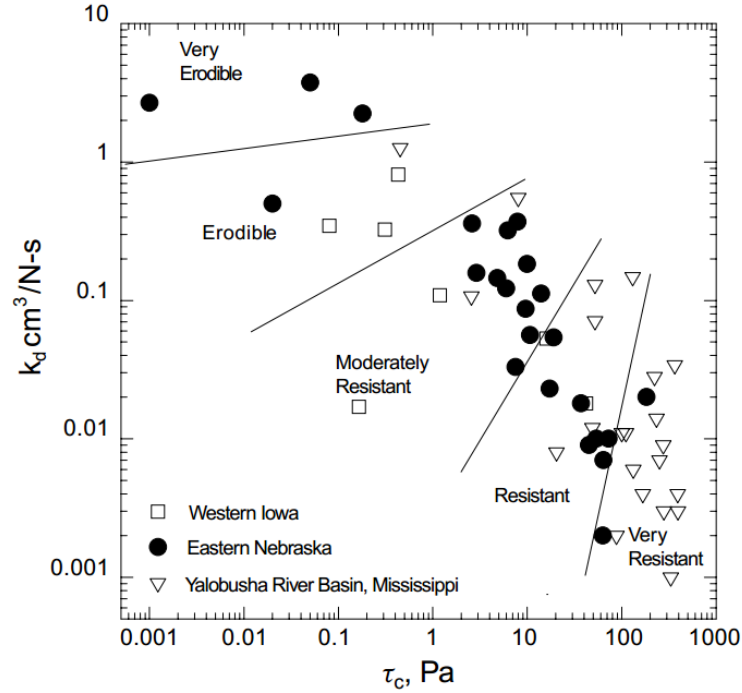
τ_c = contrainte de cisaillement critique (Pa)

La contrainte de cisaillement critique (τ_c) est définie comme étant la contrainte au-dessus de laquelle le détachement du sol (érosion) s'initie.

Hanson et Simon [71] ont proposé une classification qualitative de l'érodabilité des sols basée à la fois sur les valeurs de k_d et de τ_c du sol (Figure 1.11).

Détermination de la contrainte de cisaillement critique et du taux d'érosion

La Figure 1.12 donne les bases d'interprétation des données d'essai du JET [69]. Dans le noyau potentiel proche du jet (moins de 6 diamètres de la buse), la vitesse du jet est uniforme et la contrainte cisaillement est à un maximum. Au-delà de 6 diamètres de la buse, le jet ne conserve plus un noyau potentiel et la diminution de contrainte due au jet est proportionnelle au carré de la distance vis-à-vis de la buse. La distribution des contraintes de traction sous un jet incident n'est pas uniforme. En théorie, la contrainte de cisaillement au centre du jet est égale à zéro, et le pic de contrainte se produit juste à côté du centre de jet. Dans la pratique, le maximum d'affouillement se produit généralement directement sous le jet, il est donc supposé que la contrainte de pic théorique s'applique également sur l'axe du jet. La contrainte initiale, τ_i , dans la zone d'impact du jet peut être déterminée à partir des équations suivantes :


 FIGURE 1.11: Classification d'érodabilité selon les valeurs de τ_c et de k_d [71].

$$\tau_i = \tau_o \left(\frac{J_p}{J_i} \right)^2 \quad (1.2)$$

$$J_p = C_d d_o \quad (1.3)$$

$$\tau_o = C_f \rho_w U_o^2 \quad (1.4)$$

$$U_o = \sqrt{2gh} \quad (1.5)$$

$$\tau_c = \tau_o (J_p/J_e)^2 \quad (1.6)$$

Où : τ_i = contrainte initiale avant affouillement,

τ_o = contrainte maximale en raison de la vitesse du jet de la buse,

τ_c = contrainte de cisaillement critique,

J_p = longueur au sein du jet où la vitesse reste égale à la vitesse de sortie de l'eau,

J_i = hauteur initiale de l'orifice du jet,

J_e = hauteur de l'affouillement,

C_d = constante de diffusion = 6.3,

d_o = diamètre de la buse,

C_f = coefficient de frottement = 0.00416,

ρ_w = densité du fluide,

U_o = vitesse du jet à la sortie de la buse,

g = accélération de la gravité,

h = charge hydraulique.

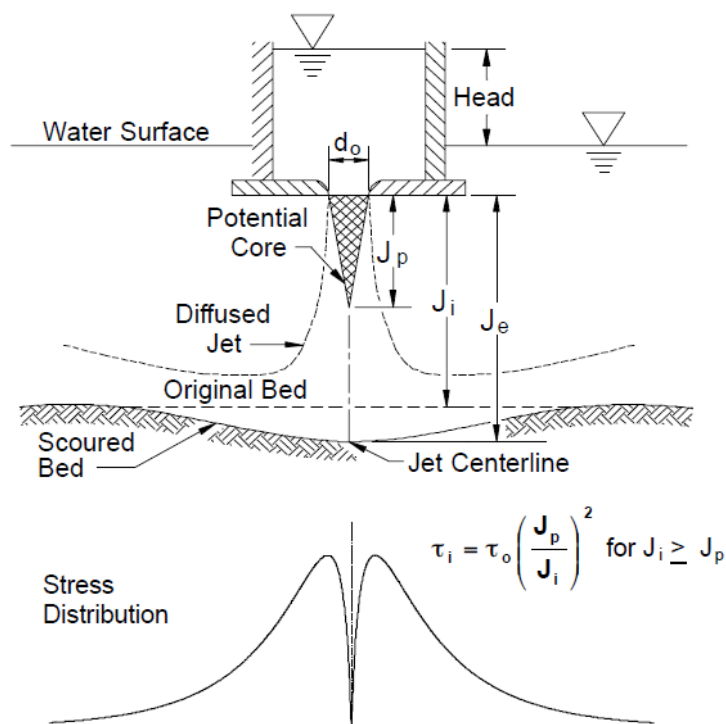


FIGURE 1.12: Schéma du JET avec définition des paramètres et de la distribution de contrainte [69].

La mesure de la profondeur d'affouillement pendant l'essai permet de déterminer deux paramètres d'érodabilité du sol, la contrainte de cisaillement critique (τ_c) et le coefficient de taux de détachement (k_d) en utilisant le modèle d'interprétation de l'essai JET développé par Hanson et Cook [69].

1.6.2 Essai d'érosion par HET

L'érosion de conduit (érosion interne) peut être examinée en laboratoire avec le HET, ou en français essai d'érosion de trou (Figure 1.13). Il a été développé par Wan et Fell [193, 194], Pham [144], Regazzoni [154] et Benahmed et Bonelli [8, 9]. L'essai d'érosion de trou est la méthode d'évaluation classique de l'érodabilité des sols cohésifs. La longueur de l'échantillon peut varier de 130 mm à 150 mm et son diamètre est de 80 mm. Un trou de diamètre de 3 - 6 mm est créé au niveau de l'axe central et à travers tout l'échantillon. Ensuite, de l'eau est injectée à travers le trou à un débit maintenu constant et le gradient de pression est mesuré. Si la valeur de débit est assez grande pour initier l'érosion, le diamètre du trou va alors augmenter avec le temps. Si non, le débit de l'eau est augmenté jusqu'à ce que l'érosion s'initie.

Cet essai représente le processus d'érosion de conduit provoqué par la formation d'une fissure dans un barrage en terre. Il permet de déterminer la contrainte de cisaillement critique τ_c nécessaire pour déclencher l'érosion et un coefficient C_e relié au taux d'érosion. La nature et l'état des sols déterminent leur sensibilité à l'érosion interne. Cependant, la relation entre les paramètres d'érosion et les propriétés géotechniques et physico-chimiques des sols reste encore au stade de recherche et n'est pas encore entièrement comprise [8].

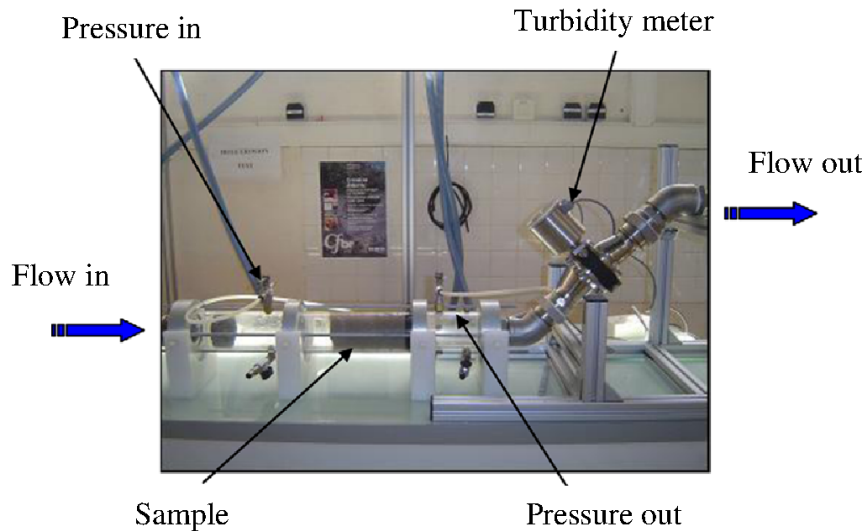


FIGURE 1.13: Appareil et l'échantillon HET [9].

Loi d'érosion et paramètres

La loi d'érosion qui détermine la sensibilité des matériaux à l'érosion peut être écrite par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \dot{\epsilon} = 0 & \text{si } \tau \leq \tau_c \\ \dot{\epsilon} = C_e(\tau - \tau_c) & \text{si } \tau > \tau_c \end{cases} \quad (1.7)$$

Cette équation décrit l'élargissement du trou de l'échantillon avec : $\dot{\epsilon}$ le taux d'érosion (kg/s/m^2) ; τ et τ_c la contrainte de cisaillement appliquée et la contrainte de cisaillement critique (Pa) ; C_e le coefficient d'érosion du sol (s/m). Les valeurs de C_e et k_d peuvent être comparées en reconnaissant que $C_e = k_d \times \rho_s$, où ρ_s est la masse volumique sèche du sol.

La contrainte de cisaillement critique représente le seuil d'érosion. Si la contrainte de cisaillement exercée par le fluide est supérieure à la contrainte de cisaillement critique, l'érosion apparaît, sinon elle est faible ou inexistante. A noter que si l'érosion est faible, aucune conséquence dommageable n'est à attendre à court terme pour l'ouvrage, ce qui n'est pas le cas à long terme [10]. La relation entre le taux d'érosion et la contrainte de cisaillement obtenue dans l'essai d'érosion de trou est représentée dans la Figure 1.14.

Wan et Fell [194] ont étudié 14 types de sols provenant de noyaux de barrages en examinant l'indice du taux d'érosion (I_{HET}) qui décrit la résistance du sol à l'érosion :

$$I_{HET} = -\log_{10} C_e \quad (1.8)$$

L'indice I_{HET} varie de 1 à 6, les valeurs plus élevées indiquant la diminution du taux d'érosion ou d'augmentation de la résistance à l'érosion. Le Tableau 1.1 montre ainsi les termes descriptifs associés à l'indice I_{HET} .

Pour obtenir la contrainte critique, le coefficient d'érosion et l'indice du taux d'érosion du sol dans l'essai d'érosion de trou, la valeur de la contrainte de cisaillement appliquée et le taux d'érosion doivent être déterminés.

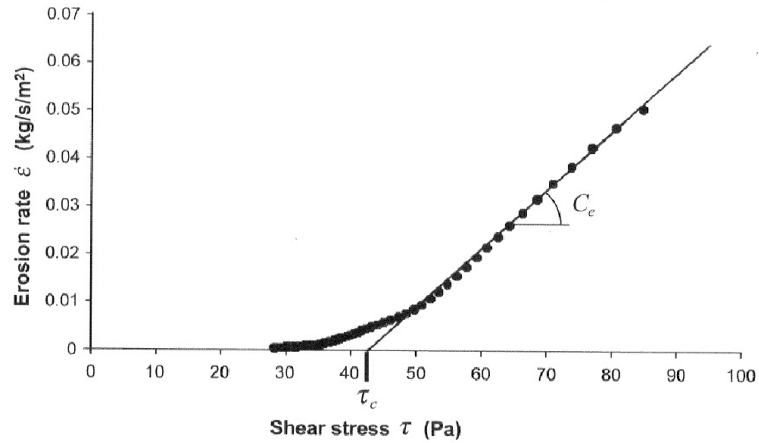


FIGURE 1.14: Relation entre le taux d'érosion et de la contrainte de cisaillement obtenue dans un essai d'érosion de trou [10].

TABLE 1.1: Description qualitative des taux de progression d'érosion interne (érosion de trou) pour les sols avec des indices de taux d'érosion spécifiques.

Numéro de groupe	Indice du taux d'érosion, I_{HET}	Description
1	< 2	Extrêmement rapide
2	2 – 3	Très rapide
3	3 – 4	Assez rapide
4	4 – 5	Assez lent
5	5 – 6	Très lent
6	> 6	Extrêmement lent

Détermination de la contrainte cisaillement et du taux d'érosion

En supposant que sur un court intervalle de temps, l'écoulement est stationnaire, l'équation d'équilibre des forces est :

$$\tau \times P_w \times L_t = \Delta P \times S_t \quad (1.9)$$

Où τ = contrainte de cisaillement le long des parois du trou ; P_w = périmètre du trou, L_t = longueur du trou ; ΔP = gradient de pression, S_t = surface de trou.

L'équation 1.9 peut être réécrite comme :

$$\tau = \frac{\Delta P}{L_t} \times \frac{R_t}{2} \quad (1.10)$$

Où R_t est le rayon du trou pendant l'essai. Les contraintes de cisaillement le long des parois peuvent être calculées une fois que le diamètre du trou a été déterminé. Comme ce diamètre augmente, la contrainte de cisaillement augmente en gardant la charge hydraulique constante. Notez que pour l'essai de *JET* la contrainte sur la surface du sol diminue à mesure que l'affouillement se produit, l'essai se déroule donc à partir d'un état de contrainte élevé vers état de contrainte plus faible (opposé de l'essai de *HET* en comparant les équations 1.2 et 1.10).

Le taux d'érosion est égal à la masse de sol érodée par unité de surface latérale du conduit et par unité de temps.

$$\dot{\epsilon} = \frac{dM}{dS \times dt} = \rho_s \times \frac{dR}{dt} \quad (1.11)$$

Où ρ_s est la masse volumique sèche du sol et $\frac{dR}{dt}$ est la vitesse d'élargissement du trou.

Les mesures du débit d'écoulement, le gradient hydraulique et de l'évolution du diamètre du trou pendant l'essai sont utilisées pour calculer la contrainte de cisaillement appliquée (τ) et le taux d'érosion ($\dot{\epsilon}$).

Paramètres influençant les résultats

Benahmed et Bonelli [14] ont examiné les facteurs influençant les paramètres d'érosion du sol tels que la contrainte de cisaillement critique (qui concerne l'apparition du détachement des particules du sol) et le coefficient d'érosion du sol (qui quantifie la vitesse du processus d'érosion). Les points significatifs sont la :

- Densité du sol

L'augmentation de la densité du sol entraîne l'augmentation de la contrainte de cisaillement critique du sol. Plus le sol est dense, plus il résiste aux phénomènes d'érosion interne. Par contre, il n'influence pas fortement le coefficient d'érosion C_e .

- Teneur en eau

La résistance à l'érosion augmente avec la teneur en eau de l'échantillon. Le coefficient d'érosion diminue en augmentant la teneur en eau ; par ailleurs, il est très sensible aux variations de cette quantité.

- Teneur en argile

Différents pourcentages d'argile variant de 30 à 90% ont été utilisés dans une série d'échantillons constitués d'un mélange de kaolin Proclay et du sable Hostun HN31 pour étudier

l'effet de la teneur en argile sur les paramètres d'érosion du sol [8]. La contrainte de cisaillement critique du sol augmente ainsi significativement avec la teneur en argile. Par conséquent, les sols argileux sont beaucoup moins vulnérables à l'érosion interne que les sols sableux. Cette tendance est en accord avec les résultats expérimentaux obtenus par ailleurs [144]. Ainsi, ils ont montré que pour des échantillons avec une teneur en argile entre 50 et 90%, le coefficient d'érosion diminue légèrement lorsque la teneur en argile augmente. Ils notent qu'en dessous d'une certaine valeur, ici 25% et dite critique, le sol se comporte comme un sable argileux [8]. Le matériau a alors une faible cohésion et une résistance faible vis-à-vis du processus d'érosion interne.

1.7 Conclusion

Les phénomènes d'érosion externe ou interne sont les causes principales de rupture des ouvrages hydrauliques. L'érosion est un phénomène d'arrachage de particules fines et de transport sous écoulement fluide au sein d'ouvrages en terre, à leur surface ou au sein de leur fondation. La compréhension des phénomènes d'érosion externe et interne en jeu se fait en laboratoire au moyen d'essais d'érosion tels que le "Jet Erosion Test" JET et le "Hole Erosion Test" HET. Certaines questions subsistent sur le lien entre paramètres d'érodabilité et propriétés mécaniques et physiques du sol. On voit ici tout le parti qui pourrait être tiré d'étudier plus finement ce lien par une modélisation numérique utilisant une approche couplée fluide-solide. Par ailleurs, les paramètres de modélisation, les propriétés mécaniques du système et les conditions aux limites sont parfois plus facilement contrôlables dans une modélisation numérique que dans un processus expérimental. Cependant, les approches numériques soulèvent d'autres problèmes qui leur sont propres : temps de calcul parfois très long, limites de modélisation de phénomènes physiques notamment.

Chapitre 2

Couplage fluide-solide

Un problème d'ingénierie s'aborde selon trois approches différentes, de manière expérimentale, analytique et numérique. Le problème de l'érosion dans les ouvrages hydrauliques est un problème d'interaction fluide-solide complexe avec équilibre statique de la phase solide, déformation de cette phase, sollicitation due à l'écoulement de l'eau, perte de matière, avec un écoulement d'un fluide qui peut être à Reynolds élevé induisant des phénomènes de turbulence et un fluide dont la viscosité est susceptible d'évoluer car chargé de matière transportée. Comme c'est le cas pour de nombreux problèmes physiques complexes, il peut être utile d'utiliser l'outil numérique pour comprendre plus finement le processus d'érosion.

Les méthodes numériques utilisées pour traiter les problèmes d'interaction fluide-solide sont introduites dans les Chapitres 2.1 et 2.2. Dans ces deux chapitres, il ne s'agit pas d'être exhaustif sur les méthodes existantes pour des problèmes de mécanique des fluides ou de mécanique des solides mais d'introduire les méthodes rencontrées dans la littérature pour traiter le problème d'interaction fluide-solide. Les avantages et inconvénients des différentes approches sont explicités au Chapitre 2.1 et 2.2. Une synthèse des études numériques dédiées spécifiquement au problème d'érosion dans des sols est présentée dans le Chapitre 2.3.

2.1 Cas du fluide

L'approche *Computation of Fluid Dynamics* (CFD) utilise des méthodes numériques et algorithmes pour résoudre et analyser les problèmes des écoulements de fluides [183]. La description de l'écoulement du fluide est différenciée par la position de l'observateur par rapport à l'écoulement. Elle entraîne de facto un traitement particulier des équations fluides étudiées et pose aussi les limites de la modélisation de l'écoulement. Les principales descriptions de l'écoulement du fluide [3, 95] pour l'étude analytique de la mécanique des fluides sont (Figure 2.1) :

- Description eulérienne

Cette description a été introduite par Leonhard Euler en 1707. Dans la description eulérienne, l'observateur examine ce qui se passe en un point spatial fixe x à un instant t . Ici, les variables de temps t et d'espace x sont indépendantes. Toute variable ϕ associée à l'écoulement est alors exprimée par la quantité $\phi(x, t)$. La méthode aux éléments finis [208], différences finies [77], et volumes finis [187] utilisent cette description de l'écoulement. Ces méthodes donnent une bonne précision aux problèmes de dynamique des fluides. Cependant, ces méthodes perdent leur précision pour des écoulements à surface libre, interactions particulières entre fluide et structures ou dans des zones d'écoulement

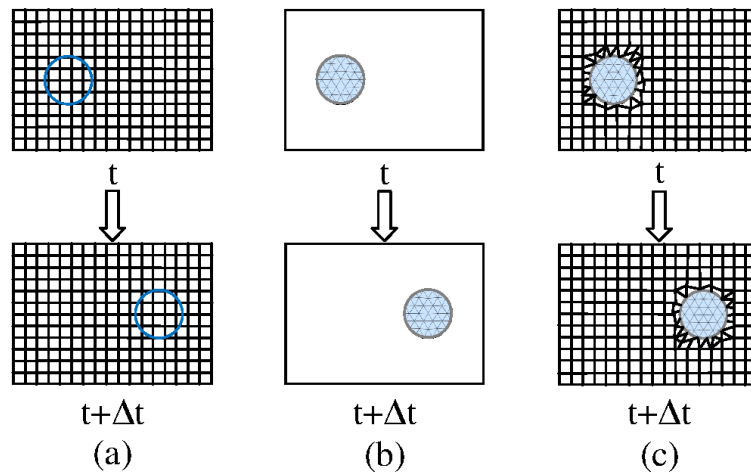


FIGURE 2.1: Description de l'écoulement : (a) Eulérienne, (b) Lagrangienne et (c) ALE.

à forte vorticité.

– Description lagrangienne

Cette description a  t e introduite par Josep Louis Lagrange en 1736. Dans la description lagrangienne, l'observateur suit l'histoire d'un volume infinitesimal de fluide au cours du temps à partir d'une position initiale dans le domaine de calcul. Ici, les variables indépendantes sont x_0 la position de la particule à l'instant $t = 0$ et t . Dans la description lagrangienne, toute variable d'écoulement ϕ est alors exprimée par $\phi(x_0, t)$. La méthode SPH [73] incorpore une description lagrangienne de l'écoulement. La modélisation d'écoulements à surface libre est naturellement mieux rendue en utilisant cette description de l'écoulement. L'avantage de la description lagrangienne résident dans la connaissance de la trajectoire de chaque particule fluide et donc l'histoire de ce parcours peut être tracée. L'inconvénient de cette description est liée à une nécessaire discrétisation plus fine du système et par conséquent un temps de calcul plus important.

– Description des méthodes arbitraires lagrangienne-eulérienne

Cette description a  t e développée en combinant les avantages des descriptions classiques de l'écoulement citées ci-dessus. La description ALE permet à l'observateur de se déplacer avec une vitesse propre. Cette vitesse est choisie arbitrairement selon les éléments de contrôle. L'objectif est ici d'éviter une distorsion excessive du maillage et de modéliser une géométrie complexe sans réinitialisation globale du maillage. Cela réduit le temps de calcul d'une description purement lagrangienne et donne un résultat plus précis que la description purement eulérienne. Les méthodes particulières SPH-ALE [111, 98] et Volumes Finis Particulières [88] utilisent cette description de l'écoulement.

Pour résoudre un problème d'écoulement fluide, les équations de Navier-Stokes et l'équation de continuité doivent être résolues en discrétisant cet ensemble d'équation aux Dérivées Partielles (EDP). Ceci peut être fait par différentes méthodes telles que la méthode de maillage (MDF, MVF, MEF), la méthode particulière (*Particle-In-Cell* (PIC), *Lattice Boltzmann Method* (LBM)) ou la méthode sans maillage (SPH).

Il existe deux types de maillage : le maillage structuré et le maillage non-structuré (Figure 2.2). Dans un maillage structuré, les cellules doivent avoir quatre faces en 2D ou six faces en 3D. Un maillage non-structuré est construit en divisant la géométrie en petites cellules qui peuvent avoir des formes différentes avec une distribution arbitraire des points du maillage. Les

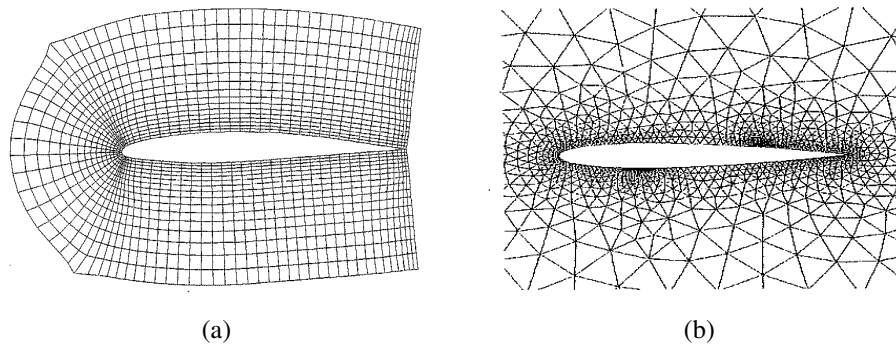


FIGURE 2.2: Exemple de (a) maillage structuré non-uniforme et (b) maillage non-structuré triangulaire non-uniforme [75].

points peuvent être reliés par des polygones en 2D, ou par des polyèdres en 3D. Les maillages structurés, comparés à des maillages non-structurés, sont plus efficaces en termes de précision, de temps de calcul et de mémoire requise [75]. La raison du développement de maillages non-structurés est reliée à la durée nécessaire pour produire des maillages structurés de bonne qualité pour une géométrie de système complexe.

La méthode MEF s'est mise en place dans le domaine de l'analyse structurelle entre les années 1940 et 1960. La méthode MEF est couramment utilisée avec un maillage structuré ou non-structuré. La génération du maillage pour des systèmes possédant des géométries ou frontières extérieures complexes peut s'avérer délicate. Le problème est critique lorsqu'il s'agit de systèmes 3D à géométrie complexe. Ainsi, comparée aux méthodes MVF et MDF (voir plus loin), la méthode MEF a besoin d'utiliser plus de mémoire et de puissance de calcul [63].

Dans la méthode MDF, l'équation différentielle est approchée par un ensemble d'équations algébriques par développement en séries de Taylor. La précision est améliorée en augmentant l'ordre du développement et en utilisant des tailles de maille plus petites. C'est la technique la plus directe pour la solution de l'EDP, car elle ne s'appuie pas sur des fonctions d'interpolation pour approcher l'EDP au voisinage d'un point du maillage, comme cela se fait dans la MEF. Le domaine est discrétisé par un nombre fini de points où les valeurs numériques des variables devront être déterminées. Un maillage structuré est nécessaire pour la mise en oeuvre de la MDF [37]. La simplicité de cette méthode en fait une technique très utile dans de nombreux domaines d'études, mais l'inconvénient est que la forme de la conservation de l'équation de Navier-Stokes n'est numériquement pas maintenue de sorte que la quantité de mouvement totale n'est pas conservée [75]. Elle est seulement rigoureusement conservée dans la limite où l'espacement du maillage tend vers zéro, ce qui implique l'utilisation d'un grand nombre de noeuds [15].

La méthode MVF est une méthode permettant de résoudre des équations EDP à l'aide d'un maillage constitué de volumes finis élémentaires. La méthode MVF peut être formulée avec des variables (par exemple le déplacement) définies aux centres des cellules ou au niveau des noeuds pour un maillage structuré ou non-structuré (Figure 2.3). Dans l'approche cellule-centrée, où les inconnues sont définies aux centres des cellules, les segments du maillage définissent des volumes finis ou des surfaces. Les variables de flux au niveau du point central de la cellule sont obtenues par moyenne des valeurs issues des cellules adjacentes à la cellule considérée. Dans l'approche cellule-sommet, les inconnues sont définies au niveau des sommets des mailles. Ici, les variables associées aux points du maillage (sommets des cellules) sont déterminées par la moyenne des valeurs des cellules autour d'un point du maillage. Dans la méthode des volumes finis, les intégrales de volume dans l'EDP contiennent le terme de divergence et sont converties en intégrales de surface en utilisant le théorème de la divergence. Ces termes sont

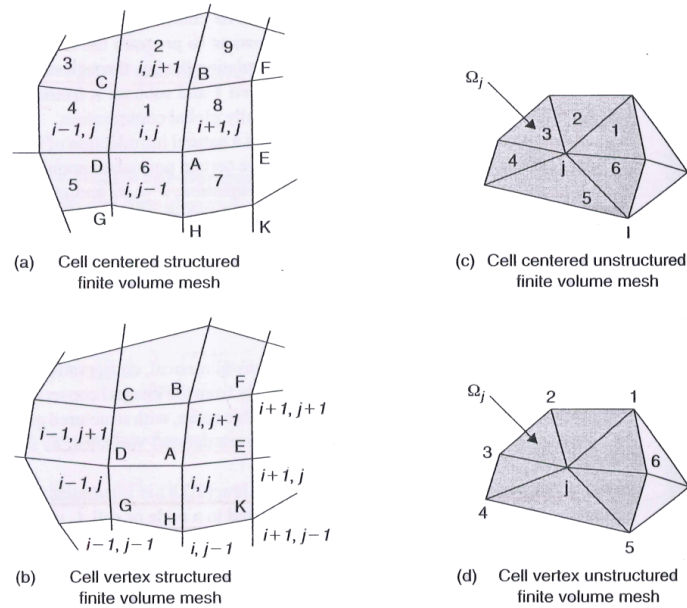


FIGURE 2.3: Configuration de maillage des volumes finis : (a) cellule-centrée structurée ; (b) cellule-sommet structurée ; (c) cellule-centrée non-structurée ; (d) cellule-sommet non-structurée [75].

ensuite évalués comme des flux à travers les surfaces de chaque volume fini. Parce que le flux entrant dans un volume donné est identique à celui quittant le volume adjacent, ces méthodes sont conservatives. Une étude comparative concernant la qualité des résultats entre les méthodes MDF et MVF a été faite par Liu et al. [104] et ils ont conclu que la précision de la MVF est supérieure à celle de la MDF (pour obtenir un qualité de résultat acceptable, la méthode MVF peut utiliser les mailles 2 fois plus grands que celle de MDF). Par ailleurs, la stabilité et l'efficacité du temps de calcul de la MVF se sont montrées supérieures à celle de la MDF.

La méthode PIC [73] a été développée par Harlow en 1957. La PIC est une méthode de description double, lagrangienne et eulérienne (Figure 2.4). L'idée est de suivre le mouvement d'un ensemble de particules qui portent la vitesse, la position, la masse et d'autres informations dans une description lagrangienne. L'équation de mouvement est résolue sur un maillage eulérien par moyenne d'informations portées par les particules au sein d'une même maille eulérienne. L'équation de la quantité de mouvement est résolue par la méthode MDF.

La méthode LBM [31, 27, 53] est une méthode de calcul discrète basée sur l'équation de Boltzmann. Cette méthode utilise un système de maillage fixe (eulérien) pour représenter le champ d'écoulement fluide (Figure 2.5). Elle utilise un maillage régulier dans lequel le fluide est décrit par un groupe de particules discrètes qui subissent des collisions les unes avec les autres (étape de collision) et se déplacent le long d'un réseau régulier selon une distribution de vitesse discrète sur la ligne de réseau (étape de transport). La LBM résout les fonctions de distribution des particules, qui sont ensuite converties en des quantités macroscopiques telles que la vitesse et la pression.

La méthode SPH est une méthode lagrangienne sans maillage dans lequel le domaine est discrétisé en particules (Figure 2.6). Ces particules individuelles interagissent entre elles et se déplacent selon l'équation du mouvement et portent un ensemble d'informations physiques. La méthode SPH a été introduite pour la modélisation des phénomènes astrophysiques en trois dimensions [119]. La méthode SPH évalue des quantités physiques telles que la vitesse ou la

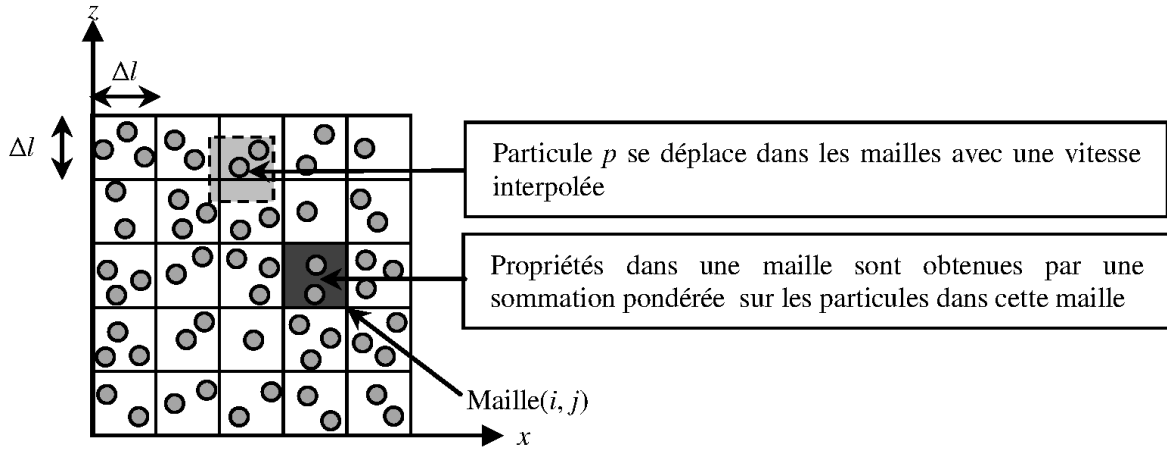


FIGURE 2.4: Discrétisation du domaine dans la méthode PIC [103].

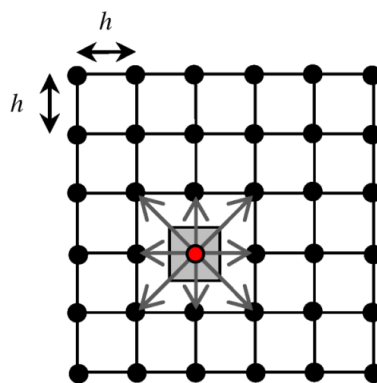


FIGURE 2.5: Discrétisation du domaine d'écoulement par un maillage carré (Modèle D2Q9).

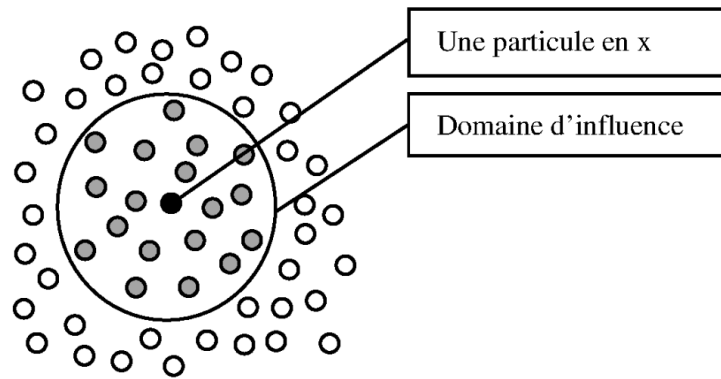


FIGURE 2.6: Discrétisation du domaine d'écoulement sans maillage avec la méthode SPH.

densité en une particule dans l'espace en interpolant les propriétés physiques correspondantes associées à des particules situées jusqu'à une distance spatiale donnée de la particule. Il existe différentes possibilités pour les fonctions d'interpolation (les fonctions de noyau). Le développement de la méthode SPH a été motivé par la nécessité de résoudre des problèmes complexes que le maillage eulérien (tels que les méthodes de MEF, MDF ou MVF) n'était pas en mesure de gérer facilement.

Suite aux améliorations et modifications concernant la précision et la stabilité de la méthode SPH, cette dernière a atteint depuis une décennie un niveau acceptable pour être utilisée dans des applications numériques CFD. Cette méthode est avantageuse par rapport aux modèles numériques traditionnels pour traiter les grandes déformations, les problèmes à surface libre, les interfaces mobiles et les frontières déformables (résolution des discontinuités mobiles telles que les fissures). Cette méthode a été largement étudiée, étendue et appliquée dans de nombreux domaines tels que la réponse dynamique des matériaux élasto-plastiques [12], les écoulements à surface libre [120, 111], les écoulements visqueux [128, 197], le transfert de chaleur [33], les écoulements multi-phasiques [122, 127, 98], la modélisation de la turbulence [121] et les écoulements viscoélastiques [50]. Quelques applications dans le domaine de la géotechnique peuvent être trouvés comme l'étude de la dynamique de plaques de glace et plate-forme glaciaire [184], le problème d'érosion et d'excavation [22, 179, 1], l'interaction fluide-solide dans les milieux poreux [188] et la simulation d'effondrements de colonnes granulaires [140].

2.2 Cas du solide

Le traitement de systèmes constitués de matériaux discontinus peut se satisfaire de l'approximation du milieu continu (tels que MEF, MDF ou MVF) si la taille de la maille se trouve bien supérieure à la taille de la discontinuité. Elle nécessite l'utilisation d'un autre outil si la discontinuité est de l'ordre de grandeur de la maille comme la méthode DEM. On peut associer les deux techniques par couplage en partitionnant le système. Finalement, l'approche dépend de l'échelle des phénomènes pour le système considéré que l'on veut étudier [83].

La méthode MEF est la méthode numérique la plus largement utilisée pour étudier les problèmes de mécanique des sols/roches. Il s'agit d'une méthode numérique suffisamment flexible pour traiter des matériaux hétérogènes, les déformations non-linéaires (principalement plasticité) et des conditions aux limites complexes [83]. Les problèmes à frontières évolutives (ex.

progression d'une fracturation, enlèvement de matière) restent délicats à manipuler avec cette technique car ils appellent l'utilisation de mailles très petites et un processus de remaillage qui est toujours coûteux.

Des progrès significatifs ont été réalisés avec l'utilisation de mailles non structurées, comme les mailles triangulaires, qui conduisent à l'introduction de la méthode MVF. La méthode MVF est aussi flexible que la méthode MEF dans le traitement de l'hétérogénéité du matériau. La méthode MVF est l'une des méthodes numériques les plus populaires en mécanique des roches.

La DEM fait partie des méthodes de dynamique moléculaire. Cette technique met en jeu des particules en interaction, cette interaction étant pilotée par une loi écrite au niveau du contact entre particules dans des applications de génie civil. Elle permet d'étudier des systèmes discrets par essence (massif rocheux fracturé, matériaux granulaires, ouvrages en enrochements) mais aussi des phénomènes locaux à l'échelle de la discontinuité. Deux classes de méthodes existent, la méthode proposée par Cundal et Strack [39, 40] et la méthode Contact Dynamics [125, 124, 82]. Bien que le coût de calcul constitue une limite pour la méthode DEM, elle est également utilisée pour des problèmes d'ingénierie.

Certains inconvénients liés à chaque méthode peuvent être évités par combinaison entre les deux méthodes continue et discrète. On peut citer deux exemples liés au problème mécanique des sols-roches, où les auteurs ont modélisé une région composée de blocs rigides par la DEM et une autre région ayant un comportement non linéaire par la MEF [139, 21]. Les modèles hybrides présentent de nombreux avantages, mais une attention particulière doit être accordée à la continuité ou à la compatibilité des conditions aux interfaces entre les différents modèles.

2.3 Interaction fluide-solide

2.3.1 Approches MVF-(MEF/DEM)

L'approche de couplage classiquement rencontrée pour traiter les problèmes d'interaction fluide-solide est basée sur une formulation par éléments finis pour la partie solide et d'un modèle de type volumes finis pour la partie fluide. Elles donnent généralement des solutions précises [176, 29]. Une difficulté peut surgir dans le cas de dynamique avec impact ou explosion car dans ce cas, le maillage fluide doit suivre un solide qui se déforme excessivement. Cela appelle une technique de remaillage pour la partie fluide qui est alors coûteuse. Les méthodes particulières pour traiter le fluide sont alors préférées [68, 107, 57]. Cependant, pour des écoulements à faible Reynolds, la méthode reste très intéressante [28, 24] et permet l'étude d'écoulements fluides dans des milieux granulaires compacts.

Plus spécifiquement sur les problèmes d'érosion, certains auteurs ont proposé des modélisations des essais d'érosion JET ou HET. Concernant l'érosion de conduit, un modèle numérique s'appuyant sur des équations d'écoulement laminaire incompressible visqueux avec interface fluide/sol singulière associée à une équation de saut a été développé par Lachouette et al. [94]. Les milieux sont diphasiques ; avec l'interface singulière est modélisée par la méthode des domaines fictifs et son évolution est résolue par la méthode Level-Set, au sein d'un maillage fixe. L'équation de saut permet de considérer la loi d'érosion qui régit le comportement de l'interface. Ce modèle numérique est validé et donne un bon accord avec le résultat donné par le modèle analytique proposé par Bonelli et al. [14].

Mercier et al. [115] s'appuient sur un modèle mixte Euler - Lagrange, de type Navier-Stokes turbulent en considérant les milieux diphasique avec déplacement de l'interface et remaillage. L'écoulement est décrit par des équations de Navier-Stokes incompressibles intégrées par la

méthode des volumes finis sous le code FLUENT. Le solide est modélisé à l'aide des paramètres qui caractérisent le déplacement à l'interface via une loi d'érosion utilisée dans la littérature [14]. La modélisation de l'érosion de trou en utilisant le modèle turbulent $k-\varepsilon$ [166] donne un bon accord avec le résultat analytique de Bonelli et al. [14]. Ainsi, une modélisation de l'essai JET a été réalisée. La validation est faite sur le cas d'un jet impactant un plan en comparant trois modèles de turbulence : le modèle de $k-\omega$ [113], le modèle de $k-\varepsilon$ [166] et le modèle de *Reynolds Stress Model* (RSM) [97] qui a permis d'obtenir des résultats satisfaisants. Cependant, la difficulté de sa mise en oeuvre et les temps de calcul longs n'ont pas permis l'utilisation de ce dernier pour modéliser l'essai avec érosion. L'utilisation du modèle de turbulence $k-\omega$ s'est révélée être le meilleur compromis avec des écarts entre simulation et expérience de l'ordre de 18% concernant la profondeur maximale de matériau érodé.

L'étude des contraintes de cisaillement et de la distribution de la pression normale pour différentes géométries de trou d'affouillement dans un essai de jet turbulent a été fait par Weidner et al. [198] en utilisant la méthode des Volumes Finis avec le code FLUENT. Pour un trou d'affouillement petit et étroit, l'eau du jet n'entrant que peu dans l'orifice, la contrainte de cisaillement maximale dans l'orifice a été trouvée très proche de la contrainte de cisaillement trouvée pour un jet d'eau impactant une plaque plane. D'autre part, des trous d'affouillement larges donnent de grandes variations de contraintes de cisaillement et de profils de pression normale. Ils concluent que les trous d'affouillement larges devraient être préférés pour représenter physiquement l'essai du JET.

2.3.2 Approches LBM-DEM

L'étude des milieux granulaires fixes ou mobiles par approche discrète peut naturellement s'associer à une méthode particulaire fluide [68, 16, 167, 105, 61]. Les applications s'effectuent généralement dans le cas de Reynolds inférieurs à 100 en 2D ou 3D. La validation s'effectue sur des cas simples d'écoulement autour d'un cylindre fixe ou d'une particule 3D. Par la suite, les auteurs proposent des études qualitatives impliquant un assemblage composé au plus d'une centaine de particules (cas 2D). Enfin, une application qualitative utilisant un modèle de turbulence a pu être trouvée [68].

Concernant la modélisation d'essais d'érosion, Sibille et al. [167] et Lomine et al. [105] ont proposé une modélisation 2D de l'essai HET en régime laminaire. Ces auteurs produisent une validation qualitative de l'essai qui permet de retrouver la forme de l'équation d'érosion (équation 1.7). Ils ont ainsi pu déduire que le coefficient k_d semblait être indépendant de la cohésion du matériau ce qui n'est pas le cas pour la contrainte de cisaillement critique τ_c .

2.3.3 Approches SPH-(MEF/DEM)

L'étude de l'impact d'un jet sur une paroi solide est le cadre classique de validation du couplage SPH-MEF. Une validation 2D est proposée par Fourey et al. [57] et l'étude de l'impact d'un jet sur une aube de turbine Pelton est donnée par Marongiu [110, 111]. Concernant l'utilisation d'une méthode SPH-DEM, on trouve des validations sur le cas de l'écoulement autour d'un cylindre fixe pour des Reynolds inférieurs à 100 ainsi que sur le problème de la sédimentation d'une particule ou d'un matériau poreux dans un fluide [147, 158]. Des problèmes plus complexes comme des avalanches sous-marines ou d'écoulement de matériau granulaire mono-disperse ou chargé, dans un tambour rempli d'eau ou non ont pu être traités et produisent des résultats de qualité, mais à faible Reynolds [34, 180]. Un exemple d'érosion d'un acier par un

jet et associant SPH et MEF (plus précisément éléments lagrangiens) semble se conformer à des résultats expérimentaux [107].

Concernant les essais d'érosion de sol, Buit et al. [22] ainsi que Stefanova et al. [179] a proposé une étude qualitative 2D de l'essai au JET où sol et fluide sont modélisés par la méthode SPH. L'eau est modélisée comme un fluide visqueux et le critère de rupture de Mohr-Coulomb est utilisé pour décrire les états de contrainte maximum dans le sol.

2.4 Conclusion

Nous avons vu ici que l'approche prise que ce soit en mécanique des solides et en mécanique des fluides dépend des phénomènes à modéliser et surtout de leur échelle. En mécanique des solides, on note que la taille de la discontinuité dans le matériau conditionne le choix de la méthode. Si celle-ci est à l'échelle de la maille, les approches discrètes seront mieux à même de rendre les phénomènes physiques, surtout d'origine dissipatifs. Ainsi, si on veut étudier des phénomènes locaux inférieurs à l'échelle d'un échantillon de sol granulaire, l'approche particulaire (DEM) sera préférable.

L'interaction entre un milieu fluide et un milieu solide pose un problème à la mécanique des fluides car le maillage fluide doit pouvoir suivre la déformation du solide. On voit tout de suite les limites des méthodes fluides à maillage dans le cas de solide se déformant excessivement. Ici, aussi, une méthode particulaire est préférable.

Il est rare de trouver dans la littérature des informations relatives aux temps de calcul dans le cas de systèmes couplés solide - fluide, ce qui est regrettable. On pourra noter que les descriptions lagrangiennes pour la partie fluide sont naturellement pénalisées car nécessitant une échelle de discrétisation homogène et donc plus fine que dans les approches euleriennes.

Chapitre 3

Méthodes numériques SPH et DEM

Les méthodes numériques permettant de résoudre les Equations différentielles de la dynamique des fluides ont connu de forts développements ces dernières décennies. L'approche standard pour résoudre ce problème consiste en définir des variables sur un maillage fixe ou sur un volume fixe. En cas de grands changements de la géométrie de la surface libre ou interactions particulières entre fluide et solide, l'utilisation de la méthode sans maillage est préférable.

Pour étudier le phénomène d'érosion, deux méthodes particulières ont été considérées. Elles sont la méthode SPH pour traiter la partie fluide qui sera présentée aux Chapitres 3.1 et 3.2 ainsi que la méthode DEM pour traiter la partie solide qui sera présentée au Chapitre 3.3. Notre étude se situe à l'échelle inférieure à l'échelle du sol où chaque grain sol est modélisé individuellement. Le couplage SPH - DEM est choisi pour étudier la phénomène d'érosion. Le couplage SPH - DEM semble naturellement cohérent car elles sont les méthodes particulière lié à l'interaction de particules ainsi que elles adoptent la description lagrangien.

3.1 Méthode SPH

3.1.1 Formulation SPH

La formulation SPH s'appuie sur une représentation intégrale des équations mathématiques. Cette intégrale est estimée de manière discrète en une particule donnée en prenant en compte l'interaction pouvant exister entre cette particule et d'autres particules situées dans un domaine d'influence.

Représentation intégrale d'une fonction

Le concept de représentation intégrale d'une fonction $f(\mathbf{x})$ utilisée dans la méthode SPH commence par la définition du produit de convolution d'une fonction f avec la distribution Dirac δ [88] :

$$f(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') \delta(\mathbf{x}' - \mathbf{x}) d\mathbf{x}' \quad (3.1)$$

où f est une fonction associée au vecteur position \mathbf{x} à trois dimensions et définie dans le domaine Ω . $\delta(\mathbf{x}' - \mathbf{x})$ est la fonction Dirac centrée sur \mathbf{x} et donnée par :

$$\begin{cases} \delta(\mathbf{x}' - \mathbf{x}) = 1 & \text{pour } \mathbf{x}' = \mathbf{x} \\ \delta(\mathbf{x}' - \mathbf{x}) = 0 & \text{pour } \mathbf{x}' \neq \mathbf{x} \end{cases} \quad (3.2)$$

Pour des raisons numériques, le Dirac est approché par une fonction noyau $W(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, h)$. L'approximation de $f(\mathbf{x})$ notée $\langle f(\mathbf{x}) \rangle$ est alors donnée par :

$$f(\mathbf{x}) \approx \langle f(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') W(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, h) d\mathbf{x}' \quad (3.3)$$

Afin de déterminer le degré d'approximation de l'Equation 3.3, $f(\mathbf{x}')$ est développée en série de Taylor à l'ordre 2 autour de \mathbf{x} :

$$f(\mathbf{x}') = f(\mathbf{x}) + (\mathbf{x}' - \mathbf{x}) \dot{f}(\mathbf{x}) + O(\mathbf{x}' - \mathbf{x})^2 \quad (3.4)$$

où $\dot{f}(\mathbf{x})$ correspond à la dérivée première de f . En combinant les Equations 3.3 et 3.4, on a :

$$\langle f(\mathbf{x}) \rangle = f(\mathbf{x}) \int_{\Omega} W(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, h) dV + \dot{f}(\mathbf{x}) \int_{\Omega} (\mathbf{x}' - \mathbf{x}) W(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, h) dV + O(\mathbf{x}' - \mathbf{x})^2 \quad (3.5)$$

L'Equation 3.5 donne un degré de précision spatiale à l'ordre 2 si l'intégrale dans le première terme est égale à 1 et l'intégrale dans la deuxième terme est égale à zero :

– Condition de normalisation.

$$\int_{\Omega} W(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, h) dV = 1 \quad (3.6)$$

La sommation du noyau sur son domaine Ω doit être égale à l'unité. Cette condition est également appelée condition de l'unité et traduit la capacité à reproduire un champ constant.

– Condition de symétrie

$$\int_{\Omega} (\mathbf{x}' - \mathbf{x}) W(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, h) dV = 0 \quad (3.7)$$

Cette condition reflète la symétrie de la fonction noyau. Les particules situées à la même distance d'une particule donnée doivent avoir la même influence sur cette particule. Lorsque le domaine d'intégration est tronqué (cas d'une particule proche de la frontière $\partial\Omega$), les conditions associées aux Equations 3.6 et 3.7 ne sont plus satisfaites avec une fonction noyau symétrique et nécessitent un traitement particulier.

Représentation intégrale de la dérivée de la fonction

Au sens des distributions, $f(\mathbf{x})$ est dérivable si la fonction noyau est différentiable. L'approximation de la dérivée spatiale $\nabla \cdot f(\mathbf{x})$ est alors obtenue simplement en remplaçant $f(\mathbf{x})$ par $\nabla \cdot f(\mathbf{x})$ dans l'Equation 3.3, ce qui donne :

$$\langle \nabla f(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega} \nabla f(\mathbf{x}') W(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, h) d\mathbf{x}' \quad (3.8)$$

L'Equation 3.8 peut être convertie en une intégrale sur la frontière $\partial\Omega$ en utilisant le théorème de la divergence :

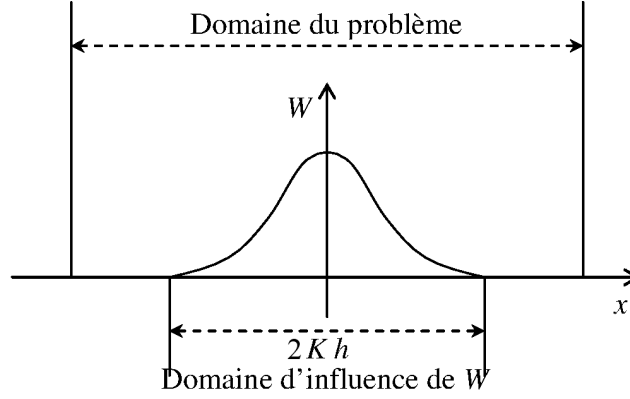


FIGURE 3.1: Domaine d'influence est situé à l'intérieur du domaine du problème. Par conséquent, l'intégrale sur la frontière du domaine d'influence dans l'Equation 3.10 est égale à zéro.

$$\nabla f(\mathbf{x})W(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, h) = \nabla[f(\mathbf{x}')W(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, h)] - f(\mathbf{x}')\nabla W(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, h) \quad (3.9)$$

$$\langle \nabla f(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\partial\Omega} f(\mathbf{x}')W(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, h)\mathbf{n}dS - \int_{\Omega} f(\mathbf{x}')\nabla W(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, h)dV \quad (3.10)$$

où \mathbf{n} est le vecteur normal à la surface $\partial\Omega$.

Puisque la fonction noyau W est définie sur un support compact (lorsque le domaine d'influence est situé dans le domaine du problème), l'intégrale de surface de l'Equation 3.10 est nulle. S'il y a chevauchement du domaine d'influence avec la frontière du domaine d'étude (Figure 3.2), la fonction noyau W est tronquée par la frontière et l'intégrale de surface n'est plus nulle.

Dans les autres cas, lorsque le domaine d'influence est à l'intérieur du domaine du problème, l'Equation 3.10 est simplifiée :

$$\langle \nabla f(\mathbf{x}) \rangle = - \int_{\Omega} f(\mathbf{x}')\nabla_{\mathbf{x}'}W(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, h)dV \quad (3.11)$$

En utilisant la condition de symétrie de la fonction noyau, l'Equation 3.11 devient :

$$\langle \nabla f(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}')\nabla_{\mathbf{x}}W(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, h)dV \quad (3.12)$$

Approximation particulière

Les représentations intégrales continues (Equations 3.3 et 3.12) peuvent être converties en formes discrétisées par sommation sur toutes les particules dans le domaine d'influence (Figure 3.3). Le rapport $h_t = K.h$ est alors introduit, il relie le rayon du support du noyau à la longueur de lissage (h) et au facteur noyau (K) qui permet de contrôler le nombre de particules à prendre en compte dans l'approximation.

L'approximation particulière pour une fonction au niveau d'une particule i peut enfin être écrite comme :

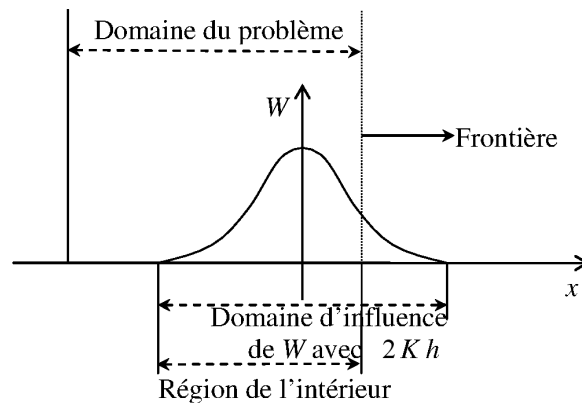


FIGURE 3.2: Le domaine d'influence est tronqué par la frontière du système. Par conséquent, l'intégrale de surface de l'Equation 3.10 n'est plus nulle.

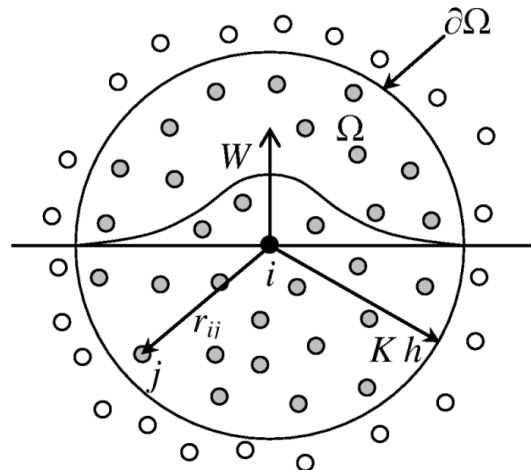


FIGURE 3.3: Approximation particulière en utilisant des particules dans le domaine d'influence de la fonction noyau W pour la particule i . Domaine d'influence à symétrie radiale avec un rayon de Kh .

$$f(x_i) = \sum_{j=1}^N f(x_j)W_{ij}\omega_j \quad (3.13)$$

où

$$W_{ij} = W(x_i - x_j, h) \quad (3.14)$$

L'Equation 3.13 indique que la valeur d'une fonction au niveau d'une particule i est approchée en utilisant la moyenne des valeurs de la fonction au niveau de toutes les particules j dans le domaine d'influence de la particule i , pondérées par la fonction noyau. L'approximation particulière pour la dérivée spatiale de la fonction au niveau d'une particule i est :

$$\nabla f(x_i) = \sum_{j=1}^N f(x_j)\nabla_x W_{ij}\omega_j \quad (3.15)$$

$$\nabla W_{ij} = \frac{x_i - x_j}{r_{ij}} \frac{\partial W_{ij}}{\partial r_{ij}} = \frac{x_{ij}}{r_{ij}} \frac{\partial W_{ij}}{\partial r_{ij}} \quad (3.16)$$

où N est le nombre de particules dans l'intérieure de domaine d'influence de particule i , r_{ij} est la distance entre les particules i et j (Figure 3.3), ω_j est le poids associé à chaque particule j (ce poids est un volume en 3D et une surface en 2D).

L'Equation 3.15 indique que la valeur du gradient d'une fonction au niveau de la particule i est approchée en utilisant la moyenne des valeurs de cette fonction au niveau de toutes les particules contenues dans le domaine d'influence de la particule i , pondérées par le gradient de la fonction noyau.

L'approximation particulière portée par les Equations 3.13 et 3.15 convertit les représentations intégrales d'une fonction et de ses dérivées en sommes discrétisées sur la base d'un ensemble de particules disposées arbitrairement. Ceci rend la méthode SPH attractive car elle ne s'appuie pas sur un maillage pour l'intégration numérique.

3.1.2 Fonction Noyau

Le noyau d'interpolation est la fonction que l'on substitue à la mesure du Dirac pour décrire la représentation intégrale de la fonction $f(\mathbf{x})$. Il existe différentes propositions pour le noyau W dans la littérature. Le choix de ce paramètre détermine la précision et la sensibilité à la distribution spatiale de tout calcul (stabilité) [110].

Propriétés fondamentales de la fonction noyau

La fonction noyau doit satisfaire les propriétés suivantes :

- La condition de normalisation (Equation 3.6) ;
- La condition de symétrie (Equation 3.7) ;
- Elle doit être définie sur un support compact :

$$W(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, h) = 0 \quad \text{pour } |\mathbf{x}' - \mathbf{x}| > Kh \quad (3.17)$$

La dimension du support compact est définie par la longueur de lissage h et un facteur noyau K tel que $|\mathbf{x}' - \mathbf{x}| < Kh$. Il délimite le domaine influençant la valeur de la fonction au point \mathbf{x} ;

- La valeur de la fonction noyau en un point doit être décroissante avec l’augmentation de la distance vis-à-vis de ce point. Plus deux points sont éloignés, plus l’interaction existant entre eux diminue ;
- La fonction noyau doit tendre vers une fonction Dirac lorsque la longueur de lissage h tend vers zéro :

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, h) = \delta(\mathbf{x}' - \mathbf{x}) \quad (3.18)$$

- $W(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, h) \geq 0$ pour tout point \mathbf{x}' dans le domaine d’influence de la particule au point \mathbf{x} . Ceci est important pour assurer que les quantités évaluées gardent un sens physique. Dans les simulations hydrodynamiques, une valeur négative pour la fonction noyau peut avoir de graves conséquences comme celle de trouver une densité négative ;
- La fonction noyau doit être au moins une fois dérivable et sa dérivée doit être continue afin d’éviter des fluctuations fortes affectant la solution [119].

Précision et convergence de la méthode d’interpolation

Sous une forme discrète, les deux Equations, déduites des Equation 3.6 et Equation 3.7, devraient être vérifiées pour que l’approximation particulaire soit précise à l’ordre 2.

$$\sum_{j=1}^N W(x_i - x_j, h) \omega_j = 1 \quad (3.19)$$

$$\sum_{j=1}^N (x_i - x_j) W(x_i - x_j, h) \omega_j = 0 \quad (3.20)$$

La taille des cellules discrétisés (Δx) et la taille du domaine d’interpolation qui est proportionnel à la longueur de lissage (h), sont deux paramètres de discrétisation spatiale dans la méthode SPH. Ces paramètres, liés à la fonction noyau, influencent fortement la précision des résultats. La méthode SPH est convergente si la solution discrète obtenue par les équations discrètes tend vers la solution exacte lorsque la taille de discrétisation en particules Δx tend vers zéro. Par ailleurs, l’Equation 3.3 tend vers la solution exacte si la fonction noyau est une bonne approximation de la fonction Dirac lorsque la longueur de lissage h tend vers zéro. Enfin l’Equation 3.13 est consistante dans la limite où le nombre de particules utilisé pour calculer l’intégrale est infini. La convergence spatiale de la méthode d’interpolation est donc assurée par les relations [152] :

$$\begin{cases} \Delta x \rightarrow 0 \\ h \rightarrow 0 \\ \frac{h}{\Delta x} \rightarrow \infty \end{cases} \quad (3.21)$$

Pour des raisons de coûts de calcul, les trois conditions dans l’Equation 3.21 ne sont pas vérifiées. On se contentera de vérifier que le rapport $\frac{h}{\Delta x}$ est fini. Ce rapport détermine le nombre de particules utilisées pour l’interpolation des champs. Une valeur trop élevée de h augmente le nombre de particules voisines prises en compte dans l’interpolation et les variations des phénomènes physiques entre 2 points pourraient s’estomper. D’autre part, le nombre de voisins est faible si la longueur de lissage est très petite et les intégrales sont mal évaluées. Une valeur optimale de ce rapport doit être trouvée. Selon Oger [134], le rapport de $\frac{h}{\Delta x} = 1.23$ est un bon choix. En général, ce rapport est pris entre 1.2 et 2, ce qui correspond à prendre en compte une vingtaine de particules voisines en 2D [110, 98].

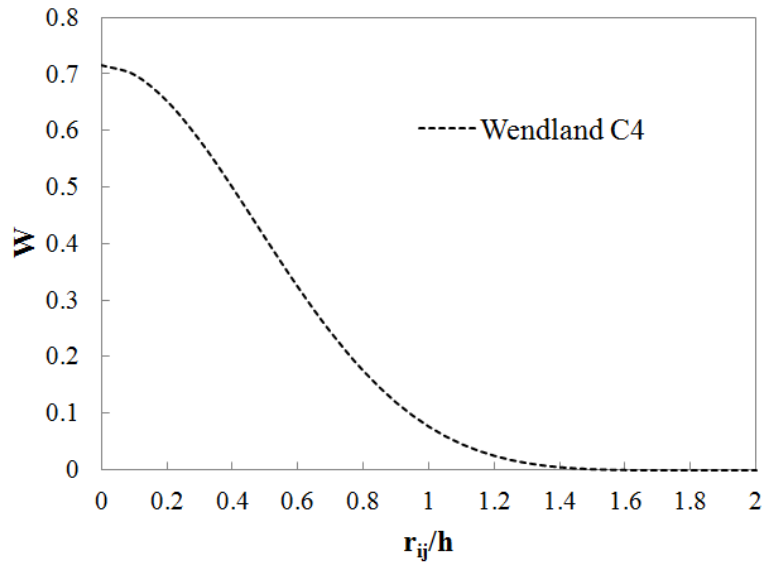


FIGURE 3.4: Fonctions noyau Wendland C4.

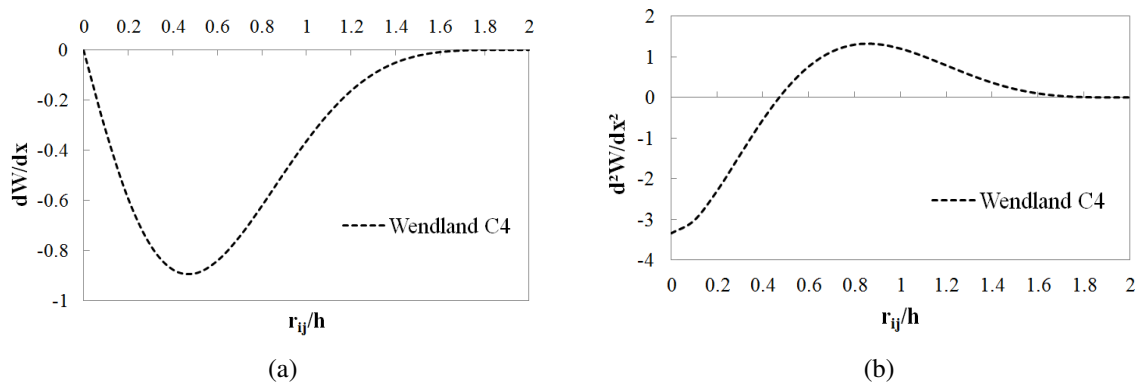


FIGURE 3.5: Dérivée (a) première et (b) seconde des fonctions noyau Wendland C4.

Exemple de noyau d'interpolation

La fonction noyau de Wendland C4 est présentée ici, elle est utilisée dans les méthodes SPH [163]. Le domaine d'interpolation de Wendland a comme rayon $2h$. Elle s'écrit :

$$C(r_{ij}, h) = \frac{c}{h^d} f\left(\frac{r_{ij}}{2h}\right) \quad (3.22)$$

avec :

$$f(q) = (1 - q)^6 (35q^2 + 18q + 3) \quad (3.23)$$

c prend les valeurs $3/4\pi$ et $165/256\pi$ pour des espaces à deux et trois dimensions.

Il existe d'autres fonctions noyaux : B-Spline d'ordre 3, 4 et 5 et des fonctions Wendland C2 et C6. Elles sont données et illustrées en Annexe A.1.

La fonction noyau Wendland C4 et ses dérivées sont montrés dans les Figure 3.4 et Figure 3.5. Les différentes caractéristiques entre les fonctions noyau Wendland et B-Spline d'ordre 3 sont représentées par les Figures A.3 et A.4 (en Annexe A.1). La fonction Wendland C6

donne un poids plus important aux particules voisines proches de celle considérée, alors que la B-Spline d'ordre 3 donne un poids plus important aux particules éloignées. Le résultat d'un calcul peut ainsi différer selon le noyau choisi. On préférera généralement utilisée un fonction Wendland à une B-Spline car elle est plus stable vis à vis du phénomène d'agglomération de des particules [43], par ailleurs la dérivée seconde de la fonction noyau Wendland reste dérivable.

Renormalisation

La technique de renormalisation permet d'augmenter la précision de la méthode SPH [151, 190]. L'objectif de cette technique est de produire un opérateur différentiel discret d'ordre 1 capable de calculer précisément la dérivée d'un champ linéaire pour un ensemble de particules discrètes désordonnées. Deux corrections composent le processus de renormalisation [110].

La première correction assure que la dérivée d'un champ constant est bien nulle. L'approximation du gradient de l'unité est donc déduite comme :

$$(\tilde{\nabla}f)_i = (\nabla f)_i - f_i \nabla(1) \quad (3.24)$$

La forme discrète de l'Equation 3.24 s'écrit comme :

$$(\tilde{\nabla}f)_i = \sum_{j \in \Omega_i} \omega_j (f_j - f_i) \nabla W_{ij} \quad (3.25)$$

La deuxième correction assure d'atteindre l'ordre 1 en utilisant la matrice de correction $\overline{\overline{B}}(x)$ et permet d'apporter un gain de précision [110] à la méthode SPH :

$$(\tilde{\nabla}f)_i = \sum_{j \in \Omega_i} \omega_j (f_j - f_i) \overline{\overline{B}}(x) \nabla W_{ij} \quad (3.26)$$

Le but est de reproduire précisément la dérivée d'un champ linéaire. En considérant que f est un champ linéaire, $f_x = ax + b$, (on suppose que f est un champ de scalaires pour simplifier les notations), l'Equation 3.26 devient :

$$b \cdot \overline{\overline{I}} = b \cdot [(\sum_{j \in \Omega_i} \omega_j (x_j - x_i) \otimes \nabla W_{ij}) \cdot \overline{\overline{B}}_i] \quad (3.27)$$

La matrice de correction de renormalisation $\overline{\overline{B}}_i$ s'écrit :

$$\overline{\overline{B}}_i = (\sum_{j \in \Omega_i} \omega_j (x_j - x_i) \otimes \nabla W_{ij})^{-1} \quad (3.28)$$

La formule de correction prend la forme d'un terme géométrique local basé sur le moment du gradient de la fonction noyau. Cette matrice de correction est calculée à chaque pas de temps pour chaque particule.

3.1.3 Mécanique des fluides dans le formalisme SPH

Dans ce travail, les Equations de Navier-Stokes sont écrites en supposant la température constante.

Equation de continuité

L'équation de continuité peut être déduite de l'Equation 3.13, avec $f(\mathbf{x})$ correspondant à la densité ρ :

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) \cdot W_{ij} \quad (3.29)$$

En formalisme lagrangien, l'équation de continuité est écrite :

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla(\rho \cdot \mathbf{v}) + \nabla \rho \cdot \mathbf{v} \quad (3.30)$$

L'opérateur D/Dt représente une dérivée lagrangienne et \mathbf{v} est le champ de vitesse. En utilisant la relation 3.15, l'Equation de continuité 3.30 peut être déduite comme :

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j v_{ij} \nabla W_{ij} \quad (3.31)$$

avec $v_{ij} = v_i - v_j$.

Equation du mouvement

La loi fondamentale de la dynamique pour une particule i s'écrit :

$$m_i \mathbf{a}_i = -\mathbf{T}_i + \mathbf{F}_i^e \quad (3.32)$$

\mathbf{a}_i correspond à l'accélération de la particule i , \mathbf{T}_i représente les forces internes à l'intérieur du matériau et \mathbf{F}_i^e les forces externes agissant sur la particule i comme le poids. Les forces internes \mathbf{T}_i sont évaluées par l'équation de Cauchy et l'Equation 3.32 peut se réécrire :

$$\rho_i \frac{D\mathbf{v}_i}{Dt} = \text{div} \bar{\bar{\sigma}}_i + \rho_i \mathbf{f}_i \quad (3.33)$$

$$\bar{\bar{\sigma}}_i = -p_i \bar{\bar{I}} + \bar{\bar{\tau}}_i \quad (3.34)$$

avec $\bar{\bar{\tau}}_i$ désigne le tenseur des contraintes visqueuses sur la particule i .

L'équation dynamique pour une particule i en format lagrangien s'écrit :

$$\frac{D\mathbf{v}_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho_i} \nabla p_i + \frac{1}{\rho_i} \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}}_i + \mathbf{f}_i^e \quad (3.35)$$

La loi de comportement des fluides newtoniens (la contrainte visqueuse est une fonction linéaire de la vitesse de déformation) est considérée ici :

$$\bar{\bar{\tau}} = \lambda \bar{\bar{I}} \text{div} \bar{\mathbf{v}} + 2\mu \bar{\bar{D}} \quad (3.36)$$

En considérant l'hypothèse de fluide incompressible ($\text{div} \bar{\mathbf{v}} = 0$) et homogène ($\rho = \text{cte}$ et $\mu = \text{cte}$), l'Equation 3.36 devient :

$$\bar{\bar{\tau}} = 2\mu \bar{\bar{D}} \quad (3.37)$$

où μ est le coefficient de viscosité dynamique et λ le coefficient de seconde viscosité ; \bar{D} est le tenseur des vitesses de déformation qui s'écrit :

$$D_{ab} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_a}{\partial x_b} + \frac{\partial v_b}{\partial x_a} \right) \quad (3.38)$$

L'expression $div \bar{\tau}$ en prenant en compte l'Equation 3.37 donne :

$$(div \bar{\tau}) = \mu \Delta \bar{v} \quad (3.39)$$

En considérant les Equations 3.35 et 3.39, l'Equation du mouvement pour un fluide incompressible homogène s'écrit :

$$\frac{D\mathbf{v}_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho_i} \nabla p_i + \nu \Delta \mathbf{v}_i + \mathbf{f}_i^e \quad (3.40)$$

où $\nu = \mu/\rho$ est la viscosité cinématique du fluide. Dans le cas où le nombre de Reynolds est élevé (supérieur à 10000), les effets visqueux sont négligeables par rapport aux autres effets.

Le gradient de pression sur la particule i peut être écrit sous différentes formes dans le formalisme SPH [103]. Les formes les plus usuelles ont été introduites par Vila [190] et Monaghan [119] respectivement :

$$\frac{1}{\rho_i} \nabla p_i = \sum_{j=1}^N m_j \frac{(p_j + p_i)}{\rho_j \rho_i} \nabla W_{ij} \quad (3.41)$$

et

$$\frac{1}{\rho_i} \nabla p_i = \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} \right) \nabla W_{ij} \quad (3.42)$$

Viscosité mécanique

L'introduction d'un terme visqueux dans l'équation de la quantité de mouvement est nécessaire pour considérer le fluide visqueux. Le calcul des composantes du tenseur des contraintes visqueuses est introduite par Morris [128] :

$$\nu \Delta \mathbf{v})_i = \sum_{j \in \partial \Omega} \frac{m_j (\mu_i + \mu_j)}{\rho_i + \rho_j} \frac{x_{ij} \nabla W_{ij}}{\|x_{ij}\|^2 + \eta^2} v_{ij} \quad (3.43)$$

Le paramètre η est choisi pour éviter la division par zéro. Cette formulation permet de modéliser les contraintes de cisaillement comme des forces alignées le long de la vitesse relative entre les particules i et j , ce qui est physiquement significatif [110]. Cependant, il semble que cette formulation ne soit pas bien adaptée pour des simulations avec un nombre de Reynolds élevé car en ce cas, on observe un phénomène d'agrégation de particules lorsqu'elles deviennent trop proches les uns des autres [128]. La discrétisation du terme visqueux permet de résoudre des écoulements laminaires (nombre de Reynolds bas). Pour le cas d'écoulement turbulent, le terme de viscosité turbulente devrait être considéré.

Viscosité artificielle

Une viscosité artificielle dite numérique doit être introduite dans l'équation du mouvement pour stabiliser le schéma numérique [119, 190] et prend la forme :

$$\frac{D\mathbf{v}_i}{Dt} = - \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{p_j + p_i}{\rho_j \rho_i} + \Pi_{ij} \right) \nabla W + \mathbf{f}_i^e \quad (3.44)$$

et

$$\frac{D\mathbf{v}_i}{Dt} = - \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} + \Pi_{ij} \right) \nabla W + \mathbf{f}_i^e \quad (3.45)$$

La viscosité numérique Π_{ij} est donnée par Monaghan [119] :

$$\Pi_{ij} = \frac{-\alpha \mu_{ij} \bar{c}_{ij} + \beta \mu_{ij}^2}{\bar{\rho}_{ij}} \quad (3.46)$$

$$\mu_{ij} = \begin{cases} h \frac{v_{ij} x_{ij}}{x_{ij}^2 + \varepsilon h^2} & \text{si } v_{ij} \cdot x_{ij} < 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.47)$$

Les coefficients α et β sont des paramètres choisis. Le coefficient β n'est nécessaire que pour calculer des ondes de choc, en général il est pris égal à zéro [111]. Le coefficient α devrait être proche de 1 pour bien modéliser des ondes [119]. Le terme εh^2 évite la division par zéro. Les termes suivants sont utilisés pour les Equations 3.46 et 3.47 :

$$f_{ij} = f_i - f_j \quad (3.48)$$

$$\bar{f}_{ij} = \frac{f_i + f_j}{2} \quad (3.49)$$

Compressibilité artificielle

Pour fermer le système d'équations, on a besoin d'une relation permettant de calculer la pression. La pression des particules SPH peut être obtenue par une équation d'état où la pression est une fonction de la densité (barotrope). Tait [181] a proposé l'équation d'état :

$$p_i = B_i \left[\left(\frac{\rho_i}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (3.50)$$

$$B_i = \frac{\rho_{0i} c_{0i}^2}{\gamma} \quad (3.51)$$

ρ_{0i} et c_{0i} représentent respectivement la densité de référence et la vitesse du son numérique. La valeur de γ est prise égale à 7 dans la plupart des cas [103]. Ainsi une faible oscillation de la densité peut entraîner une grande variation de la pression. B_i est un paramètre dépendant du problème qui fixe une limite de la variation maximum de la densité.

La compressibilité du fluide dépend alors de la vitesse du son c_{0i} choisie. Si on considère la vraie compressibilité de fluide, la vitesse du son de fluide (l'eau) doit être égale à la vitesse du son soit 1400 m/s. Mais cela induirait des pas de calcul alors extrêmement petits et rendrait tout

calcul prohibitif. On considère que le fluide est quasi incompressible et une valeur artificielle plus faible est choisie pour la vitesse du son numérique. Elle doit cependant être adaptée au problème donné. En effet, la vitesse du son est déterminée à l'aide du nombre de Mach qui est le rapport entre la vitesse locale du fluide et la vitesse du son :

$$M = \frac{v}{c} \quad (3.52)$$

Cette équation détermine la compressibilité de l'écoulement fluide. Un fluide est considéré comme quasi incompressible si son nombre de Mach est inférieur à 0.2 [120] car le régime est subsonique et défini par un écoulement quasiment stable avec un effet de compressibilité faible. Monaghan [119, 120] propose un modèle de fluide presque incompressible dont la densité ne varie pas de façon significative, la variation de densité est prise égale à $\delta\rho = 1.0\%$, soit un nombre de Mach de 0.1 [128] selon la relation :

$$\delta\rho = \frac{\Delta\rho}{\rho_0} = \frac{|\rho - \rho_0|}{\rho_0} = \frac{v_0^2}{c_0^2} = M^2 \quad (3.53)$$

où $\delta\rho$, v_0 et M représentent respectivement la variation de densité, la vitesse caractéristique de l'écoulement et le nombre de Mach.

Enfin, la vitesse du son numérique c_0 doit être au moins dix fois supérieure à la vitesse moyenne de l'écoulement pour modéliser le fluide presque incompressible [119, 120, 128] :

$$c_0 = \frac{\bar{v}}{M} = \frac{\bar{v}}{0.1} = 10\bar{v} \quad (3.54)$$

3.1.4 Intégration temporelle

Choix du pas de temps de calcul

Le pas de temps de calcul est déduit d'une condition dite *Courant–Friedrichs–Lewy* (CFL) qui spécifie qu'une onde acoustique se propageant dans un domaine fluide discrétisé ne doit pas dépasser une distance supérieure à la taille caractéristique de la discrétisation sur un pas de temps. La condition CFL s'écrit sous la forme suivante :

$$\Delta t_{CFL} = C_{CFL} \times \min\left(\frac{h_i}{c_i(1 + 0.6\alpha)}\right) \quad (3.55)$$

h_i et c_i sont respectivement la longueur de lissage et la vitesse du son pour la particule i . Le coefficient C_{CFL} est inférieur à 1. α est un paramètre apparaissant dans le terme de viscosité numérique (Equation 3.46).

Monaghan utilise la condition CFL [119] :

$$\Delta t_{CFL} = 0.4 \times \frac{h}{c_0} \quad (3.56)$$

Avec le coefficient 0.4 déterminé par des tests numériques et c_0 correspond à la vitesse numérique du son de l'écoulement.

La deuxième condition à satisfaire est une condition liée aux forces internes et externes. Cette condition garantit que les particules ne sont pas trop proches les unes des autres dans le schéma d'intégration [128] :

$$\Delta t_{Forces} = 0.25 \times \min\left(\sqrt{\frac{h_i}{|F_i^e|}}\right) \quad (3.57)$$

F_i^e représente les forces externes associées à la particule i .

La dernière condition présentée par Morris et al. [128] donne une autre expression pour estimer le pas de temps en considérant le terme visqueux :

$$\Delta t_{Visq} = 0.125 \times \frac{h^2}{\nu} \quad (3.58)$$

Le pas du temps de calcul final à considérer est alors :

$$\Delta t = \min(\Delta t_{CFL}, \Delta t_{Forces}, \Delta t_{Visq}) \quad (3.59)$$

Schémas d'intégration temporelle

Les équations du mouvement, de continuité et de position peuvent être écrites sous une forme généralisée :

$$\begin{cases} \frac{d\bar{u}_i}{dt} = \bar{F}_i \\ \frac{d\bar{\rho}_i}{dt} = \bar{G}_i \\ \frac{d\bar{x}_i}{dt} = \bar{H}_i \end{cases} \quad (3.60)$$

L'intégration des équations à l'aide d'un schéma explicite donne :

$$\begin{cases} \bar{u}_i^{n+1} = \bar{u}_i^n + \Delta t \bar{F}_i \\ \bar{\rho}_i^{n+1} = \bar{\rho}_i^n + \Delta t \bar{G}_i \\ \bar{x}_i^{n+1} = \bar{x}_i^n + \Delta t \bar{H}_i \end{cases} \quad (3.61)$$

où Δt est la valeur du pas de temps.

3.2 Méthode SPH - ALE : code ASPHODEL

Le code ASPHODEL, utilisé dans ce travail pour décrire les équations fluides. Il est basé sur une méthode SPH, développée par la société ANDRITZ en partenariat avec le Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique (LMFA). Ce code est basé sur la méthode SPH adaptée à une description ALE et avec formulation conservative des Equations d'Euler. Une modélisation de l'écoulement à surface libre dans le cas d'un jet impactant une turbine Pelton a été étudiée et validée par Marongiu [110]. Par la suite, Leduc [98] a montré que le code était stable pour modéliser des écoulements multiphasiques. La méthode SPH nécessite un temps de calcul supérieur aux méthodes eulériennes car elle nécessite un nombre de particules de discrétisation plus grand pour garantir une précision suffisante. Une version en calcul parallèle est disponible pour compenser ce problème [110, 98].

3.2.1 Formulation de la méthode SPH-ALE

La méthode SPH-ALE a été développée par Vila [190]. Elle est basée sur la méthode SPH standard et adopte une description d'écoulement appelée Arbitrary Lagrange Euler (ALE).

Les équations du mouvement sont écrites sous la forme conservative des équations d'Euler en utilisant un bilan de flux sur les frontières du volume de contrôle et en se plaçant dans un référentiel lié au volume de contrôle mobile dont sa vitesse de déplacement est choisie arbitrairement. Elle est nulle pour la description eulérienne, égale à la vitesse du fluide pour la description lagrangienne, ou comprise entre ces deux bornes pour la description ALE. Les lois de conservation s'écrivent :

$$\frac{d}{dt}\Big|_{v_0} \int_{\Omega} \Phi d\Omega + \int_{\partial\Omega} \Phi(v - v_0) \cdot n dS = \int_{\partial} Q_S \cdot n dS + \int_{\Omega} Q_V d\Omega \quad (3.62)$$

Φ est le vecteur des variables conservatives et v_0 est la vitesse de déplacement du volume de contrôle. $\partial\Omega$ est la frontière de volume de contrôle Ω , n le vecteur normal unité dirigé vers l'extérieur, Q_S et Q_V les sources de la surface et du volume, respectivement. $\frac{d}{dt}\Big|_{v_0}$ représente une dérivée dans le temps le long de la trajectoire suivie par le volume de contrôle. En transformant le terme surfacique en intégrale volumique, l'Equation 3.62 devient :

$$L_{v_0}(\Phi) + \text{div}(F_E(\Phi) - v_0\Phi) = Q_V \quad (3.63)$$

où $L_{v_0}(\Phi)$ est l'opérateur de transport associé à v_0 et F_E est le vecteur de flux des Equations d'Euler. En deux dimensions, ils s'expriment :

$$\Phi = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v^{(1)} \\ \rho v^{(2)} \end{pmatrix} \quad F_E^{(1)}(\Phi) = \begin{pmatrix} \rho v^{(1)} \\ \rho (v^{(1)})^2 \\ \rho v^{(1)} v^{(2)} \end{pmatrix} \quad F_E^{(2)}(\Phi) = \begin{pmatrix} \rho v^{(2)} \\ \rho v^{(1)} v^{(2)} \\ \rho (v^{(2)})^2 \end{pmatrix} \quad (3.64)$$

3.2.2 Problème de Riemann

Le système hybride SPH-ALE (Equation 3.63) nécessite la discrétisation de la divergence des termes de flux. Dans la méthode SPH, on rappelle que la discrétisation de cet opérateur utilise le gradient de la fonction noyau et génère une contribution qui est alignée sur le vecteur rayon joignant les particules i et j . En considérant cette propriété, la discrétisation du système hybride SPH-ALE conduit à la résolution d'un problème de Riemann au niveau de l'interface entre chaque paire de particules i et j (Figure 3.6). Le problème de Riemann s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\Phi) + \frac{\partial}{\partial x^{n_{ij}}} (F_E(\Phi) \cdot n_{ij} - v_0(x_{ij}, t) \cdot n_{ij} \Phi) = 0 \\ \Phi(x^{n_{ij}}, 0) = \begin{cases} \Phi_i & \text{si } x^{n_{ij}} < 0 \\ \Phi_j & \text{si } x^{n_{ij}} > 0 \end{cases} \end{cases} \quad (3.65)$$

Où n_{ij} est le vecteur unitaire entre les particule i et j (orienté de i vers j), x_{ij} est la position du milieu du segment joignant i et j , $x^{n_{ij}}$ est l'abscisse curviligne entre i et j (avec l'origine en x_{ij}), Φ_i et Φ_j sont les vecteurs des variables conservatives en i et j .

Il est ainsi possible de traiter l'interaction entre les particules comme un flux numérique de type Godunov adapté à la méthode SPH pour trouver la solution exacte du problème de Riemann [65]. Cette fonction relie directement la méthode SPH-ALE à la MVF, et permet une adaptation

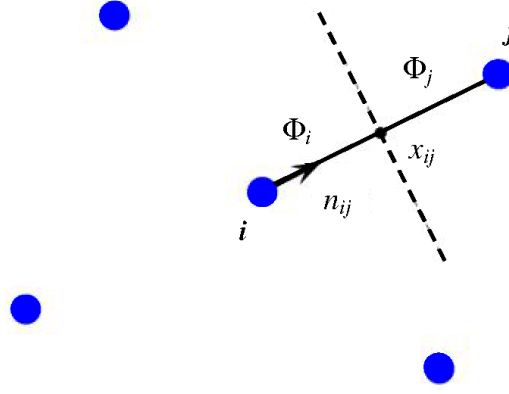


FIGURE 3.6: Problème de Riemann monodimensionnel entre chaque paire de points de calcul voisin [110].

des techniques développées pour les méthodes à mailles eulériennes à la méthode SPH-ALE. Les points de calcul ne sont pas les particules mais des volumes de contrôle mobiles.

Ce problème correspond au problème académique d'évolution à condition initiale discontinue aussi appelé le problème de Riemann monodimensionnel (Figure 3.6). Le problème de Riemann classique des équations d'Euler s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\Phi) + \frac{\partial}{\partial x^{n_{ij}}}(F_E(\Phi) \cdot n_{ij}) = 0 \\ \Phi(x^{n_{ij}}, 0) = \begin{cases} \Phi_i & \text{si } x^{n_{ij}} < 0 \\ \Phi_j & \text{si } x^{n_{ij}} > 0 \end{cases} \end{cases} \quad (3.66)$$

La solution de ce problème associé au formalisme ALE s'écrit :

$$\begin{cases} \Phi = \Phi_E\left(\frac{x^{n_{ij}} + X_0(t)}{t}, \Phi_i, \Phi_j\right) \\ X_0(t) = \int_0^t v_0(x_{ij}, \tau) \cdot n_{ij} d\tau \end{cases} \quad (3.67)$$

Où $v_0(x_{ij})$ est la vitesse de déplacement de l'interface entre les particules i et j dans le référentiel absolu. La solution du problème de Riemann, notée Φ_E , dépend des états Φ_i et Φ_j ainsi que du rapport x/t qui sera présentée au Chapitre 3.2.4.

3.2.3 Système d'Equations

En introduisant le schéma de Godunov, l'approximation particulière des lois de conservation dans l'Equation 3.63 est finalement exprimée par l'approximation particulière [190] :

$$\frac{d}{dt}(\omega_i \Phi_i) + \omega_i \sum_{j \in D_i} \omega_j 2G_E(\phi_i, \phi_j) \nabla_i W_{ij} = \omega_i Q_V \quad (3.68)$$

D_i est le support du noyau pour la particule i et G_E représente le flux de Godunov adapté au problème de Riemann :

$$\begin{cases} G_E(\varphi_i, \varphi_j) = F_E(\varphi_{ij}(\lambda_0^{ij})) - v_0(x_{ij}, t) \otimes \Phi_{ij}(\lambda_0^{ij}) \\ \Phi_{ij}(\lambda_0^{ij}) = \Phi_E(\lambda_0^{ij}, \Phi_i, \Phi_j) \\ \lambda_0^{ij} = v_0(x_{ij}, t) \cdot n_{ij} \end{cases} \quad (3.69)$$

La solution du problème de Riemann est recherchée le long des caractéristiques $x/t = \lambda_0^{ij}$ et correspond à la vitesse de déplacement du point milieu x_{ij} dans la direction n_{ij} (Figure 3.6). Φ_i et Φ_j sont les vecteurs des variables conservatives respectivement en i et j . Φ_{ij} est la solution du problème de Riemann mobile qui dépend de λ_0^{ij} , Φ_i et Φ_j .

Le système complet sous sa forme discrète en utilisant le schéma de Godunov conduit à :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(x_i) = v_0(x_i, t) \\ \frac{d}{dt}(\omega_i) = \omega_i \sum_{j \in D_i} \omega_j (v_0(x_j) - v_0(x_i)) \nabla_i W_{ij} \\ \frac{d}{dt}(\omega_i \rho_i) + \omega_i \sum_{j \in D_i} \omega_j 2\rho_{E,ij} (v_{E,ij} - v_0(x_{ij}, t)) \cdot \nabla_i W_{ij} = 0 \\ \frac{d}{dt}(\omega_i \rho_i v_i) + \omega_i \sum_{j \in D_i} \omega_j 2[\rho_{E,ij} v_{E,ij} \otimes (v_{E,ij} - v_0(x_{ij}, t)) + p_{E,ij}] \cdot \nabla_i W_{ij} = \omega_i \rho_i g \end{cases} \quad (3.70)$$

où $(\rho_{E,ij}, v_{E,ij}) = \Phi_{ij}(\lambda_0^{ij})$ sont les solutions de la densité et de la vitesse du problème de Riemann mobile du point milieu entre les points i et j et ω est un volume unitaire d'une particule.

En incorporant la technique de renormalisation le système 3.70 devient :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(x_i) = v_0(x_i, t) \\ \frac{d}{dt}(\omega_i) = \omega_i \sum_{j \in D_i} \omega_j (v_0(x_j) - v_0(x_i)) B_{ij} \nabla_i W_{ij} \\ \frac{d}{dt}(\omega_i \rho_i) + \omega_i \sum_{j \in D_i} \omega_j 2\rho_{E,ij} (v_{E,ij} - v_0(x_{ij}, t)) \cdot B_{ij} \nabla_i W_{ij} = 0 \\ \frac{d}{dt}(\omega_i \rho_i v_i) + \omega_i \sum_{j \in D_i} \omega_j 2[\rho_{E,ij} v_{E,ij} \otimes (v_{E,ij} - v_0(x_{ij}, t)) + p_{E,ij}] \cdot B_{ij} \nabla_i W_{ij} = \omega_i \rho_i g \end{cases} \quad (3.71)$$

avec $B_{ij} = 0.5(B_i + B_j)$ où B_i et B_j sont les matrices de renormalisation aux particules i et j respectivement (Equation 3.28).

3.2.4 Solveur de Riemann

La solution du problème de Riemann est présenté au Chapitre 3.2.2 (plus de détails peuvent être trouvés ailleurs [110, 98]). L'exemple d'un cas bi-dimensionnel est considéré avec la direction (1) reliant les deux particules et la direction (2) qui lui est orthogonale. Les équations d'Euler sous forme non-conservative sans le terme source s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + v^{(1)} \frac{\partial \rho}{\partial x^{(1)}} + v^{(2)} \frac{\partial \rho}{\partial x^{(2)}} + \rho \left(\frac{\partial v^{(1)}}{\partial x^{(1)}} + \frac{\partial v^{(2)}}{\partial x^{(2)}} \right) = 0 \\ \frac{\partial v^{(1)}}{\partial t} + v^{(1)} \frac{\partial v^{(1)}}{\partial x^{(1)}} + v^{(2)} \frac{\partial v^{(1)}}{\partial x^{(2)}} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x^{(1)}} = 0 \\ \frac{\partial v^{(2)}}{\partial t} + v^{(1)} \frac{\partial v^{(2)}}{\partial x^{(1)}} + v^{(2)} \frac{\partial v^{(2)}}{\partial x^{(2)}} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x^{(2)}} = 0 \end{cases} \quad (3.72)$$

La pression est reliée à la densité par l'équation de Tait (Equation 3.50) avec la vitesse locale du son correspondante qui est donnée par :

$$c^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} = \frac{\gamma}{\rho} (p + B) \quad (3.73)$$

L'Equation 3.73 associe la relation entre les dérivées spatiales ou temporelles de pression et densité :

$$\frac{\partial p}{\partial a} = c^2 \frac{\partial \rho}{\partial a}, \quad a \in t, x, z \quad (3.74)$$

Il s'agit un problème monodimensionnel où son utilisation est dans le cas 2D ainsi que 3D. En prenant en compte le système d'Equations 3.72 et 3.74 et en considérant une hypothèse de problème monodimensionnel (Equation 3.66), le système 3.72 peut s'écrire sous la forme matricielle :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + A \frac{\partial \Phi}{\partial x^{(1)}} = 0 \quad (3.75)$$

La matrice jacobienne A du système s'écrit :

$$A = \begin{bmatrix} v^{(1)} & \rho & 0 \\ \frac{c^2}{\rho} & v^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & v^{(1)} \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

Avec $\Phi = (\rho, v^{(1)}, v^{(2)})$. Trois valeurs propres réelles distinctes sont alors trouvées :

$$\begin{cases} \lambda_1 = v^{(1)} - c \\ \lambda_2 = v^{(1)} \\ \lambda_3 = v^{(1)} + c \end{cases} \quad (3.77)$$

Ces valeurs propres sont associées à des ondes (Figure 3.7). La valeur propre λ_1 correspond à une onde qui se propage vers la gauche et la valeur propre λ_3 correspond à une onde qui se propage vers la droite, ces ondes pouvant être soit une onde de choc soit une onde de détente. La valeur propre λ_2 correspond à une onde centrale (onde de discontinuité de contact) liée à une ligne de glissement au travers de laquelle la vitesse tangentielle $v^{(2)}$ est discontinue (Figure 3.7). Ces valeurs propres séparent le plan de solution (x,t) par trois zones.

Le problème de Riemann monodimensionnels est considéré ici avec une condition initiale discontinue en $x^{(1)} = 0$. La résolution du problème de Riemann en tout point et en tout instant est

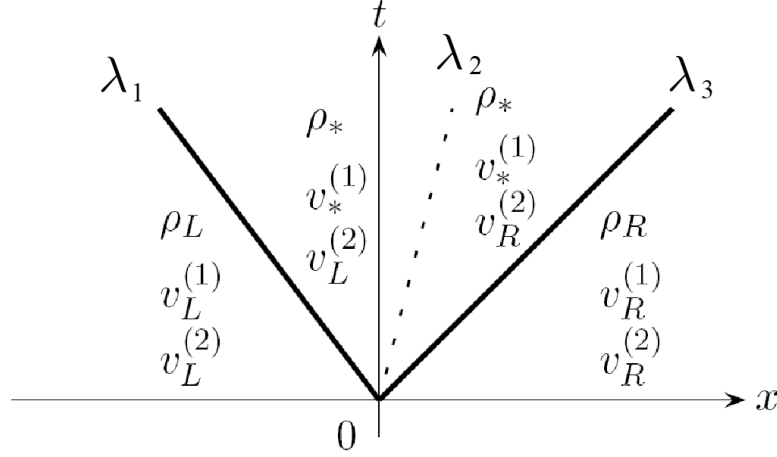


FIGURE 3.7: Problème de Riemann monodimensionnel entre chaque paire de points de calcul voisin [110].

trouvé en connaissant la nature de chacune des ondes, les états de chacune des zones et la vitesse des ondes. L et R sont respectivement les états dits "à gauche" et "à droite" de la discontinuité située en $x^{(1)} = 0$ pour chaque paire de particules voisines (Figure 3.6). En connaissant les deux zones d'état Φ_L et Φ_R , la solution au problème de Riemann peut être déterminée dans la zone intermédiaire dite zone *, étoile (Figure 3.7).

La recherche de la solution exacte du problème est coûteuse en temps de calcul, aussi en pratique, des solutions approchées sont-elles prises en compte dans les méthodes numériques, par exemple en linéarisant le problème de Riemann. Dans ce qui suit, le solveur *Primitive Variables Riemann Solver* (PVRS) est présenté [81]. Le solveur PVRS est un solveur linéarisé dont la matrice jacobienne est constante et il prend en compte un état moyen entre les états gauche (L) et droit (R). La solution pour l'état * de ce solveur s'écrit :

$$\begin{cases} \rho_* = \frac{1}{2}(\rho_L + \rho_R) - \frac{1}{2}(v_R - v_L)\frac{\bar{\rho}}{\bar{c}} \\ v_* = \frac{1}{2}(v_L + v_R) - \frac{1}{2}(\rho_R - \rho_L)\frac{\bar{c}}{\bar{\rho}} \end{cases} \quad (3.78)$$

avec l'utilisation d'une valeur moyenne entre les états L et R pour :

$$\begin{cases} \bar{\rho} = \frac{1}{2}(\rho_L + \rho_R) \\ \bar{c} = \frac{1}{2}(c_L + c_R) \end{cases} \quad (3.79)$$

L'expression de ce solveur est très simple et nécessite un temps de calcul minimum.

3.2.5 Schéma d'ordre 2

Le schème PVRS présenté ci-dessus utilise une précision au premier ordre dans l'espace, car il est basé sur une approximation constante de la solution. Dans ce schéma d'ordre 1, l'état initial du problème de Riemann est pris au centre du volume de la discrétisation et donc cet état dépend de la discrétisation de calcul. Pour améliorer l'état initial pour la résolution du problème de Riemann, le schéma MUSCL d'ordre 2 est introduit à l'interface entre les problèmes de Riemann en considérant les valeurs de champs et leurs gradients (Figure 3.8). Les gradients des

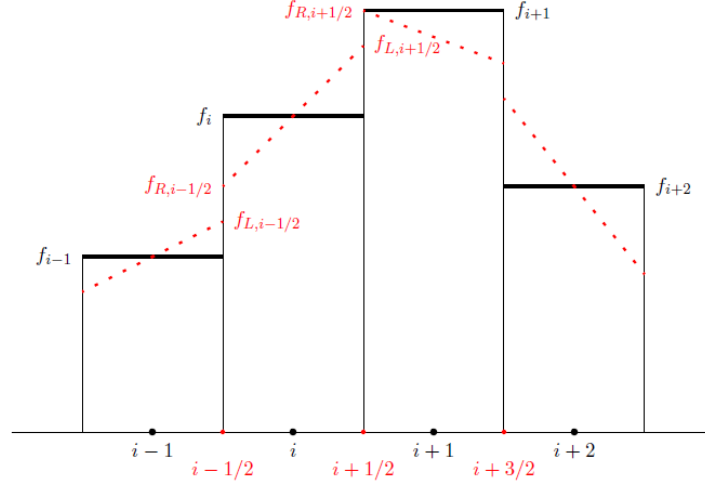


FIGURE 3.8: Schéma MUSCL d'ordre 2.

variables sont donc d'abord calculés selon la méthode SPH et ensuite utilisés pour extrapoler les valeurs des champs des centres de particules aux interfaces entre les points en interaction en appliquant les formules suivantes :

$$\begin{cases} \Phi_L = \Phi_i + \nabla_i \Phi \cdot \frac{(x_j - x_i)}{2} \\ \Phi_R = \Phi_j - \nabla_j \Phi \cdot \frac{(x_j - x_i)}{2} \end{cases} \quad (3.80)$$

En pratique, il est nécessaire de corriger l'équation 3.80 par un problème de stabilité. Dans les zones de fort gradient, cette équation provoque des oscillations locales de la solution qui peut contaminer l'écoulement de fluide et produire une divergence du calcul [110]. Une fonction limitant ξ est alors développée pour éviter l'apparition de cette instabilité.

$$\begin{cases} \Phi_L = \Phi_i + \xi(\Phi_i, \Phi_j, \nabla_i \Phi) \frac{(x_j - x_i)}{2} \\ \Phi_R = \Phi_j - \xi(\Phi_j, \Phi_i, \nabla_j \Phi) \frac{(x_j - x_i)}{2} \end{cases} \quad (3.81)$$

où ξ est une fonction non linéaire limitant les gradients. Le détail sur ce principe de limiteur est disponible dans [110].

3.2.6 Pas de temps

Le système des Equations discrétisés est intégré explicitement en temps avec un schéma de Runge-Kutta. La condition CFL s'écrit :

$$\Delta t \leq C_{CFL} \times \min\left(\frac{h_i}{c_i + 2|v_i|}\right) \quad (3.82)$$

Où : C_{CFL} est un coefficient inférieure à 1, c_i est la vitesse du son numérique de particule i et v_i est la vitesse de particule i et h_i est la longueur de lissage de particule i .

3.2.7 Conditions aux limites

Une méthode pour traiter les conditions aux limites de type paroi solide est introduite par Marongiu [110] dans la méthode SPH-ALE. Cette méthode est liée à la ré-interprétation d'un élément surfacique de paroi solide comme une interface d'un problème de Riemann. Elle correspond au schéma de Godunov pour trouver la solution de la méthode numérique. La solution du problème de Riemann, relié à une particule fluide et une particule de paroi solide, est obtenue en considérant les propriétés de l'état fluide et les conditions imposées par la paroi solide en utilisant le problème de Riemann partiel. L'avantage de cette méthode est de pouvoir traiter des géométries complexes [98].

Les équations discrètes du système 3.68 nécessite de prendre en compte un terme intégrale supplémentaire de surface. En rajoutant le terme d'intégrale, l'Equation 3.68 s'écrit :

$$\frac{d}{dt}(\omega_i \Phi_i) + \omega_i \sum_{j \in D_i} \omega_j 2G_E(\phi_i, \phi_j) \nabla_i W_{ij} + \omega_i \sum_{j \in \partial D_i} \omega_j^\partial n_j 2G_E^\partial(\phi_i, \phi_j) W_{ij} = \omega_i Q_V \quad (3.83)$$

∂D_i , ω_j^∂ et n_j sont respectivement l'intersection du noyau et de la condition aux limites, un poids surfacique issu de l'aire de l'élément surfacique en 3D ou de la longueur de l'élément surfacique en 2D et le vecteur normal unité sortant, au point de frontière j .

Le problème de Riemann pour le fluide qui est au contact de la paroi décrit maintenant l'interaction d'un état fluide (état gauche) et d'un état de paroi solide (état droite). Aucun état droit ne peut ici être défini. Selon Dubois [47], la condition aux limites surfacique peut alors être assimilée à une interface d'un problème partiel de Riemann, pour laquelle un état est absent. La solution à ce problème de Riemann partiel est définie par l'intersection de la solution d'une onde de l'état gauche avec la condition aux limites physique imposée sur la condition aux limites surfacique.

Le flux global de pression échangé entre les particules fluide j dans le domaine fluide et l'élément surfacique de la condition aux limites avec le poids ω_j^∂ est obtenu par une somme des états partiels. En considérant l'équation discrète de la quantité de mouvement (Equation 3.83), le flux de pression qu'un élément frontière i exerce sur l'écoulement s'écrit :

$$F_{i \rightarrow \Omega}^p = -\omega_i^\partial \sum_{j \in D_i} \omega_j 2p_{E,ij} W(x_i - x_j, h) n_i \quad (3.84)$$

D'autre part si p_i représente la valeur de la pression à l'élément de frontière i , ce flux de pression peut s'écrire :

$$F_{i \rightarrow \Omega}^p = -\omega_i^\partial p_i n_i \quad (3.85)$$

En égalisant les deux relations ci-dessus, on obtient la relation entre la pression p_i sur l'élément de frontière i et la pression partielle $p_{E,ij}$ induite par chaque particule locale j du domaine fluide :

$$p_i = \sum_{j \in D_i} \omega_j 2p_{E,ij} W(x_i - x_j, h) \quad (3.86)$$

Il s'agit de la somme moyenne des pressions partielles résultant du problème de Riemann partiel. L'autre avantage de cette méthode est que cette définition est conservative, ce qui signifie que la force numérique de la paroi est égale, dans la limite continue, à l'intégrale du champ de pression sur la surface de la paroi :

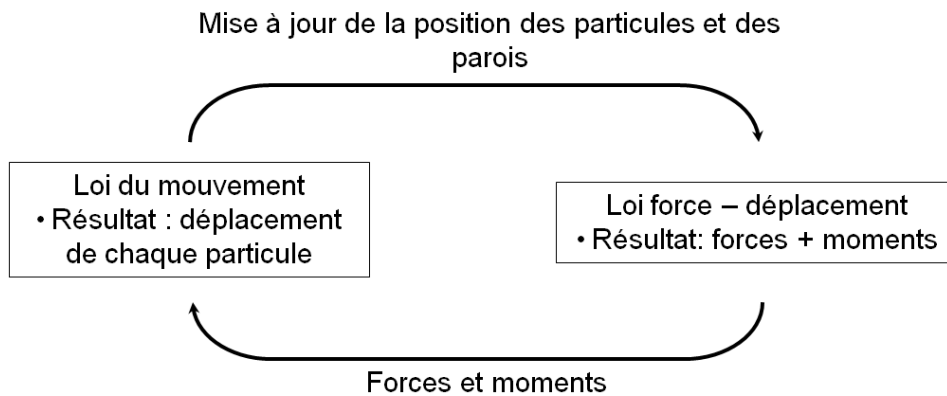


FIGURE 3.9: Cycle de calcul [80].

$$F_{\partial\Omega \rightarrow \Omega} = \sum_{j \in \partial\Omega} \omega_j^\partial p_j n_j \approx \int_{\partial\Omega} p \vec{n} dS \quad (3.87)$$

3.3 Méthode DEM

3.3.1 Introduction

La méthode aux éléments discrets (MED ou DEM - Discrete Element Method en anglais) est un outil numérique capable de décrire le comportement mécanique d'objets distincts en interaction. La méthode est basée sur l'utilisation d'un schéma numérique explicite dans lequel l'interaction de particules indéformables est contrôlée par le contact (déformable) entre les particules [40]. Cette méthode est capable de simuler le comportement mécanique des milieux granulaires. Dans cette étude, le code open source YADE (Yet Another Engine Dynamic) est utilisé pour la modélisation par approche discrète de particules solides [90].

Chaque particule dans ce code, est associée à une sphère. Les calculs s'opèrent en deux temps : la première étape consiste en l'application de la deuxième loi de Newton qui permet, à un pas de calcul donné, d'identifier la position et le torseur cinématique de chaque particule en fonction du champ sollicitant. Dans un deuxième temps, issu du mouvement relatif entre deux particules voisines, le torseur des efforts aux contacts sont réactualisés via une loi constitutive. Ainsi les contacts, qui peuvent exister entre deux particules ou entre une particule et une paroi solide, sont formés automatiquement et rompu au cours de la simulation. La position des parois solides est mise à jour en fonction des vitesses spécifiées pour le mur. Le processus de calcul est représenté dans la Figure 3.9.

3.3.2 Equations du mouvement

Chaque sphère, à chaque pas de temps, est caractérisée par la position, la vitesse et l'accélération, définissant son mouvement de translation et de rotation. Les forces et moments agissant sur la particule sont calculés. Les Equations du mouvement peuvent être exprimées sous forme de deux équations :

- Equation du mouvement de translation

$$F_i = m(\ddot{x} - g_i) \quad (3.88)$$

où F_i , m , g_i sont respectivement la force résultante agissant sur la particule, sa masse totale et le vecteur accélération de pesanteur.

– Equation du mouvement de rotation

$$M_i = I\dot{\omega}_i \quad (3.89)$$

où I et M_i indique le moment d'inertie de la particule et le moment résultant agissant sur la particule.

Les équations de mouvement sont intégrées en utilisant une procédure de différences finies d'ordre 2 :

$$\ddot{u}^{(t)} = \frac{u^{t-\Delta t} - 2u^t + u^{t+\Delta t}}{\Delta t^2} \quad (3.90)$$

Ces expressions entrent dans le calcul de \dot{x}_i et $\dot{\omega}_i$ au temps intermédiaire $t \pm \Delta t/2$.

$$\dot{u}^{(t+\Delta t/2)} = \dot{u}^{(t-\Delta t/2)} + \ddot{u}^{(t)} \Delta t \quad (3.91)$$

Les vitesses calculées permettent la mise à jour des positions des centres des particules, pour l'instant $t + \Delta t$. Les forces et les moments sont ensuite calculés par l'application de la loi force-déplacement.

$$u^{(t+\Delta t)} = u^t + \Delta t(\dot{u}^{t-\Delta t/2} + \ddot{u}^t \Delta t) \quad (3.92)$$

3.3.3 Loi constitutive au contact

YADE permet de définir un torseur des efforts de contact ayant une composante d'effort de contact et un moment de résistance au roulement qui modéliserait l'effet d'un contact plan entre deux particules. Le plan de contact est défini par le plan dont la normale est dirigée par le vecteur reliant les deux centres de particules.

Le modèle constitutif agissant au contact se compose de différentes parties, le modèle minimum étant le modèle de rigidité mais on peut y adjoindre un modèle de glissement et/ou un modèle de colle.

3.3.4 Modèle élastique

A travers le modèle de contact élastique, les efforts agissant sur le plan de contact sont reliées aux deux éléments correspondants de déplacement à travers une rigidité normale et une rigidité tangentielle. Les efforts aux contacts sont alors définis par :

$$F_i = F_i^n + F_i^s \quad (3.93)$$

La force de contact normale est calculée par :

$$F_i^n = K_n U_n \quad (3.94)$$

où K_n est la raideur normale définie au niveau du contact.

D'autre part, la composante tangentielle de l'effort de contact est calculée en fonction du déplacement relatif tangentiel entre deux particules ou entre une particule et une paroi solide. Une valeur incrémentale de la force tangentielle est plus précisément calculée par l'expression suivante :

$$\Delta F_i^s = -K_s \Delta U_i^s \quad (3.95)$$

où ΔU_i^s est le vecteur déplacement tangentiel incrémental de contact, calculé pour un pas de calcul en fonction de la composante tangentielle de la vitesse de contact. La nouvelle force de contact tangentielle se trouve en additionnant la force de contact tangentielle du pas de calcul précédent avec la force incrémentale du pas actuel. La procédure de calcul est montrée dans la Figure 3.9.

Le contact entre deux sphères peut aussi introduire un moment de flexion et un moment de torsion. Elles s'écrivent respectivement :

$$M_r = K_r \Theta_r \quad (3.96)$$

$$M_{tw} = K_{tw} \Theta_{tw} \quad (3.97)$$

La valeur de la rigidité de roulement K_r et K_{tw} sont respectivement :

$$K_r = \alpha_{K_r} R_1 R_2 K_s \quad (3.98)$$

$$K_{tw} = \alpha_{K_{tw}} R_1 R_2 K_s \quad (3.99)$$

Le modèle de contact élastique fournit une relation entre la force de contact et le déplacement relatif. Le modèle de glissement impose une relation entre les forces de contact normale et tangentielle. Le modèle de colle permet de limiter le total des forces normale et cisaillement que le contact peut apporter en imposant des résistances limites de colle.

Modèle élastique linéaire

Le modèle de contact linéaire est défini par les rigidités normale et cisaillement K_n et K_s des deux entités de contact (sphère-sphère ou sphère-mur). La rigidité de contact pour le modèle de contact linéaire est calculée en supposant que les raideurs des deux entités de contact agissent en série (Figure 3.10). La rigidité normale de contact est calculée en fonction du rayon des particules et du module de Young des particules en interaction :

$$K_n = \frac{2E_1 R_1 E_2 R_2}{E_1 R_1 + E_2 R_2} \quad (3.100)$$

Et la rigidité de contact tangentielle est donnée en introduisant le coefficient de Poisson ν :

$$K_s = \nu \times K_n \quad (3.101)$$

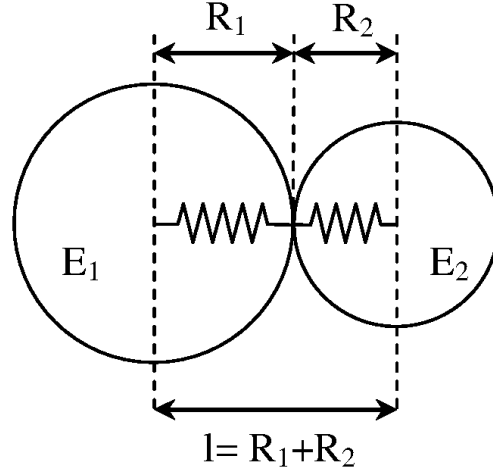


FIGURE 3.10: Série de 2 ressorts représentant les raideurs normales de contact entre 2 sphères.

Modèle de glissement

Le modèle de glissement permet le déclenchement d'un glissement par la limitation de la force de tangentielle (loi de Coulomb). Il est défini par le coefficient de frottement au point de contact, μ et s'écrit :

$$F_s^{\max} = \mu |F_n| \quad (3.102)$$

$$F_s^{\max} = F_n \tan(\phi_s) \quad (3.103)$$

où ϕ_s est l'angle de frottement inter-granulaire.

Modèle de colle

Ce modèle permet aux particules d'être collées aux points de contacts. Un contact de colle peut être considéré comme une paire de ressorts élastiques avec les rigidités normale et tangentielle constante agissant sur le point de contact. L'état de la valeur maximale de la force de traction est donné par :

$$F_N^{\max} = C_N \quad (3.104)$$

L'état de plasticité définit la valeur maximale de la force de tangentielle [172] :

$$F_T^{\max} = C_T + F_N \tan(\phi) \quad (3.105)$$

où ϕ est l'angle de frottement de contact, C_N est la force de cohésion normale et C_T est la force de cohésion tangentielle :

$$C_N = -c_N \cdot (\min(R_1, R_2))^2 \quad (3.106)$$

$$C_T = -c_T \cdot (\min(R_1, R_2))^2 \quad (3.107)$$

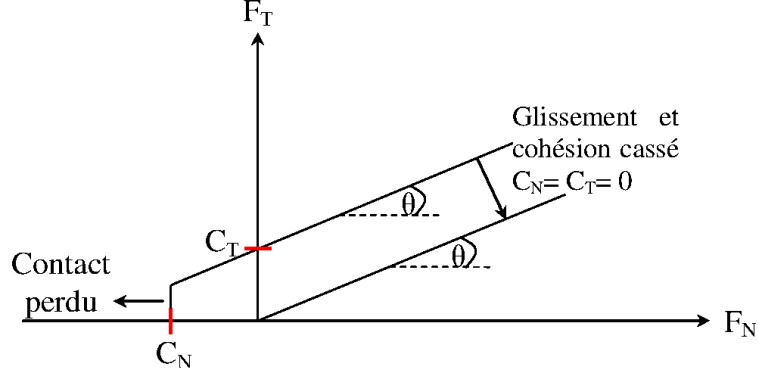


FIGURE 3.11: Loi de contact cohésif utilisé dans la méthode DEM.

où c_N est la cohésion normale et c_T est la cohésion tangentielle et (R_1, R_2) les rayons entre deux particules en contact.

Si les forces normales au contact sont comptées négatives en traction alors la rupture en traction du contact (qui est perdu) se produit si :

$$F_N < C_N \quad (3.108)$$

En raison de l'introduction d'une force cohésion normale C_N au contact, les forces normales en traction sont autorisées pour $F_N \geq C_N$ (C_N est alors à valeur négative). Le glissement tangentiel se produit si :

$$|F_T| > F_T^{\max} \quad (3.109)$$

Lorsque le glissement se produit, le contact devient purement frottant (Figure 3.11).

3.3.5 Pas de temps de calcul

Comme le schéma de résolution est basé sur la discrétisation du temps, la convergence vers une solution stable dépend du pas de temps Δt qui doit être limité.

Dans Yade, chaque particule a sa masse volumique (ρ) et son module d'Young (E). Le schéma d'intégration explicite impose un pas de temps critique basé sur la vitesse sonique $\sqrt{E/\rho}$ de l'onde élastique qui ne doit pas se propager plus loin qu'une distance minimale l_{\min} lors d'un pas de temps de calcul. Le pas de temps critique s'écrit :

$$\Delta t_{\text{critique}} = l_{\min} \sqrt{\frac{\rho}{E}} \quad (3.110)$$

Où l_{\min} est égal au un rayon R_i de la sphère. Le pas du temps alors s'écrit :

$$\Delta t = C \times \min_i R_i \sqrt{\frac{\rho_i}{E_i}} \quad (3.111)$$

Avec C est une constante inférieure à 1.

3.3.6 Amortissement numérique

Une dissipation énergétique est présente dans le système par glissement et frottement au niveau des contacts. Cependant, cette dissipation peut ne pas être suffisante pour atteindre rapidement une solution stationnaire. C'est pourquoi un amortissement numérique peut être rajouté. Par exemple, grâce à l'amortissement numérique, le mouvement de chute libre est amorti comme si la particule tombait à travers un liquide visqueux. Il s'écrit :

$$F_{d\text{-num}} = -\alpha |F_i| \text{sign}(\dot{x}) \quad (3.112)$$

où α est le paramètre d'amortissement numérique constant (sans dimension) ; F_i est la force composite qui est définie comme la somme vectorielle de toutes les forces appliquées sur un objet (particule ou mur), le terme $\text{sign}(\dot{x})$ vaut +1, 0 ou -1 si x est respectivement à valeur positive, nulle ou négative. Ici, cette force d'amortissement est définie au centre d'une particule et de par sa forme, seul le mouvement d'accélération est amorti.

Chapitre 4

Écoulement autour d'un cylindre fixe

Un problème d'érosion pour un ouvrage hydraulique, qu'elle soit interne ou externe, met en jeu un écoulement se réalisant en partie autour de grains solides. L'étude de l'écoulement autour d'un cylindre fixe semble alors la première étape à franchir pour valider l'utilisation d'un outil numérique simulant des écoulements fluides et à vocation de décrire cet écoulement le long de frontières solides complexes. Ce problème académique, amplement documenté, a fait l'objet de recherches expérimentales depuis de nombreuses décennies [67, 74, 203] et sert généralement de cadre de validation des méthodes numériques [4, 46, 91, 146, 149, 117, 64]. En termes scientifiques, l'écoulement autour de cylindres montre une variété de phénomènes dynamiques qui peuvent être analysés comme l'allure de l'écoulement, le décollement, l'instabilité d'écoulement, la formation de tourbillons et la transition du régime d'écoulement laminaire vers le régime turbulent.

Ce problème n'a pour l'instant jamais été traité par le code ASPHODEL, aussi ce travail s'inscrit-il plus généralement dans la procédure de validation du code. Dans ce chapitre, nous donnons les conditions permettant de produire des résultats quantitatifs par comparaison avec des solutions expérimentales ou numériques existantes. A chaque fois, l'effort pour obtenir un résultat de qualité est confronté au temps de calcul nécessaire pour l'obtenir. Comme déjà énoncé, le code ASPHODEL ne possède pas encore de modèle turbulent, l'étude présente ne s'intéressera alors qu'au régime laminaire pour un nombre de Reynolds (Re) inférieur à 1000.

On présente d'abord le problème de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire. Par la suite, la calibration des paramètres numériques et géométriques (pas du temps, dimension et discrétisation du domaine de calcul) est effectuée pour l'étude d'un écoulement autour d'un cylindre circulaire avec un nombre de Reynolds de 1000. La validation du code est alors proposée par des simulations numériques 2D de l'écoulement non-visqueux et visqueux autour d'un cylindre circulaire isolé, en mode eulérien. Des calculs pour des nombres de Reynolds de 40, 100 et 1000 sont choisis car de nombreux résultats numériques sont disponibles dans la littérature pour ces valeurs et aideront aux comparaisons. Les forces de traînée et de portance, la distribution de pression autour du cylindre ainsi que le nombre de Strouhal (St) sont confrontés aux résultats issus de la littérature (expérimentaux ou numériques). Enfin l'élargissement de la validation du problème du cylindre à des géométries plus complexes telle que le carré ou le triangle est faite pour un Reynolds de 40 et de 100.

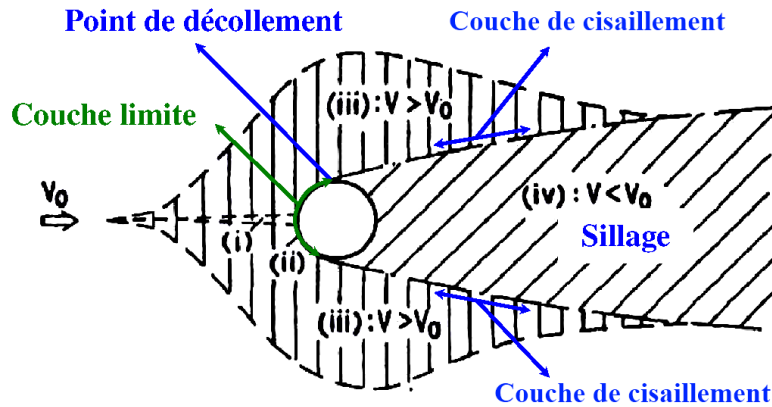


FIGURE 4.1: Régions de l'écoulement perturbé autour d'un cylindre circulaire [203].

4.1 Écoulement autour d'un cylindre circulaire

La présence d'un objet dans un fluide en écoulement induit une perturbation de cet écoulement au voisinage de l'objet. L'écoulement perturbé est caractérisé par une variation de la vitesse temporelle locale du fluide par rapport à l'écoulement non perturbé. Cette vitesse fluide peut être supérieure, inférieure ou égale à la vitesse de l'écoulement non perturbé. La Figure 4.1 montre ainsi différentes zones pour l'écoulement autour d'un cylindre circulaire [203] :

- (i) Région de l'écoulement retardé
 Cette région étroite à l'avant du cylindre contient le point d'arrêt du cylindre où la vitesse est nulle et la pression maximale.
- (ii) Couches limites attachées à la surface du cylindre
 Les couches limites autour du cylindre sont soumises à un gradient de pression favorable ($\partial p / \partial x < 0$), suivie par une petite région de gradient de pression défavorable ($\partial p / \partial x > 0$), avant la séparation. Des couches limites continuent à se développer en aval du cylindre (couches libres) ; elles délimitent la région de sillage.
- (iii) Deux régions latérales de l'écoulement
 Dans cette région, la vitesse du fluide est accélérée et la caractéristique de l'écoulement peut être affectée par un effet de blocage (condition aux limites horizontales proches du cylindre).
- (iv) Région à l'aval du cylindre où se trouve la séparation de l'écoulement (sillage)
 Elle fait l'objet de nombreuses recherches. Le comportement des structures d'écoulement dans le sillage dépend de l'état de l'écoulement qui peut être laminaire, de transition ou turbulent selon la valeur du nombre de Reynolds.

4.1.1 Nombre de Reynolds

La nature de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire dépend du nombre de Reynolds. Ce nombre représente essentiellement le rapport entre les forces d'inertie et les forces de frottement d'origine visqueuse. Dans le cas d'un écoulement autour d'un cylindre, le nombre de Reynolds s'écrit :

$$Re \sim \frac{\text{force d'inertie}}{\text{force visqueuse}} \quad (4.1)$$

$$Re = \frac{\rho_f \bar{v} D}{\mu} = \frac{\bar{v} D}{\nu} \quad (4.2)$$

où D est le diamètre du cylindre circulaire (m), \bar{v} est la vitesse uniforme moyenne d'entrée de l'écoulement (m/s), ρ_f est la densité du fluide (kg/m^3), μ est la viscosité dynamique du fluide (Pa.s) et ν est la viscosité cinématique du fluide (m^2/s).

La classification de l'écoulement autour d'un cylindre en cinq régimes selon la valeur du nombre de Reynolds a été suggérée par Morkovin [126] et peuvent être trouvés dans [203]. Ils sont notés L, TrW, TrSL, TrBL et T :

- L : Ecoulement laminaire à faible nombre de Reynolds, $Re < 200$. On distingue 3 sous-régimes, L1, L2 et L3.
 - L1 : Ecoulement laminaire sans séparation (écoulement rampant) pour $Re \leq 4 - 5$ (Figure 4.2(a)). Lorsque Re est très faible, le fluide s'attache à la surface du cylindre. Pour $Re = 3.5$, un gradient de pression favorable s'étend jusqu'à 115° mesuré dans le sens des aiguilles d'une montre à partir point d'attaque du cylindre et suivie d'un très faible gradient de pression défavorable qui est insuffisant pour provoquer une séparation [203].
 - L2 : Ecoulement laminaire avec séparation de l'écoulement et la formation de deux zones de recirculation symétriques de taille limitée pour $4 - 5 < Re < 30 - 48$ (Figure 4.2(b)). La première instabilité de l'écoulement apparaît pour $Re = 47$. Au-dessous de ce seuil, l'écoulement est stationnaire et présente un plan de symétrie. Au-dessus de ce seuil, l'écoulement stationnaire est devenu instable : la symétrie est brisée et l'écoulement devient périodique [164].
 - L3 : Ecoulement laminaire non-stationnaire périodique avec formation de tourbillons à l'aval du cylindre (allées tourbillonnaires de Bénard-Von Karman) pour $30 - 48 < Re < 180 - 200$ (Figure 4.2(c)).
- TrW : Ecoulement de transition de régime dans le sillage du cylindre, $180 - 200 < Re < 350 - 400$ (Figure 4.3). On peut distinguer 2 sous-régimes :
 - TrW1 : Le sillage périodique laminaire devient instable d'abord loin du cylindre et à mesure que Re augmente, l'instabilité affecte une zone plus proche du cylindre. Des effets 3D semblent apparaître pour des Re supérieurs à 190 [157, 64].
 - TrW2 : pour $Re > 220 - 250$ l'instabilité impacte finalement les tourbillons dès leur formation.
- TrSL : Ecoulement de transition de régime affecte les couches de cisaillement pour la gamme $350 - 400 < Re < 10^5 - 2 \cdot 10^5$ (Figure 4.2(d)) et on distingue 3 sous-régimes :
 - TrSL1 : $350 - 400 < Re < 1 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^3$: la transition se produit le long des couches de cisaillement, tandis que les couches limites pariétales (parois du cylindre) restent parfaitement en régime laminaire. Des ondes de transition apparaissent sous la forme d'ondulations des couches de cisaillement.
 - TrSL2 : $1 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^3 < Re < 20 \cdot 10^3 - 40 \cdot 10^3$: comme Re augmente, les ondes de transition se manifestent par des tourbillons le long de la couche de cisaillement qui deviennent turbulent loin du cylindre.
 - TrSL3 : $20 \cdot 10^3 - 40 \cdot 10^3 < Re < 100 \cdot 10^3 - 200 \cdot 10^3$: enfin la turbulence se produit dans les couches de cisaillement proche du cylindre et la formation de tourbillons affecte la zone aval du cylindre au contact de ce dernier.
- TrBL : $1 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^5 < Re < 6 \cdot 10^6$, la transition du régime laminaire vers turbulent affecte la couche limite pariétale (Figure 4.2(e)).
- T : toutes les régions perturbées de l'écoulement autour du cylindre sont en régime turbulent.

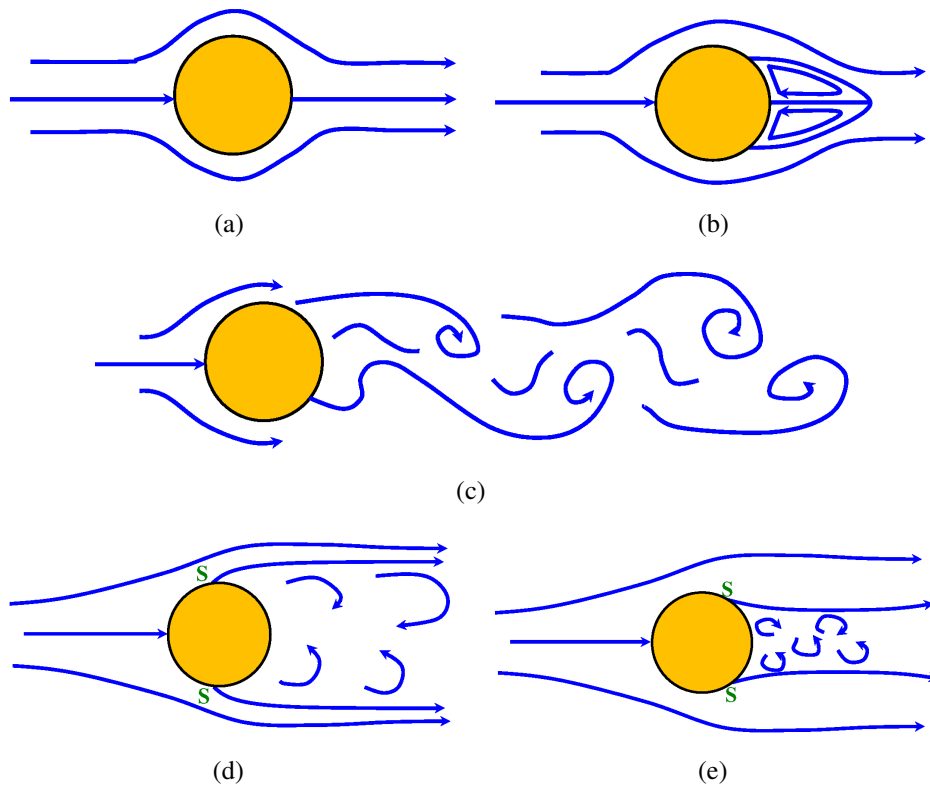


FIGURE 4.2: Différentes l'allures de l'écoulement autour d'un cylindre : (a) écoulement rampant L1 ; (b) sillage avec recirculation L2 ; (c) tourbillons alternés de direction opposée (allée de tourbillons de Bénard-Von Karman) L3 ; (d) couche limite pariétale laminaire avec un grand sillage turbulent TrSL, S est le point de décollement/separation ; (e) écoulement turbulent avec le sillage turbulent étroit TrBL.



FIGURE 4.3: Allure de l'écoulement autour d'un cylindre pour $Re = 190$ [202].

Écoulement laminaire versus turbulent

En écoulement laminaire, les effets visqueux dominent les effets inertiels et si à un instant donné deux particules fluides sont voisines, elles le resteront à l'instant suivant. Le mouvement des particules fluides se produit ainsi de façon régulière et ordonnée.

La turbulence est un phénomène d'écoulement du fluide qui se produit lorsque les effets d'inerties dus à la vitesse dominent les effets visqueux. L'écoulement turbulent est irrégulier, aléatoire et chaotique. Il se compose de tourbillons instables sur de nombreuses échelles et qui interagissent les uns avec les autres. L'écoulement turbulent est dissipatif, ce qui signifie que l'énergie cinétique en excès est transformée en énergie interne à l'aide de tourbillons dissipatifs. Les petits tourbillons reçoivent l'énergie cinétique par les tourbillons de taille un peu plus grande. Ces derniers reçoivent leur énergie par les tourbillons plus grands et ainsi de suite. Les plus grands tourbillons extraient leur énergie de l'écoulement moyen du fluide. Ce phénomène est appelé cascade d'énergie. La présence de la turbulence rend l'obtention d'une solution numérique difficile en raison de l'apparence très désordonnée, des variations rapide et aléatoire des vitesses et pressions de fluide en espace et en temps [203]. Un modèle dit "turbulence" doit être adjoint au modèle de base pour simuler convenablement ces phénomènes. On peut citer les modèles *Reynolds Averaged Navier Stokes* (RANS) [155], *Large Eddy Simulations* (LES) [171], *Detached Eddy Simulations* (DES) [177] et *Direct Numerical Simulation* (DNS) [137].

On notera que les écoulements dans les essais d'érosion (HET ou JET), reflétant les conditions naturelles dans les ouvrages hydrauliques, sont presque toujours turbulents.

4.1.2 Couche limite et décollement

On appelle couche limite la mince couche de fluide qui se développe à la surface d'un solide et où les effets de la viscosité sont importants. On montre dans la Figure 4.4 la couche limite créée autour d'objets de différentes formes. L'épaisseur de la couche limite est généralement faible et le gradient de vitesse est important dans cette région où les particules fluides subissent une contrainte de cisaillement élevée. L'épaisseur de la couche limite δ est définie comme la zone où la vitesse est inférieure à 99% de la vitesse de l'écoulement non-perturbé (vitesse en un point situé loin de l'objet) [3]. Le profil de vitesse varie rapidement dans cette couche et l'écoulement au sein de cette couche dépend de la compétition entre les forces d'inertie et les forces visqueuses [23]. A l'extérieur de cette couche, les gradients de vitesse sont faibles et les effets visqueux négligeables.

Pour un fluide parfait (fluide non-visqueux), l'écoulement autour d'un cylindre n'engendre ni traînée, ni dissipation, ni tourbillons et l'écoulement est réversible. En considérant le cas d'écoulement non-visqueux autour d'un cylindre circulaire, la vitesse d'écoulement accélère de D à E puis décélère entre E et F (Figure 4.6). Selon les Equations 3.35, la seule cause de l'accélération et de la décélération de l'écoulement non-visqueux (où le terme visqueux est négligé) provient du terme de pression, ∇p . Ainsi, il faut qu'il existe un gradient de pression favorable $\frac{\partial p}{\partial x} < 0$ pour accélérer le fluide le long de la surface de D à E et d'un gradient de pression défavorable (adverse) $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$ pour décélérer le fluide entre E et F. La caractéristique de l'écoulement non-visqueux est symétrique : le fluide arrive en F avec la même vitesse qu'en D.

L'écoulement d'un fluide visqueux peut être divisé en deux régions : la couche limite mince proche de la paroi, dans lequel le frottement doit être pris en compte et la région à l'extérieur de la couche limite où les forces dues au frottement sont faibles et peuvent être négligées (Figure 4.5). Lorsque le fluide visqueux arrive à l'aval du cylindre circulaire, le fluide décélère là où la

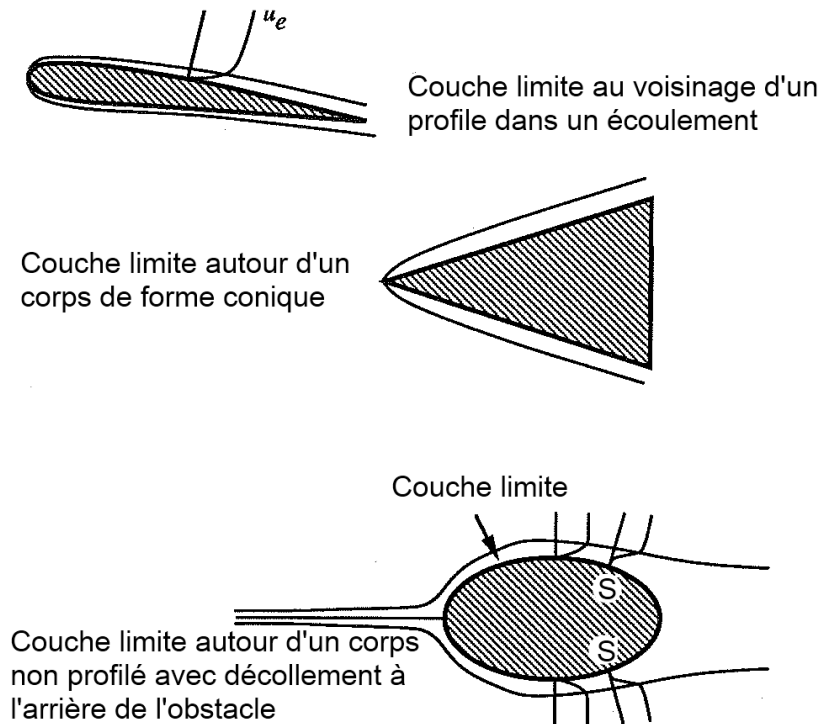


FIGURE 4.4: Différents types de couches limites [23].

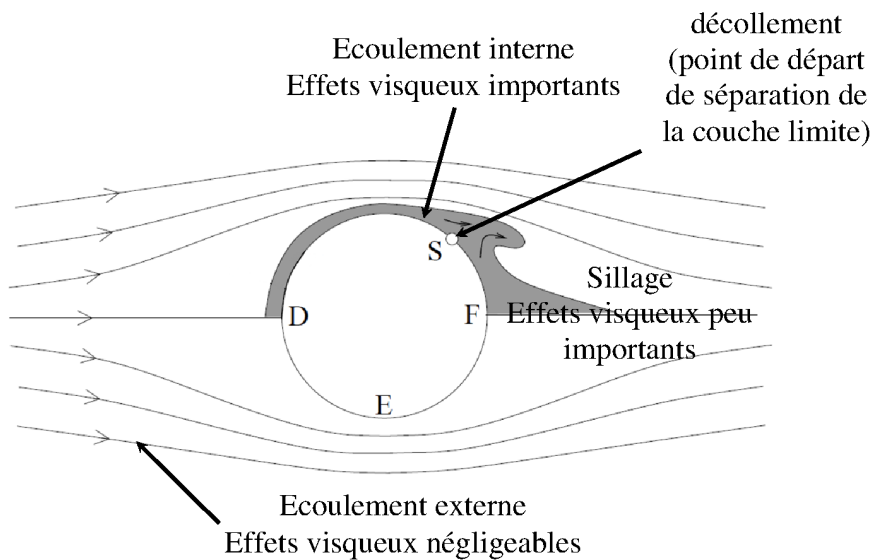


FIGURE 4.5: Champ de pression et point de décollement pour l'écoulement autour d'un cylindre circulaire [54].

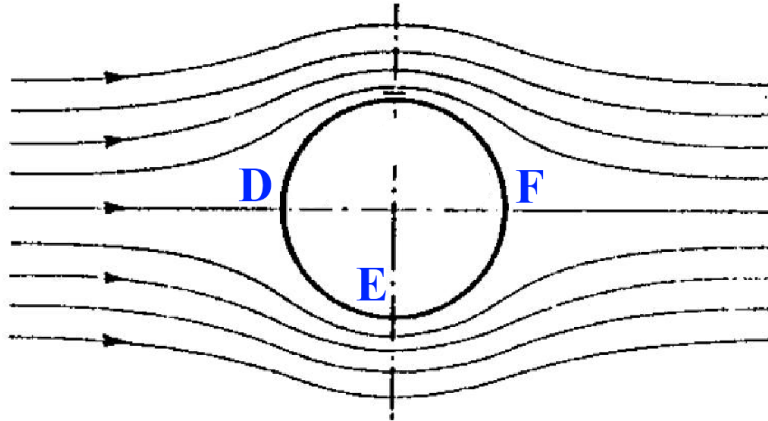


FIGURE 4.6: Ecoulement non visqueux autour d'un cylindre circulaire [3].

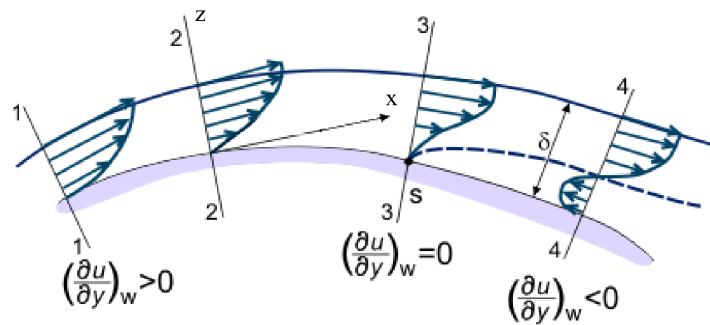
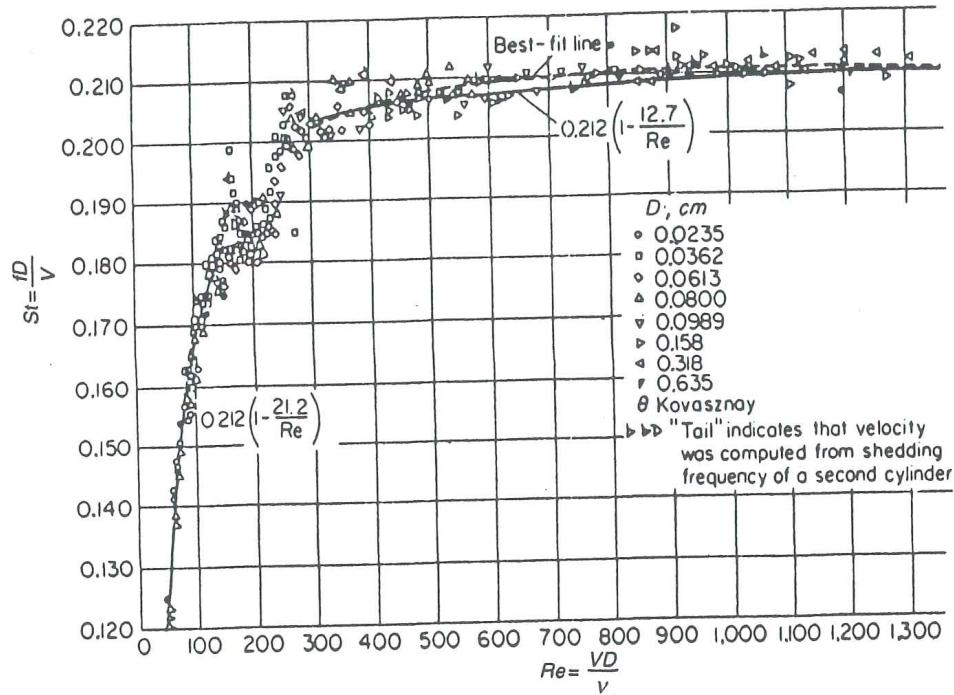


FIGURE 4.7: Couche limite de l'écoulement sur une surface solide.

pression augmente dans le sens de l'écoulement ($\frac{\partial p}{\partial x} > 0 \Rightarrow$ gradient de pression défavorable). A l'extérieur de la couche limite, le fluide a assez de quantité de mouvement pour surmonter cette pression. La force d'inertie du fluide dans la couche limite doit compenser deux forces de résistance au mouvement : le gradient de pression adverse et la force visqueuse agissant toutes deux dans le même sens. La quantité de mouvement des particules fluide diminue ainsi graduellement pour s'annuler et éventuellement inverser la direction de l'écoulement produisant un fort épaissement de la couche limite. Lorsque cette inversion d'écoulement se produit, l'écoulement fluide se détache de la surface du cylindre en un point dit de décollement S (Figure 4.5 et Figure 4.7).

Le phénomène de décollement est généralement accompagné par la formation de tourbillons et peut conduire à la formation d'un sillage instable. Les tourbillons entraînent de grandes pertes d'énergie dans l'écoulement. Il peut y avoir augmentation de la traînée en particulier de la traînée de pression qui est provoquée par la différence de pression entre les surfaces amont et aval du cylindre. La séparation de l'écoulement se produit généralement au point de décollement pour θ compris entre 80° et 130° avec l'origine de θ au point d'arrêt du cylindre [203].

Le point de décollement peut aussi être défini comme étant la limite entre l'écoulement vers l'aval et un écoulement de retour (à contre-courant) dans la couche très proche de la paroi solide (Figure 4.7). Par conséquent, le point de décollement se produit lorsque le gradient de vitesse est égal à zéro à la paroi et, en ce point, la contrainte de cisaillement à la paroi vaut zéro.


 FIGURE 4.8: Variation de St selon la valeur de Re [160].

4.1.3 Nombre de Strouhal

Le nombre de Strouhal (St) est un paramètre sans dimension qui décrit l'instationnarité des tourbillons dans le sillage d'un écoulement. Il est lié à la fréquence de lâcher des tourbillons :

$$St = \frac{f_s D}{\bar{v}} \quad (4.3)$$

où D est le diamètre du cylindre (m), \bar{v} est la vitesse uniforme moyenne d'entrée de l'écoulement (m/s) et f_s est la fréquence d'émission des tourbillons ou la fréquence de Strouhal.

La Figure 4.8 montre la relation entre Re et la valeur de St [203]. Pour un Re supérieur à environ 47, les couches limites formées sur le cylindre se détachent et s'enroulent de chaque côté du cylindre conduisant à la formation de l'allée de tourbillons de Karman qui est caractérisée par la fréquence de formation des tourbillons. Le nombre de Strouhal est un paramètre intrinsèque de l'écoulement, il augmente avec le nombre de Reynolds et tend asymptotiquement vers une valeur constante de 0.20 pour $250 < Re < 10000$ [23, 141].

4.1.4 Coefficients de traînée

Lorsqu'un fluide s'écoule autour d'un cylindre fixe, ce dernier produit une force de sens opposé à la vitesse de l'écoulement qui s'appelle force de traînée. Plus généralement, cette force existe dès l'existence d'une vitesse relative entre le fluide et un solide en translation dans un fluide. Elle est dirigée dans le sens opposé du vecteur vitesse relative du solide par rapport au fluide. La traînée a deux composantes : la traînée de surface (traînée provoquée par le frottement visqueux le long de la surface du cylindre) et la traînée de forme (traînée causée par la distribution de pression non uniforme autour du cylindre). La traînée totale est la somme de ces deux

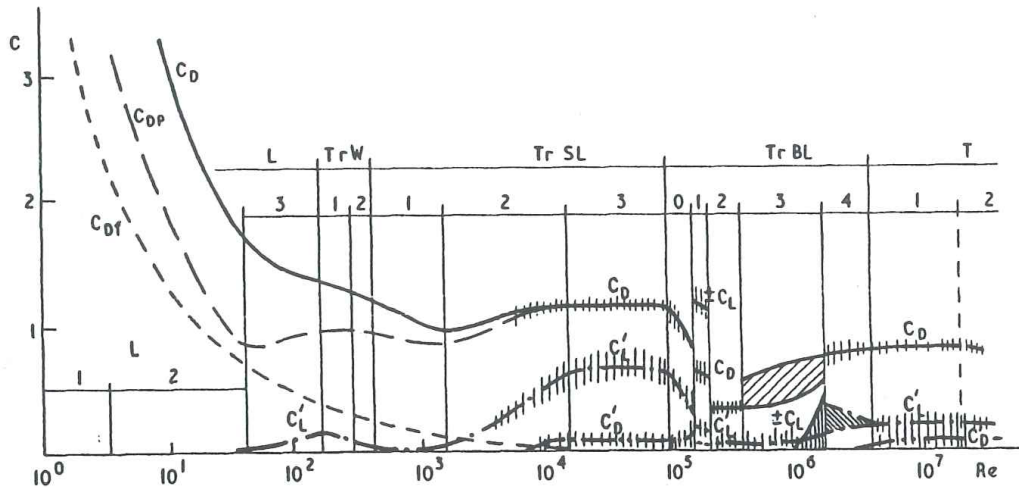


FIGURE 4.9: Variation de C_D en fonction de Re pour un écoulement autour d'un cylindre circulaire obtenue au moyen d'expériences [203].

composantes. Elle dépend de la dimension, la forme, l'orientation du corps solide par rapport à la direction de l'écoulement et la vitesse de l'écoulement fluide imposée.

Le coefficient de traînée totale se détermine par la relation :

$$C_D = \frac{F_D}{1/2\rho_f v^2 A} \quad (4.4)$$

où A est la surface projetée perpendiculairement à la direction de l'écoulement (maître-couple) (m^2) et F_D est la force de traînée totale (N).

Le coefficient de traînée C_D est relié à Re par un abaque qui a été établi par un grand nombre de recherches expérimentales pour des valeurs de Reynolds pouvant aller jusqu'à 10^7 . La Figure 4.9 présente le résultat en distinguant le coefficient de traînée de surface (C_{Df}) du coefficient de traînée de pression (C_{Dp}) et du coefficient de traînée totale (C_D) [203].

Traînée de surface

La traînée de surface est due au cisaillement visqueux qui a lieu entre la surface du cylindre et la couche de fluide en contact avec cette surface. Ces forces de frottement visqueuses se développent au sein de la couche limite, s'atténuent en s'éloignant de la surface solide pour devenir négligeables en dehors de la couche limite. Lorsqu'un fluide visqueux s'écoule sur une surface solide, la couche élémentaire de fluide directement en contact avec la surface solide peut être attachée à celle-ci (condition de non-glissement). La contrainte de cisaillement visqueuse agissant entre cette surface fluide attachée au solide et la première couche mobile de la couche limite est appelée contrainte de cisaillement de paroi solide (τ_{parois}). La force de traînée de surface due à τ_{parois} qui agit sur la surface mouillée peut être écrite comme ($F_{Df} = \tau_{\text{parois}} \times$ surface mouillée). Le coefficient de traînée de frottement est donc défini par :

$$C_{Df} = \frac{\tau_{\text{parois}}}{1/2\rho_f v^2} = \frac{F_{Df}}{1/2\rho_f v^2 A} \quad (4.5)$$

où F_{Df} est la force de traînée due à la contribution visqueuse (N) et l'aire de la surface mouillée approximée par la valeur A .

Traînée de forme

La traînée de forme ou de pression est due à des caractéristiques d'écoulement visqueux très différentes en amont et en aval du cylindre circulaire. En amont, le champ de pression est maximum et imposée par la condition de vitesse normale à la paroi nulle. Dans le sillage du cylindre, les frottements visqueux engendrent des gradients de pression défavorables conduisant à la formation de tourbillons qui peuvent être instables selon le nombre de Re considéré. La perte d'énergie qui en découle induit des champs de pression plus faibles à l'aval du cylindre voire négatives. Le coefficient de traînée due à la pression est défini par :

$$C_{Dp} = \frac{F_{Dp}}{1/2\rho_f\bar{v}^2A} \quad (4.6)$$

où F_{Dp} est la force de traînée de pression (N). Par ailleurs, la distribution de pression sur la surface du cylindre accompagnant le calcul de la force de traînée de pression peut s'exprimer sous la forme d'un coefficient de pression :

$$C_p = \frac{(p - p_o)}{1/2\rho_f\bar{v}^2} \quad (4.7)$$

où p_o est la pression statique du fluide non-perturbé (Pa), c'est à dire en amont et loin de l'objet, \bar{v} est la vitesse uniforme moyenne d'entrée de l'écoulement (m^2/s) et $1/2\rho_f\bar{v}^2$ est la pression dynamique de l'écoulement ($kg\ m^2/s^2$).

Une prédiction correcte de C_{Dp} et de la distribution C_p autour d'un cylindre par un modèle visqueux garantit que ce modèle associé à la méthode numérique des équations de la dynamique prédira correctement la séparation de l'écoulement.

Portance

La force de portance est orientée perpendiculairement à l'écoulement du fluide et donc à la force de traînée. Le coefficient de portance, C_L , est calculé de la même manière que le coefficient de traînée C_D mais dans une projection perpendiculaire à la direction de l'écoulement. Il s'écrit :

$$C_L = \frac{F_L}{1/2\rho_f\bar{v}^2} \quad (4.8)$$

4.2 Calibration des paramètres numériques et géométriques

4.2.1 Modélisation du problème mécanique

Un cylindre circulaire isolé et fixe est modélisé en 2D comme un disque dans un domaine de calcul rectangulaire en utilisant le code ASPHODEL à l'aide d'une description eulérienne de l'écoulement (Figure 4.10). La distribution des particules fluides reste donc fixe et constante tout au long de la simulation. Dans le système étudié, l'axe (x) est l'axe horizontal et l'axe (z) correspond à l'axe vertical, le centre du repère correspondant au centre du cylindre.

L'identification des paramètres numériques tels que le pas de temps de calcul (via le coefficient C_{CFL}) et la discrétisation du domaine de calcul a été réalisée. On définit aussi les dimensions minimales du domaine d'étude pour que les conditions aux limites n'altèrent pas la stabilisation de l'écoulement où n'induisent pas des effets de blocage. Ces études se basent sur

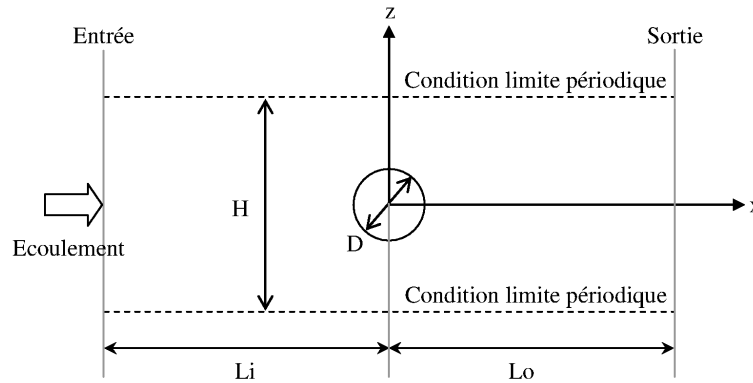


FIGURE 4.10: Système modélisé pour l'écoulement autour d'un cylindre circulaire.

une évaluation de la qualité des résultats obtenus et du coût en temps de calcul. On se référera à des études antérieures : l'influence des dimensions du domaine de calcul sur les coefficients de traînée peut être trouvée dans [4, 91, 146], celle impliquant la discrétisation du domaine de calcul dans [46, 146, 142, 170].

Dans ce travail, un écoulement à Re de 1000 est choisi comme référence car de nombreuses études impliquant un écoulement autour d'un cylindre sont disponibles dans la littérature pour un tel Reynolds [117, 203, 64, 149]. En particulier, la distribution du coefficient de pression moyenne autour du cylindre sera comparée à celle obtenue par une autre méthode numérique 2D en utilisant la méthode de frontière immergée [64]. On pourra aussi s'appuyer sur des résultats expérimentaux obtenus pour $Re = 1240$ [203], cependant, due à l'existence d'un effet 3D visibles lors des essais expérimentaux la comparaison restera dans ce cas précis plus qualitative [116, 157, 64]. Le Reynolds de 1000 est aussi choisi car il constitue une valeur vers le haut de la zone de régime laminaire au-delà duquel un modèle de turbulence doit être utilisé (en réalité Re supérieur à 2000) pour mener des calculs plus conformes à la réalité. Du fait que de forts gradients doivent pouvoir ici être captés, la discrétisation qui en résultera devra être fine. Il en découle que l'usage de ce jeu de paramètres pour des Reynolds plus faibles sera nécessairement pénalisant pour les temps de calcul.

Les caractéristiques comparées sont le coefficient de traînée due à la pression (C_{Dp}), le coefficient de portance due à la seule contribution de la pression (C_{Lp}), le coefficient de pression moyenne autour d'un cylindre (C_p) et le nombre de Strouhal issu de l'étude du coefficient de portance.

Le calcul CFD dépend fortement de la puissance de calcul. Les simulations ont été réalisées soit par calcul séquentiel, soit par calcul parallèle avec la configuration matérielle suivante :

- Séquentiel
Station fixe de DELL Précision T7500 Intel Xeon 12 processeurs, 2.67 GHz et 4 Gb de RAM sous Ubuntu 10.04 (lucid).
- Parallèle (calculateur SGI ALTIX UV 1000 - KEPLER)
Ce super-calculateur se compose de 192 processeurs, Intel Nehalem-EX 2.66 GHz, mémoire partagée : 1 To.

A chaque calcul, les temps de calcul seront donnés pour mettre en perspective l'effort demandé pour obtenir un résultat de qualité.

TABLE 4.1: Paramètres utilisés dans la simulation numérique de l'écoulement du cylindre

Géométrie	
D	0.01m
Condition limite utilisé	
Entrée	INLET-VELOCITY-NOREFLECT
Sortie	OUTLET-STATIC-PRESSURE-NOREFLECT $p = 0$
Paramètre numérique utilisé	
Type de simulation	2D en mode eulérien
r_0	$D/40$
RR	0.5
Masse volumique de l'eau	1000 kg/m ³
Vitesse du son	$10 \times \bar{v}$
Viscosité cinématique	10^{-6} m ² /s (pour l'eau)
<i>Periodic activation</i>	NO
C_{CFL}	0.4
$h/\Delta x$	1.2
Schéma d'intégration du temps	RK-3
Solveur Riemann	PVRS
Reconstruction MUSCL (ordre 2)	ON
Type de kernel	Wendland Kernel C4
<i>Renormalisation correction</i>	ON

Propriétés mécaniques et numériques

Les propriétés mécaniques de l'eau sont choisies dans cette étude. La masse volumique référence de l'eau utilisée vaut 1000kg/m³. Le fluide est supposé visqueux et le modèle visqueux de Morris est choisi ici en considérant la valeur de viscosité cinématique de l'eau vaut qui vaut 10⁶m²/s.

Pour les propriétés numériques, la vitesse du son associée à un fluide incompressible est choisie égale à dix fois la vitesse moyenne imposée comme expliqué au Chapitre 3.1.3. Le rapport $\frac{h}{\Delta x}$ est choisi généralement entre 1.2 et 2.0, soit une vingtaine de particules en 2D pour assurer la convergence de la méthode. Ici, on prend la valeur de $\frac{h}{\Delta x} = 1.20$. Le solveur de Riemann PVRS est utilisé pour trouver la solution du problème de Riemann. Un schéma d'ordre 2 (*Monotone Upstream-centered Schemes for Conservation Laws* (MUSCL)) est utilisé et une fonction noyau de Wendland C4 est préférée dans cette étude. On utilise un schéma d'intégration de type Runge-Kutta 3 (RK-3). Les paramètre utilisés dans ce travail sont donnés au Tableau 4.1. La stabilisation de calcul est confirmé par l'obtention de résultat stable sur le résultat de C_{Dp} et C_{Lp} .

Discrétisation

Le domaine fluide est discrétisé en particules fluides ayant leur surface unitaire carrée (ou volume unitaire cubique en 3D) avec une taille de discrétisation r_0 (Figure 4.11(a)). La taille des particules fluides est liée à la taille des phénomènes qui doivent être captés. Un rapport minimum de 10 par rapport à la taille du phénomène (taille d'une conduite, d'un objet faisant obstacle à un écoulement) est généralement pris. Une valeur supérieure est préférable pour

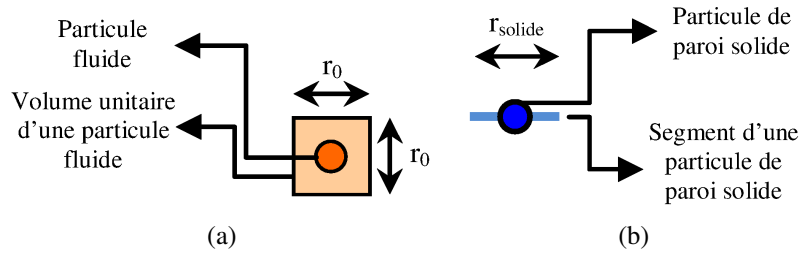


FIGURE 4.11: Discretisation en 2D de : (a) une particule fluide avec sa surface unitaire et (b) une particule de paroi solide avec son segment.

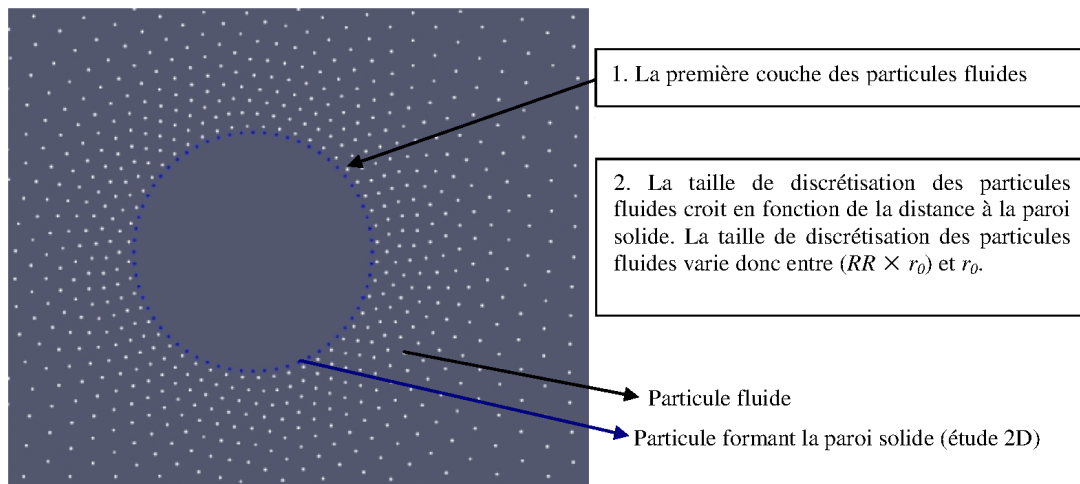


FIGURE 4.12: Pavage des particules fluides autour d'un cylindre avec raffinement.

obtenir des résultats de qualité.

Le raffinement de la discrétisation proche des parois solides est rendue nécessaire pour mieux capter les gradients de vitesse "à faible coût" (donc là où c'est nécessaire) et compenser l'insuffisance de précision des calculs. C'est le cas ici pour le cylindre. On pave d'abord uniformément le domaine de calcul par des particules fluides de taille identique. Il est toujours préférable de disposer les particules en quinconce par rapport à la direction de l'écoulement. Ensuite, la taille des particules fluides est réduite au voisinage du cylindre en prenant en compte un facteur de raffinement (RR) [35] (Figure 4.12).

Plus précisément, le facteur de raffinement RR décrit la relation entre la discrétisation des particules constituant la paroi solide (en réalité, taille du segment associé) et celle du système fluide loin de la paroi :

$$RR = \frac{r_{solide}}{r_0} \quad (4.9)$$

avec r_{solide} (Figure 4.11(b)), zone d'influence (segment) des particules formant la paroi solide et r_0 zone d'influence des particules dans le système fluide loin des parois. La taille r_{solide} doit être inférieure ou égale à r_0 pour que les particules fluides ne puissent pas pénétrer à travers la paroi solide.

Le système de pavage fonctionne à nombre de particules fluides constant. La taille moyenne r_0 des particules et le pavage de l'espace donne en premier lieu le nombre de particules à utiliser. Le rapport RR permet d'obtenir le raffinement du pavage aux frontières solides du système, ce

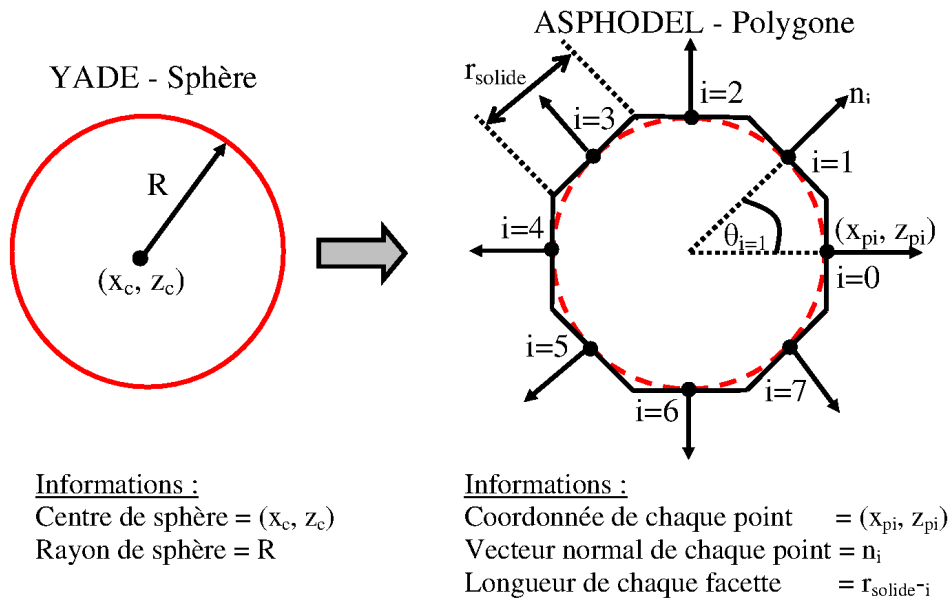


FIGURE 4.13: Discretisation d'un disque ou cylindre sous la forme d'un polygone (ASPHODEL).

qui amènera à augmenter le nombre de particules fluides proches des parois solides. Le pavage du domaine fluide est alors rectifié pour garantir le nombre initial de particules fluides. Cela implique l'existence de particules fluides loin des parois de tailles supérieures à la valeur r_o définie initialement. Cela permet de conserver le même nombre d'information à traiter et de ne pas pénaliser les temps de calcul. Nous verrons plus loin que le temps de calcul est néanmoins pénalisé pour d'autres raisons.

Sous ASPHODEL, la discrétisation d'un solide se fait sous la base de segments (Figure 4.13). Cela conduit à approximer un cylindre par un cylindre de forme polygonale. L'usage d'un nombre suffisant de segments est alors nécessaire pour bien rendre la forme.

Conditions aux limites

Les conditions aux limites d'entrée sortie non-réfléchissantes utilisée avec une vitesse moyenne uniforme à l'entrée liée au nombre de Reynolds choisi et une pression statique nulle à la sortie (Figure 4.10). Des frontières horizontales périodiques fluides sont utilisées. Elles permettent de limiter le domaine d'écoulement sans qu'aucun effet de parois vienne contraindre ce dernier.

Conditions initiales

Un cylindre de diamètre D est positionné à l'instant $t=0$ à la position $(0, 0)$. Le domaine de calcul est rempli par les particules fluides initialement au repos (vitesse nulle).

4.2.2 Pas de temps de calcul

L'identification du pas de temps de calcul doit être effectuée en premier lieu car elle conditionne la convergence du résultat. Cette partie fournit une étude des simulations de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire effectuées pour trois différentes valeurs de pas de temps de calcul

TABLE 4.2: Choix du pas de temps de calcul C_{CFL} , $Re=1000$.

C_{CFL}	0.2	0.4	0.6
C_{Dp} moyenne	1.464	1.463	1.463
C_{Dp} amplitude	0.113	0.110	0.109
C_{Lp} moyenne	0.028	0.030	0.031
C_{Lp} amplitude	1.009	1.007	1.006
St	0.225	0.225	0.225
Temps de calcul (60 coeurs)	46h	23h	13h

C_{CFL} (Equation 3.82). L'impact sur les valeurs de coefficient de traînée, de portance et Strouhal est donné dans le tableau 4.2. Toutes les simulations sont effectuées en utilisant le même nombre de particules fluides, soit 19 200. La géométrie du domaine d'étude est défini par ses dimensions relatives au diamètre D du cylindre, soit la distance d'entrée $L_i=3D$, la distance de sortie $L_o=5D$ et la hauteur du domaine $H=6D$ (Figure 4.10). Pour capter convenablement les gradients de vitesse autour du cylindre, un rapport de 20 entre la discrétisation et le diamètre du cylindre est choisi ($r_0= D/20=0.5mm$). Elle est associée à un facteur de raffinement proche des parois RR de 0.25.

Le Tableau 4.2 montre que la valeur de C_{CFL} n'a que peu d'effet sur la qualité du résultat obtenu s'il est choisi suffisamment petit. Désirant évaluer la capacité d'ASPHODEL à donner des résultats jugés quantitativement recevables tout en ayant des temps de calcul raisonnables, nous prendrons le coefficient C_{CFL} égal à 0.6.

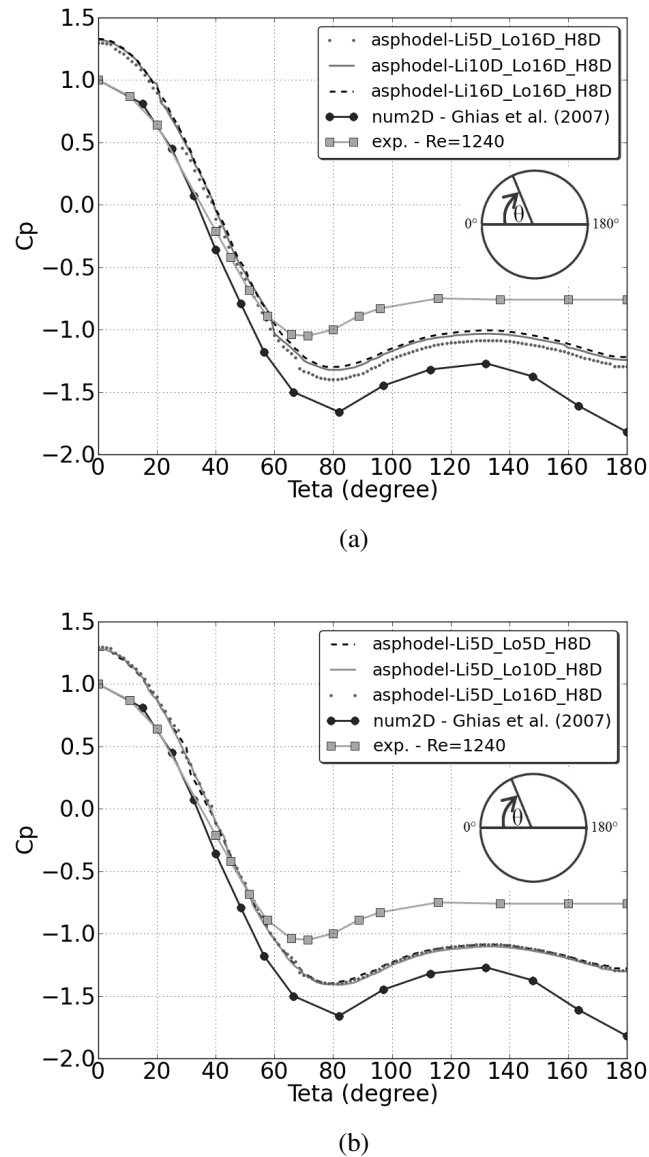
4.2.3 Dimension du domaine de calcul

Le choix de la dimension du domaine de calcul est un aspect important à traiter pour étudier l'écoulement autour d'un cylindre isolé et fixe. Les conditions aux limites doivent être mises à une distance suffisante du cylindre pour qu'elles conservent l'aspect "isolé" du cylindre et qu'elles n'influencent plus la qualité des résultats.

La Figure 4.14(a) montre l'influence de L_i sur le coefficient de pression moyenne C_{Dp} due à la seule pression pour $\theta=60^\circ - 300^\circ$. Les valeurs de C_{Dp} sont comparées aux résultats obtenus par Ghias et al. [64] (méthode MDF) qui ont étudié le même problème avec une méthode de frontière immergée. L_i est successivement prise égale à $5D$, $10D$ et $16D$ pour L_o égale à $16D$ et H à $8D$. On note sur cette figure une surestimation du coefficient de pression par rapport aux simulations de Ghias et al., surestimation décorrélée de la distance d'entrée L_i (mais finalement aussi de L_o). Les résultats de Ghias et al. sont conformes aux phénomènes observés expérimentalement proches du point d'arrêt. Ce n'est plus le cas au fur et à mesure que l'on s'éloigne de ce point et notamment sur la face aval du cylindre ($\theta > 90^\circ$). Ceci est dû à des effets 3D observables expérimentalement et qui ne peuvent pas être pris en compte par des simulations 2D.

La valeur $L_i=5D$ semble suffisante pour obtenir un résultat de qualité tout en minimisant les coûts de calcul. Ce résultat est corroboré pour les autres caractéristiques de l'écoulement autour du cylindre dans les colonnes 1, 3 et 4 du Tableau 4.3.

On a pu montrer que la valeur prise par L_o influençait peu C_{Dp} (Figure 4.14(b) et Tableau 4.3 deux premières colonnes); elle est choisie néanmoins suffisamment grande pour permettre de voir la formation du sillage derrière le cylindre. Les valeurs $L_i=5D$ et $L_o=10D$, confirmant le choix de Lastiwka et al. dans leurs travaux [96], sont considérées comme optimales pour la


 FIGURE 4.14: Coefficient de pression moyenne selon les valeurs de : (a) L_i et (b) L_o .

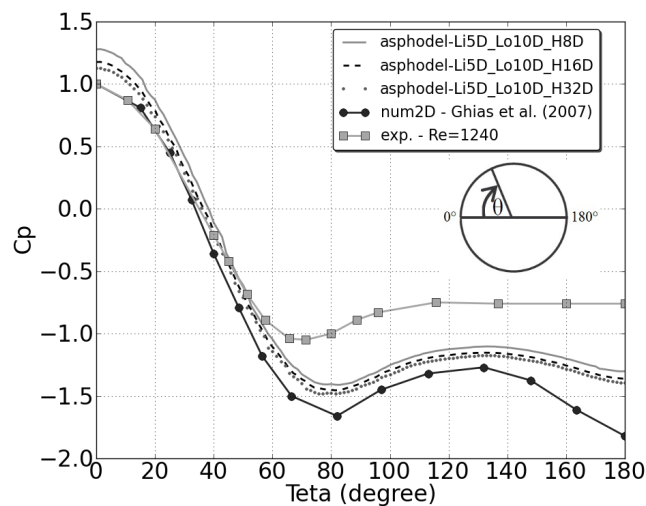
suite de ce travail et seront retenues.

La Figure 4.15 présente l'influence de la hauteur du domaine de calcul sur le coefficient de pression pour des valeurs de H de $8D$, $16D$ et $32D$ avec les valeurs de L_i et L_o fixées précédemment et respectivement à $5D$ et $10D$. Les frontières horizontales du domaine associées à H sont des frontières périodiques (Figure 4.10). Elles enferment la zone de l'écoulement sans que des effets de parois puissent se développer. Néanmoins, pour que ces frontières n'interfèrent pas sur l'écoulement (effet de blocage) elle doivent être repoussées à une distance suffisante du cylindre là où l'écoulement n'est effectivement plus perturbé par la présence de ces dernières. On note ici que H influence plus que précédemment les résultats et cela sur l'ensemble des valeurs de θ . Si H est suffisamment grand, l'effet se stabilise. On notera toujours le décalage entre les résultats obtenus par ASPHODEL et ceux produits par Ghias et al.

Le Tableau 4.4 présente l'influence de H sur les autres caractéristiques de l'écoulement autour du cylindre. On note des résultats bien différents pour ces caractéristiques entre $H=8D$ et $16D$. Ceci est moins vrai entre $16D$ et $32D$, même si des différences persistent. La perturbation

TABLE 4.3: Influence des distances d'entrée L_i et de sortie L_o sur les résultats de coefficients de traînée C_{Dp} , de portance C_{LP} et du nombre de Strouhal St .

L_i	5D	5D	10D	16D
L_o	16D	10D	16D	16D
H	8D	8D	8D	8D
Nombre de particules fluides	67 200	48 000	83 200	10 2400
Nombre de segments solides	252	252	252	252
C_{Dp} moyenne	1.374	1.367	1.366	1.377
C_{Dp} amplitude	0.116	0.109	0.129	0.117
C_{LP} moyenne	-0.004	0.010	-0.015	-0.076
C_{LP} amplitude	1.073	1.047	1.084	1.147
St	0.218	0.228	0.229	0.218
Temps de calcul (60 coeurs)	6h	6h	6.75h	7h


 FIGURE 4.15: Influence de la hauteur H sur le coefficient de pression moyenne.

de l'écoulement se propage ainsi sur de grandes distances verticales. Le coût en temps de calcul nous amène néanmoins à retenir pour H la valeur de $16D$.

4.2.4 Paramètres de discrétisation

Les paramètres de discrétisation r_0 (taille des particules fluides) et le facteur de raffinement RR sont étudiés plus finement. En général, une discrétisation faible ne permet pas de capter les forts gradients proches du cylindre et induit une diffusion numérique. Le raffinement répond en partie à cette question mais il devrait être associé à l'utilisation d'un schéma numérique d'ordre élevé (au moins d'ordre 4) apte à résoudre totalement le problème de diffusion numérique [101, 130].

On note sur la Figure 4.16 et dans le Tableau 4.5 qu'il est préférable d'utiliser une discrétisation r_0 égale à $D/40$ pour obtenir des résultats précis. Pour cette valeur le raffinement n'apporte que peu de chose mais pénalise fortement le calcul par un nécessaire pas de temps de calcul plus petit (Tableau 4.5). On remarquera que ce n'est pas tant le nombre de particules qui pénalise le

TABLE 4.4: Influence de la hauteur du domaine de calcul H sur les coefficients de traînée C_{Dp} , de portance C_{Lp} et du nombre de Strouhal St .

L_i	5D	5D	5D
L_o	10D	10D	10D
H	8D	16D	32D
Nombre de particules fluides	48000	96000	192000
Nombre de segments solides	252	252	252
C_{Dp} moyenne	1.367	1.339	1.325
C_{Dp} amplitude	0.109	0.111	0.106
C_{Lp} moyenne	0.010	0.009	-0.005
C_{Lp} amplitude	1.047	1.052	1.079
C_p au point d'arrêt	1.277	1.176	1.131
St	0.228	0.225	0.214
Temps de calcul (60 coeurs)	6h	7h	9h

 TABLE 4.5: Influence des paramètres de discrétisation r_0 et RR sur les coefficients de traînée C_{Dp} , de portance C_{Lp} et du nombre de Strouhal St .

L_i	5D	5D	5D
L_o	10D	10D	10D
H	8D	8D	8D
r_0	D/20	D/40	D/40
RR	0.25	0.5	0.25
Nombre de particules fluides	48000	192000	192000
Nombre de segments solides	252	252	504
C_{Dp} moyenne	1.367	1.434	1.451
C_{Dp} amplitude	0.109	0.142	0.163
C_{Lp} moyenne	0.010	0.034	-0.006
C_{Lp} amplitude	1.047	1.154	1.312
St	0.228	0.241	0.233
Temps de calcul (60 coeurs)	6h	6h	15h

calcul mais plutôt le pas de temps critique déduit de la taille des plus petites particules fluide. En effet, les colonnes 1 et 2 reflètent des calculs avec un même pas de temps critique mais un nombre de particules 4 fois plus grand pour la colonne 2 et les temps de calcul sont similaires. Ce n'est plus le cas pour les calculs associés aux colonnes 2 et 3 qui sont effectués avec un même nombre de particules mais des pas de temps de calcul différents.

Le choix de $r_0 = D/40$ et $RR = 0.50$ semble constituer le meilleur compromis temps de calcul - précision des résultats. Cela revient à avoir une dizaine de particules fluides à une distance D du cylindre de diamètre D .

4.2.5 Conclusion

Le choix du pas de temps est une considération importante pour obtenir une convergence des résultats. Une étude a été réalisée pour déterminer le coefficient C_{CFL} associé au pas de temps (pour une intégration de type Runge-Kutta-3) et a conduit à prendre la valeur 0.6. Lorsque le coefficient C_{CFL} est suffisamment petit, il influence peu la qualité du résultat.

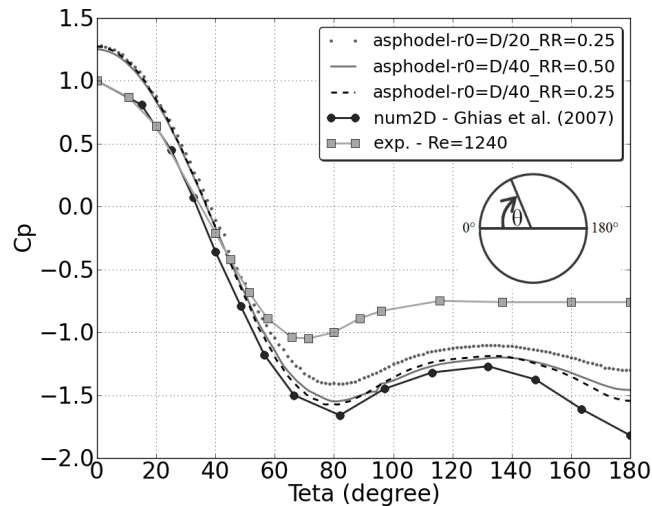


FIGURE 4.16: Influence des paramètres de discrétisation sur le coefficient de pression moyenne.

L'étude de l'écoulement autour d'un cylindre fixe isolé nécessite de disposer les frontières du système de telle sorte qu'elles respectent la condition "isolée" du cylindre. On notera que la distance d'entrée L_i peut être choisie de l'ordre de $5D$ et il pourrait en être de même pour la distance de sortie L_o . Cependant, afin d'observer le sillage, une plus grande distance pour L_o et la valeur de $10D$ a été retenue pour la suite des calculs. La hauteur H du domaine est peut-être le paramètre géométrique le plus sensible car il peut induire des phénomènes de blocage perturbant la condition "isolée" du cylindre. Un diamètre de $16D$ est considéré comme optimal selon le critère précision des résultats - coût en temps de calcul. Ces dimensions du système seront alors retenues pour la suite du travail.

Par ailleurs, il est important de choisir une taille adéquate pour la discrétisation de l'espace fluide à travers la taille des particules fluides r_0 . Le logiciel ASPHODEL permet de jouer sur un raffinement de la discrétisation proche des parois solides là où les gradients de vitesse sont plus importants à nombre de particules constantes pour le système. Ce raffinement se fait au détriment de la vitesse de résolution du problème car il impose de diminuer la taille du pas de temps critique qui impacte plus les temps de calculs que le nombre de particules à gérer dans le calcul. La calibration du raffinement pour un Reynolds de 1000 conduit à travailler par la suite avec une valeur de r_0 égale à $D/40$ avec un facteur de raffinement RR égal à 0.5. On notera que ce raffinement peut être pénalisant pour des calculs à plus faible Reynolds car les gradients de vitesse à capter sont plus faibles. Même si ce jeu de paramètres est conservé, on pourra alors proposer au lecteur un autre jeu de paramètres plus performant vis-à-vis des temps de calcul pour une qualité de résultat similaire.

4.3 Simulation d'un écoulement autour d'un cylindre de profil circulaire

Nous étudierons ici l'écoulement autour d'un cylindre circulaire fixe et isolé et restreindrons la validation du code ASPHODEL dans le régime laminaire pour des Reynolds inférieurs à 1000. Nous choisirons trois valeurs de Reynolds qui conduiront à une analyse des résultats plus

TABLE 4.6: Paramètres pour la simulation numérique de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire.

Dimension	
D (m)	0.01
L_i	5D
L_o	10D
H	16D
Conditions aux limites	
Entrée	INLET-VELOCITY-NOREFLECT $Re=40 \rightarrow \bar{v}_{\text{entrée}}=0.004$ m/s ; $n_x=1$ $Re=100 \rightarrow \bar{v}_{\text{entrée}}=0.01$ m/s ; $n_x=1$ $Re=1000 \rightarrow \bar{v}_{\text{entrée}}=0.1$ m/s ; $n_x=1$
Sortie	OUTLET-STATIC-PRESSURE-NOREFLECT $p=0$
Horizontale	périodique
Discretisation	
r_0	D/40 (384 000 particules)
RR	0.50
r_{solide}	D/80 (252 particules)

poussée : 40, 100 et 1000 pour lequel certains résultats ont déjà été présentés. Dans un premier temps, nous mènerons les calculs sous la condition de fluide parfait, ceci permettant d'isoler les effets dus aux éventuelles imperfections du modèle visqueux. Malgré l'absence de la viscosité mécanique, une certaine dissipation est conservée et assurée par la diffusion numérique. Dans un deuxième temps, le calcul est mené à l'aide du modèle visqueux (viscosité mécanique) proposé dans ASPHODEL, le modèle de Morris [128]. Les paramètres géométriques et numériques considérés sont ceux obtenus à l'issue de l'étude présentée au chapitre 4.2 et sont rappelés dans le Tableau 4.6.

4.3.1 Fluide non-visqueux

Le calcul non visqueux est mené le temps nécessaire pour obtenir la solution stationnaire, le temps physique dépendant de la valeur du Reynolds visé. Pour le fluide non-visqueux, les distributions du champ de vitesse et de pression sont données respectivement à la Figure 4.17 et à la Figure 4.18. On notera que les champs de vitesse sont systématiquement normalisés vis-à-vis de la vitesse moyenne fluide d'entrée. On rappelle aussi que les directions x et z sont respectivement les directions parallèles à l'écoulement et perpendiculaire à l'écoulement. Dans la Figure 4.17(c) on retrouve globalement les phénomènes attendus (aussi Figure 4.17(d)) avec un décélération en direction du point d'arrêt A, une accélération le long du cylindre jusqu'au point C (point C' en partie inférieure) puis décélération jusqu'au point B comme expliqué au chapitre 4.1.2. Selon la théorie d'un fluide parfait, la distribution de la vitesse et de pression de fluide est symétrique, ce qui donne une force de traînée égale à zéro (paradoxe de D'Alembert). Ce paradoxe est lié à la réversibilité du mouvement du fluide. On notera qu'ASPHODEL ne produit pas tout à fait un champ symétrique avec côté aval la présence d'un sillage numérique malgré le raffinement utilisé.

La figure 4.18 montre un champ de pression symétrique comme attendu. La Figure 4.19

précise les choses au travers de la distribution du coefficient de pression autour cylindre. Outre de montrer l'intérêt d'utiliser systématiquement la correction de renormalisation qui permet de réduire la diffusion numérique, elle montre la persistance d'une légère dissymétrie de la distribution de pression entre amont et aval non visible sur la Figure 4.18 et qui pourrait peut-être être résolue par l'utilisation d'un schéma numérique d'ordre 4. Néanmoins, cet effort induirait une augmentation des temps de calcul qui sont déjà augmentés de 15% environ par l'utilisation de la correction de renormalisation.

On peut ici expliquer le décalage du coefficient de pression à l'aval du cylindre par rapport aux simulations menées par Ghias et al. pour des angles θ compris entre 150 et 180° (Figures 4.14, 4.15 et 4.16) par l'absence de l'utilisation de la correction de renormalisation qui sera systématiquement utilisée dans la suite de ce travail.

4.3.2 Fluide visqueux $Re=40$

Pour $Re=40$, l'écoulement est en régime L2, c'est à dire laminaire dans tout le domaine d'écoulement fluide avec séparation stationnaire de l'écoulement et sillage fermé. Une recirculation peut être observée dans le sillage sous la forme de tourbillons symétriques fermés et attachés au cylindre (Figure 4.20). Dans le sillage et sur l'axe de symétrie ($z=0$), la vitesse de recirculation est environ dix fois plus faible que la vitesse de l'écoulement libre. Le sillage s'allonge à mesure que Re augmente pour devenir instable lorsqu'il atteint la valeur 47 environ et le régime d'écoulement change alors pour passer en régime laminaire périodique.

Les calculs des caractéristiques de l'écoulement sur le cylindre sont effectués après l'atteinte du régime permanent obtenus après 50s (temps lié aux phénomènes physiques et non au temps machine) d'écoulement (Figure 4.21). On donne en Figure 4.22(a) le champ de vitesse fluide issu du calcul ASPHODEL en mode eulérien. Ce dernier est globalement conforme aux résultats obtenus par Lastiwka et al. [96] en mode lagrangien par la méthode SPH et en mode eulérien par la méthode MVF (Figure 4.22(b)). Dans cette figure, U_* est la vitesse normalisée vis-à-vis de l'entrée. La Figure 4.23 montre le champ de pression issu du calcul ASPHODEL en mode eulérien.

Par ailleurs, on donne en Figure 4.24(a) le champ de vorticité que l'on compare avec les résultats obtenus par Silva et al. avec une méthode aux différences finies (MDF) qui utilise la longueur de sortie de $16.5D$ [168] donnée en Figure 4.24(b). Les résultats sont très proches même si la vorticité semble ici affecter une zone plus étendue que celle obtenue par la méthode MDF.

La distribution du coefficient de pression moyenne C_p autour du cylindre circulaire est donnée en Figure 4.25. On surestime légèrement le coefficient de pression au point d'arrêt, a contrario ce dernier est légèrement sous-estimé pour θ compris entre 60° et 140°. On notera que cette surestimation n'est pas trouvée au point d'arrêt dans le cas de la simulation "fluide parfait" (Figure 4.19), ce biais et plus généralement le décalage entre les résultats obtenus par ASPHODEL et ceux trouvés par Dröge [46] dans ses simulations (méthode MVF) semble donc provenir du modèle fluide visqueux de Morris utilisé par ASPHODEL. Il n'est pas lié à la discrétisation car un raffinement plus important n'a pas d'effet sur la valeur du coefficient de pression au point d'arrêt (Figure 4.16). Ce modèle est cependant d'usage courant dans les méthodes SPH. On notera que ce modèle a été validé pour des Reynolds très faible inférieurs à 1 [128].

On compare dans le Tableau 4.7, les caractéristiques de l'écoulement autour du cylindre avec des résultats issus de la littérature. Posdziech et Grundmann [146] ont utilisé une méthode d'élément spectral et Dröge [46] une méthode aux volumes finis. On rappelle ici que le coefficient de traînée total (C_D) prend en compte la partie due à la pression (C_{Dp}) et la partie due aux

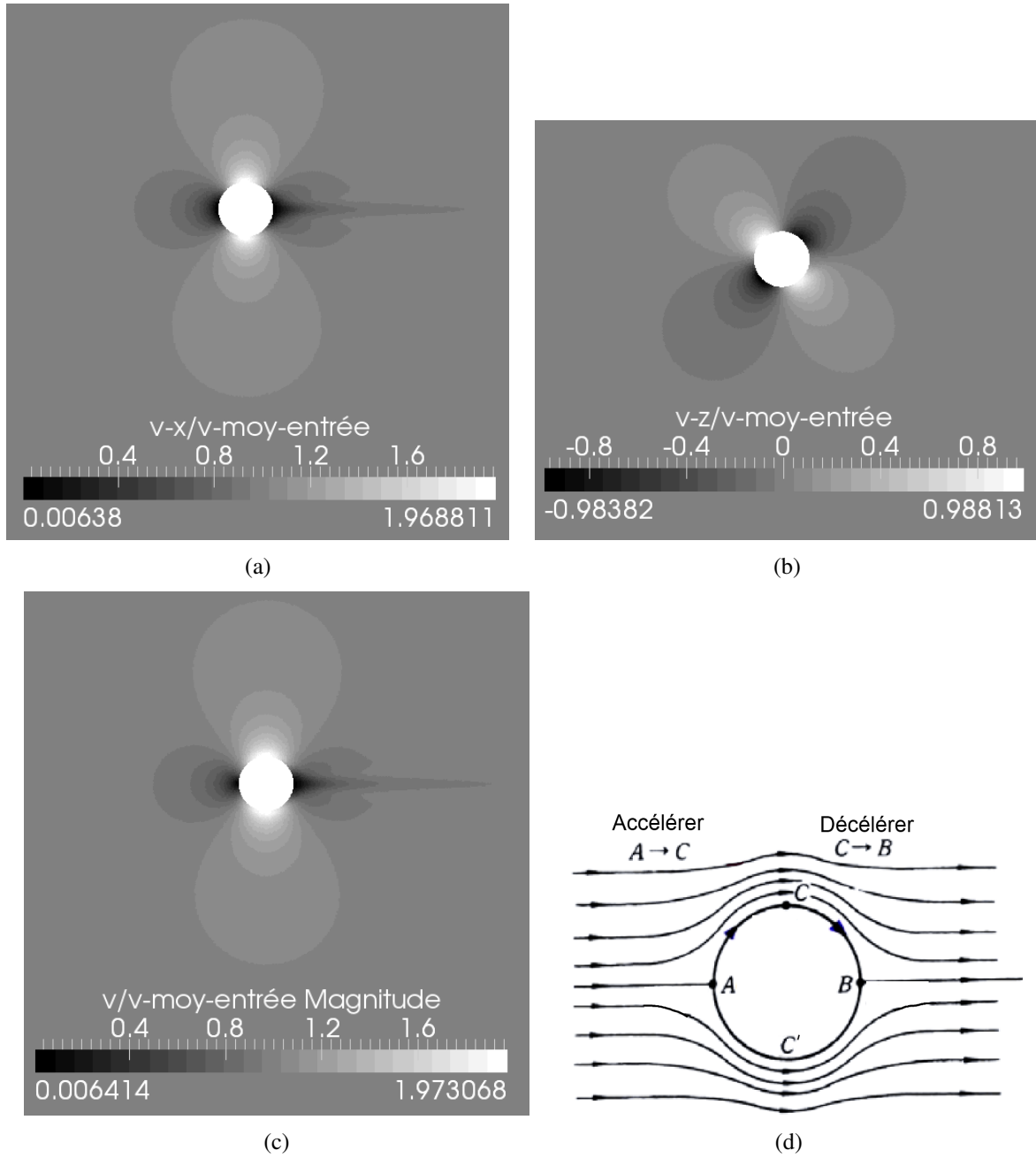


FIGURE 4.17: Champ de vitesse instantané fluide autour d'un cylindre circulaire pour un fluide parfait.

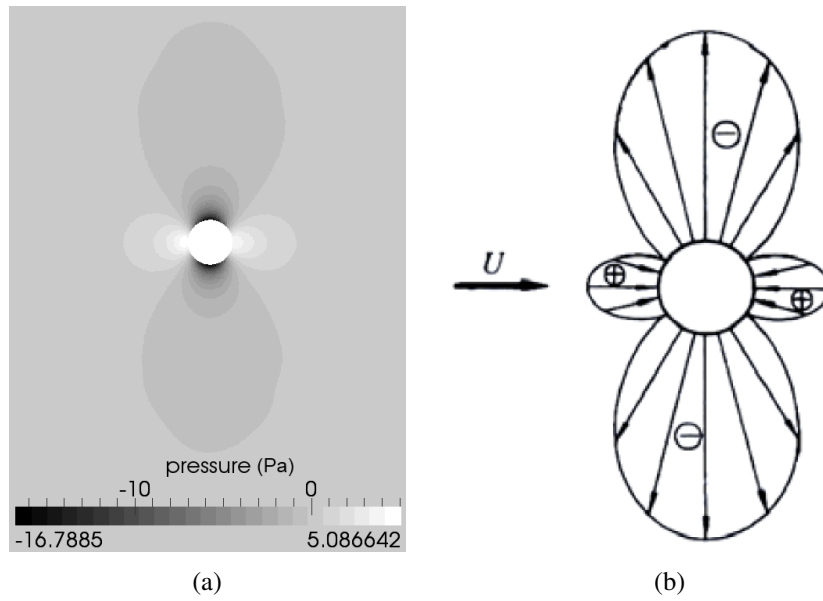


FIGURE 4.18: (a) Distribution de pression autour d'un cylindre circulaire pour un fluide parfait et schéma simplifié attendu [182].

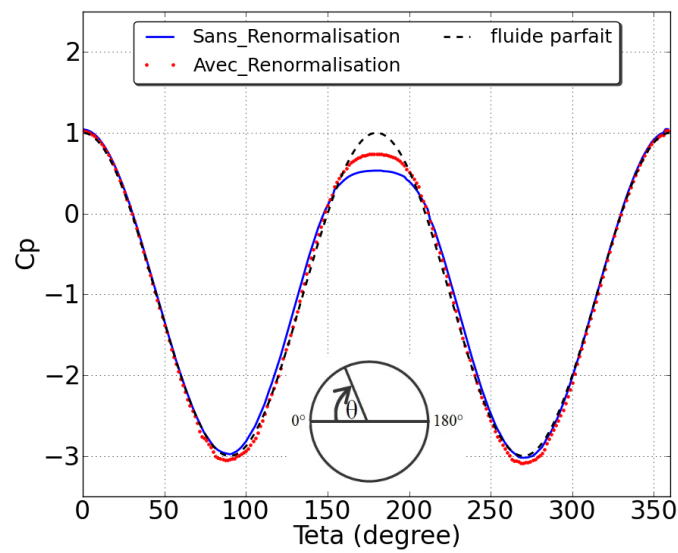


FIGURE 4.19: Influence de la correction de renormalisation sur le coefficient de pression autour d'un cylindre.

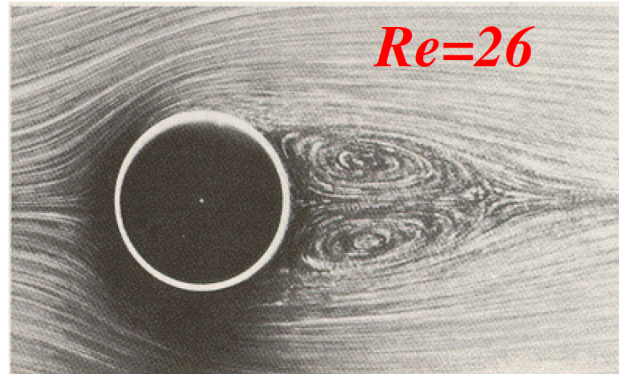


FIGURE 4.20: Champ de vitesse instantanée fluide obtenu expérimentalement $Re= 26$ [48].

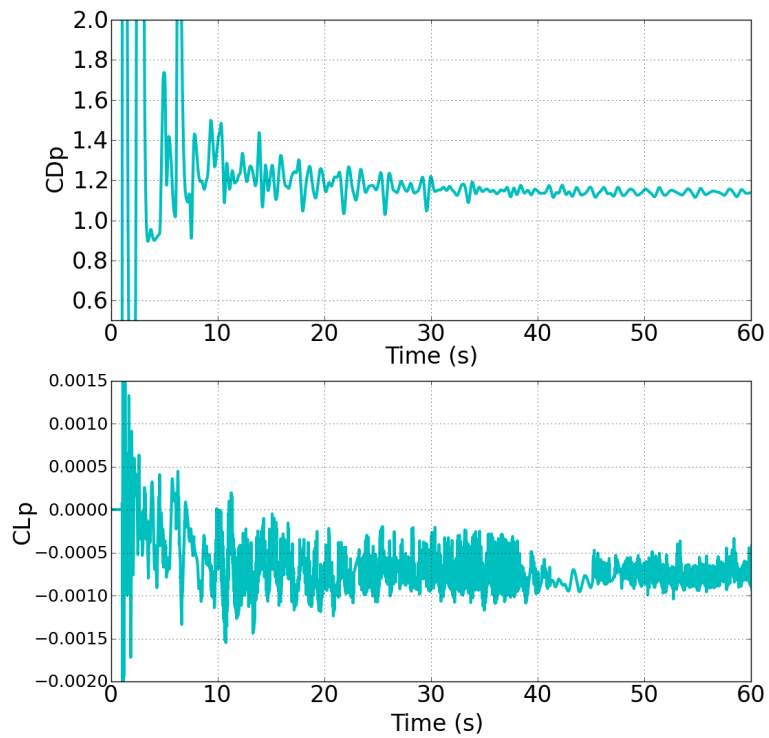
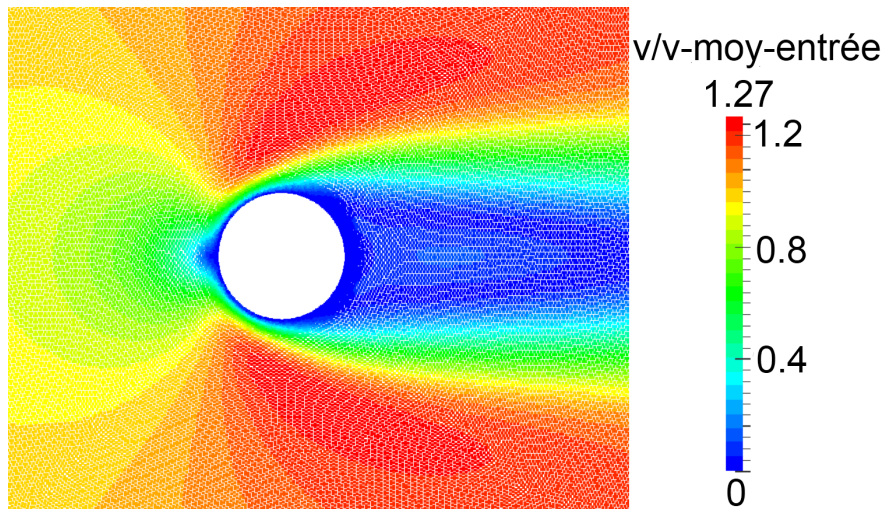
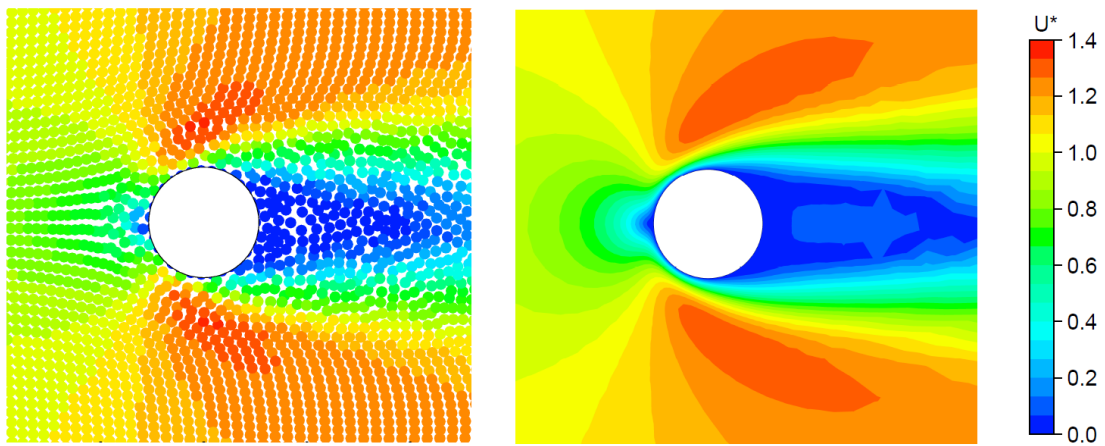


FIGURE 4.21: Coefficients de traînée et portance dus à la pression pour un fluide visqueux, $Re= 40$.



(a)



(b)

FIGURE 4.22: Champ de vitesse instantané pour un fluide visqueux ; (a) : ASPHODEL, (b) : autre simulation SPH lagrangienne (gauche) et MCF eulerienne (droite) [96].

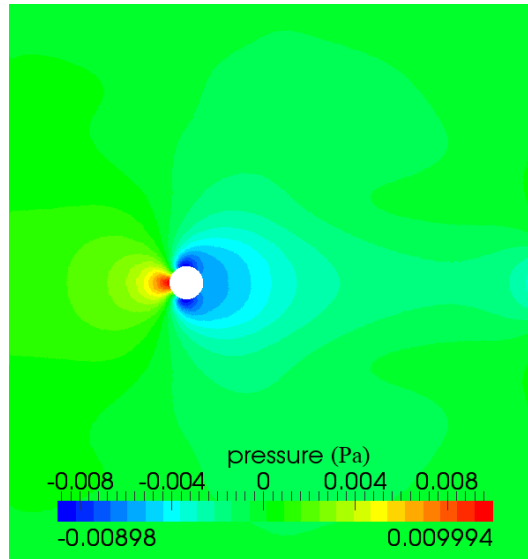
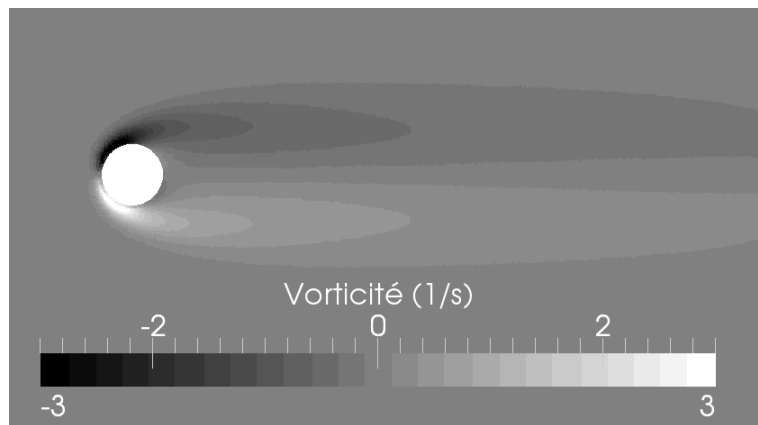
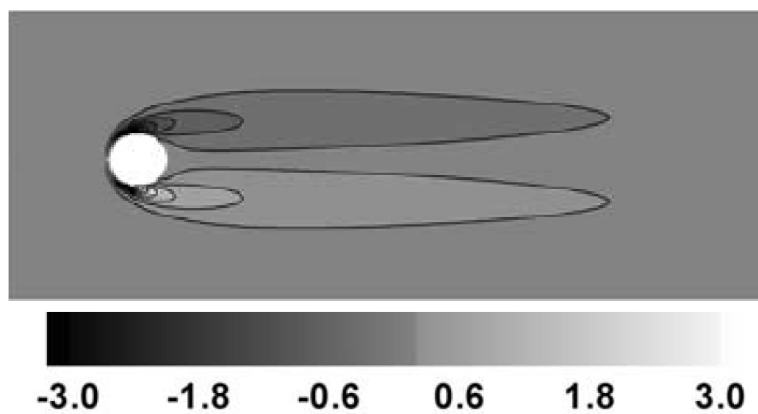


FIGURE 4.23: Champ de pression instantané fluide autour d'un cylindre circulaire pour un fluide visqueux, $Re=40$.



(a)



(b)

FIGURE 4.24: Champ de vorticité instantané pour un fluide visqueux, $Re=40$; (a) ASPHODEL, (b) méthode MDF [168].

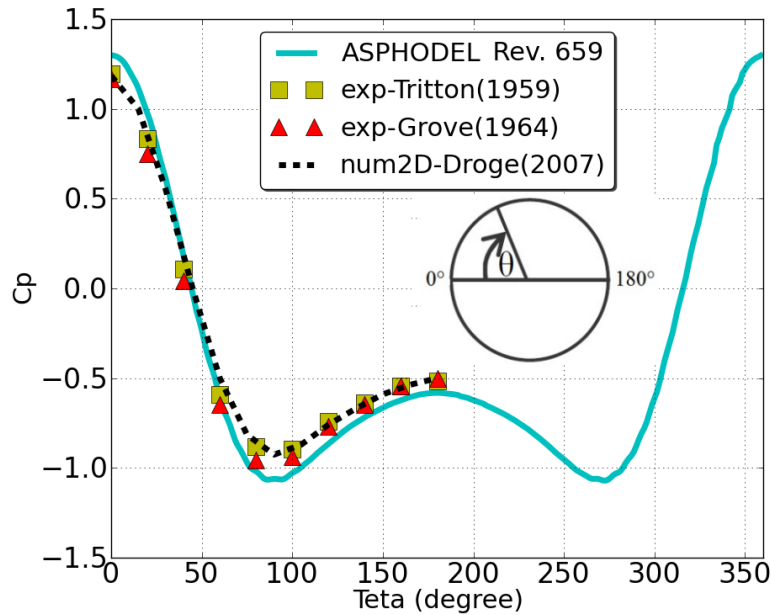


FIGURE 4.25: Coefficient de pression autour du cylindre pour un fluide visqueux de $Re=40$ et résultats issus de la littérature [67, 203].

TABLE 4.7: Caractéristiques moyennes de l'écoulement visqueux autour d'un cylindre circulaire, $Re=40$.

Fluide visqueux	C_{Dp}	C_{Df}	C_D	C_{p-0°	C_{p-180°	Temps de calcul
ASPHODEL	1.14	-	-	1.30	-0.58	8.5h (24 coeurs)
Autres simulations numériques						
Posdziech et Grundmann (2007) [146]	0.98	0.51	1.49		-0.47	
Dröge (2007) [46]	1.02	0.56	1.58	1.19	-0.50	
Expériences						
Tritton (1959) [203]			1.59			
Grove (1964) [67]				1.17	-0.5	

forces visqueuses (C_{Dp}). Le nombre de Strouhal n'est pas étudié ici car le sillage n'oscille pas encore dans le régime L2.

Ici, on surestime la valeur de C_p de 9% au point d'arrêt et de 16% au point symétrique à l'aval du cylindre circulaire. La valeur de C_{Dp} stabilisée est ainsi plus grande de 11% que celle obtenue par Dröge [46] dont l'ensemble des résultats semble être très proche des résultats expérimentaux [67, 203]. L'écart est jugé raisonnable au regard du rapport précision du résultat / temps de calcul.

4.3.3 Fluide visqueux $Re=100$

Pour $Re=100$, l'écoulement est en régime L3, c'est à dire laminaire avec formation d'un sillage périodique non-stationnaire. Dans ce régime, la zone de sillage fermé jouxtant le cylindre à l'aval se réduit avec l'augmentation du Re . La couche limite libre connaît des oscillations et depuis cette couche se détachent alors des tourbillons formant l'allée tourbillonnaire de Bénard-Von Karman. Les champs de tourbillons de signe négatif et positif se trouvent respectivement au-dessus et au-dessous de la ligne centrale ($z=0$) formant une structure périodique.

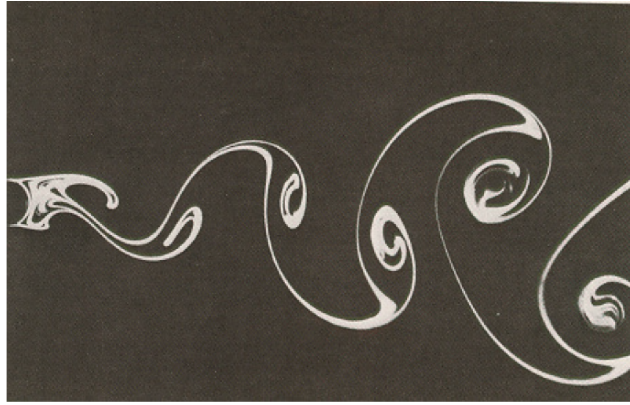


FIGURE 4.26: Allée tourbillonnaire de Bénard-Von Karman obtenue expérimentalement pour $Re=150$ [48].

Cette structure grandit le long de l'écoulement (Figure 4.26) pour atteindre une taille figée.

Le dépouillement de la simulation se fait lorsque le régime périodique est stabilisé, obtenu après une durée d'écoulement de 80 s (Figure 4.27). A titre illustratif, les champs de vitesse et pression autour du cylindre circulaire aux temps t égal à 95.5s et 98s sont donnés dans les Figures 4.28(a-d). La Figure 4.28(a)(b) montre la vitesse fluide pour un lâcher dans la partie inférieure de la queue du sillage fermé et la Figure 4.28(d) de la partie supérieure. Dans les Figures 4.29(a-b), on notera que l'allure de la distribution de vitesse fluide autour du cylindre obtenue par ASPHODEL est en bon accord avec celle obtenue par la méthode MEF [36]. Dans le détail, certaines différences pourraient être dues au choix de discrétisation qui ne permet pas de capter des gradients de vitesse très élevés "loin" de la couche limite du cylindre. La Figure 4.30 (a) illustre les résultats obtenus par ASPHODEL en termes de vorticité qui sont en bon accord avec les résultats obtenus par Silva et al. (méthode MDF) [168].

Le phénomène de détachement des tourbillons obtenu par ASPHODEL est présenté dans les Figures 4.31(a-b). La Figure 4.31(a) montre que le plus grand tourbillon A (en noir) devient assez fort pour tirer le tourbillon adverse B (en blanc) de la région du sillage. Les sens des tourbillons A et B sont respectivement dans le sens des aiguilles d'une montre (négatif) et dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (positif). Ensuite, le tourbillon B coupe l'alimentation du tourbillon A par sa couche limite, ce qui entraîne le détachement de ce dernier. Le tourbillon B va maintenant tenir le même rôle que le tourbillon en tirant le tourbillon C du sillage (Figure 4.31(b)). Il coupera l'alimentation du tourbillon B qui se détachera alors. La fréquence du détachement alternatif (de part et d'autre de l'axe $z=0$) est caractérisé par le nombre de Strouhal.

On présente en Figure 4.32 la distribution du coefficient de pression autour du cylindre obtenue par simulation avec ASPHODEL. On note qualitativement les mêmes décalages que ceux obtenus lors de la simulation à Reynolds égal à 40 vis-à-vis de l'expérience et de la simulation. Cependant, on note un faible écart avec les résultats obtenus par Rajani et al. [149] par une méthode MVF. Les caractéristiques moyennes pour l'écoulement autour du cylindre sont données dans le Tableau 4.8 tout comme les résultats issus de la littérature. Kravchenko et al. [91] ont utilisé une méthode B-spline (eulérien), Dröge [46] tout comme Rajani et al. [149] une méthode MVF. Les résultats trouvés par ASPHODEL montrent en général des écarts de l'ordre de 5% à 8% avec d'autres études numériques et de l'ordre de 10% avec les résultats expérimentaux, ce qui reste raisonnable.

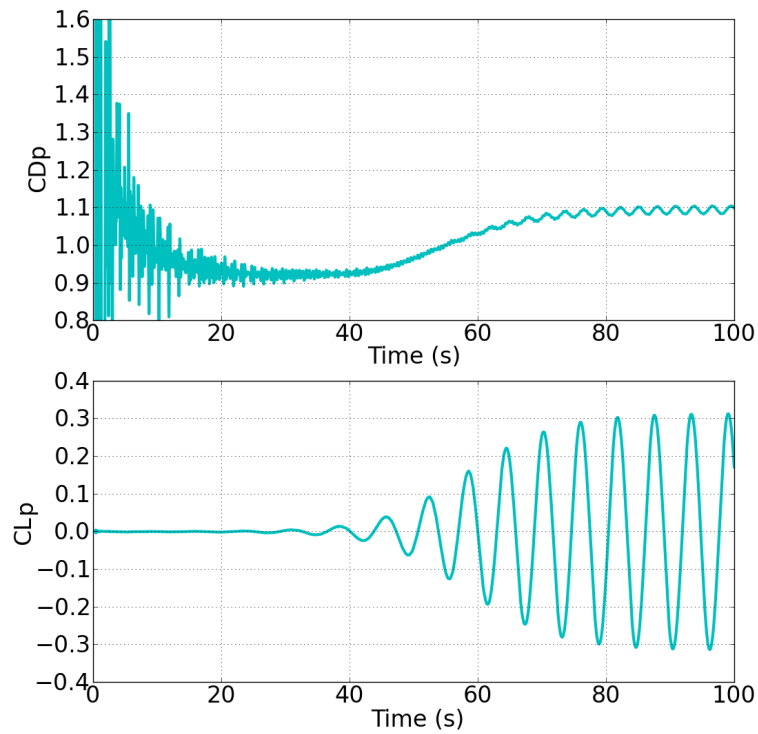


FIGURE 4.27: Obtention du régime permanent pour le coefficient de traînée et de portance due à la pression pour un fluide visqueux, $Re= 100$.

TABLE 4.8: Caractéristiques moyennes de l'écoulement visqueux autour d'un cylindre circulaire, $Re= 100$.

Fluide visqueux	C_{Dp}	C_{Df}	C_D	$C_{Lp-ampl}$	C_{p-0°	C_{p-180°	St	Temps de calcul
ASPHODEL	1.09	-	-	0.29	1.17	-0.78	0.174	22.7h (30 coeurs)
Autres simulations numériques								
Kravchenko et al. (1999) [91]	0.97	0.34	1.31	0.31			0.164	
Dröge (2007) [46]	0.93	0.31	1.24	0.30	1.09	-0.60	0.165	
Rajani et al. (2009) [149]	1.0	0.33	1.33	0.26	1.05	-0.72	0.157	
Expériences								
Homann (1936) [203]					1.04	-0.65		
Tritton (1959) [203]			1.3				0.165	
Henderson (1995) [74]	1.0	0.3	1.0					

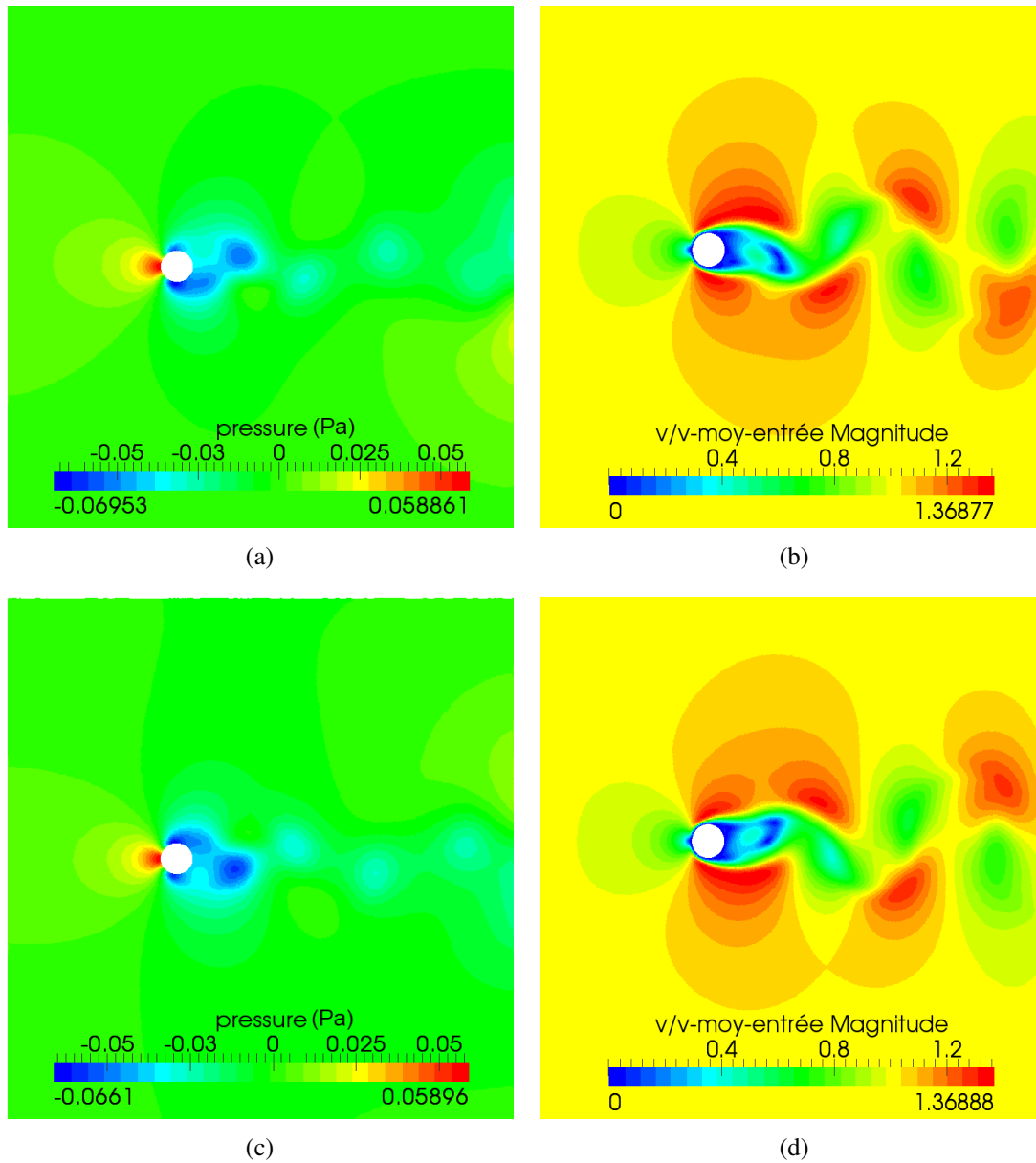
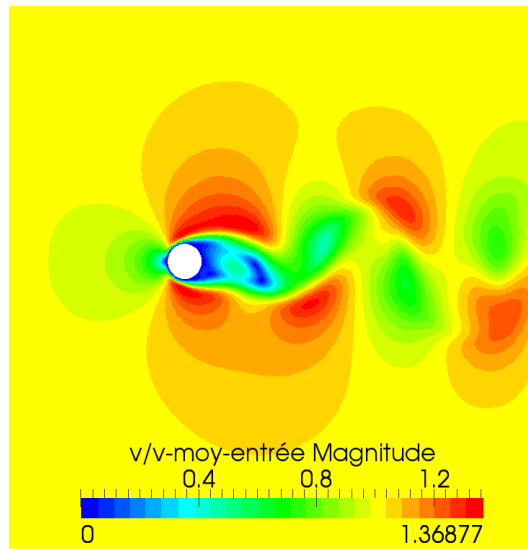
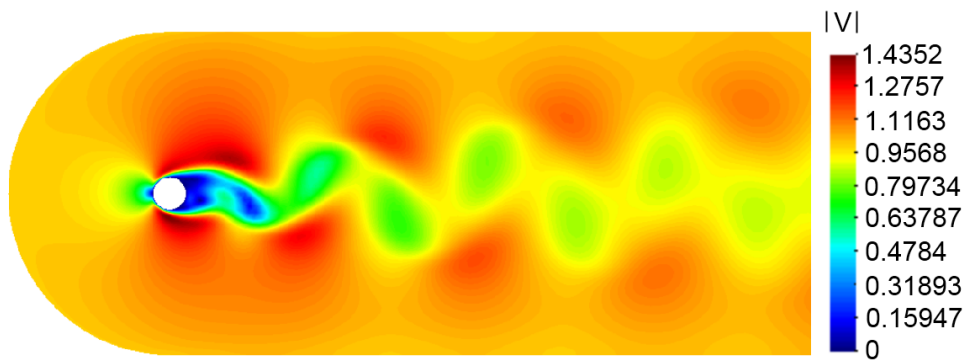


FIGURE 4.28: Champs instantanés de pression et de vitesse fluide d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre circulaire, (a-b) : $t=95.5s$; (c-d) : $t=98s$, $Re= 100$.



(a)



(b)

FIGURE 4.29: Champ de vitesse instantané fluide d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre circulaire, $Re= 100$; (a) : ASPHODEL, (b) méthode MEF [36].

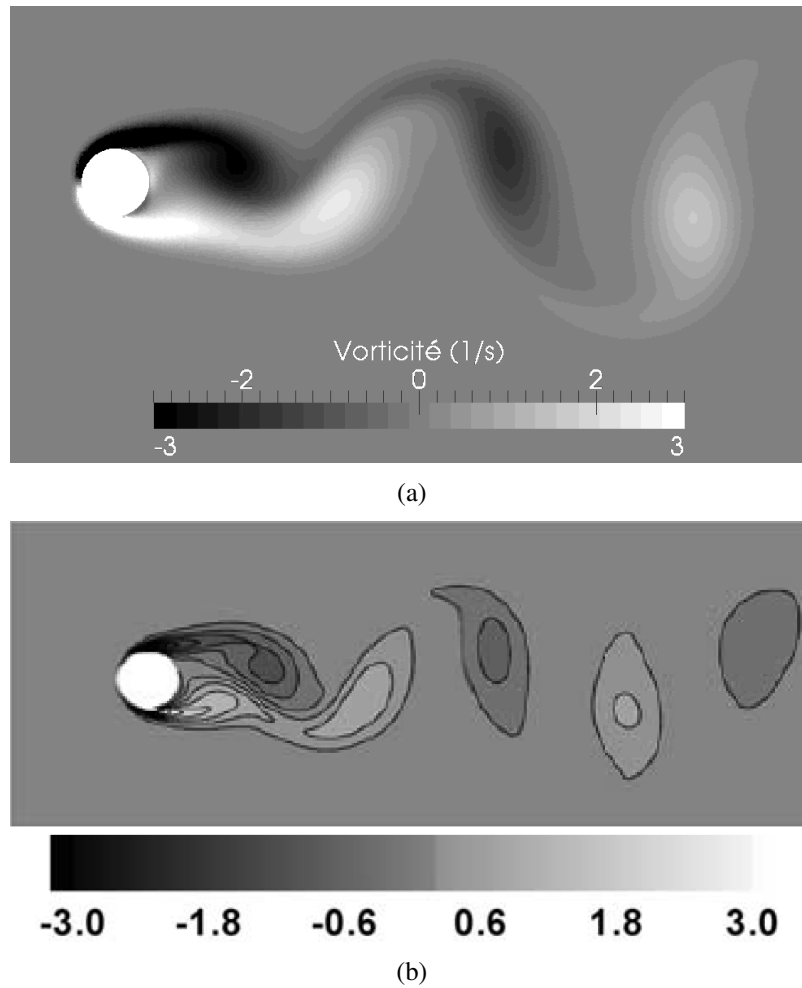


FIGURE 4.30: Champ de vorticité instantané fluide d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre circulaire, $Re=100$; (a) et (b) méthode MDF [168].

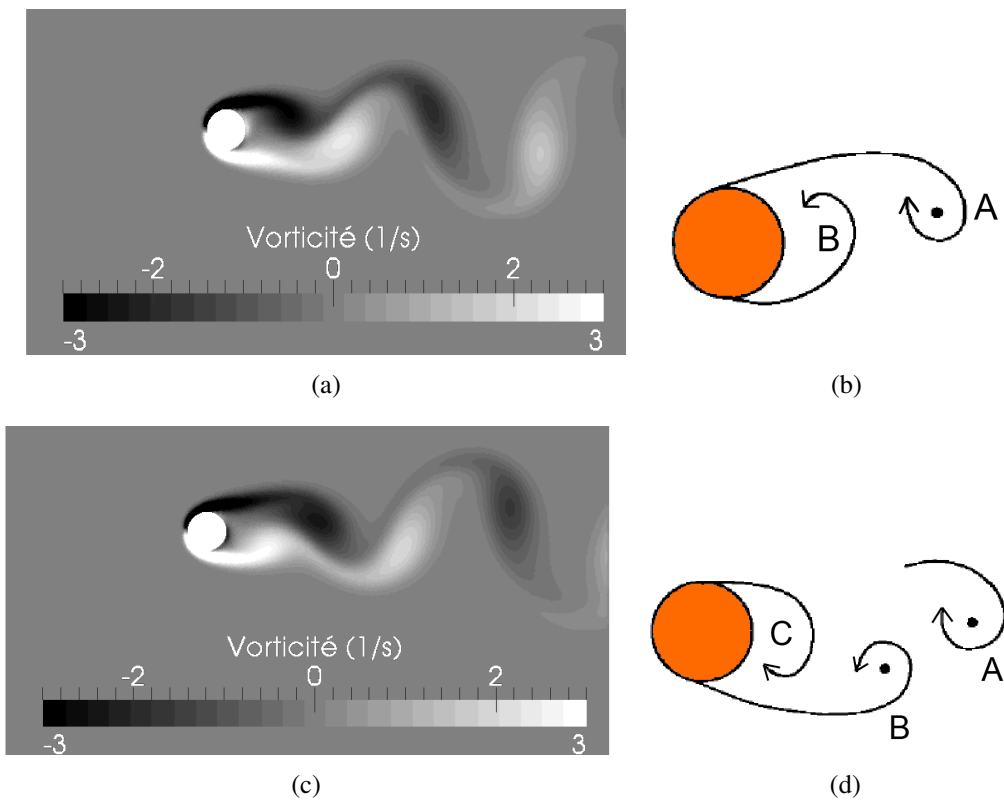


FIGURE 4.31: Caractéristique du champ de vorticité instantané fluide d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre circulaire, $Re= 100$.

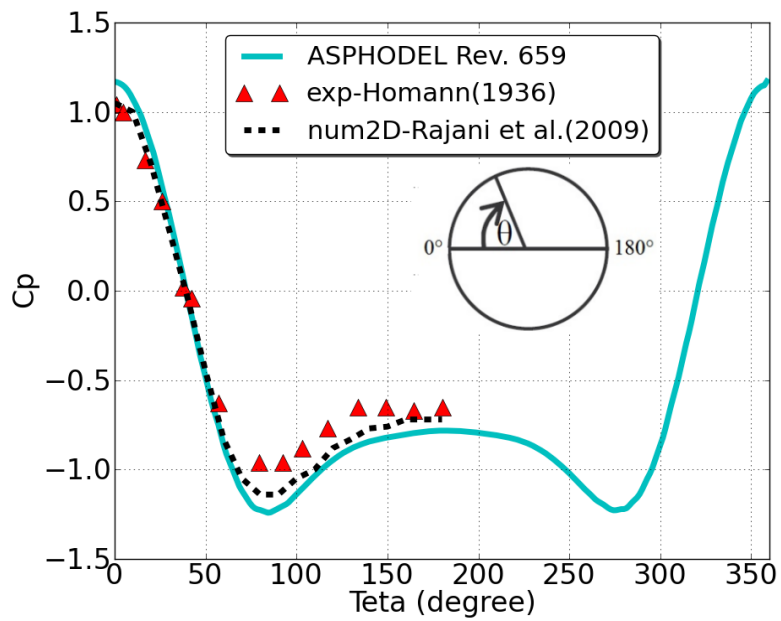


FIGURE 4.32: Coefficient de pression autour du cylindre pour un fluide visqueux, $Re= 100$.

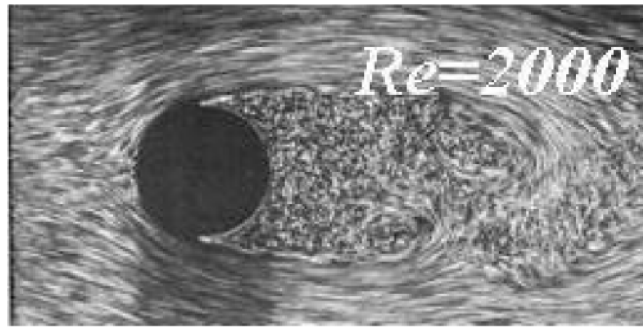


FIGURE 4.33: Champ de vitesse instantané fluide autour d'un cylindre par approche expérimentale $Re= 2000$ [199].

4.3.4 Fluide visqueux $Re= 1000$

Au-dessus du régime L3, progressivement les tourbillons deviennent instables. L'instabilité se développant à l'aval du cylindre débute de plus en plus près du cylindre lorsque Re augmente. L'écoulement entre alors en transition vers la turbulence. Pour $Re= 1000$, l'écoulement est dit en régime TRSL1. L'instabilité affecte les deux couches de cisaillement libre du sillage qui sont néanmoins engendrées au point de décollement en régime laminaire. La couche limite pariétale du cylindre en amont du point de décollement est toujours en régime laminaire. Des phénomènes 3D non négligeables apparaissent et devraient être pris en compte dans la modélisation pour approcher finement les résultats expérimentaux. Ce dernier aspect n'est donc pas pris en compte ici.

La simulation effectuée ici comporte donc deux limites vis-à-vis des phénomènes physiques : elle ne peut prendre en compte l'existence d'instabilités dans l'écoulement ni les effets 3D. On donne en Figure 4.33 le champ de vitesse fluide autour d'un cylindre pour un Re de 2000 où l'instabilité des couches de cisaillement libre est visible. On donne dans les Figures 4.34(a-b) les champs de pression et de vitesses fluides et dans les Figures 4.35(a-b) le champ de vorticité à deux instants t .

On peut néanmoins remarquer ici que les tourbillons de Bénard-Von Karman s'enroulent plus près du cylindre pour $Re= 1000$ (Figures 4.35(a-b)). La zone fermée du sillage est donc très réduite. Il en résulte que le centre de plus basse pression dans le sillage se trouve dans une région plus proche du cylindre, ce qui contribue à augmenter le coefficient de traînée due à la pression.

Le dépouillement des simulations pour calculer les caractéristiques de l'écoulement autour du cylindre est fait après stabilisation de la réponse, soit après 4s d'écoulement (Figure 4.36). La Figure 4.37 montre que la distribution de pression moyenne autour du cylindre circulaire obtenu par ASPHODEL (C_p) est proche de celle obtenue par Ghias et al. [64] qui ont utilisé la méthode MDF, sauf au point d'arrêt avec une surestimation de 9%, biais que l'on a déjà trouvé pour les autres Reynolds. Dans le Tableau 4.9, on constate que les résultats issus d'ASPHODEL s'écartent des valeurs issues de la littérature avec un écart maximum de 9%. Mittal et al. [117] ont effectué la même simulation que présentée ici en 3D par une méthode aux éléments finis. Les coefficients de traînée et de portance calculées ont été trouvés proches des résultats expérimentaux, ce qui indique que c'est les effets 3D expliquent essentiellement le décalage du coefficient de pression moyenne à l'aval du cylindre par rapport à l'expérience (Figure 4.37).

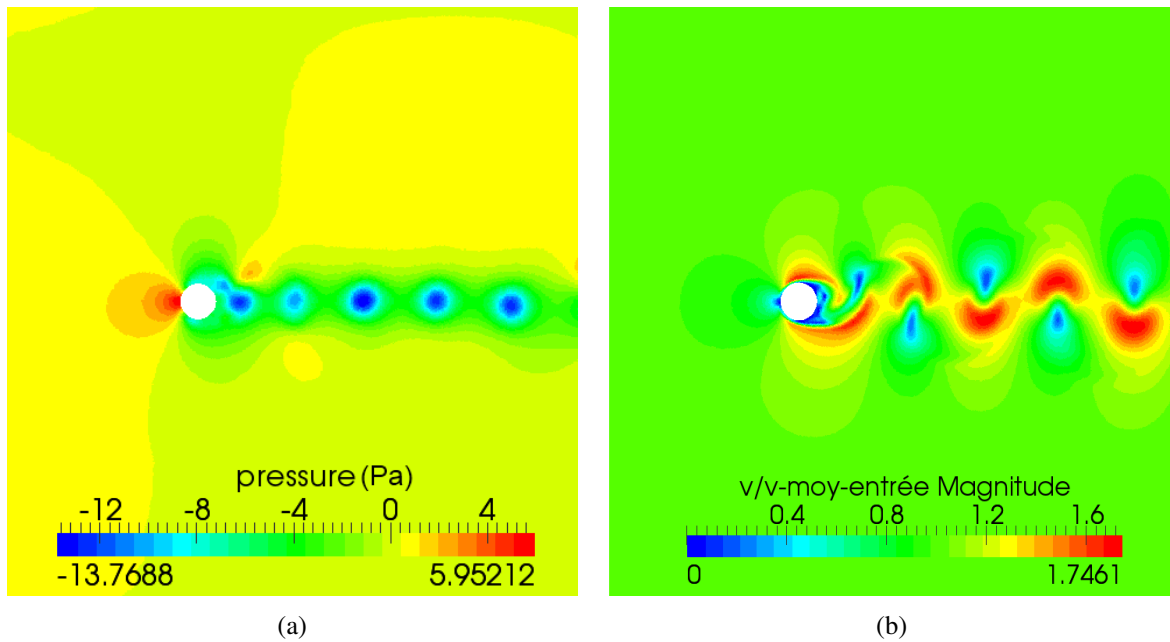
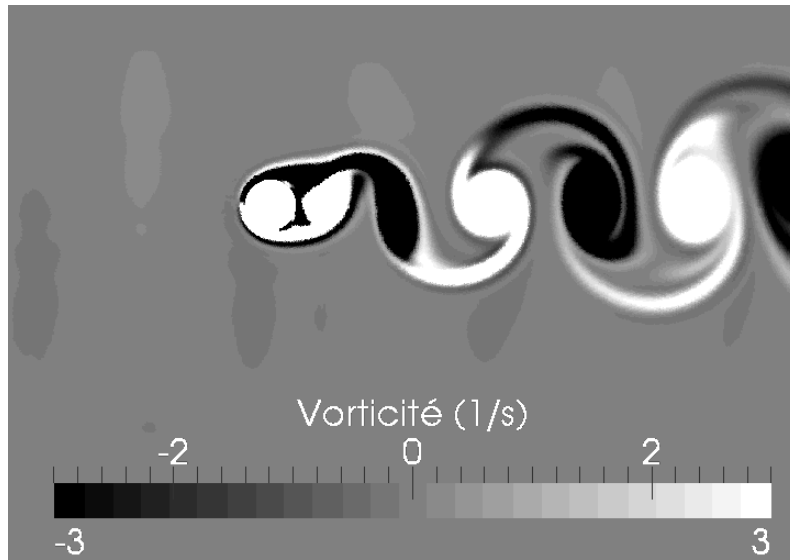


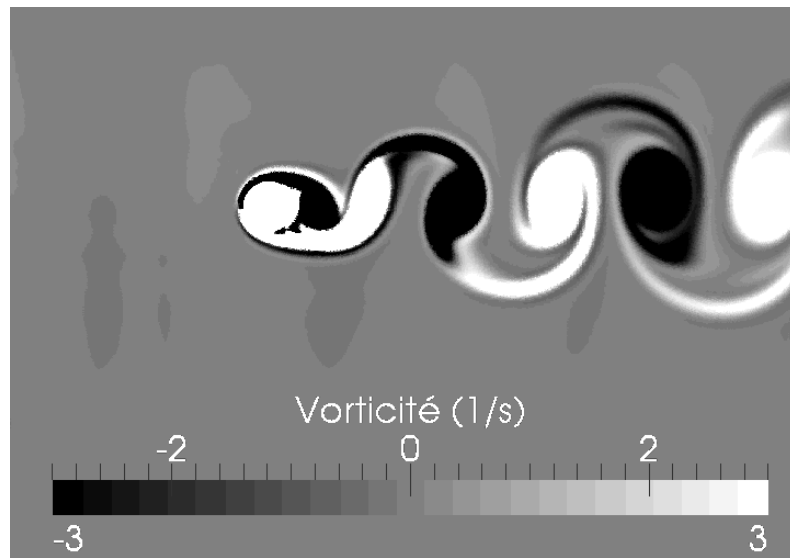
FIGURE 4.34: Champs de pression et de vitesse instantané fluide autour d'un cylindre circulaire pour un fluide visqueux, $Re= 1000$.

TABLE 4.9: Caractéristiques moyennes de l'écoulement visqueux autour d'un cylindre circulaire, $Re= 1000$.

Fluide visqueux	C_{Dp}	C_{Df}	C_D	C_{L-max}	C_{p-0°	C_{p-180°	St	Temps de calcul
ASPHODEL	1.51	-	-	1.37	1.09	-1.70	0.241	16.3h (30 coeurs)
Autres simulations numériques								
Ghias et al. (2007) [64]	1.40	0.12	1.52		1.00	-1.67	0.243	
Mittal et al. (1997) [117]				1.37			0.245	
Expériences								
Thom (1928) [203]			1.0		1.0	-0.8	0.210	



(a)



(b)

FIGURE 4.35: Champ de vorticité instantané fluide d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre circulaire, $Re = 1000$.

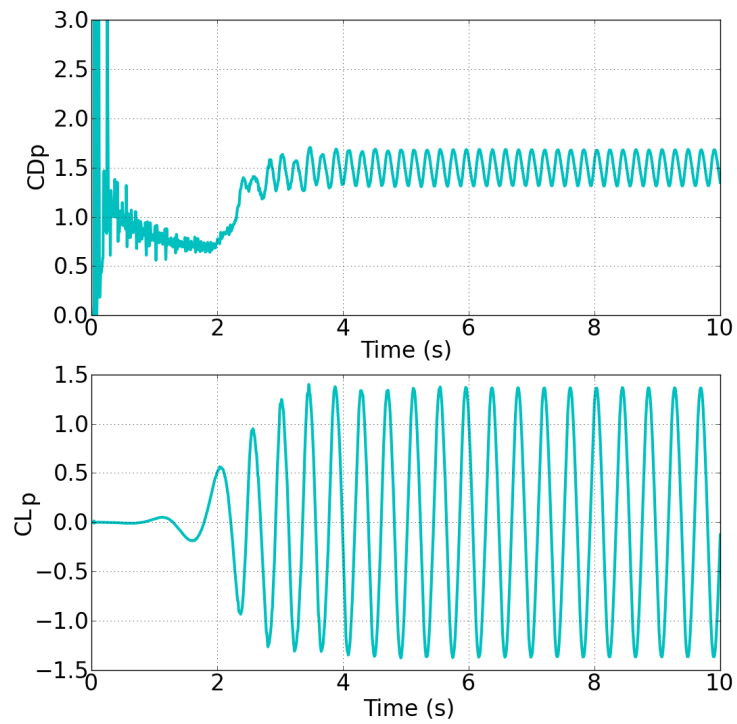


FIGURE 4.36: Coefficients de traînée et portance due à la pression d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre circulaire, $Re= 1000$.

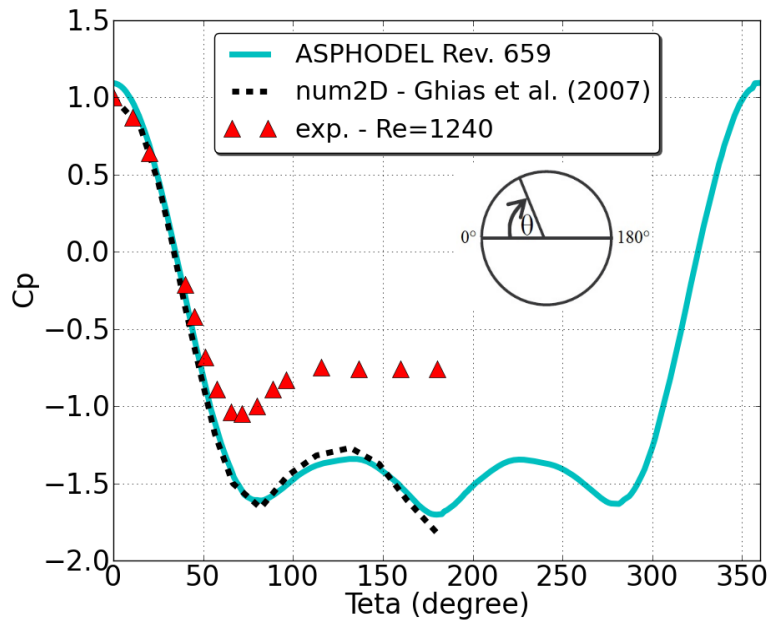


FIGURE 4.37: Coefficient de pression autour d'un cylindre circulaire pour un écoulement visqueux, $Re= 1000$.

4.3.5 Conclusion

L'étude de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire selon l'hypothèse du fluide parfait montre les capacités d'ASPHODEL à traiter les équations de la dynamique des fluides avec suffisamment de précision. On notera la nécessité d'utiliser une correction de renormalisation qui améliore la qualité des résultats en termes de coefficient de pression à l'aval du cylindre, au point symétrique du point d'arrêt. Ceci se fait néanmoins en pénalisant le temps de calcul de 15% environ. Un schéma de résolution des équations d'ordre 4 permettrait sans doute de corriger ce biais mais certainement au pris du temps de calcul.

L'étude de l'écoulement en fluide visqueux pour des Reynolds de 40, 100 et 1000 montre des écarts de l'ordre de 10% avec les résultats expérimentaux ce qui est tout à fait acceptable pour les applications qui nous intéressent si des résultats quantitatifs sont attendus. L'écart n'est pas lié à la discrétisation insuffisamment fine mais au modèle visqueux de Morris qui notamment surévalue le coefficient de pression au point d'arrêt. Ce modèle est cependant d'usage courant dans les méthodes SPH.

On notera enfin que les temps de calculs élevés sont essentiellement dus à l'attente d'un régime stabilisé propre pour en déduire des caractéristiques moyennes et représentatives. Ces durées de calcul auraient sans doute parfois pu être réduites, le jeu de paramètres numériques ayant été identifié sur des conditions d'écoulement sévères.

4.4 Ecoulement autour d'un cylindre à géométrie complexe

La capacité d'ASPHODEL à traiter les problèmes d'écoulement autour d'objet circulaire a été démontrée dans le chapitre précédent, on souhaite ici étendre cette validation à des objets présentant une angularité. En effet, certains codes DEM ont la possibilité de modéliser les grains par des polygones.

A côté d'études relativement nombreuses mettant en jeu des cylindres à profil carré ou rectangulaire, peu de recherches ont été menées sur les écoulements laminaires autour de cylindres à profil triangulaire, trapezoidal ou polygonal. L'intérêt des chercheurs pour ce type de système est divers. Concernant les profils rectangulaires (dont carré), on trouvera des études numériques sur la taille du domaine de calcul [41, 173, 174, 45, 143] et des paramètres numériques tels que les paramètres de discrétisation [173, 174]. L'étude des effets de géométrie sont aussi analysés, que ce soit l'influence du rapport de dimension des profils rectangulaires [41, 79] ou les effets 3D [175, 157, 161]. Le cas d'une rangée de cylindres a été traitée par Islam et al. [78] et Bao et al. [2]. Sen et al. [165] ont proposé des formules empiriques pour déterminer la traînée et le nombre de Strouhal. Enfin, certaines études ont permis de comparer différentes méthodes numériques pour traiter le problème de l'écoulement autour d'un cylindre à géométrie complexe [20, 99]. Les études numériques impliquant des profils triangulaires recoupent les objectifs des études menés sur les profils rectangulaires [32, 92, 178, 148, 26]. Les études numériques se réfèrent à certaines expériences clefs menées sur des profils rectangulaires [135, 102, 132, 30, 138] ou triangulaires [102].

Comparés au profil circulaire, le profil à géométrie complexe provoque la formation d'un sillage plus étendu et si le profil est régulier, le point de décollement se trouve aux coins du cylindre (ce n'est pas le cas pour le cylindre circulaire) [148, 205, 26].

Dans ce chapitre, deux profils seront étudiés : un profil rectangulaire avec une face perpendiculaire à l'écoulement et un profil triangulaire (Figure 4.38). L'étude est menée uniquement pour deux valeurs de Reynolds 40 et 100. La taille du domaine de calcul est inchangée par rapport à l'étude portant sur le profil circulaire moyennant la définition de la dimension D donnée

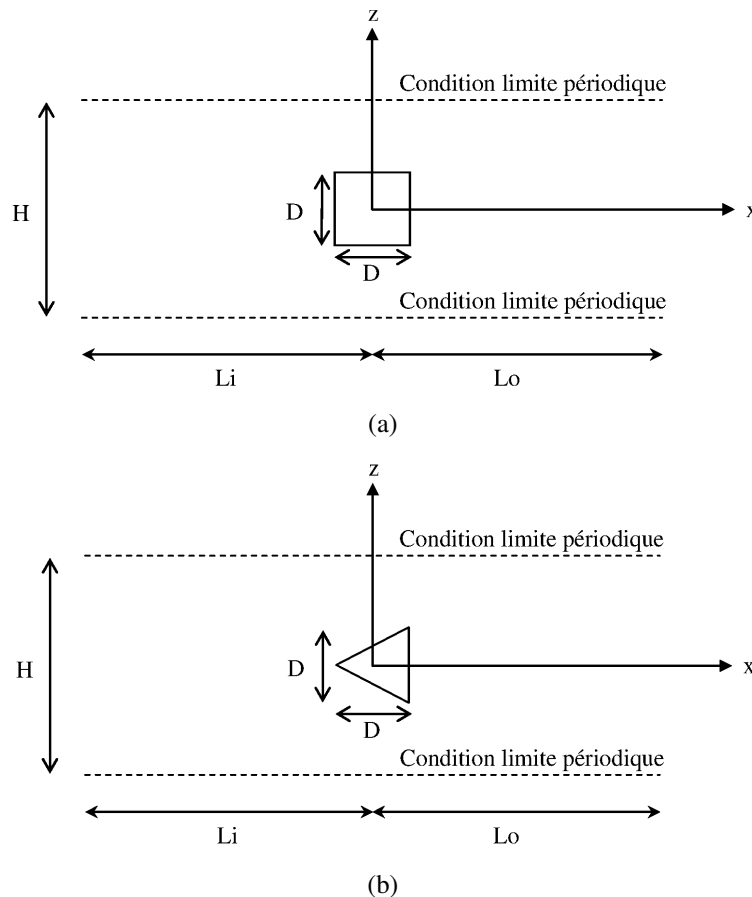


FIGURE 4.38: Système modélisé pour l'écoulement autour d'un cylindre : (a) carré et (b) triangulaire.

sur la Figure 4.38. Les paramètres numériques et mécaniques sont aussi identiques.

4.4.1 Ecoulement visqueux autour d'un cylindre de profil carré

Écoulement pour un Reynolds de 40

Tout comme le cas du cylindre circulaire, pour $Re=40$, l'écoulement est laminaire et la stabilisation de la réponse est obtenue après 40 s d'écoulement. On retrouve qualitativement le même champ de vitesse que Sen et al. [165] qui ont utilisé la méthode MEF (Figures 4.39(a-b)). On peut visualiser que la zone d'écoulement perturbé à l'amont du cylindre est plus étendue que pour le cas du profil circulaire ce qui pourrait nécessiter d'utiliser une longueur d'entrée L_i plus grande. Dans ce travail, le choix qui avait été fait était très conservatif ce qui a permis de conserver les mêmes dimensions. Les Figures 4.39(a) et 4.41 qui donne le champ de vorticité montrent que la longueur et la hauteur du sillage sont plus grandes que celles obtenues pour le cylindre circulaire. On donne enfin en Figure 4.40 le champ de pression correspondant.

La distribution de pression moyenne autour du cylindre carré est présentée dans la Figure 4.42. On donne alors les coefficients de traînée et de portance due à la pression dans le Tableau 4.10. On notera des valeurs différentes à hauteur de 9% par rapport aux résultats obtenus par Sahu et al. [162] qui ont utilisé la méthode MEF, ce qui est dans l'ordre de grandeur des écarts trouvés pour le cas du cylindre circulaire.

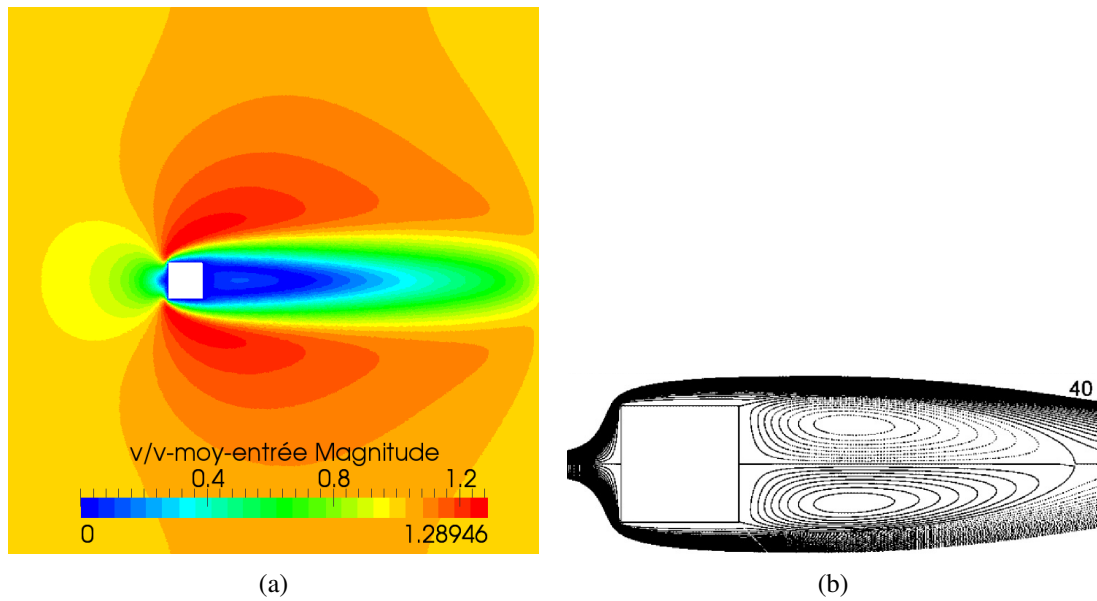


FIGURE 4.39: Champ de vitesse instantané fluide d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre carré, $Re=40$: (a) ASPHODEL (b) Méthode MEF [165].

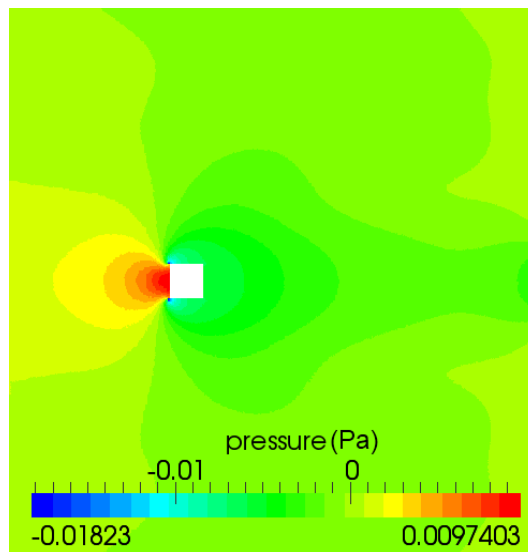


FIGURE 4.40: Champ de pression fluide instantané d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre carré, $Re=40$.

TABLE 4.10: Caractéristiques moyennes de l'écoulement visqueux autour d'un cylindre carré, $Re=40$.

Fluide visqueux	C_{Dp}	C_{Df}	C_D	Temps de calcul
ASPHODEL	1.646	-	-	9.8h (24 coeurs)
Autres simulations numériques				
Sahu et al. (2009) [162]	1.511	0.250	1.761	
Sen et al. (2011) [165]	1.476	0.194	1.670	

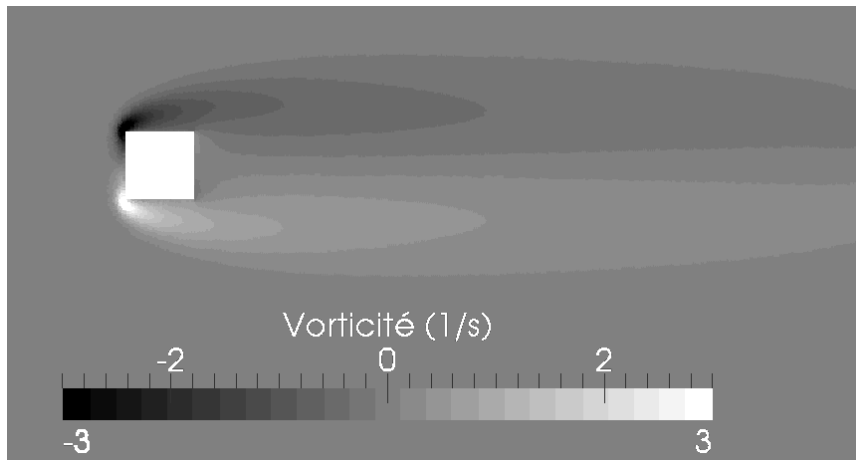


FIGURE 4.41: Champ de vorticité instantané d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre carré, $Re=40$.

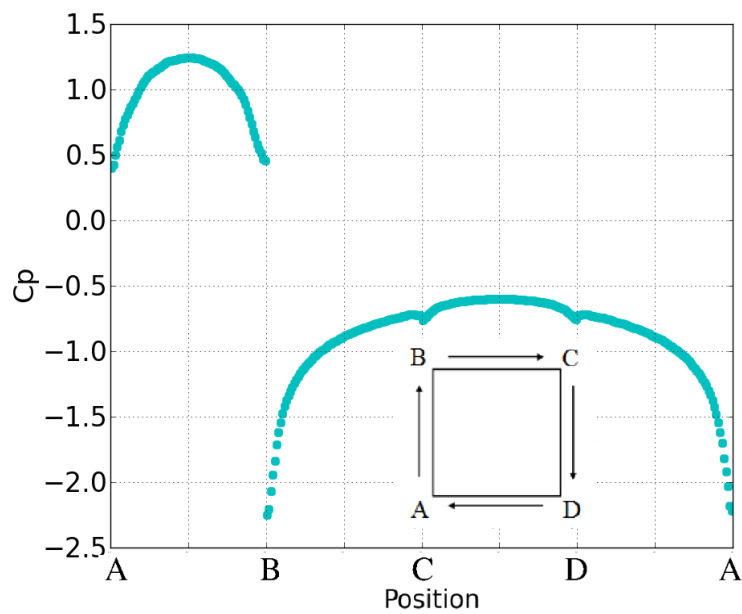


FIGURE 4.42: Coefficient de pression instantané autour d'un cylindre carré pour un fluide visqueux, $Re=40$.

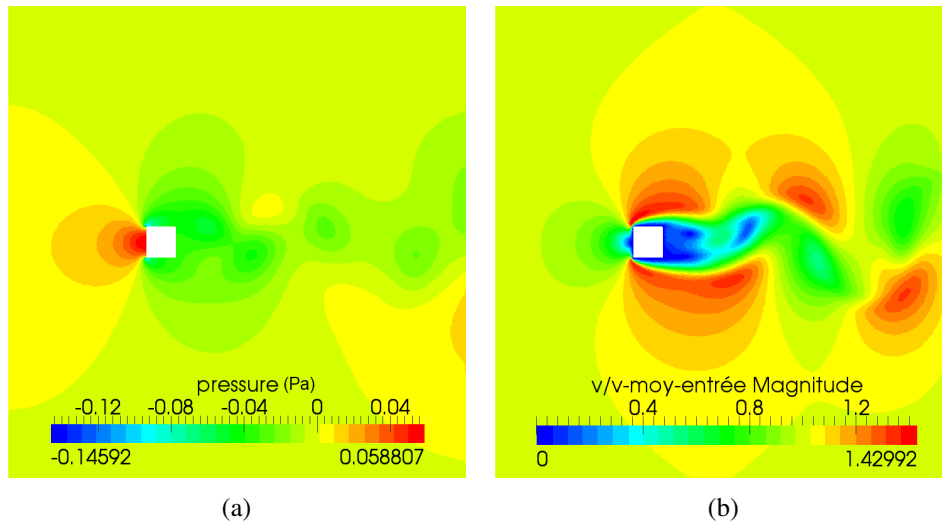


FIGURE 4.43: Champs de pression (a) et de vitesse fluide (b) instantané d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre carré, $Re= 100$.

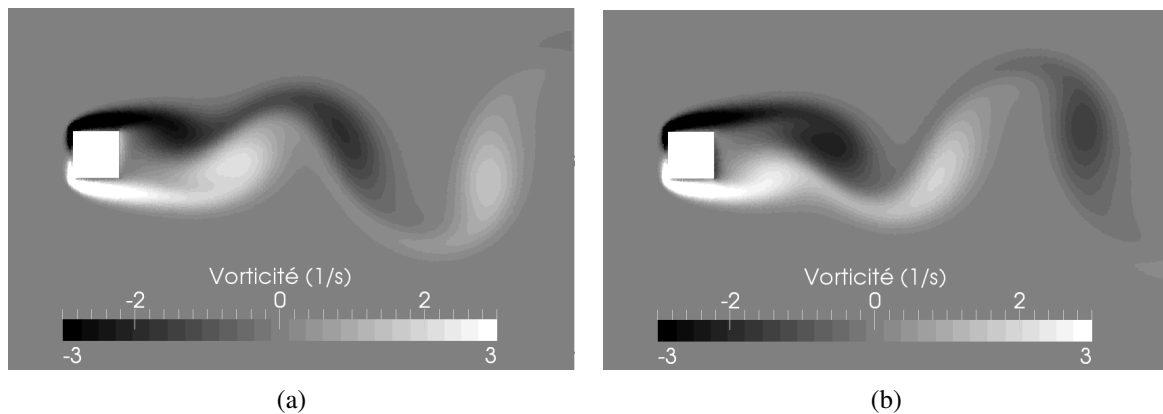


FIGURE 4.44: Champ de vorticité instantané fluide d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre carré, $Re= 100$.

 coulement pour un Reynolds de 100

Pour $Re= 100$, la stabilisation de la réponse est obtenue après 110 s d'écoulement ce qui est 20 s de plus que le cas du cylindre circulaire. On trouve aussi l'apparition d'allée tourbillonnaire de Von Karman avec ici des points de décollement aux angles amont du cylindre. Les illustrations des champs de pression et de vitesse des particules fluides sont données dans les Figures 4.43 (a-b). Dans le cas d'un cylindre carré, les caractéristiques du mécanisme de formation de tourbillons sont similaires à celles du cylindre circulaire (Figure 4.44).

La Figure 4.45 montre que la distribution du coefficient de pression moyenne autour du cylindre carré obtenue est proche de celle obtenue par Bao et al. [2] (méthode MEF), sauf au point d'arrêt (surestimation de 8%). Cette surestimation de la pression en ce point avait déjà été soulevée dans le cas du cylindre. Les caractéristiques générales de l'écoulement sont données dans le Tableau 4.11. Elles montrent des différences maximales de 8% avec des résultats obtenus par différents auteurs et différentes méthodes.

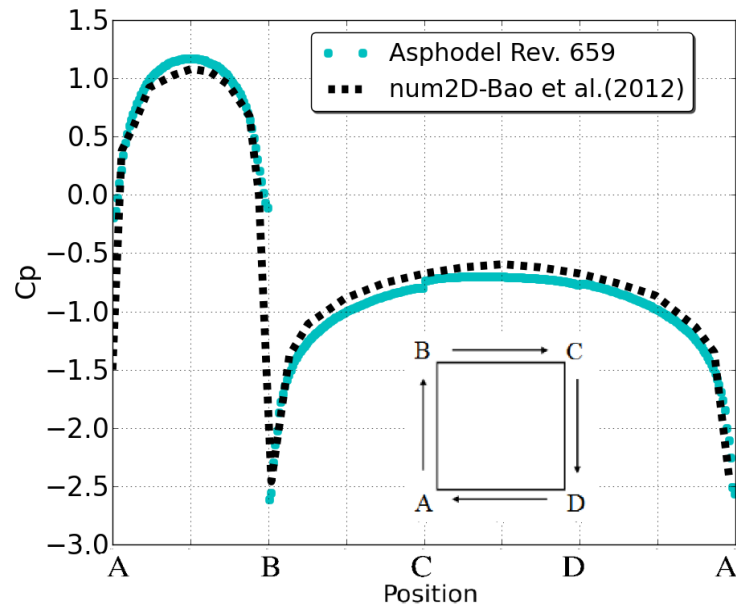


FIGURE 4.45: Coefficient de pression instantané autour d'un cylindre carré pour un fluide visqueux, $Re=100$.

TABLE 4.11: Caractéristiques moyennes de l'écoulement visqueux autour d'un cylindre carré, $Re=100$.

Fluide visqueux	C_{Dp}	C_{Df}	C_D	C_{L-rms}	C_{p-0°	St	Temps de calcul
ASPHODEL	1.56	-	-	0.169	1.17	0.153	32.6h (30 coeurs)
Autres simulations numériques							
Davis et al. (1984) [41]			1.66			0.16	
Robichaux et al. (1999) [157]			1.53			0.154	
Singh et al. (2009) [169]			1.52	0.161		0.15	
Sahu et al. (2009) [162]	1.44		1.488	0.188		0.149	
Sen et al. (2011) [165]	1.40	0.12	1.52	0.191		0.149	
Bao et al. (2012) [2]			1.493	0.180	1.08	0.145	
Expérimentales							
Okajima (1982) [135]						0.141-0.145	
Norberg (1993) [132]						0.143	

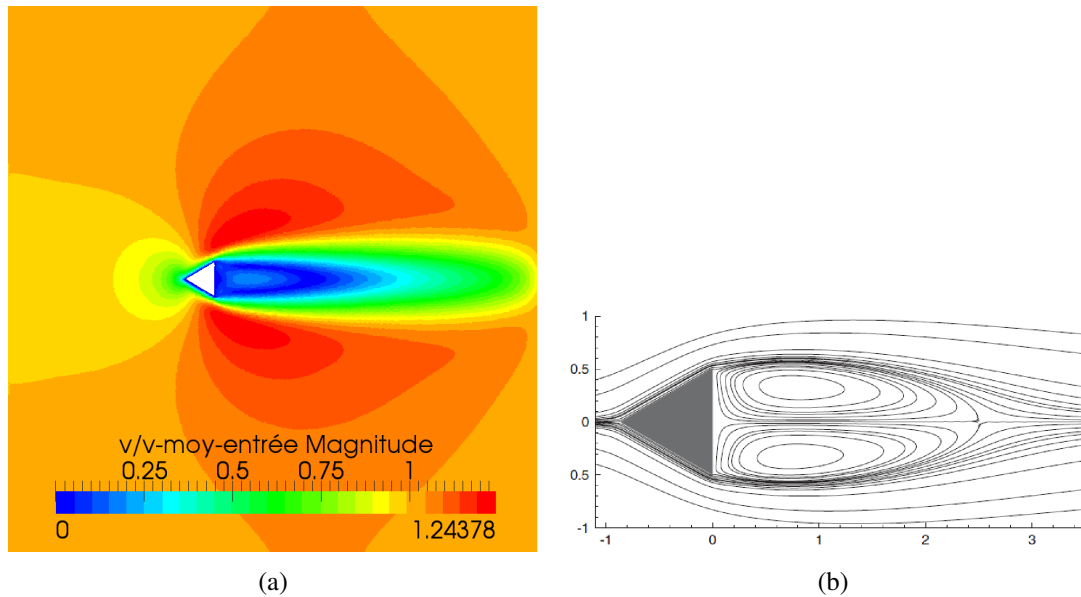


FIGURE 4.46: Champ de vitesse fluide d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre triangulaire, $Re=40$: (a) ASPHODEL ; (b) MVF [92].

Conclusion

L'étude portant sur l'écoulement autour d'un cylindre de profil carré ne fait pas ressortir de réelles spécificités par rapport au profil circulaire. Cependant, le temps d'écoulement avant stabilisation de l'écoulement est supérieur de 50% environ au cas circulaire. Les mêmes régimes sont observés, le coefficient de traînée et de portance sont, comme attendu, bien supérieurs au cas du cylindre circulaire de par une forte perturbation de l'écoulement et une plus grande étendue du sillage obtenu. Concernant les caractéristiques moyennes de l'écoulement, on retrouve les mêmes écarts avec les résultats de la littérature que ceux obtenus dans le cas du profil circulaire.

4.4.2 Écoulement visqueux autour d'un cylindre triangulaire

Écoulement pour un Reynolds de 40

L'écoulement est laminaire et la réponse se stabilise après 50 s d'écoulement ce qui est identique à ce que l'on a trouvé pour le profil circulaire. L'écoulement montre des points de décollement aux angles aval du cylindre avec une recirculation sous la forme de deux tourbillons au-dessus et en dessous du plan médian (Figures 4.46(a-d)). Les illustrations des champs de pression et de vorticité autour d'un cylindre triangulaire sont données en Figure 4.47 et Figure 4.48.

Le Tableau 4.12 donne les caractéristiques moyennes de l'écoulement. Elles montrent des différences maximales de 10% avec des résultats obtenus par d'autres études, ce qui est l'ordre de grandeur trouvé pour le cas du profil circulaire pour un même Reynolds.

 coulement pour un Reynolds de 100

Pour un Reynolds de 100, on retrouve l'écoulement laminaire avec formation d'un sillage périodique non-stationnaire comme identifié dans le cas du cylindre circulaire avec formation

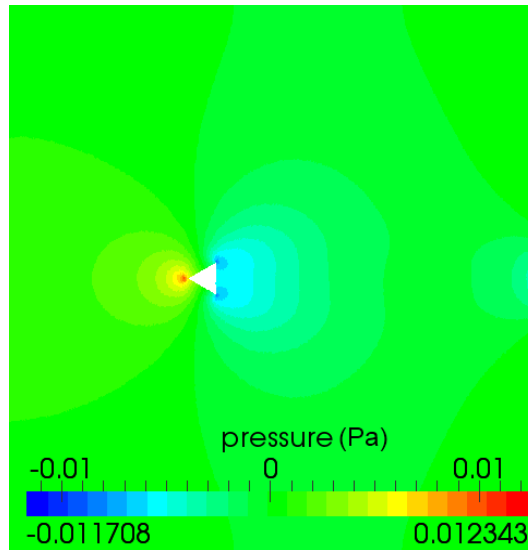


FIGURE 4.47: Champ de pression instantané d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre triangulaire, $Re=40$.

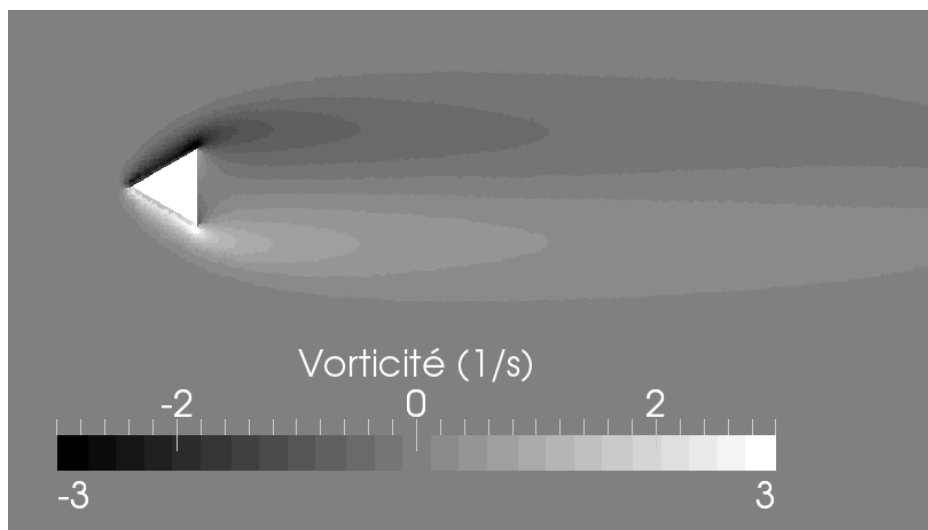


FIGURE 4.48: Champ de vorticité fluid instantané d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre triangulaire, $Re=40$.

TABLE 4.12: Caractéristiques moyennes de l'écoulement visqueux autour d'un cylindre triangulaire, $Re=40$.

Fluide visqueux	C_{Dp}	C_{Df}	C_D	Temps de calcul
ASPHODEL	0.97	-	-	10.7h (24 coeurs)
Autres simulations numériques				
Kumar De et Dalal (2006) [92]	0.88	0.64	1.52	
Prhashanna et al. (2011) [148]	0.88	0.66	1.54	

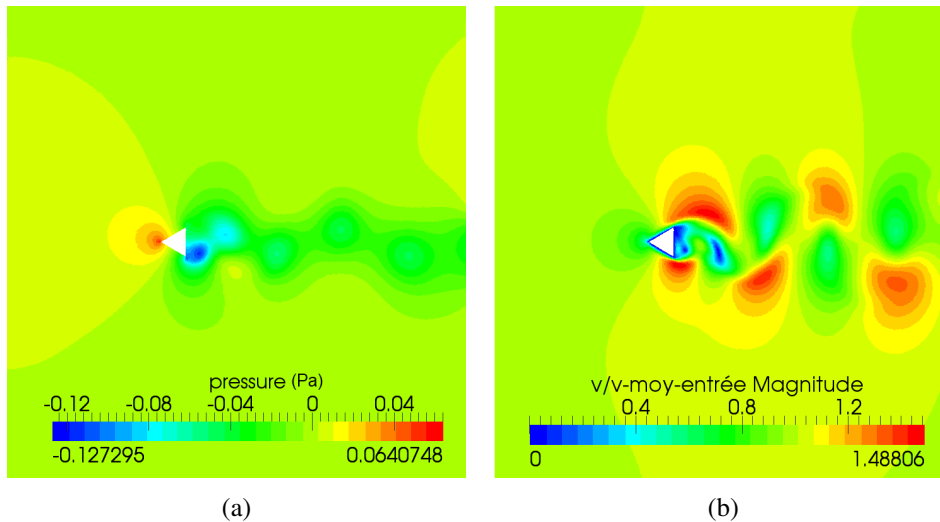


FIGURE 4.49: Champs de pression et de vitesse fluide instantanés d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre triangulaire, $Re=100$.

TABLE 4.13: Caractéristiques moyennes d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre triangulaire, $Re=100$.

Fluide visqueux	C_{Dp}	St	Temps de calcul
ASPHODEL	1.37	0.205	24.1h (30 coeurs)
Autres simulations numériques			
Kumar De et Dalal (2006) [92]	1.3	0.198	

d'une allée tourbillonnaire de Bénard-Von Karman. On donne en Figures (a-b) les champs de pression et de vitesse fluide. Le champ de vorticité obtenu par ASPHODEL est en bon accord avec celui obtenu par la méthode MVF où l'allée peut être aperçue (Figure 4.50).

La Figure 4.51 montre la distribution de pression moyenne autour du cylindre triangulaire et le Tableau 4.13 révèle que l'écart obtenu est de 5% avec les résultats obtenus par une méthode MVF, ce qui est plus faible que les écarts obtenus pour le profil circulaire. Ceci est sans doute dû au profil qui permet de minimiser l'erreur du modèle de Morris au point d'arrêt. Le gradient de vitesse proche du point d'arrêt est plus faible que celui obtenu pour la géométrie circulaire et carrée.

Conclusion

L'étude portant sur l'écoulement autour d'un cylindre de profil triangulaire ne fait pas ressortir de réelles spécificités par rapport au profil circulaire. Le temps d'écoulement avant stabilisation de l'écoulement est identique au cas circulaire. Les mêmes régimes sont observés, le coefficient de traînée et de portance sont, comme attendu, supérieurs au cas du cylindre circulaire de par l'étendue supérieure du sillage obtenu. Les écarts plus faibles pour les caractéristiques moyennes de l'écoulement par rapport à d'autres résultats issus de la littérature ne pourraient être dus qu'à la moindre influence de l'erreur d'évaluation du coefficient de pression au point d'arrêt.

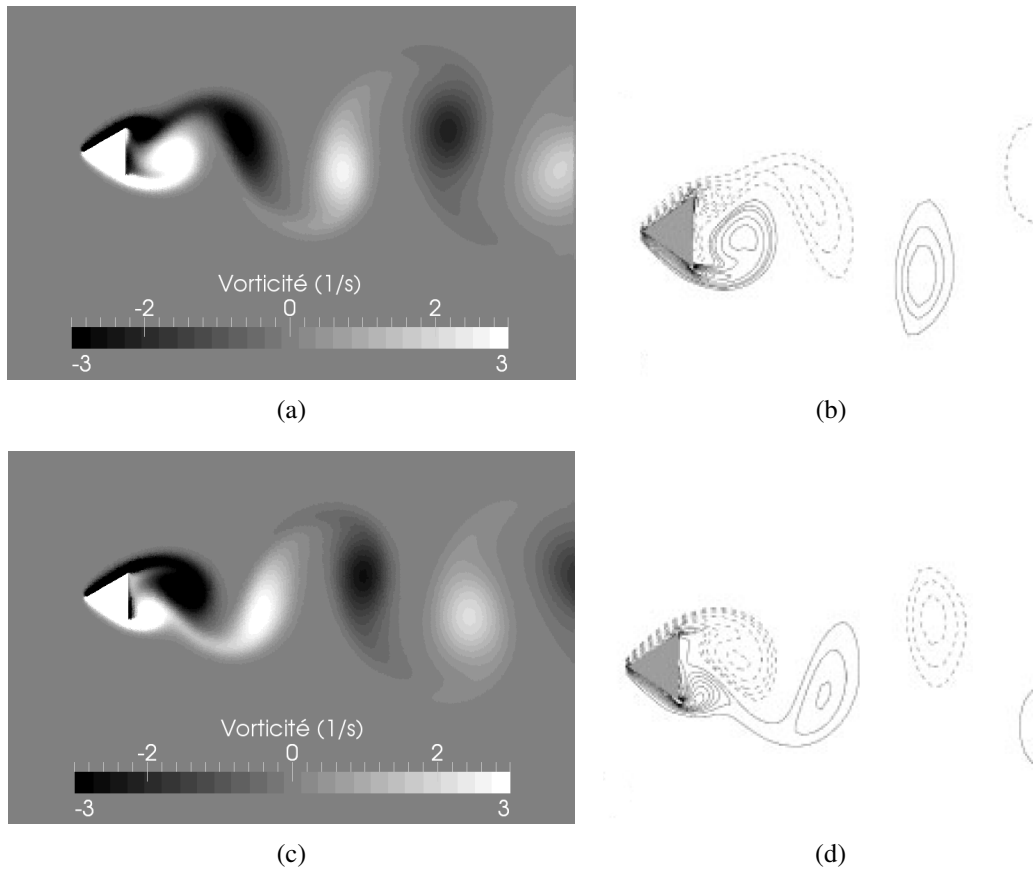


FIGURE 4.50: Champ de vorticité fluide d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre triangulaire, $Re= 100$: (a), (c) ASPHODEL ; (b), (d) méthode MVF [92].

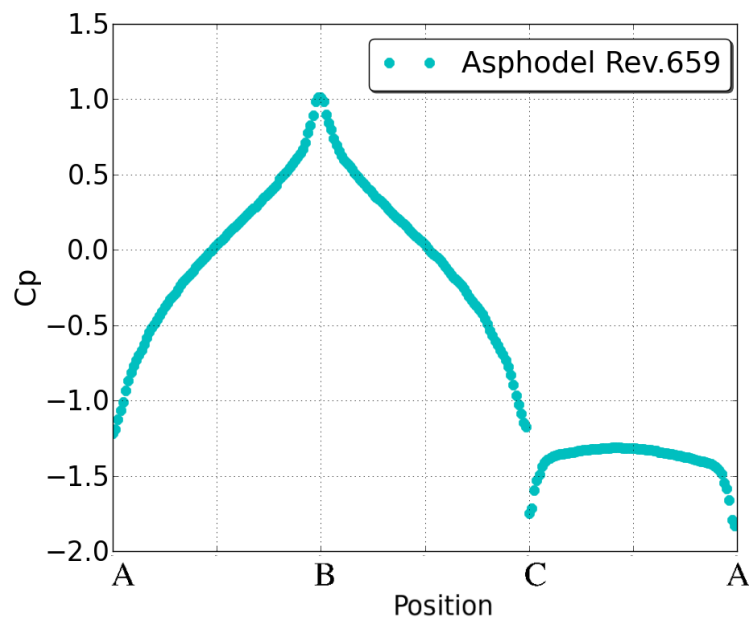


FIGURE 4.51: Coefficient de pression moyenne autour d'un cylindre triangulaire pour un fluide visqueux, $Re= 100$.

4.5 Conclusion

La validation du code ASPHODEL basé sur la méthode SPH-ALE a été réalisée pour démontrer sa capacité à modéliser un écoulement visqueux 2D autour d'un cylindre isolé. L'étude de paramètres tels que la valeur du coefficient C_{CFL} , la dimension du domaine de calcul et des paramètres numériques est abordée pour trouver un jeu assurant un bon compromis entre la précision et les temps de calculs. Les positions entrée et sortie du domaine de calcul sont prises égales à $5D$ et $10D$ comme dans [96] et la hauteur du domaine à $16D$ confirmant le travail de Bher et al. [4] pour obtenir la condition du cylindre isolé. La taille par défaut des particules fluides et le raffinement utilisé proche des obstacles sont pris respectivement à $r_0 = D/40$ et $RR = 0.5$. Ils constituent un compromis entre précision du calcul et durée de calcul, l'effort en temps de calcul n'amenant pas un gain notable sur la précision des résultats pour des discrétisations plus petites.

Les valeurs des coefficients de traînée C_{Dp} et de portance C_{Lp} dus à la seule contribution de la pression, le coefficient de pression moyenne C_p autour d'un cylindre et le nombre de Strouhal issu du coefficient de portance sont donnés en utilisant le choix de discrétisation optimal. ASPHODEL donne pour C_{Dp} un écart avec des études antérieures de 12%, 9% et 8% pour $Re = 40$, 100 et 1000. Pour C_{L-amp} et C_{L-max} cette différence atteint 3% et 0% pour $Re = 100$ et 1000. Pour le nombre de Strouhal, les écarts sont au maximum de 5.5% pour $Re = 100$ et 1% pour $Re = 1000$ comparé avec des simulations numériques utilisant d'autres méthodes de résolution des équations fluides. L'erreur peut atteindre 15% pour $Re = 1000$ vis-à-vis de travaux expérimentaux. Cependant, ici, le biais provient de la limite des modélisations 2D, car pour de tels Reynolds des effets 3D tiennent une importance non négligeable dans les résultats expérimentaux. Plus globalement, les écarts obtenus (toujours par le haut) dans les simulations semblent être dus au rôle du modèle visqueux de Morris [128] qui a tendance à surévaluer la pression au point d'arrêt.

L'étude d'un écoulement visqueux autour d'un cylindre carré et triangulaire est apportée pour tester la capacité d'ASPHODEL à traiter des profils complexes. Les écarts trouvés pour les caractéristiques de l'écoulement autour du cylindre sont du même ordre de grandeur que obtenus précédemment pour le cylindre circulaire. Il semble que pour le profil triangulaire de plus faibles écarts soient trouvés avec les résultats issus de la littérature et seraient dus à la moindre importance de la mauvaise évaluation de la pression au point d'arrêt. Le biais du modèle de Morris serait donc plus faible pour des écoulements tangentiels aux parois.

Le temps de calcul nécessaire pour l'étude de l'écoulement autour du cylindre de différentes formes (circulaire, carré et triangulaire) dépend de la discrétisation (et surtout de la taille de la plus petite particule fluide) mais aussi du temps nécessaire pour obtenir une réponse stabilisée. Cette stabilisation dépend de la géométrie du cylindre (plus ou moins profilée) et du nombre de Reynolds. Pour le cas du cylindre circulaire, le temps pour obtenir la stabilisation est 2.7 fois plus important pour un Reynolds de 100 par rapport à un Reynolds de 40. Par contre, pour un Reynolds de 1000, le temps de calcul est 1.4 fois plus faible par rapport à un Reynolds de 100. Concernant la discrétisation, si le nombre de particules pavant l'espace est diminué d'un facteur 2 (par exemple $r_0 = D/20$ et $RR = 0.5$), le temps de calcul est réduit de 2.4 fois (deux fois moins de particules mais aussi pas de temps critique de calcul plus élevé) pour une perte de précision sur les résultats de 4% par rapport à la discrétisation préconisée, ceci pour un Reynolds de 100. Cette perte de précision est tout à fait acceptable. Ainsi la discrétisation proposée est-elle une discrétisation sévère qui peut être relâchée pour des Reynolds plus faibles que 1000 car les gradients de vitesse à capter sont plus faibles.

Chapitre 5

Ecoulement à travers un conduit

L'écoulement à travers un renard (conduit) met en jeu un fluide et les parois constitutives du renard et donc une rugosité de paroi. Cette rugosité est créée essentiellement par le matériau granulaire constitutif du sol et donc des parois du conduit. Comprendre comment cette rugosité est mise en jeu par l'écoulement est alors importante car ce couplage fluide-paroi affecte la manière dont l'agrandissement du trou s'opère et donc comment le processus d'érosion de conduit évolue. Il s'agit bien d'un phénomène couplé fluide-paroi car contrairement à un conduit lisse où le champ de vitesse reste constant, la surface du renard peut avoir un grand impact sur le comportement de l'écoulement du fluide (Figure 5.1). C'est donc typiquement ce qui peut se produire lors d'un essai HET. La Figure 5.1 montre des lignes de courant régulières dans le cas d'un conduit lisse, alors que les lignes de courant dans un conduit présentant une certaine rugosité sont déviées par les obstacles.

Le diagramme de Moody donne le coefficient de frottement de l'écoulement dans une conduite circulaire en fonction d'une large gamme de nombre de Reynolds et du paramètre de rugosité relative ε/H (Figure 5.2 dans [23]). ε et H sont respectivement la hauteur de la rugosité et la hauteur (ou diamètre) du conduit. Ce diagramme a été construit essentiellement sur la base des résultats expérimentaux de Nikuradse [131] et à l'aide de l'équation de Colebrook pour décrire le coefficient de frottement dans le régime turbulent. On notera que ce diagramme ne traite que des rugosités relatives inférieures à 5%. En régime laminaire, le coefficient de frottement est en première approximation indépendant de la rugosité de parois et diminue avec l'augmentation du nombre de Reynolds [131]. En régime turbulent, le coefficient de frottement est minimum pour une conduite lisse et augmente avec la rugosité (Figure 5.2).

Dans ce chapitre, une validation du code ASPHODEL est proposée pour traiter les problèmes d'écoulement visqueux le long de surface lisse ou rugueuse. Dans ce dernier cas, qui est

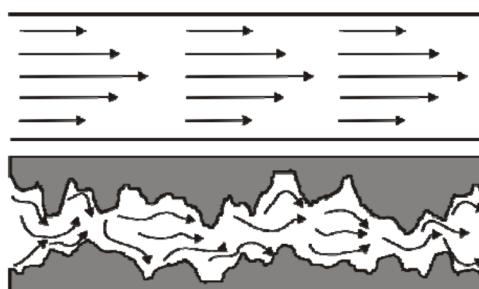


FIGURE 5.1: Lignes de courant dans un conduit lisse et rugueux [76].

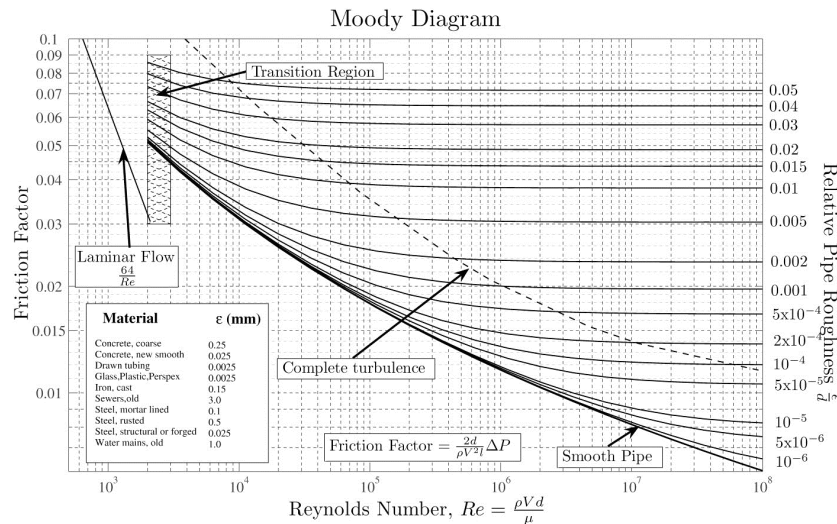


FIGURE 5.2: Diagramme de Moody dans [23], rugosité relative inférieure à 0.05.

celui qui nous intéresse le plus pour des applications génie civil, la rugosité est créée par des particules circulaires correspondant à une granulométrie fixée. En premier lieu, un écoulement de Poiseuille entre deux plans parallèles est traité au Chapitre 5.1. La dissipation d'énergie par frottement visqueux se traduit par la mesure d'un coefficient de perte de charge (ou coefficient de frottement) qui sera donnée pour différents nombres de Reynolds. Par la suite, l'influence d'une géométrie semi-circulaire pour la rugosité de parois en écoulement laminaire sera étudiée au Chapitre 5.2. Enfin, la rugosité de parois construite à l'aide d'une granulométrie monodisperse et polydisperse est étudiée au Chapitre 5.3 pour examiner la perte de charge et la force fluide travaillant sur chaque particule solide due au fluide selon la granulométrie du sol. Ce travail initie une étude plus vaste sur le rôle de la granulométrie des sols et plus largement des propriétés du sol sur le processus d'érosion.

5.1 Conduit lisse : écoulement de Poiseuille

5.1.1 Approche analytique

Considérons un fluide laminaire entrant dans un conduit à une vitesse moyenne uniforme (Figure 5.3). L'écoulement peut être divisé en deux régions : la région de la couche limite et la région d'écoulement irrotationnel/non-visqueux (Prandtl, 1905). Dans la couche limite, l'écoulement du fluide connaît de forts gradients de vitesse dus à l'influence de la viscosité et de l'adhérence à la paroi. Les composantes normales et tangentielles de la vitesse fluide à la paroi sont égales à zéro et l'écoulement tangentiel aux parois décélère continûment le long de la région d'entrée. Pour compenser cette réduction de vitesse, la vitesse du fluide au centre du conduit augmente au fur et à mesure dans la région d'entrée pour maintenir le débit constant. En dehors de la couche limite, les effets visqueux sont négligeables.

L'épaisseur de la couche limite augmente le long de la région d'entrée (longueur L_e) jusqu'à ce qu'elle atteigne le centre du conduit et remplisse l'ensemble du conduit (Figure 5.3). Lorsque cette condition est remplie, la région non-visqueuse disparaît au profit d'un écoulement entièrement visqueux qui est aussi un écoulement développé et stationnaire. La valeur de la longueur d'entrée L_e dépend du nombre de Reynolds et du diamètre du conduit H . La longueur d'entrée,

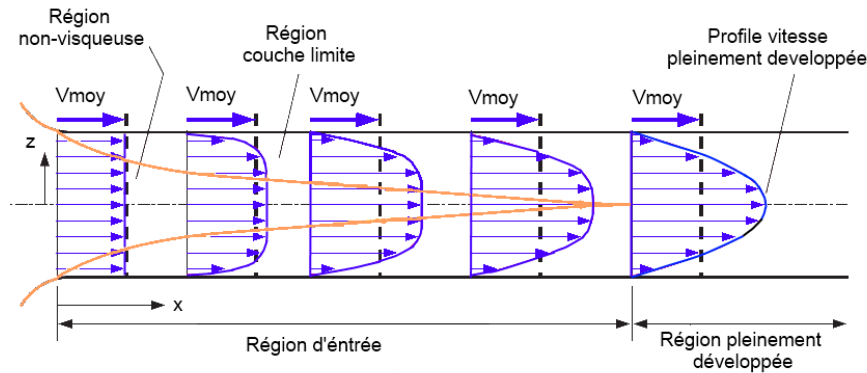


FIGURE 5.3: Développement de la couche limite de vitesse pour un écoulement laminaire dans un conduit [129].

L_e , pour l'écoulement laminaire s'écrit [86] :

$$L_e = 0.05 \times Re \times H \quad (5.1)$$

Le profil de vitesse dans la région pleinement développée est parabolique pour l'écoulement laminaire et ne change pas par rapport au temps à condition que la section de conduit reste constante. La contrainte de cisaillement à la paroi de conduit, τ_w , est liée au gradient de vitesse de fluide au niveau des parois. Elle est plus élevée à l'entrée du conduit là où l'épaisseur de la couche limite est la plus petite et décroît progressivement pour atteindre une valeur constante dans la région d'écoulement pleinement développé (Figure 5.4). Par conséquent, la perte de pression est plus élevée dans la région d'entrée du conduit et a tendance à augmenter le coefficient de frottement moyen du conduit. Cette augmentation peut être importante pour les conduits courts mais est négligeable pour les conduits longs [129].

Dans la région pleinement développée, le fluide ne subit pas d'accélération (le profil de vitesse reste inchangé) et donc la contrainte de cisaillement à la paroi demeure également constante dans cette région. Par conséquent, le gradient de pression et la contrainte de cisaillement dans l'écoulement développé sont en équilibre (la somme des forces motrices est égale à la somme des forces résistantes, ici les forces visqueuses). Une perte de pression ou plus précisément une perte de charge est engendrée par les frottements le long des parois. Le coefficient de frottement sous-jacent caractérise alors la rugosité de paroi vis-à-vis de l'écoulement et doit pouvoir être identifié.

Vitesse maximale de l'écoulement laminaire en 2D

La solution analytique du champ de vitesse en régime permanent peut être trouvée en considérant la vitesse fluide parabolique avec $v(z=0) = 0$, $v(z=H) = 0$ et $v(z=H/2) = v_{\max}$ (Figure 5.5) :

$$v(z_B) = \frac{4v_{\max}}{H} z \left(1 - \frac{z}{H}\right) \quad (5.2)$$

La relation entre la vitesse moyenne uniforme (\bar{v}) et la vitesse maximale (v_{\max}) fluide peut être trouvée en écrivant la conservation des débits dans deux sections A et B suffisamment éloignées :

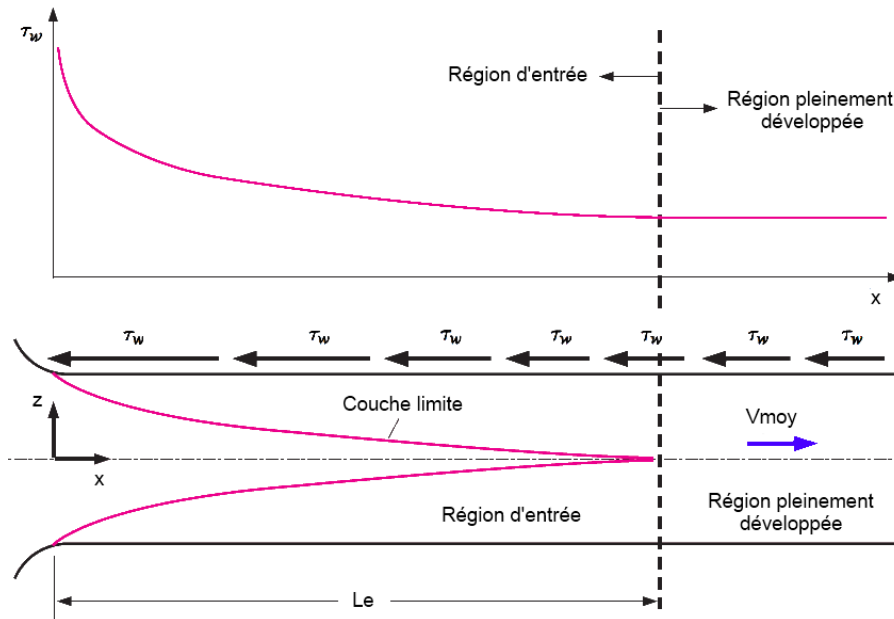


FIGURE 5.4: Variation de la contrainte de cisaillement le long de la paroi du conduit [129].

$$Q_A = Q_B \quad (5.3)$$

$$\int_0^H v(z_A) dz_A = \int_0^H v(z_B) dz_B \quad (5.4)$$

$$\bar{v}H = \frac{2}{3}v_{\max}H \quad (5.5)$$

$$v_{\max} = \frac{3}{2}\bar{v} \quad (5.6)$$

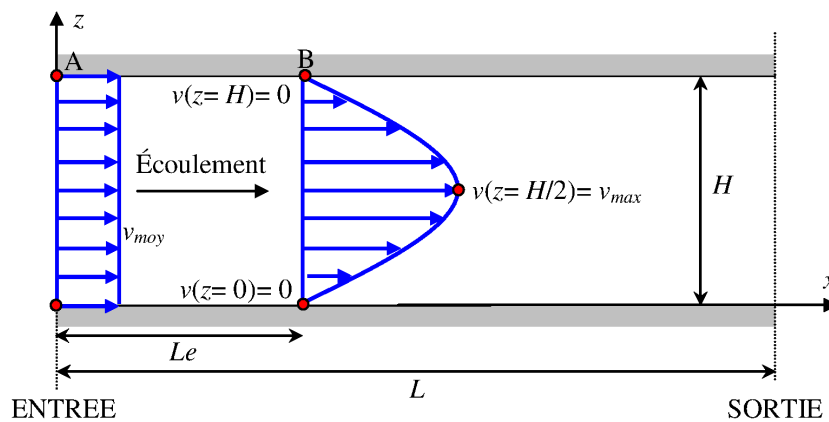


FIGURE 5.5: Écoulement laminaire de Poiseuille.

Perte de charge de l'écoulement laminaire en 2D

Lorsque le fluide est visqueux, le théorème de Bernoulli n'est plus satisfait et une perte de charge doit être ajoutée. La perte de charge correspond à l'énergie dissipée par frottement visqueux fluide. Elle est couramment exprimée sous la forme d'une pression (ΔP), bien qu'elle apparaisse dans l'équation de Bernoulli comme une hauteur de colonne d'eau. Le théorème de Bernoulli généralisé s'écrit :

$$\frac{v_1^2}{2g} + z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \Delta h \quad (5.7)$$

où Δh est la dissipation d'énergie entre les points 1 et 2.

Pour un fluide incompressible, en considérant la section de conduit constante, la vitesse de fluide est également constante en régime permanent. En considérant l'Equation 5.7, la perte de charge se traduit donc par une diminution de pression :

$$\Delta p = \Delta h \rho g \quad (5.8)$$

Le théorème de Bernoulli généralisé s'écrit alors :

$$\frac{v_1^2}{2g} + z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\Delta p}{\rho g} \quad (5.9)$$

avec v , g , p , ρ et z respectivement la vitesse du fluide en un point (m/s), l'accélération de la pesanteur (m/s^2), la pression en un point (Pa), la masse volumique en un point (kg/m^3) et l'altitude (m).

La perte de pression, Δp , peut être obtenue en considérant l'équation de quantité de mouvement (Equation 3.40) en régime permanent/stationnaire ($\frac{dv}{dt} = 0$) :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 v(z)}{\partial z^2} \quad (5.10)$$

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = \mu \frac{\partial^2 \left(\frac{4v_{\max}}{H} z \left(1 - \frac{z}{H} \right) \right)}{\partial z^2} \quad (5.11)$$

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{-8\mu v_{\max}}{H^2} = \frac{-8\mu \left(\frac{3}{2} \times \bar{v} \right)}{H^2} \quad (5.12)$$

$$\Delta p = \frac{-12\mu \bar{v}}{H^2} \times L \quad (5.13)$$

$$\Delta p = -\left(\frac{1}{2} \rho \bar{v}^2 \right) \times \frac{24\mu}{\rho \bar{v} H} \times \frac{L}{H} \quad (5.14)$$

$$\Delta p = -\left(\frac{1}{2} \rho \bar{v}^2 \right) \times \frac{24}{Re} \times \frac{L}{H} \quad (5.15)$$

L'équation de Darcy-Weisbach ainsi obtenue caractérise la perte de charge ou la perte de pression due aux frottements le long des parois du conduit pour une vitesse moyenne de l'écoulement. L'équation de Darcy-Weisbach contient un facteur de frottement adimensionnel f_D , connu sous le nom de coefficient de frottement de Darcy ou facteur de frottement de Moody.

L'équation de Darcy-Weisbach s'écrit aussi en fonction de la perte de pression à l'aide de l'Equation 5.15 :

$$\Delta p = \frac{\rho \bar{v}^2}{2} f_D \frac{L}{H} \quad (5.16)$$

Pour un écoulement laminaire dans un conduit en 2D, la relation entre le coefficient de frottement et le nombre de Reynolds peut être obtenue en considérant les Equations 5.15 et 5.16 :

$$f_D = \frac{24}{Re} \quad (5.17)$$

Le nombre de Poiseuille, Po , est défini par :

$$Po = f_D \times Re \quad (5.18)$$

avec Re :

$$Re = \frac{\bar{v}H}{\nu} \quad (5.19)$$

Dans ce travail, on validera d'abord l'écoulement laminaire de Poiseuille avec $Re = 100$ en se référant aux résultats de [66] et [42]. On étudiera d'abord un écoulement le long d'un conduit plan infini pour évaluer le profil de vitesse pleinement développé en utilisant les conditions d'entrée et sortie périodiques (chapitre 5.1.2). Ensuite, on propose une validation de l'écoulement laminaire de Poiseuille dans un conduit plan fini pour des Reynolds variés en imposant les conditions limites d'entrée et de sortie (chapitre 5.1.3). Le profil de vitesse et de pression ainsi que la perte de charge sont examinés en les comparant à l'approche analytique présentée.

5.1.2 Cas du conduit de longueur infinie

Le conduit étudié a une hauteur H et une longueur L , il est montré à la Figure 5.6. Le fluide est initialement au repos et l'écoulement est engendré sous l'action d'une force volumique parallèle à la direction horizontale, F_x , relié à Re qui ici sera choisi égal à 100.

La solution analytique du champ de vitesse en régime permanent est déduite du bilan de la quantité de mouvement (Equation 3.40) en considérant $\partial p / \partial x = 0$ (condition périodique) et $\frac{dv_i}{dt} = 0$ (régime permanent) [66, 42] :

$$v(z) = \frac{F_x}{2\nu} z(H - z) \quad (5.20)$$

La vitesse maximum, v_{\max} , est trouvée au centre de l'écoulement, en prenant $z = H/2$ dans l'Equation 5.20 :

$$v_{\max} = \frac{F}{8\nu} H^2 \quad (5.21)$$

La vitesse moyenne uniforme en 2D est obtenue en reliant la vitesse maximale et la vitesse moyenne uniforme dans l'Equation 5.6 :

$$\bar{v} = \frac{F}{12\nu} H^2 \quad (5.22)$$

La force volumique en fonction de Re peut être déduite des Equations 5.21 et 5.22 :

$$F_x = \frac{12\bar{v}^2}{ReH} \quad (5.23)$$

En considérant $\bar{v} = \frac{Re \times \nu}{H}$ (Equation 5.19), l'Equation 5.23 s'écrit :

$$F_x = \frac{12 \times Re \times \nu^2}{H^3} \quad (5.24)$$

Domaine de calcul

Le code ASPHODEL est utilisé pour étudier ce cas en 2D en mode eulérien. Le système est présenté à la Figure 5.6. La hauteur et la longueur de conduit sont prises respectivement à 0.025m et 0.060m.

Propriétés mécaniques et numériques

Les paramètres numériques sont ceux utilisés au chapitre 4 sauf pour la valeur C_{CFL} de 0.4 qui est préférée ici. Les valeurs des paramètres sont redonnées au Tableau 5.1.

Discrétisation

La taille de discrétisation par défaut est celle identifiée précédemment (Chapitre 4.2.4) soit $r_0 = H/40$; elle avait été jugée optimale pour un Reynolds de 1000. Ici, le raffinement ne sera pas utilisé. Le nombre de particules fluides utilisé est 3 840. La taille de discrétisation de paroi est pris 0.5 fois celle de la particule fluide.

Une pré-étude a été réalisée pour un Reynolds de 100 afin de voir si la discrétisation trouvée pour le cas de l'étude de l'écoulement autour d'un cylindre fixe peut s'extrapoler au cas étudié ici alors que conditions d'écoulement sont très différentes. Les résultats sont montrés dans les Figure 5.7 et Figure 5.8. L'écart entre la vitesse maximale trouvée par ASPHODEL par rapport au modèle analytique n'est que de 5%. L'écart est obtenu par le bas ce qui de nouveau semblerait être dû au modèle visqueux de Morris [128], ce qui n'est pourtant pas le cas. En effet, si l'on utilise une discrétisation très fine, soit $H/100$ (24 000 particules fluides), l'écart se réduit à 0.6% (Figure 5.9). L'effet de la discrétisation n'avait pas été trouvée précédemment mais les conditions d'écoulement étaient très différentes, ici nous n'avons à faire qu'à un écoulement tangentiel. Les champs de vitesse et de pression pour la taille de discrétisation $r_0 = H/100$ sont montrés à la Figure 5.10.

Conditions aux limites

Des conditions aux limites périodiques à l'entrée et sortie sont imposées. L'écoulement stationnaire est engendré par une force volumique horizontale selon l'Equation 5.24 pour $Re = 100$. En négligeant l'effet de la gravité, elle vaut $F_x = 7.68 \times 10^{-5} m^2/s$.

Conditions initiales

Le domaine de calcul est rempli par les particules fluides initialement au repos (vitesse nulle) entre deux plaques fixes.

TABLE 5.1: Paramètres utilisés dans la simulation numérique de l'écoulement de Poiseuille dans un conduit de longueur infinie.

Dimension	
H	0.025m
L	$2.4H$
Condition limite utilisé	
Entrée	Périodique
Sortie	Périodique
Paramètre numérique utilisé	
Type de simulation	2D en mode eulérien
r_0	$H/40$ $H/100$
Masse volumique de l'eau	1000 kg/m ³
Vitesse du son	$10 \times \bar{v}$
Viscosité cinématique	10^{-6} m ² /s (pour l'eau)
Force volumique	$F_x = 7.68 \times 10^{-5}$ m ² /s
<i>Periodic activation</i>	NO
C_{CFL}	0.4
$h/\Delta x$	1.2
Schéma d'intégration du temps	RK-3
Solveur Riemann	PVRS
Reconstruction MUSCL (ordre 2)	ON
Type de kernel	Wendland Kernel C4
<i>Renormalisation correction</i>	ON

Pas de temps de calcul

Le schéma d'intégration de RK-3 est choisi ici. Le coefficient CFL lié au coefficient multiplicatif du pas de temps critique est pris égal à 0.4 (équation 3.82) pour une modélisation plus fine.

5.1.3 Cas du conduit de longueur finie

La validation de l'écoulement de Poiseuille entre deux plaques fixes de longueur finie est proposée (Figure 5.11). L'objectif est ici d'obtenir le coefficient de perte de charge pour ce système et le comparer avec les résultats issus de la méthode analytique. La perte de charge a été calculée lorsque le régime pleinement développé est atteint. Les deux points de mesure associés sont ainsi choisis dans la zone suivant la zone d'entrée de longueur L_e déterminée par l'Equation 5.1 [86] pour bénéficier du régime pleinement développé. La longueur du conduit imposée est trouvée en ajoutant $5H$ à la longueur d'entrée (Equation 5.1) :

$$L = L_e + 5H = 0.05 \times Re \times H + 5H \quad (5.25)$$

L'écoulement fluide est provoqué en imposant la vitesse moyenne à la condition d'entrée et la pression statique à la condition de sortie. On trouvera au Tableau 5.2 le résumé des conditions aux limites. Les calculs seront menés pour trois valeurs de Reynolds 25, 50 et 100. La vitesse

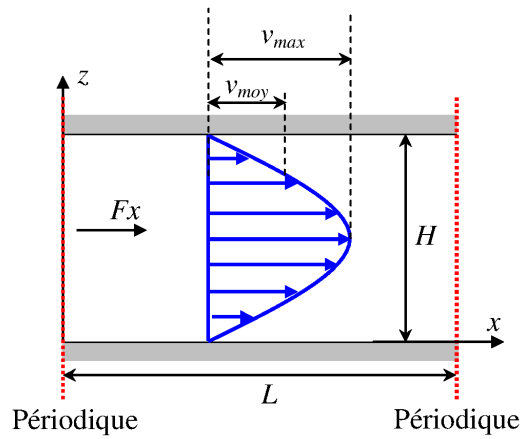


FIGURE 5.6: Système modélisé : écoulement de Poiseuille dans un conduit infini.

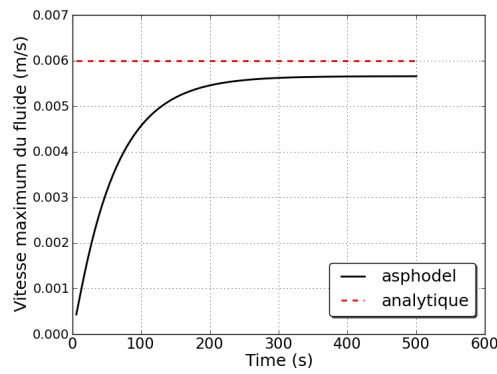


FIGURE 5.7: Vitesse maximale d'un écoulement de Poiseuille périodique obtenue par ASPHODEL comparée à la solution analytique ($v_{max}=0.0057\text{m/s}$).

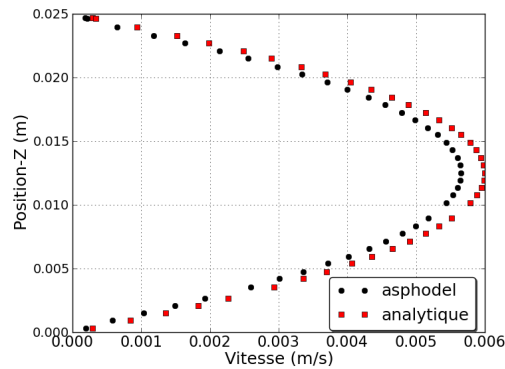


FIGURE 5.8: Profil de vitesse d'un écoulement de Poiseuille périodique dans une section $x = L/2, r_0=H/40$.

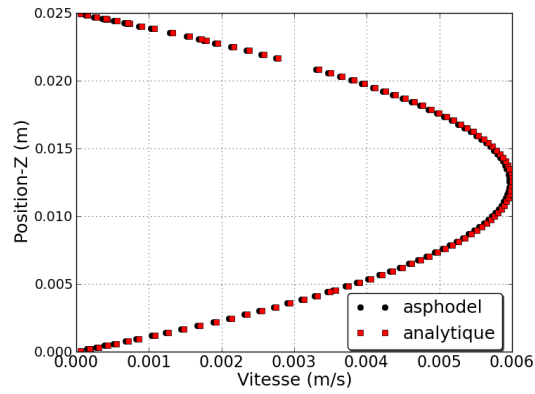


FIGURE 5.9: Profil de vitesse d'écoulement de Poiseuille périodique dans une section $x = L/2$, $r_0 = H/100$.

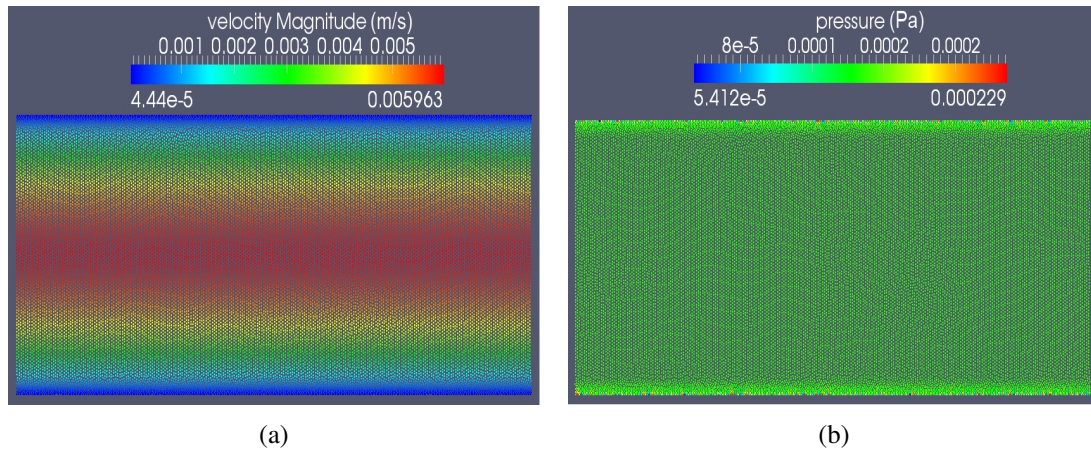


FIGURE 5.10: Écoulement de Poiseuille périodique avec $r_0 = H/100$: (a) champ de vitesse et (b) champ de pression.

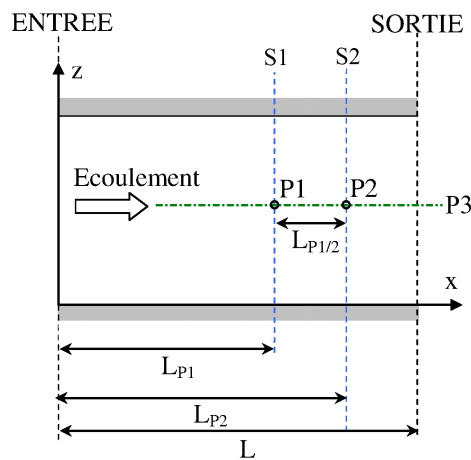


FIGURE 5.11: Système modélisé pour un écoulement dans une conduite de dimension finie ; sections $P1$, $P2$ et $P3$ étudiées.

TABLE 5.2: Paramètres utilisés dans la simulation numérique de l'écoulement de Poiseuille dans un conduit de longueur finie.

Dimension	
H	0.025m
L	$Re = 25 \rightarrow 6.25H$ $Re = 50 \rightarrow 7.5H$ $Re = 100 \rightarrow 10H$
Conditions aux limites	
Entrée	INLET-VELOCITY-NOREFLECT $Re = 25 \rightarrow \bar{v}_{entrée} = 0.001m/s; n_x = 1$ $Re = 50 \rightarrow \bar{v}_{entrée} = 0.002m/s; n_x = 1$ $Re = 100 \rightarrow \bar{v}_{entrée} = 0.004m/s; n_x = 1$
Sortie	OUTLET-STATIC-PRESSURE-NOREFLECT $p = 0$

maximale, le profil de vitesse et le coefficient de frottement sont donnés et comparés avec la solution analytique présentés au Chapitre 5.1.1. Le coefficient de frottement issu de la simulation peut être déduit de l'Equation 5.16 :

$$f_D = -\frac{\Delta p}{\Delta x} \frac{2H}{\rho \bar{v}^2} = -\frac{p_{P2} - p_{P1}}{L_{P1/P2}} \frac{2H}{\rho \bar{v}_{P1/P2}^2} \quad (5.26)$$

Les deux points de calcul considérés pour le calcul de f_D sont P1 et P2 (Figure 5.11) et $L_{P1/P2}$ est la distance entre les points P1 et P2, ces points étant situés sur l'axe médian du tube. Les sections associées aux points P1 et P2 sont appelées S1 et S2. La valeur de la vitesse moyenne $\bar{v}_{P1/P2}$ est donnée par :

$$\bar{v}_{p1/p2} = \sqrt{\frac{\bar{v}_1^2 + \bar{v}_2^2}{2}} \quad (5.27)$$

avec \bar{v}_1 et \bar{v}_2 les vitesses moyennes obtenues par ASPHODEL aux points P1 et P2. La perte de charge qui est ici égale à une perte de pression est obtenue par le théorème de Bernoulli généralisé :

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2 + \Delta p \quad (5.28)$$

Pour le cas de l'écoulement de Poiseuille en régime permanent, en considérant le fluide incompressible ($divv = 0$), les vitesses aux points P1 et P2 sont égales et la perte de charge est alors déduite de la différence de pression statique entre les deux points observés.

Écoulement pour un Reynolds de 25

La discrétisation pour un conduit de $6.25H$ induit l'utilisation de 10 000 particules fluides. La stabilisation du calcul et l'atteinte de la vitesse d'écoulement visée est obtenue après 500s d'écoulement et le calcul est mené jusqu'à 1000s soit un temps de calcul machine de 5.6h (calcul parallèle à 6 coeurs) (Figure 5.12(a)). La vitesse moyenne à l'entrée est 0.4% plus faible que la vitesse imposée. La différence entre la vitesse à l'entrée et à la sortie obtenue par ASPHODEL vaut 3% ce qui indique que le débit est bien conservé entre l'entrée et la sortie de domaine.

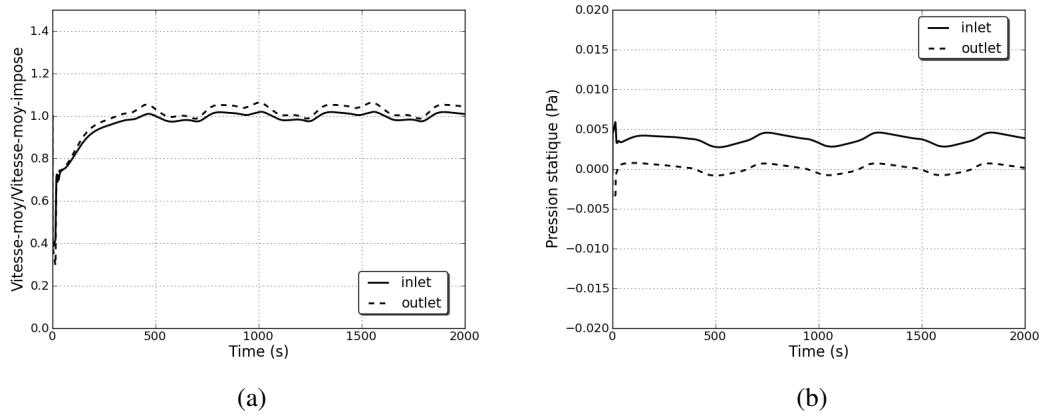


FIGURE 5.12: Evolution des conditions aux limites entrée-sortie au cours du temps pour l'écoulement de Poiseuille, $Re = 25$: (a) vitesse moyenne et (b) pression statique moyenne.

TABLE 5.3: Résultats moyens au centre du conduit aux points P1 et P2 ainsi qu'aux sections S1 et S2, $Re = 25$ (moyenne entre $t = 500s$ et $1000s$).

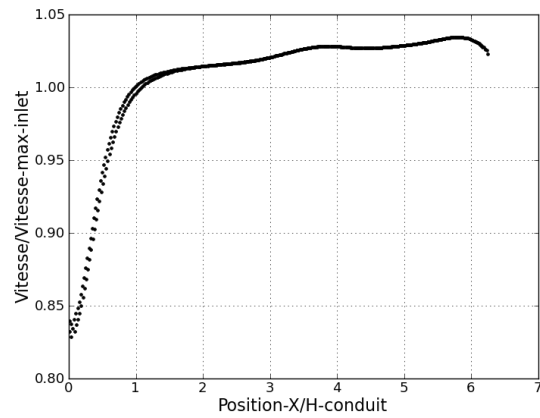
Paramètre	P1	P2	S1	S2
Position-x	$2H$	$5H$		
Vitesse (m/s)	1.516×10^{-3}	1.537×10^{-3}		
Vitesse moyenne (m/s)			1.002×10^{-3}	1.018×10^{-3}
Pression statique (Pa)	2.255×10^{-3}	7.102×10^{-4}		

La stabilisation de la pression statique est montrée dans la Figure 5.12(b) avec le respect de la condition au limite de sortie imposée (pression nulle). Le résultat moyen pour examiner les profils de vitesse, de pression et calculer le coefficient de perte de charge est déduit d'un calcul s'étalant entre les temps $t = 500s$ et $1000s$.

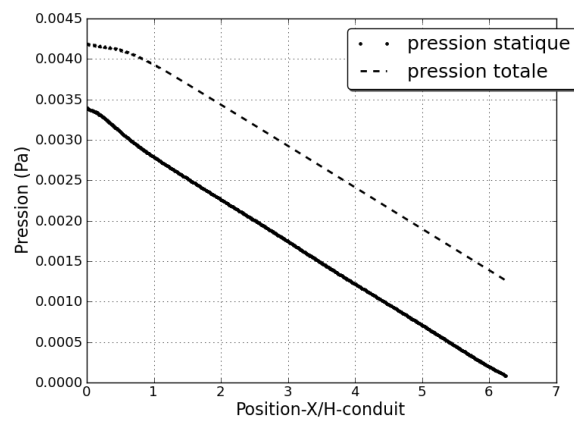
Les vitesses, pression statique et pression totale (pression statique + pression dynamique) moyenne le long du conduit en régime stationnaire sont présentés dans les Figure 5.13(a-b). La Figure 5.13(b) montre que le gradient de pression totale est similaire au gradient de pression statique, confirmant que la perte de charge n'est due qu'à la perte de pression statique sans la contribution de la pression dynamique. La Figure 5.13(a) montre l'évolution de la vitesse maximale de l'écoulement le long du conduit au niveau de l'axe médian et la section où débute la zone de l'écoulement pleinement développé, soit pour x égale à $1.5H$. Les sections S1 et S2 permettant le calcul du coefficient de frottement et associées aux points P1 et P2 sont choisies égales à $2H$ et $5H$.

Les profils de vitesse, pression statique et pression totale moyenne dans les sections S1 et S2 sont donnés dans les Figures 5.14(a-c). Les valeurs aux points P1 et P2 sont données au Tableau 5.3. La Figure 5.14(a) montre un profil de vitesse obtenu par ASPHODEL (profils des sections S1 et S2 quasi confondus) très proche de la solution analytique ce qui donne un écart pour les vitesses maximales et moyennes respectivement de 2.2% et 1.4% avec la solution analytique, ce qui est faible. Le fait que ces profils en S1 et S2 soient confondus indiquent que l'on est bien en régime permanent. Les profils de pression statique et de pression totale sont donnés respectivement aux Figure 5.14(b) et Figure 5.14(c) à titre indicatif.

Les résultats moyennés sur la durée 500s - 1000s obtenus par ASPHODEL et comparés avec la solution analytique sont résumés au Tableau 5.4. Le nombre de Reynolds est re-calculé en prenant en compte la vitesse moyenne obtenue dans les sections P1 et P2, ce qui donne un écart

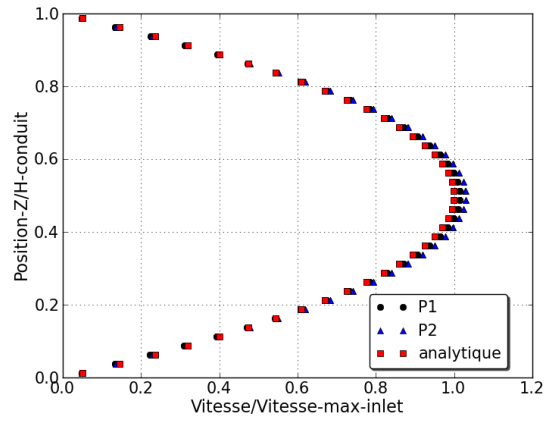


(a)

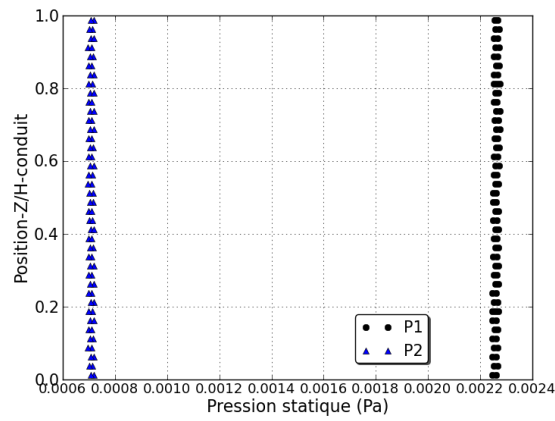


(b)

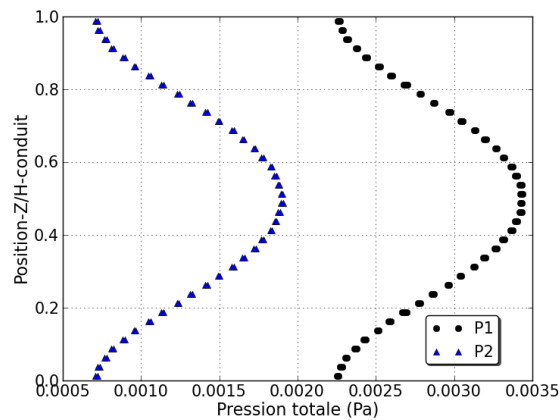
FIGURE 5.13: Ecoulement de Poiseuille le long du conduit (moyenne entre $t=500s$ et $1000s$), $Re = 25$: (a) vitesse moyenne, (b) pression statique et pression totale.



(a)



(b)



(c)

FIGURE 5.14: Profils d'un écoulement de Poiseuille en régime permanent dans les sections S1 et S2, $Re = 25$ (moyenne entre $t=500s$ et $1000s$) : (a) vitesse, (b) pression statique et (c) pression totale.

TABLE 5.4: Résultats moyens de l'écoulement de Poiseuille, $Re = 25$

Paramètres	Consigne	Analytique	Asphodel	
			Valeur	Erreur (%)
\bar{v}_{entre} (m/s)	1.000×10^{-3}		9.960×10^{-4}	0.4%
\bar{v}_{sortie} (m/s)	1.000×10^{-3}		1.025×10^{-3}	2.5%
$\bar{v}_{P1/P2}$ (m/s)		9.960×10^{-4}	1.010×10^{-3}	1.4%
Re	25	25	25.6	2.8%
ρ_{fluide} (kg/m ³)	1000	1000	1014	1%
$\Delta P_{P1/P2}$ (Pa)		1.434×10^{-3}	1.545×10^{-3}	8%
f_D		9.638×10^{-1}	9.964×10^{-1}	3%
Po		24	25.5	6%
Temps de calcul (h)			5.6 (6coeurs)	

 TABLE 5.5: Résultats moyens au centre du conduit aux points P1 et P2 ainsi qu'aux sections S1 et S2, $Re = 50$ (moyenne entre $t=500s$ et $600s$)

Paramètre	P1	P2	S1	S2
Position-x	$4.5H$	$6.0H$		
Vitesse (m/s)	3.070×10^{-3}	3.082×10^{-3}		
Vitesse moyenne (m/s)			2.003×10^{-3}	2.045×10^{-3}
Pression statique (Pa)	3.605×10^{-3}	2.027×10^{-4}		

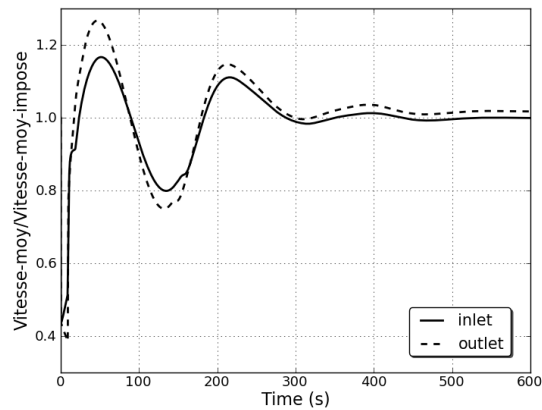
de 2.8% avec la valeur attendue et qui est jugé satisfaisant. La perte de pression, le coefficient de frottement et le nombre de Poiseuille issus de la simulation ASPHODEL donnent respectivement des écarts de 8%, 3% et 6% par rapport à la solution analytique. Ces écarts correspondent aux écarts classiquement rencontrés expérimentalement pour ce type d'essai [112], ce qui valide la modélisation réalisée ici.

Écoulement pour un Reynolds de 50

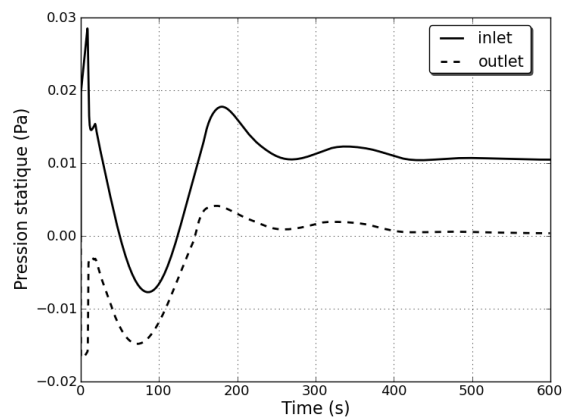
L'étude pour un Reynolds de 50 est faite le long d'un conduit de longueur $7.5H$ nécessitant l'utilisation de 12 000 particules fluides. La stabilisation de l'écoulement n'est obtenue qu'après 500s d'écoulement, le calcul étant mené jusqu'à 600s soit un temps de calcul machine de 7.8h (calcul parallèle à 6 coeurs) (Figure 5.15(a)). La vitesse moyenne (sur l'axe médian) obtenue et liée au nombre de Reynolds de 50 est atteinte à partir de $t=500s$ avec un écart de 0.1% par rapport à la vitesse espérée, ce qui est satisfaisant. La différence entre la vitesse à l'entrée et à la sortie obtenue par ASPHODEL vaut 2% ce qui indique que le débit est bien conservé. L'intervalle de temps permettant de calculer les valeurs moyennes du profil de vitesse, de pression et le coefficient de perte de charge correspond à l'intervalle [500s ; 600s] de l'écoulement.

La Figure 5.16(a) montre l'évolution de la vitesse maximale fluide sur l'axe médian du conduit. L'écoulement atteint le régime pleinement développé pour $x=2.5H$. Les calculs de perte de charge seront réalisés entre les sections S1 et S2 situées respectivement à $4.5H$ et $6H$. On donne alors dans le Tableau 5.5 les résultats nécessaires au calcul du coefficient de frottement.

Le nombre de Reynolds est re-calculé en prenant en compte la vitesse moyenne obtenue dans les sections S1 et S2 conduisant à un Reynolds de 51 soit quasi égal à ce qui était attendu. La perte de pression, le coefficient de frottement et le nombre de Poiseuille obtenus par ASPHODEL donnent respectivement un écart de 10%, 6% et 8% avec la solution analytique, ce qui reste acceptable pour un résultat quantitatif.



(a)

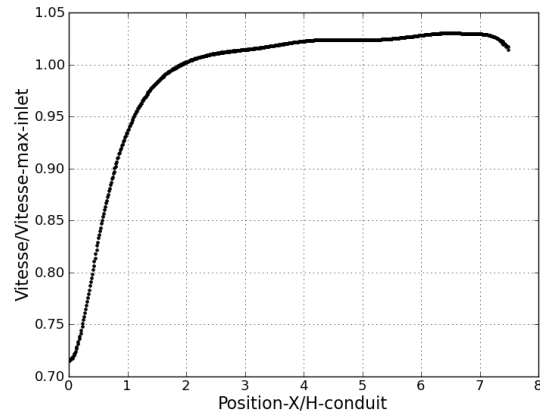


(b)

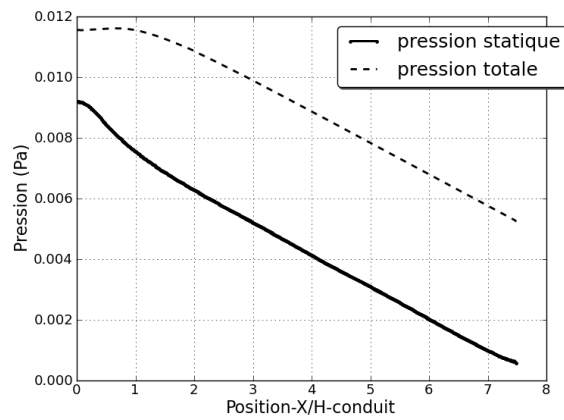
 FIGURE 5.15: Evolution des conditions aux limites entrée-sortie au cours du temps pour l'écoulement de Poiseuille, $Re = 50$: (a) vitesse moyenne et (b) pression statique moyenne.

 TABLE 5.6: Résultats moyens de l'écoulement de Poiseuille, $Re = 50$.

Paramètres	Consigne	Analytique	Asphodel	
			Valeur	Erreur (%)
\bar{v}_{entree} (m/s)	2.000×10^{-3}		1.998×10^{-3}	0.1%
\bar{v}_{sortie} (m/s)	2.000×10^{-3}		2.035×10^{-3}	2%
$\bar{v}_{P1/P2}$ (m/s)		1.999×10^{-3}	2.024×10^{-3}	1%
Re	50	50	51	2%
ρ_{fluide} (kg/m ³)	1000	1000	1007	0.7%
$\Delta P_{P1/P2}$ (Pa)		1.439×10^{-3}	1.578×10^{-3}	10%
f_D		4.804×10^{-1}	5.099×10^{-1}	6%
Po		24	26.0	8%
Temps de calcul (h)			7.8 (6coeurs)	



(a)



(b)

FIGURE 5.16: Profil moyen de l'écoulement de Poiseuille le long du conduit, $Re = 50$: (a) vitesse, (b) pression statique et pression totale.

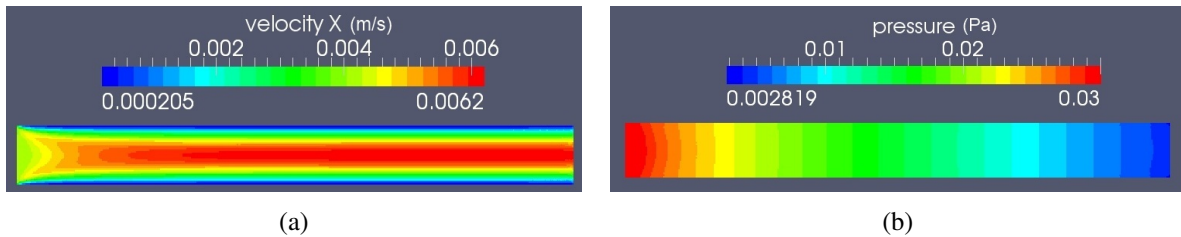


FIGURE 5.17: Distribution des champs de vitesse et de pression en régime permanent pour l'écoulement de Poiseuille, $Re= 100$, ici $r_0 = H/40$.

TABLE 5.7: Résultats moyens au centre du conduit aux points P1 et P2 ainsi qu'aux sections S1 et S2, $Re = 100$ (moyenne entre $t=250s$ et $300s$).

Paramètre	P1	P2	S1	S2
Position-x	$6H$	$8H$		
Vitesse (m/s)	6.163×10^{-3}	6.196×10^{-3}		
Vitesse moyenne (m/s)			4.027×10^{-3}	4.038×10^{-3}
Pression statique (Pa)	1.479×10^{-2}	1.041×10^{-2}		

Écoulement pour un Reynolds de 100

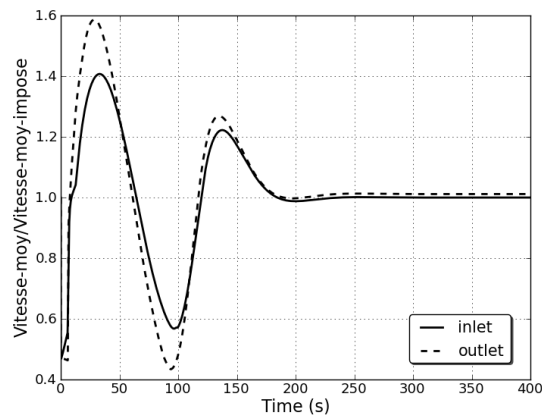
Pour un Reynolds de 100, la longueur du conduit est prise égale à $10H$ et nécessite l'utilisation de 16 000 particules fluides. La stabilisation du calcul est atteinte après un écoulement de 250s environ (Figure 5.18(a)) et le calcul est mené jusqu'à 400s soit 10.3h de calcul machine (calcul parallèle à 6 coeurs). La vitesse moyenne en entrée est égale à la vitesse attendue. L'intervalle de temps permettant de calculer les valeurs moyennes du profil de vitesse, de pression et le coefficient de perte de charge correspond à l'intervalle [250s ; 300s] de l'écoulement. La distribution du champ de vitesse et de pression en régime permanent sont montrées dans les Figures 5.17(a-b).

La Figure 5.19(a) montre que la longueur d'entrée est environ égale à $5H$, distance à partir de laquelle l'écoulement est pleinement développé. Le calcul du coefficient de frottement s'effectuera en considérant les sections S1 et S2 situées à x égal respectivement à $6H$ et $8H$. Les résultats moyens aux points P1 et P2 sont donnés au Tableau 5.7.

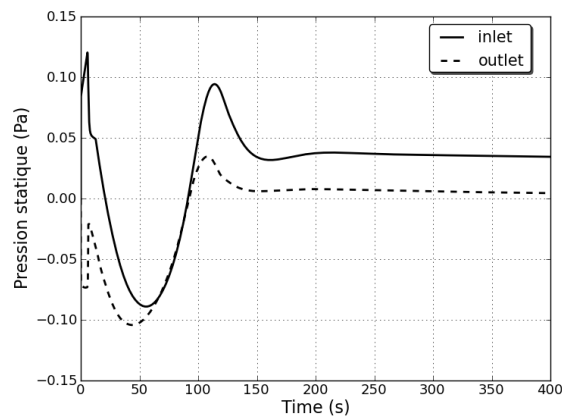
La perte de pression, le coefficient de frottement et le nombre de Poiseuille obtenus par ASPHODEL donnent respectivement un écart de 14%, 12% et 13% avec la solution analytique (Tableau 5.9). Cet écart peut sembler un peu trop important si une estimation quantitative est attendue.

Pour améliorer la qualité du résultat de la simulation, une taille de discrétisation plus fine est utilisée (on passe de $r_0 = H/40$ à $r_0 = H/100$ soit 2.5 plus fin) sans raffinement. Pour un écoulement jusqu'à 250s (50s de moins que précédemment) le temps de calcul est égal à 30.1h (calcul parallèle à 6 coeurs). La stabilisation de l'écoulement est atteinte plus vite avec une durée d'écoulement de 200s (et non 250s obtenu précédemment) et les moyennes seront calculées entre les temps d'écoulement de 200s et 250s. Les figures ne sont pas montrées ici. Les valeurs moyennes utiles pour le calcul du coefficient de frottement sont données au Tableau 5.9.

Avec une discrétisation r_0 de $H/100$, la perte de pression, le coefficient de frottement et le nombre de Poiseuille obtenus par ASPHODEL donnent respectivement des écarts avec la solution analytique de 6.5%, 4% et 5%, ce qui est plus conforme aux écarts classiquement rencontrés lors d'essais expérimentaux de même nature [112]. Ainsi en utilisant une taille de discrétisation 2.5 fois plus importante, l'écart avec la solution analytique est diminué de 8 points. Le temps



(a)



(b)

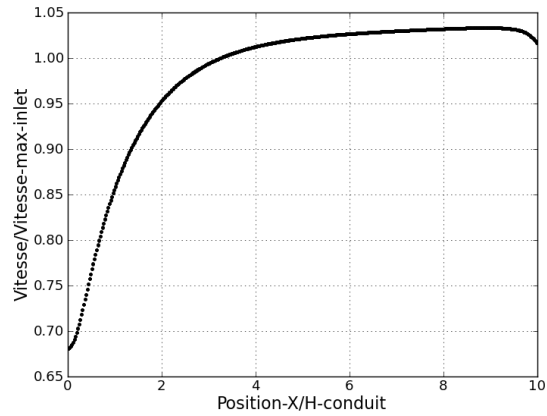
 FIGURE 5.18: Evolution des conditions aux limites entrée-sortie au cours du temps pour l'écoulement de Poiseuille, $Re = 100$: (a) vitesse moyenne et (b) pression statique moyenne.

 TABLE 5.8: Résultats moyens au centre du conduit aux points P1 et P2 ainsi qu'aux sections S1 et S2, $Re = 100$ (moyenne entre $t=200s$ et $250s$) et une discrétisation $r_0 = H/100$.

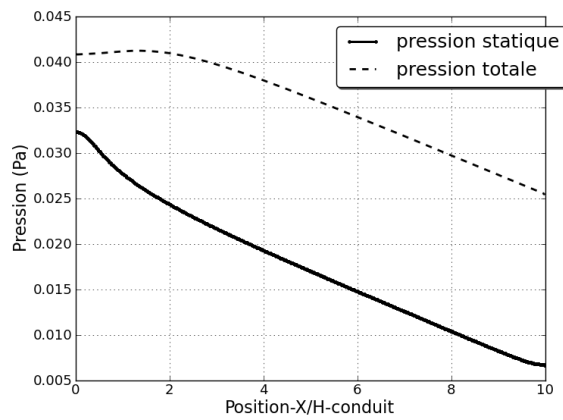
Paramètre	P1	P2	S1	S2
Position-x	$6H$	$8H$		
Vitesse (m/s)	6.062×10^{-3}	6.089×10^{-3}		
Vitesse moyenne (m/s)			4.020×10^{-3}	4.034×10^{-3}
Pression statique (Pa)	9.274×10^{-3}	5.193×10^{-3}		

 TABLE 5.9: Résultats moyens de l'écoulement de Poiseuille, $Re = 100$

Paramètres	Consigne	Analytique Cas 1	Asphodel Cas 1		Analytique Cas 2	Asphodel Cas 2	
			Valeur	Erreur (%)		Valeur	Erreur (%)
\bar{v}_{entree} (m/s)	4.000×10^{-3}		4.002×10^{-3}	0.1%		3.992×10^{-3}	0.2%
\bar{v}_{sortie} (m/s)	4.000×10^{-3}		4.049×10^{-3}	1%		4.047×10^{-3}	1.5%
$\bar{v}_{P1/P2}$ (m/s)		4.002×10^{-3}	4.027×10^{-3}	0.6%	3.992×10^{-3}	4.032×10^{-3}	1%
ρ_{fluide} (kg/m ³)	1000	1000	1008	0.8%	1000	1004	0.4%
Re	100	100	101	1%	100	101	1%
$\Delta P_{P1/P2}$ (Pa)		3.842×10^{-3}	4.380×10^{-3}	1%	3.832×10^{-3}	4.081×10^{-3}	6.5%
f_D		2.399×10^{-1}	2.681×10^{-1}	12%	2.405×10^{-1}	2.499×10^{-1}	4%
Po		24	27.2	13%	24	25.3	5%
Temps de calcul (h)			10.3 (6coeurs)			30.1 (6coeurs)	



(a)



(b)

FIGURE 5.19: Ecoulement de Poiseuille le long du conduit (moyenne entre $t=250s$ et $300s$), $Re = 100$: (a) vitesse, (b) pression statique et pression totale.

TABLE 5.10: Résultats moyens au centre du conduit aux points P1 et P2 ainsi qu'aux sections S1 et S2, consigne $Re=500$ (moyenne entre $t=750s$ et $775s$), $r_0=H/100$.

Paramètre	P1	P2	S1	S2
Position-x	$6H$	$8H$		
Vitesse (m/s)	2.574×10^{-2}	2.592×10^{-2}		
Vitesse moyenne (m/s)			1.713×10^{-2}	1.716×10^{-2}
Pression statique (Pa)	-3.150	-3.210		

 TABLE 5.11: Résultats moyens de l'écoulement de Poiseuille, consigne $Re=500$

Paramètres	Consigne	Analytique	Asphodel	
			Valeur	Erreur (%)
\bar{v}_{entre} (m/s)	2.000×10^{-2}		1.708×10^{-2}	0.7%
\bar{v}_{sortie} (m/s)	2.000×10^{-2}		1.719×10^{-2}	15%
$\bar{v}_{P1/P2}$ (m/s)		1.708×10^{-2}	1.715×10^{-2}	0.4%
$Re-renormalisé$	500	427	382	11%
ρ_{fluide} (kg/m ³)	1000	1000	890	11%
$\Delta P_{P1/P2}$ (Pa)		6.149×10^{-2}	5.935×10^{-2}	3.5%
f_D		5.621×10^{-2}	6.047×10^{-2}	8%
Po		24	23.1	4%
Temps de calcul (h)			331 (18coeurs)	

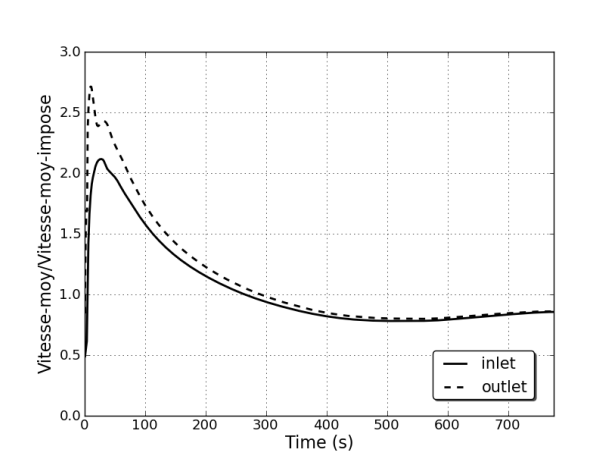
d'écoulement pour atteindre la stabilisation autour de la consigne est réduite de moitié. Pour une discrétisation $r_0=H/100$, le calcul, en réalité, aurait pu être arrêté au temps $t=200s$ environ, les temps de calcul auraient donc duré 2 fois plus qu'avec la discrétisation $r_0=H/40$ mais avec un réel gain de précision. Ce temps pourrait être encore légèrement réduit par l'usage du raffinement de paroi RR , soit r_0 de $H/50$ avec un raffinement RR de 0.5.

Écoulement pour un Reynolds de 500

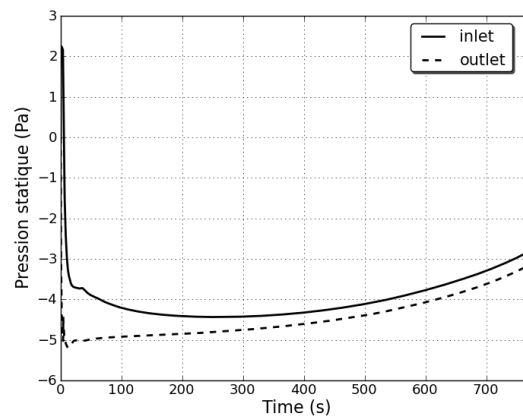
L'étude pour un nombre de Reynolds de 500 a été réalisée avec une longueur de conduit liée à cette valeur soit $30H$. La taille de discrétisation $r_0=H/100$ est considérée (300 000 particules fluides). La stabilisation du calcul autour de la consigne n'est pas encore atteinte après un écoulement de 775s (Figures 5.20(a) et 5.20(b)). Il semble que la consigne ne sera atteinte que très lentement, conduisant à des temps de calculs très importants. On juge ici que la conservation du débit étant observée après un écoulement de 500s, et que l'évolution de la vitesse moyenne en entrée étant suffisamment lente pour que les effets dynamiques dans le système puissent être négligés, le calcul sera arrêté à 775s (13.8 jours de calcul pour un calcul parallèle à 18 coeurs) et le nombre de Reynolds effectivement atteint pour le système est ré-évalué. Les propriétés moyennées seront calculées dans l'intervalle de temps [750s,775s].

Le calcul du coefficient de frottement se fait en considérant les sections S1 et S2 situées à x égal respectivement à $20H$ et $27.5H$ après avoir obtenu un écoulement pleinement développé (Figure 5.21). Le nombre de Reynolds recalculé avec la vitesse moyenne dans l'intervalle [750s,775s] vaut 382. Les résultats moyens aux points P1 et P2 sont donnés au Tableau 5.11.

Avec une discrétisation r_0 de $H/100$ sans raffinement, la perte de pression, le coefficient de frottement et le nombre de Poiseuille obtenus par ASPHODEL donnent respectivement des écarts avec la solution analytique de 3.5%, 4% et 8%, ce qui est conforme aux écarts classiquement rencontrés lors d'essais expérimentaux de même nature [112].

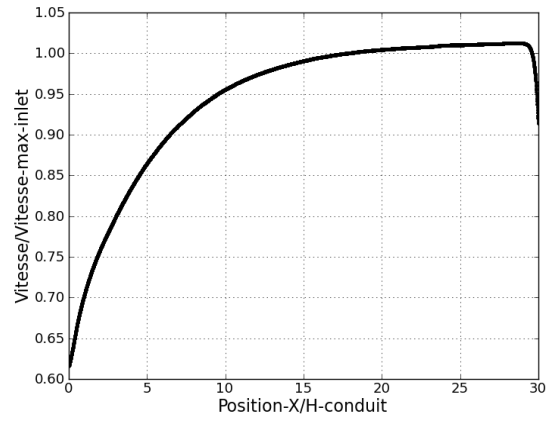


(a)

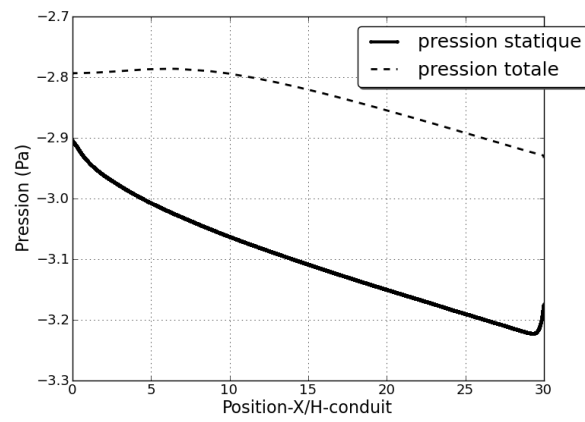


(b)

FIGURE 5.20: Evolution des conditions aux limites entrée-sortie au cours du temps pour l'écoulement de Poiseuille, $Re = 500$: (a) vitesse moyenne et (b) pression statique moyenne.



(a)



(b)

FIGURE 5.21: Ecoulement de Poiseuille le long du conduit (moyenne entre $t=250s$ et $300s$), $Re = 500$: (a) vitesse, (b) pression statique et pression totale.

Conclusion

Les simulations de l'écoulement de Poiseuille en 2D en mode eulérien permettent de valider l'utilisation d'ASPHODEL pour étudier les écoulements visqueux dans une conduite lisse en régime laminaire. Alors que l'on peut se contenter d'une discrétisation de r_0 de $H/40$ pour des Reynolds inférieurs à 50, il faut augmenter la discrétisation pour des Reynolds de 100 pour espérer produire des résultats quantitatifs. Pour un Reynolds de 100, il faut diviser au moins par 2 la discrétisation. On peut alors prendre r_0 égal à $H/100$. On peut aussi prendre r_0 égal à $H/50$ avec un raffinement RR égal à 0.5 proche des parois. On notera que l'usage d'une discrétisation plus fine permet d'atteindre les consignes d'entrée et de sortie plus rapidement (pour des temps d'écoulement plus faibles), cela permet alors de ne pas augmenter excessivement la durée de calcul machine pour atteindre le régime permanent pour l'écoulement.

Enfin, l'usage du modèle visqueux de Morris est validé pour ce type d'écoulement essentiellement tangentiel. Le modèle de Morris [128] est tout à fait adapté à cette étude car des écarts de 5% avec la solution analytique ont pu être obtenus pour le coefficient de frottement avec une discrétisation suffisamment fine.

5.2 Conduit avec aspérités semi-circulaires

L'étude de l'écoulement laminaire dans un conduit aux parois lisses est étendue aux parois rugueuses pour prédire le coefficient de frottement f_D , qui est influencé par la présence d'une rugosité de paroi. Des expériences ont été menées voilà plus de 50ans pour évaluer l'influence de cette rugosité formée à l'aide de grains de sable collés sur des parois [131, 189]. Le travail de Nikuradse qui fait référence, s'est fondé sur des expériences menées sur des conduites circulaires dont la rugosité relative était limitée à 5% pour des régimes laminaire et turbulent. La rugosité relative K est définie comme le rapport entre la hauteur de la rugosité ε à la hauteur du conduit H . Plus récemment, des expériences ont été menées en utilisant des aspérités de forme rectangulaire [72, 62] ou triangulaire [85, 18]. Les travaux de Nikuradse semblent dire que le coefficient de frottement en régime laminaire est indépendant de la valeur de la rugosité relative et du type de rugosité, et que ceci n'est plus vrai en régime turbulent.

L'incertitude sur les résultats expérimentaux constituent le thème principal des recherches menées dans les années 80 et 90, notamment concernant les résultats obtenus par Nikuradse [84]. Cette incertitude est essentiellement associée aux manomètres utilisés pour la mesure de la perte de pression mais aussi aux mesures de la géométrie de rugosité [84]. Plusieurs travaux expérimentaux [186, 17] mais aussi des simulations numériques [196, 206, 108, 44] ont montré des résultats contradictoires concernant l'effet de la rugosité sur le coefficient de frottement en régime d'écoulement laminaire avec des valeurs plus élevées que les valeurs prédites par la théorie laminaire conventionnelle. Cependant, en première approximation, il semble que l'indépendance du coefficient de frottement vis-à-vis de la rugosité soit validée. Par contre, le fait que la rugosité joue un rôle majeur dans le régime turbulent a été confirmé [131, 186]. L'augmentation de la hauteur de la rugosité relative augmente la perte de charge et diminue le nombre de Reynolds critique qui sépare le régime laminaire du régime turbulent [17, 18, 191]. Un nombre de Reynolds critique de 900 et 210 est ainsi obtenu pour des rugosités relatives de 19% [72] et 27.6% [19]. L'augmentation de la rugosité diminue ainsi l'étendue du régime laminaire.

L'influence des paramètres de rugosité (hauteur, taille et espacement) sur le coefficient de frottement dans un micro-conduit en régime laminaire a été étudiée numériquement (avec des méthodes à maillage) pour des aspérités de forme rectangulaire [38, 196, 206, 108], triangulaire

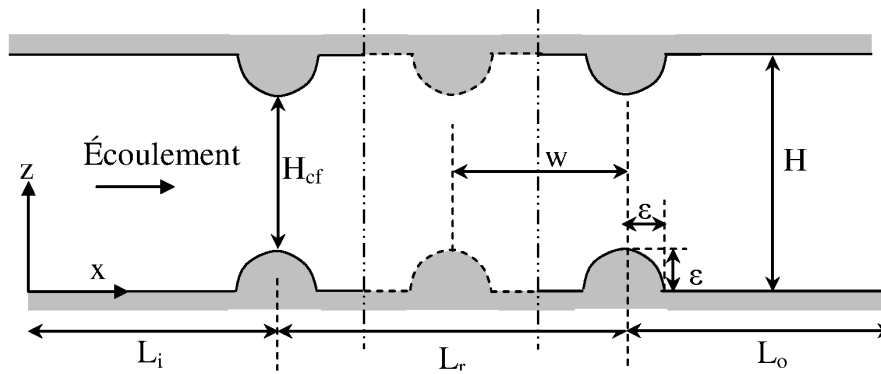


FIGURE 5.22: Système composé de parois rugueuses avec des aspérités formées de demi-cercles.

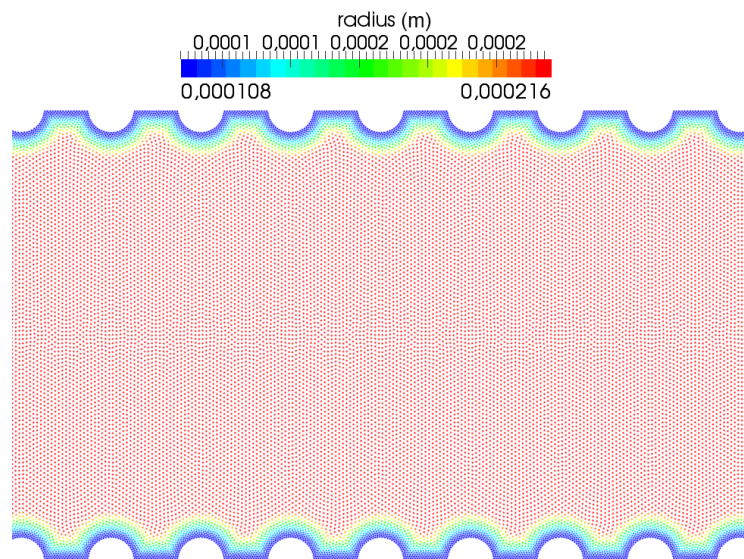


FIGURE 5.23: Distribution des particules fluides pour l'étude de la perte de charge due à des aspérités semi-circulaires.

[196, 206, 108], semi-circulaire [196, 206, 108], sinusoïdale [44] et trapezoïdale [108]. Pour tester la capacité du code ASPHODEL à modéliser quantitativement les phénomènes trouvés par d'autres méthodes numériques, une étude est menée sur des aspérités de forme semi-circulaire en régime laminaire et un Reynolds de 100 (Figure 5.22 et Figure 5.23).

Le domaine de l'écoulement se compose de trois parties : la zone d'entrée lisse pour assurer un écoulement pleinement développé (L_i), la zone rugueuse (L_r) suffisamment étendue pour caractériser une zone d'écoulement stationnaire et une zone de sortie lisse (L_o) pour s'assurer que la condition limite en sortie ne perturbe pas les résultats dans la zone rugueuse. La longueur des zones d'entrée et sortie est obtenue par l'Equation 5.1 qui, pour un Reynolds de 100, est égale à $5H$. La longueur de la zone rugueuse est choisie 1.5 fois plus grande que la zone lisse.

Les paramètres utilisés dans cette étude sont donnés au Tableau 5.12. Les paramètres mécanique et numérique utilisés dans l'étude de Poiseuille pour le conduit fini sont utilisés ici.

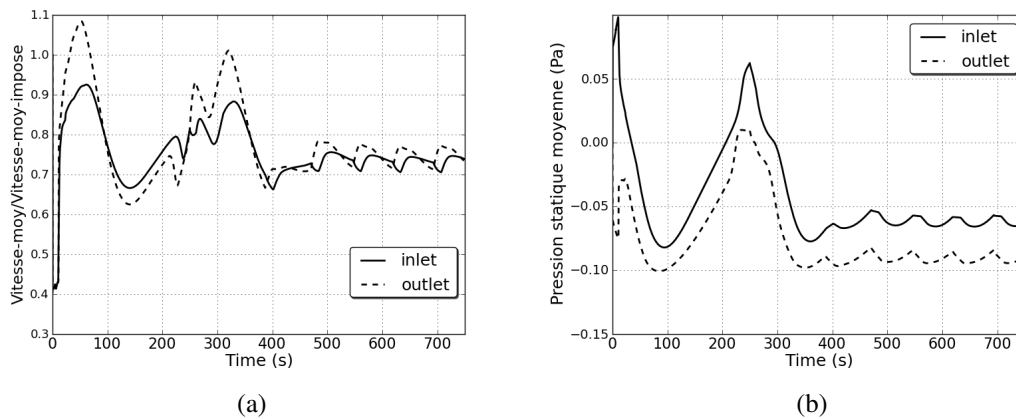
La stabilisation du calcul est obtenue après 500s d'écoulement et le calcul est mené jusqu'à 750s, soit 144h de temps machine pour un calcul parallèle à 18 coeurs (Figure 5.24). La Figure

TABLE 5.12: Paramètres utilisés dans la simulation numérique de l'écoulement de Poiseuille dans un conduit de longueur finie.

Dimension	
H	0.025m
L_i	$5H$
L_o	$5H$
L_r	$7.6H$
Paramètre de rugosité	
K	5%
Espacement	$0.2H$
Condition aux limites	
Entrée	INLET-VELOCITY-NOREFLECT $Re = 100 \rightarrow \bar{v}_{entrée} = 0.004 \text{ m/s} ; n_x = 1$
Sortie	OUTLET-STATIC-PRESSURE-NOREFLECT $p = 0$
Paramètres numériques	
r_0	$\varepsilon/6.25$
RR	0.5
Nombre de particules fluides	270 476

5.24(a) montre que la consigne n'est pas atteinte et que le fluide se comporte comme un fluide plus visqueux avec un Reynolds de 74, ce qui sera retenu par la suite. Comme vu précédemment, après un régime transitoire dynamique très marqué, le système n'évolue que très lentement vers la consigne. La différence entre la vitesse obtenue à l'entrée et la sortie vaut en moyenne 2%, la conservation du débit est donc garantie en moyenne. De même pour la pression statique, la consigne de sortie n'est pas atteinte. Les résultats moyens permettant de caractériser les profils de vitesse, de pression et le coefficient de perte de charge seront obtenus par moyenne sur l'intervalle [500s ; 750s].

Les Figures 5.25 (a-c) montrent respectivement les champs de vitesse et de pression le long des parois rugueuses. Contrairement aux parois lisses, il apparaît ici une composante perpendiculaire à l'écoulement moyen (direction-Z) près de la rugosité (Figure 5.25(b)).


 FIGURE 5.24: Conditions aux limites entrée-sortie au cours du temps, consigne $Re = 100$: (a) vitesse moyenne et (b) pression statique moyenne.

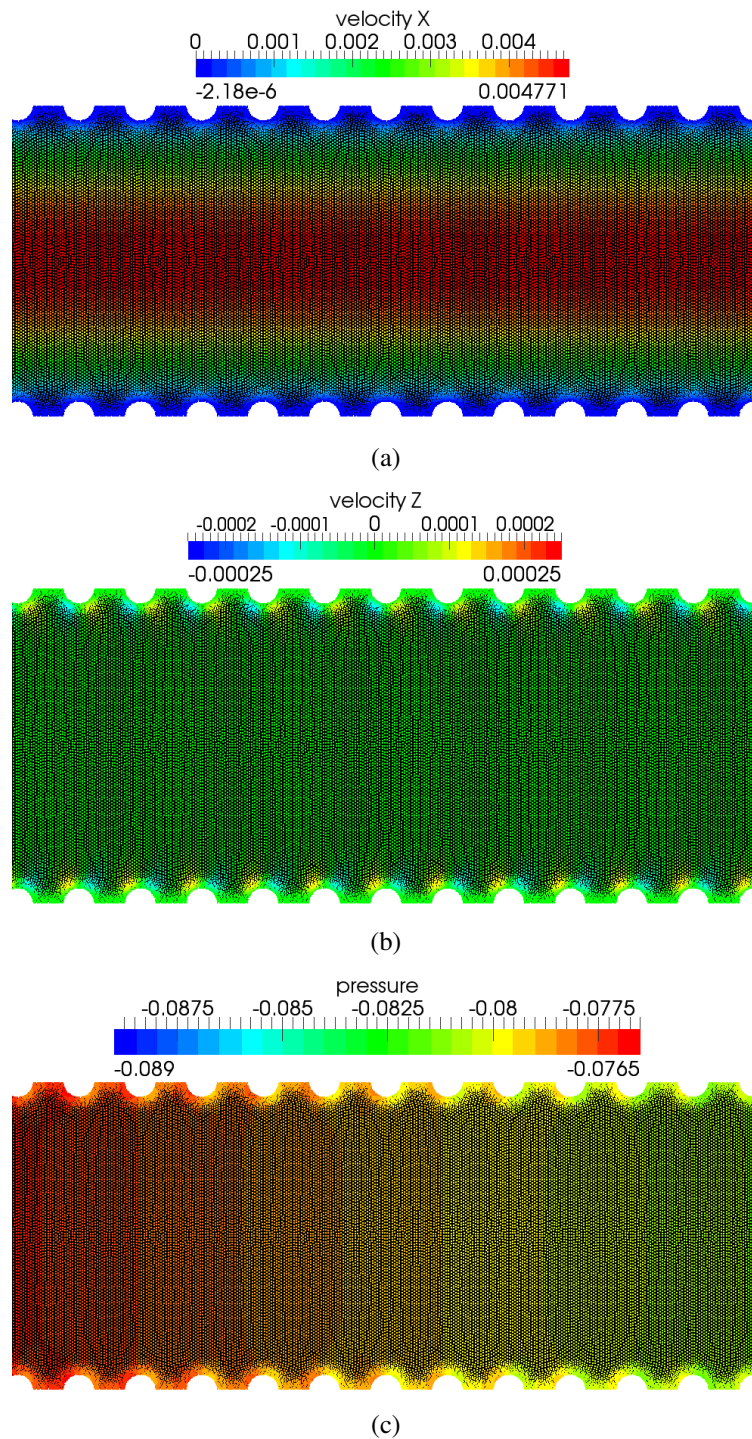
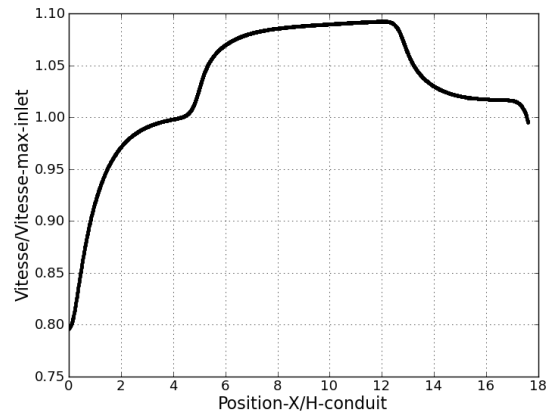
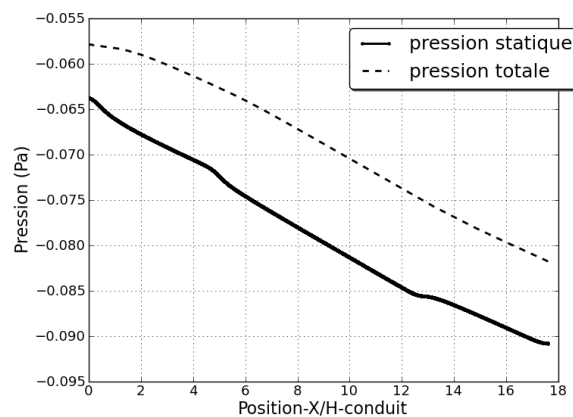


FIGURE 5.25: Distribution des champs de vitesse et de pression, aspérités semi-circulaires $Re = 74$.



(a)



(b)

FIGURE 5.26: Ecoulement dans un conduit possédant des aspérités semi-circulaire, $Re = 74$, moyenne sur [500s ; 750s] : (a) vitesse, (b) pression statique et pression totale.

Les vitesse, pression statique et pression totale moyenne le long de conduit en regime stationnaire sont présentées dans les Figures 5.26(a-b). La transition de vitesse et de pression statique à l'entrée de la zone rugueuse est nettement visible. La stabilisation de la vitesse dans la zone de sortie est aussi visible à partir de x égal à $6H$. Un écoulement développé dans la portion rugueuse apparaît à partir de x égal à $7H$ et le calcul de perte de charge se fera alors dans l'intervalle $[7H ; 11H]$ à partir de valeurs obtenues sur l'axe médian.

En considérant le Reynolds effectivement obtenu (et non issu de la consigne en entrée), soit 74, le Tableau 5.13 donne le coefficient de frottement pour la rugosité relative du système (5%) qui est 25% supérieur à la théorie classique. Ceci semble confirmer le fait que la rugosité affecte le comportement de l'écoulement, même en régime laminaire, confirmant les travaux de [196, 62, 206, 108]. On peut néanmoins se poser la question de la qualité de la simulation et de l'influence du choix de discrétisation que nous avons fait ici. La présence d'une rugosité semi-circulaire donnerait alors un coefficient de frottement 1.25 fois plus élevé que celui obtenu pour des parois lisses.

Certains auteurs [85, 17, 18, 44] suggèrent que le calcul du coefficient de frottement et les autres paramètres adimensionnés doivent être effectués en prenant le diamètre de constriction du conduit H_{cf} et non le diamètre pris au nu du conduit H . Le diagramme de Moody a ainsi été re-dessiné par Kandlikar et al. en considérant le paramètre de constriction [85] et ne met plus en

TABLE 5.13: Résultats moyens, aspérités semi-circulaires, rugosité relative de 5%, $Re = 74$.

Paramètres	Consigne	Analytique	Asphodel	
			Valeur	Erreur (%)
$\bar{v}_{entrée}$	4.000×10^{-3}		2.943×10^{-3}	26%
\bar{v}_{sortie}	4.000×10^{-3}		3.000×10^{-3}	25%
%diff. $\bar{v}_{entrée-sortie}$				2%
$\bar{v}_{P1/P2}$		2.943×10^{-3}	3.314×10^{-3}	13%
Re	100	74	74	
ρ_{fluide}	1000	1000	941	6%
$\Delta P_{P1/P2}$		5.651×10^{-3}	6.670×10^{-3}	18%
f_D		3.262×10^{-1}	4.094×10^{-1}	25%
Po		24	30.1	25%
Temps de calcul (h)			144 (18coeurs)	

exerque l'influence de la rugosité sur la valeur du coefficient de frottement en régime laminaire. Le Tableau 5.13 est reconstruit et donne le coefficient de frottement tenant compte de la hauteur de constriction avec :

$$H_{cf} = H - 2\varepsilon \quad (5.29)$$

$$K_{cf} = \frac{\varepsilon}{H_{cf}} \quad (5.30)$$

$$Re_{cf} = \frac{\bar{v}H_{cf}}{\nu} \quad (5.31)$$

$$f_{D-cf} = -\frac{\Delta p}{\Delta x} \frac{2H_{cf}}{\rho \bar{v}^2} = -\frac{p_2 - p_1}{L_{p1/p2}} \frac{2H_{cf}}{\rho \bar{v}^2} \quad (5.32)$$

Le nombre de Reynolds doit être re-calculé, il vaut 66. La hauteur de constriction et la rugosité relative sont respectivement égales à 0.0225m et 5.6%. Les résultats sont donnés dans le Tableau 5.14. On obtient un écart pour le coefficient de frottement par rapport à la théorie de 2%. On obtient alors un très bon accord avec les données expérimentales comme l'ont montré [85, 17, 18] et ceci confirme le fait que la rugosité n'influence pas le coefficient de frottement en régime laminaire si celle-ci est faible.

Conclusion

Dans ce chapitre, le modèle numérique a été développé pour prédire le coefficient de frottement dans les conduits à rugosité semi-circulaire, en régime laminaire, pour un Reynolds de 100. En présence de la rugosité, les consignes entrée et sortie n'ont pas pu être atteintes dans un laps de temps machine raisonnable, le système n'évoluant que très lentement vers ces consignes. Cependant, le régime permanent a été atteint avec une conservation du débit ce qui permet de dépouiller les résultats de la simulation correctement. Le Reynolds effectivement obtenu est égal à 74.

Par rapport au conduit lisse (écoulement de Poiseuille), le coefficient de frottement est trouvé plus élevé pour le conduit rugueux étudié par la simulation. Pour une aspérité semi-circulaire (et l'espacement considéré), le coefficient de frottement est 1.25 fois plus important que celui qui est obtenu pour une paroi lisse (pour un Reynolds de 74). Les travaux expérimentaux portant

TABLE 5.14: Résultats moyens tenant compte de la hauteur de constriction, aspérités semi-circulaires, rugosité relative de 5.6%, $Re = 66$.

Paramètres	Consigne	Analytique	Asphodel	
			Valeur	Erreur (%)
$\bar{v}_{entrée}$	4.000×10^{-3}		2.943×10^{-3}	26%
\bar{v}_{sortie}	4.000×10^{-3}		3.000×10^{-3}	25%
%diff. $\bar{v}_{entrée-sortie}$				2%
$\bar{v}_{P1/P2}$		2.943×10^{-3}	3.314×10^{-3}	13%
Re_{cf}	100	66	66	
ρ_{fluide}	1000	1000	941	6%
$\Delta P_{P1/P2}$		6.976×10^{-3}	6.670×10^{-3}	4%
f_D		3.624×10^{-1}	3.684×10^{-1}	2%
Po		24	24.4	2%
Temps de calcul (h)			144 (18coeurs)	

sur le coefficient de frottement sont résumés dans [62] et montrent que le nombre de Poiseuille peut être de 1.06 à 3.5 fois plus grand que ce que prédit la théorie selon la rugosité relative, l'espacement de la rugosité, la géométrie de la rugosité et le nombre de Reynolds choisi en régime laminaire.

Cependant, en effectuant les calculs sur la base du diamètre de constriction et non sur celui pris au nu du conduit pour les aspérités semi-circulaires, soit $K = 5.6\%$ et un Reynolds de 66, le résultat se révèle être très proche de la solution analytique, comme révélé par certains auteurs. Ce calcul valide l'utilisation d'ASPHODEL pour l'étude d'écoulements à travers des conduits rugueux, comme c'est le cas pour un essai d'érosion de conduit HET.

5.3 Conduit avec des parois constituées de matériaux granulaires

L'arrachement des particules appartenant aux parois d'un conduit résulte d'une interaction fluide-matériau granulaire d'une part et de la résistance de la colle existant entre les grains qui permet de les maintenir liés entre eux d'autre part. La question qui se pose ici est le rôle de la granulométrie dans l'intensité de l'interaction. Nikuradse [131] a réalisé des expériences d'écoulement à travers des conduits rugueux en utilisant une couche de sable uniforme et Tay et al. [185] ont utilisé une couche de matériaux granulaires uniformes (1.55mm et 4.22mm). Dans cette partie, nous esquisserons une analyse du lien qui existe entre granulométrie et coefficient de frottement même si les phénomènes d'écoulement le long de parois rugueuses sont complexes. En effet, ils ne dépendent pas seulement du nombre de Reynolds mais aussi de la vitesse et de la pression locale de l'écoulement autour des aspérités fonction de leur forme et de leur arrangement [196, 206, 108].

La construction de la paroi composée de grains circulaires est faite en se fixant une granulométrie et une résistance de colle permettant d'atteindre une valeur de cohésion non drainée macroscopique fixée. Le lien entre résistance de la colle et propriété macroscopique est obtenu par la méthode DEM avec le code YADE. La rugosité, définie par la hauteur moyenne des aspérités ε , est trouvée selon les granulométries (granulométrie monodisperse et polydisperse). Ensuite, l'écoulement laminaire pour un Reynolds de 100 (consigne) est étudié pour des parois ayant différentes granulométries. Deux résultats sont attendus : la perte de charge le long du conduit et la force fluide sur les grains.

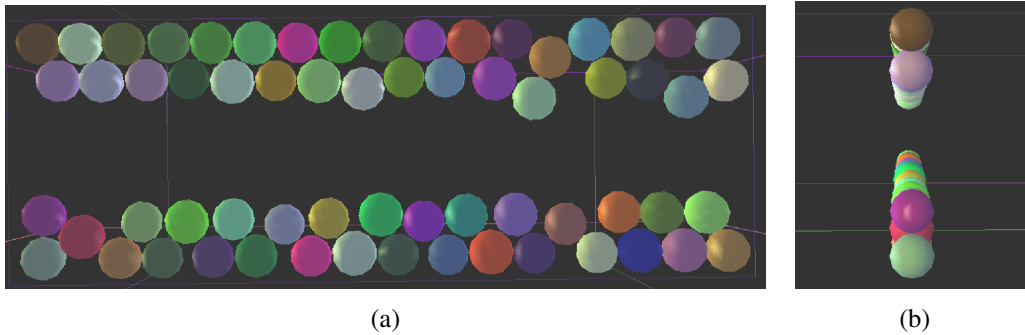


FIGURE 5.27: Conduit 2D réalisé à partir d'un assemblage de sphères sous YADE : (a) plan-xz et (b) plan-yz.

TABLE 5.15: Paramètre choisi dans l'essai biaxial non-drainé

Paramètre géométrique et mécanique		Monodisperse	Polydisperse
L	Longueur de la boîte (m)	0.15	0.15
H	Hauteur de la boîte (m)	0.15	0.15
RMean	Rayon moyen des grains (m)	0.005	
	Rayon du grains (m)	$rMean \pm 5\%rMean$	0.0025-0.01
	Nombre de grains	2576	4483
η	Porosité	0.175	0.176
E	Module de Young d'une sphère (Pa)	2×10^9	2×10^9
K_n/K_s		1.0	1.0
$K_r = K_{tw}$	Coefficient de raideur au roulement	0.0	0.0
ρ	Masse volumique (kg/m^3)	2600	2600
α	Ammortissement	0.4	0.4
ϕ	Angle de frottement local ($^\circ$)	10	20
c_N	Cohesion normale (Pa)	10^7	10^7
c_T	Cohesion tangentielle (Pa)	10^7	10^7

5.3.1 Construction des conduits

Création des échantillons

Le code YADE permet de réaliser un modèle 2D à partir de particules 3D, ici des sphères, en générant les sphères dans un plan-xz et en bloquant les degrés de libertés de sphères (Figure 5.27). Dans ce cas, la translation selon la direction y et les rotations autour des directions x et z sont bloquées. Le critère de convergence est atteint lorsque le rapport entre la force de déséquilibre moyenne et la force de contact moyenne vaut 1%. La loi de contact cohésive-frottant est choisie ici. Dans cette loi, les forces normales en traction sont autorisées par le paramètre de cohésion normale et la rupture du contact se produit si la force de contact normale est plus importante que la cohésion normale. Le contact devient par la suite glissant lorsque la force de contact se trouve sur le cône de Coulomb (Chapitre 3.3.3). La loi au contact nécessite alors d'introduire une rigidité normale K_n , une rigidité tangentielle K_s , un angle de frottement local ϕ , une cohésion normale c_N et une cohésion tangentielle c_T . Une dissipation d'énergie additionnelle est introduite par l'intermédiaire d'un amortissement α proportionnel à la force d'accélération de chaque sphère. L'angle de frottement local des parois est pris égal à zéro. Tous les paramètres utilisés dans cette étude pour les granulométries monodisperse et polydisperse sont présentés au Tableau 5.15.

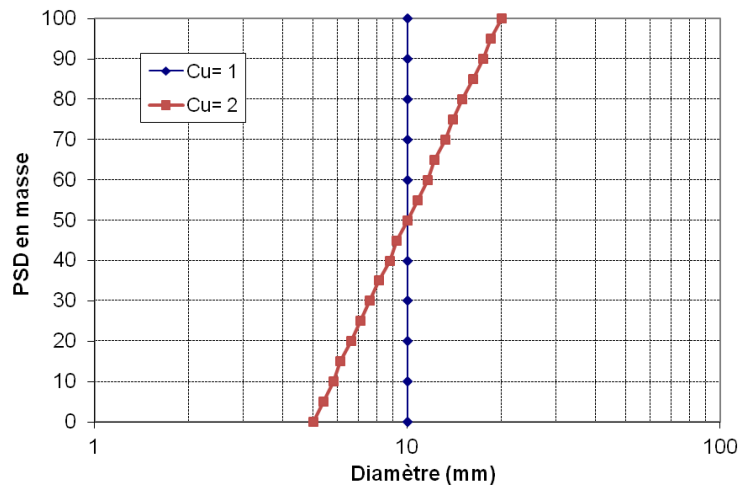


FIGURE 5.28: Granulométries monodisperse et polydisperse étudiées.

Un échantillon numérique discret a été réalisé avec une porosité initiale η de 0.19. Ensuite, une compression isotrope est réalisée pour atteindre un confinement de 50kPa. Deux échantillons sont construits, l'un avec une granulométrie monodisperse (dispersion de 5% autour d'une valeur centrale) et l'autre avec une granulométrie polydisperse de coefficient d'uniformité égal à 2 (6mm - 20mm). Les deux granulométries ont le même D_{50} égal à 10mm (Figure 5.28). L'échantillon numérique de porosité de 0.176 est alors obtenu et on commence à activer l'adhésion au contact avant de faire l'essai non-drainé. Des liaisons cohésives sont créées au cours de l'essai à chaque fois qu'un nouveau contact entre deux grains est créé.

Essais biaxiaux à volume constant

La détermination de la résistance non drainée de l'échantillon qui donnera la propriété mécanique du matériau granulaire cohérent est effectuée en simulant des essais biaxiaux à volume constant de manière à retrouver le comportement macroscopique d'une argile très molle. Par abus de langage, on utilisera dans la suite la notion d'essai non-drainé pour un essai qui est à volume constant.

La vitesse de déformation, $\dot{\epsilon}$ peut avoir une influence sur la valeur des résultats et doit être choisie suffisamment faible. Trois valeurs de vitesse de déformation ont été étudiées : 0.5/s, 0.05/s et 0.005/s pour la granulométrie monodisperse (Tableau 5.15). Pour l'essai drainé, une vitesse de déformation trop élevée conduit à surestimer la résistance de l'échantillon [25, 145] et la valeur de 0.0015/s est considérée comme une valeur limite maximale [145]. Par contre, dans l'essai non drainé, cette influence est moins significative (Figure 5.29) avec une différence de contrainte déviatorique de 1.6kPa entre $\dot{\epsilon} = 0.5/s$ et $\dot{\epsilon} = 0.005/s$. Cependant, le point important dans cet essai est de garder la déformation volumique de l'échantillon nulle mais aussi un nombre de contacts suffisants entre les parois et les grains. Ces contacts ne sont pas rompus ici car les matériaux 2D sont naturellement très dilatants, ce qui ne serait pas le cas en 3D, nécessitant des vitesses de sollicitation plus faibles qu'en drainé. Les résultats sont montrés dans le Tableau 5.16. La vitesse de déformation de 0.5/s va être utilisée en raison d'un temps de calcul faible alors que le résultat est quasiment identique à celui obtenu avec une vitesse de déformation bien plus faible.

L'objectif de ce chapitre est de chercher les paramètres numériques locaux (raideur, frottement, cohésion de grains etc) pour produire un modèle numérique discrets par l'essai biaxial

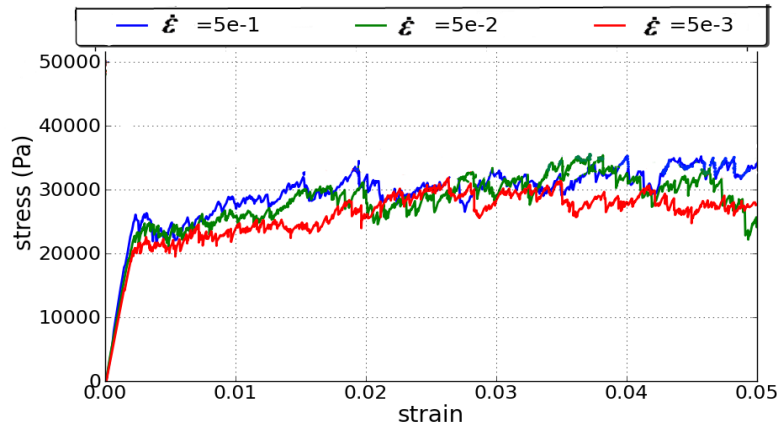


FIGURE 5.29: Influence de la vitesse de déformation sur l'essai biaxial non drainé : contrainte déviatorique ($\sigma_z - \sigma_x$) VS déformation.

TABLE 5.16: Influence de la vitesse de déformation sur la cohésion non drainée.

$\dot{\epsilon}$ (/s)	c_u (kPa)	Temps de calcul (h)
5×10^{-1}	17.6	0.2
5×10^{-2}	17.8	48
5×10^{-3}	16.0	360

non-drainé qui approche le comportement réel d'un sable argileux avec une cohésion faible ($C_u = 15-20\text{kPa}$), considéré comme un sol facilement érodable.

Cinq séries d'essais ont été effectuées pour trouver la valeur de C_u moyenne du sol et sont montrés au Tableau 5.17 pour la granulométrie monodisperse et au Tableau 5.18 pour la granulométrie polydisperse. En utilisant les paramètres numériques choisis au Tableau 5.15, la valeur de C_u moyenne de 18.1kPa et 15.6kPa est trouvée pour respectivement la granulométrie monodisperse et polydisperse ce qui correspond à l'ordre de grandeur recherché, celui d'un argile très molle.

TABLE 5.17: Cohésion non drainée pour la granulométrie monodisperse.

Granulométrie	Monodisperse
C_u - série 1 (Pa)	17083
C_u - série 2 (Pa)	18059
C_u - série 3 (Pa)	19060
C_u - série 4 (Pa)	18361
C_u - série 5 (Pa)	17743
C_u - moyenne (kPa)	18.1
Temps de calcul (h)	0.2

TABLE 5.18: Cohésion non drainée pour la granulométrie polydisperse.

Granulométrie	Polydisperse
<i>Cu</i> - série 1 (Pa)	15593
<i>Cu</i> - serie 2 (Pa)	15974
<i>Cu</i> - serie 3 (Pa)	15112
<i>Cu</i> - serie 4 (Pa)	15806
<i>Cu</i> - serie 5 (Pa)	15710
<i>Cu</i> - moyenne (kPa)	15.6
Temps de calcul (h)	0.5

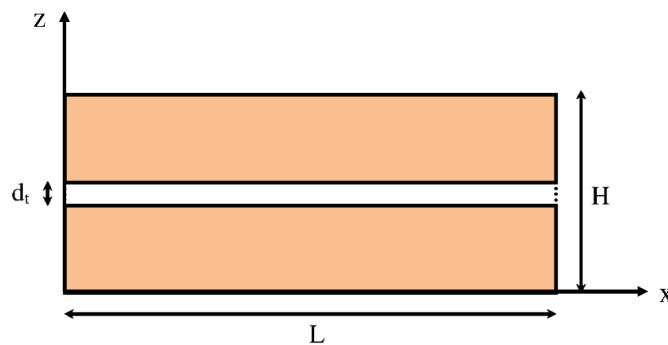


FIGURE 5.30: Géométrie du conduit modélisé.

Techniques de création d'un conduit

Le système constitué de parois faites avec des grains est donné à la Figure 5.30. Dans cette Figure, L est la longueur de la boîte, H sa hauteur et d_t est la taille du trou.

Le protocole de création de l'échantillon est celui utilisé précédemment en absence de gravité pour constituer les échantillons sollicités en condition non-drainée et les mêmes paramètres numériques et mécaniques ont été utilisés. Deux techniques de création du trou ont été étudiées. Par la première technique, le trou est créé en supprimant directement les sphères dont les centres se trouvent dans la zone du trou. Selon la deuxième technique, on diminue progressivement la taille des sphères qui sont dans la zone du trou jusqu'à ce que le contact avec les particules de paroi soit rompu, ensuite elles sont supprimées. Ce deuxième processus est plus graduel mais il tire sur les particules formant la paroi du futur trou. Ces deux processus conduisent à des positions légèrement différentes pour les particules de la paroi. La deuxième technique est choisie car elle semble être plus proche du protocole réel.

5.3.2 Hauteur de rugosité selon les différentes granulométries

Système

On donne plus précisément le système modélisé pour l'étude des parois rugueuses réalisées grâce à des matériaux granulaires dans la Figure 5.31.

La longueur L_r de la boîte est égale à $2.8H$. La hauteur H de la boîte pour les granulométries monodisperse et polydisperse sont respectivement $6D_{50}$ et $12D_{50}$. La hauteur de la boîte pour la granulométrie monodisperse est prise deux fois plus importante que celle utilisée pour

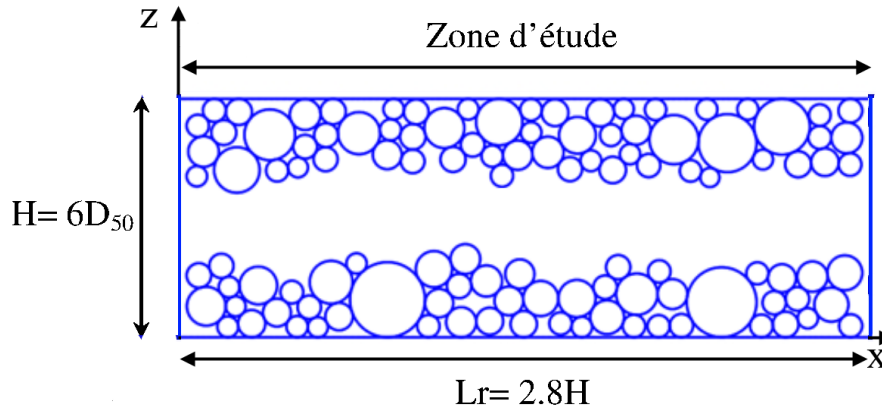


FIGURE 5.31: Système final modélisé pour l'étude des parois constituées de matériaux granulaires.

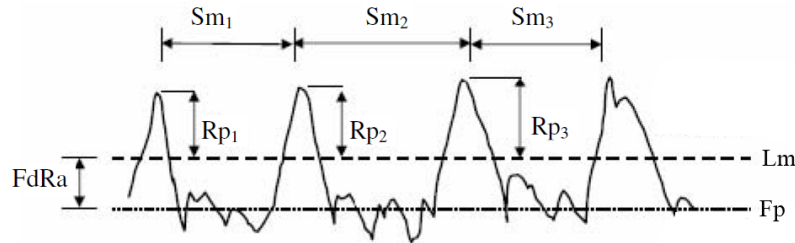


FIGURE 5.32: Mesure des aspérités et de la rugosité moyenne [85].

la granulométrie polydisperse, ce ci afin de limiter l'apparition d'un phénomène de cristallisation qui rend le calcul de rugosité non représentatif pour le matériau. Les sphères rigides sont générées dans cette boîte génératrice sans qu'il y ait contacts entre elles en diminuant leur taille par un facteur donné. Cette taille est ensuite progressivement augmentée de manière à arriver à la porosité souhaitée. La taille du trou d_t est prise égale à $0.35H$. Après formation du trou, un équilibre mécanique "artificiel" est effectué pour supprimer des espaces de vides de petites tailles ou peu de particules fluides pourraient circuler (sauf emploi de particules de très petite taille) ne permettant pas un calcul fluide normal (présence de particules fluides isolées incompatibles avec le pré-processeur MESHHER utilisé par ASPHODEL). La gravité est ainsi donnée vers le haut pour la partie supérieure de l'échantillon et vers le bas pour la partie inférieure. Chaque disque a alors au moins deux contacts. La hauteur de la rugosité sera examinée le long des parois inférieures (ϵ_{inf}) et supérieure (ϵ_{sup}).

Détermination de la hauteur de la rugosité

Pour le calcul de la hauteur de la rugosité de la paroi du trou ϵ , on suivra la procédure présentée par Kandlikar et al. [85]. Le processus est illustré à la Figure 5.32. La ligne moyenne, Lm , est la moyenne arithmétique de toutes les altitudes du profil brut de la surface où z est la hauteur de la rugosité i .

$$Lm = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i \quad (5.33)$$

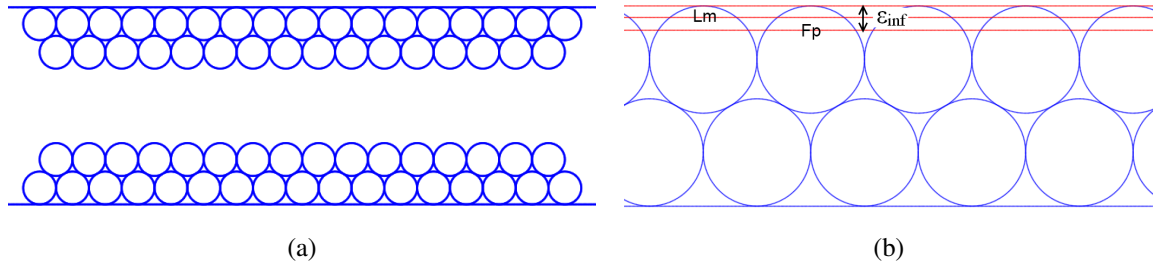


FIGURE 5.33: Rugosité de paroi pour une granulométrie monodisperse ; (a) : arrangement ordonné dense ; (b) : caractéristiques géométriques.

TABLE 5.19: Paramètre de rugosité pour la granulométrie monodisperse ordonnée, état dense

Partie inférieure						
Série	nombre de grains	Lm	Rp	Fp	$FdRa$	$\epsilon_{inf} = \epsilon_{sup}$
Monodisperse ordonnée	33	0.0176	0.0011	0.0164	0.0012	0.0023

Rp est la hauteur maximale de la rugosité au-dessus de la ligne moyenne, ce qui correspond au point le plus haut d'une aspérité par rapport à la ligne moyenne.

$$Rp = \max(z_i) - Lm \quad (5.34)$$

Sm est définie comme la distance moyenne des irrégularités du profil ou la distance le long de la rugosité entre les pics.

Fp est définie comme la moyenne arithmétique de tous les points au-dessous de la valeur moyenne de la ligne. Elle décrit la base du profil de la rugosité.

$$Fp = \frac{1}{n_z} \sum_{i=1}^n z_i \quad \text{pour } z_i < Lm \quad (5.35)$$

$FdRa$ est définie comme étant la distance entre le profil de fond (Fp) et la ligne moyenne (Figure 5.32).

$$FdRa = Lm - Fp \quad (5.36)$$

La hauteur de la rugosité est déterminée par :

$$\epsilon = Rp + FdRa \quad (5.37)$$

De nombreuses définitions pour la rugosité peuvent être trouvées dans la littérature en l'occurrence celle des tribologues qui utilisent la moyenne des distances pics-vallées successifs. Ici, l'accent est mis sur le pic le plus élevé et on peut s'attendre à surévaluer la rugosité réelle.

Rugosité pour une granulométrie monodisperse

Pour un milieu monodisperse, une première étude a été entreprise avec un arrangement académique (ordonné) correspondant à l'état le plus dense pour le matériau (Figure 5.33(a)). La hauteur de la rugosité ϵ vaut alors $0.23D$.

Dix échantillons avec une granulométrie monodisperse correspondant à des assemblages désordonnés ont ensuite été réalisés et conduisent à dix conduits ayant des parois différentes

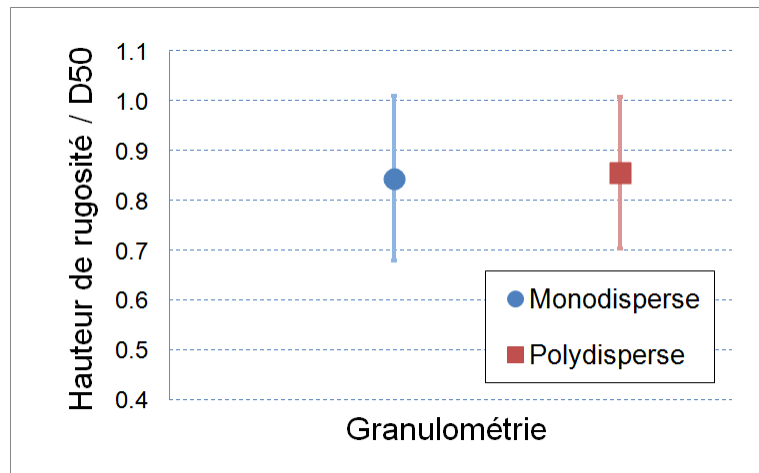


FIGURE 5.34: Rugosité moyenne et écart-type entre granulométrie monodisperse et granulométrie polydisperse.

(Figures B.1(a-j) en Annexe B.2). Les dix échantillons et les paramètres de rugosité (Lm , Rp , Fp , $FdRa$) et ε issus de ces différents échantillons sont donnés dans les Figures B.1(a-j) et le Tableau B.1 en Annexe B.2). On trouve ici une rugosité moyenne ε proche de $0.84D_{50}$ pour un écart type de $0.17D_{50}$.

Rugosité pour une granulométrie polydisperse

Dix échantillons ont été créés ici avec une granulométrie polydisperse (Figure 5.28). La polydispersivité du milieu introduit naturellement du désordre et l'effet des parois de la boîte génératrice de l'échantillon est jugé faible. Les paramètres de rugosité permettant de calculer la rugosité moyenne ε sont donnés dans le Tableau B.2 en Annexe B.2 tout comme les dix échantillons (Figures B.2(a-j)). La valeur moyenne de la rugosité vaut ε vaut $0.86D_{50}$ pour un écart type de $0.15D_{50}$.

La comparaison entre les résultats de rugosité moyenne et écart-type associé pour les deux granulométries est montrée dans la Figure 5.34. La rugosité moyenne et l'écart-type obtenus pour les granulométries monodisperse et polydisperse de $C_u=2$ sont quasiment similaires. Il faudrait certainement utiliser des granulométries de C_u plus élevé, par exemple $C_u=5$, pour voir apparaître un réel écart par rapport à la granulométrie monodisperse.

Conclusion

Deux types de systèmes ont été créés avec une granulométrie monodisperse et une autre polydisperse. La rugosité moyenne trouvée pour les granulométrie monodisperse et granulométrie polydisperse de coefficient d'uniformité 2 sont respectivement égale à $0.84D_{50}$ et $0.86D_{50}$.

La définition choisie pour la rugosité met en avant le pic maximum de la rugosité, il est donc possible que ce choix conduise à surévaluer la rugosité réelle.

5.3.3 Écoulement entre des parois en matériaux granulaires

L'écoulement d'un fluide laminaire en 2D entre des parois constituées sous YADE par des matériaux granulaires a été étudié par le code ASPHODEL. La consigne demandée est calculée

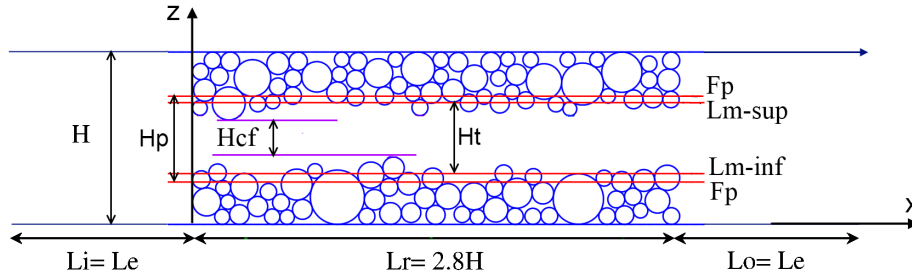


FIGURE 5.35: Système modélisé pour l'écoulement dans parois rugueuses de matériaux granulaires.

en prenant en compte la hauteur de constriction H_{cf} et sera associée à un Reynolds Re_{cf} faible (Figure 5.35). La perte de charge entre deux sections observées est calculée. Ainsi, la force de traînée et la force de portance ont été déduites pour chaque grain solide. On a retenu le conduit "série 1" réalisé dans un matériau de granulométrie polydisperse (Figure B.2(a) dans Annexe B.2) tout comme le conduit "série 2" réalisé dans un matériau granulométrie monodisperse (Figure B.1(b) dans Annexe B.2).

Le domaine de calcul se compose de deux parties : la partie lisse et la partie rugueuse. La longueur d'entrée, L_i , est prise égale à $L_e = 5H$ pour $Re_t = 100$ (Equation 5.1) ce qui assure que la vitesse pleinement développée est bien créée le long des parois lisses avant d'atteindre les parois rugueuses [108]. La longueur de sortie, L_o , est prise égale à $L_e = 5H$ ce qui permet d'éviter l'influence des conditions limites de sortie sur le résultat observé. La discrétisation optimale obtenue dans l'étude de l'écoulement du cylindre pour $Re = 1000$ (Chapitre 4.2.4) est considérée dans cette étude où $r_0 = D_{50}/40$ et $RR = 0.50$, discrétisation qui pourrait être relâchée pour un Reynolds étudié. On a donc 240 particules dans la direction verticale au niveau des parois lisses. Lors du pavage du système (espace des vides) par des particules fluides, certaines se trouvent emprisonnées entre les grains. Elles sont supprimées car elles ne participent pas au comportement du conduit (pas de pression interstitielle présente dans le code ASPHODEL) et cela permettra d'économiser les temps de calcul (Figure 5.36(b)). Les paramètres mécaniques et numériques sont les mêmes que ceux utilisés pour l'étude de l'écoulement de Poiseuille dans un conduit fini.

Ici, le nombre de Reynolds dépend de la vitesse moyenne de l'écoulement, de la hauteur moyenne de trou et de la viscosité cinématique de l'eau. La hauteur de constriction est choisie pour la définition du nombre de Reynolds (Figure 5.35), cependant on pourrait se poser la question de la validité de ce choix pour un système où les parois ont un profil très irrégulier :

$$Re_{cf} = \frac{\bar{v}H_{cf}}{\nu} \quad (5.38)$$

Le coefficient de frottement, f_{Dcf} corrigé est obtenu par :

$$f_{Dcf} = -\frac{p_{P2} - p_{P1}}{L_{P1/P2}} \frac{2H_{cf}}{\rho \bar{v}^2} \quad (5.39)$$

où $p_{P2} - p_{P1}$ est la différence de pression entre deux points observés (Pa), $L_{P1/P2}$ est la distance horizontale entre les deux points observés (m), ρ est la masse volumique de l'eau (kg/m^3) et \bar{v} est la vitesse moyenne pleinement développée de la partie lisse (m/s) [108], H_{cf} la hauteur de constriction (m). Ces hauteurs tout comme la hauteur moyenne du fond profilé H_p sont

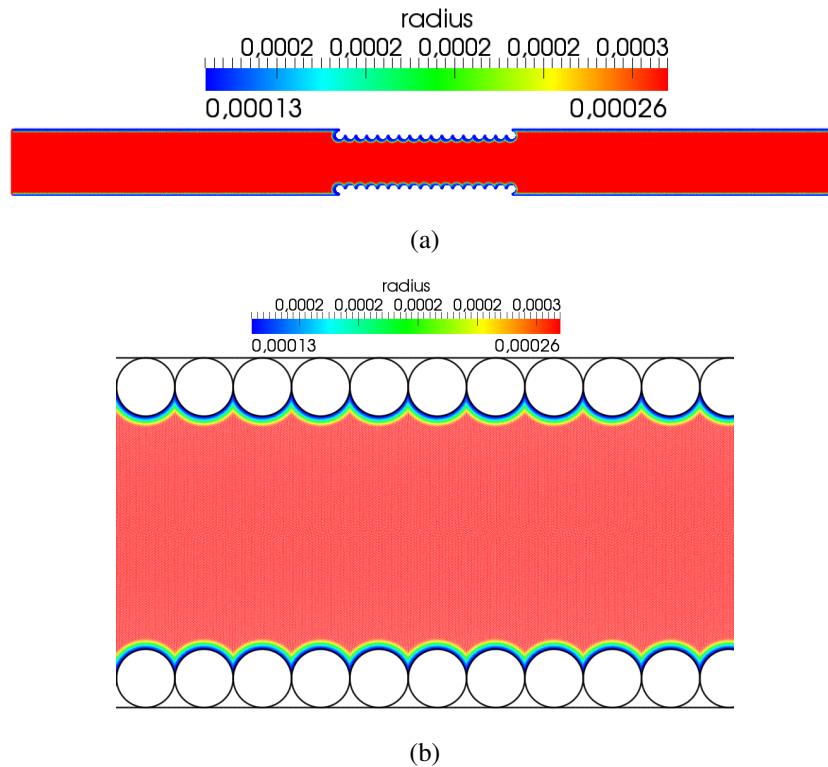


FIGURE 5.36: (a) système global étudié et (b) zoom sur la zone rugueuse.

données dans la Figure 5.35.

YADE manipule des objets solides sous la forme de sphères dégradées en disques en 2D, objets qui ne sont pas gérés par ASPHODEL qui manipule des frontières solides planes. Le disque est donc approximé à un objet polygonal. Un programme sous langage python a été créé pour construire automatiquement les objets ASPHODEL à partir des informations géométriques données par YADE. La procédure et les paramètres d'entrée sont données en Annexe B.1.

Cas des parois avec des grains monodisperses ordonnés

Ce cas est similaire au cas du profil semi-circulaire avec un espacement minimum entre les objets. La discrétisation choisie est la dimension optimale mis en avant dans le Chapitre 4.2.4 soit $r_0 = D/40$ et $RR = 0.50$ avec $D = 0.01\text{m}$. On rappelle ici que la rugosité ε vaut $0.23D$, et en prenant en compte la hauteur de fonds de profil moyen H_p , la rugosité relative vaut 5.2% . On a vu qu'il était préférable d'utiliser la hauteur de constriction H_{cf} qui permet de retrouver la théorie classique pour laquelle la rugosité n'influence pas le régime laminaire, elle vaut ici 5.7% . Le système global étudié et discrétisé est donné dans la Figure 5.36(a) avec un zoom sur la zone rugueuse dans la Figure 5.36(b). Les particules fluides emprisonnées dans la porosité non accessible sont supprimées car elles ne seront pas mises en mouvement. Le système possède alors 690 560 particules fluide et de paroi.

La stabilisation des conditions d'écoulement nécessite 147s d'écoulement fluide soit 43.6h de calcul machine par un calcul parallèle à 24 coeurs (Figure 5.37(a)). On notera qu'ici, alors que le système est très proche du cas semi-circulaire, il a fallu 5 fois moins de temps d'écoulement avant stabilisation. Le temps de stabilisation semble donc très dépendant de la longueur de la partie rugueuse (qui ici est 3 fois plus courte). Comme vu précédemment la vitesse stabilisée n'atteint pas la valeur de consigne (elle vaut 0.8 fois la vitesse imposée), consigne qui n'est at-

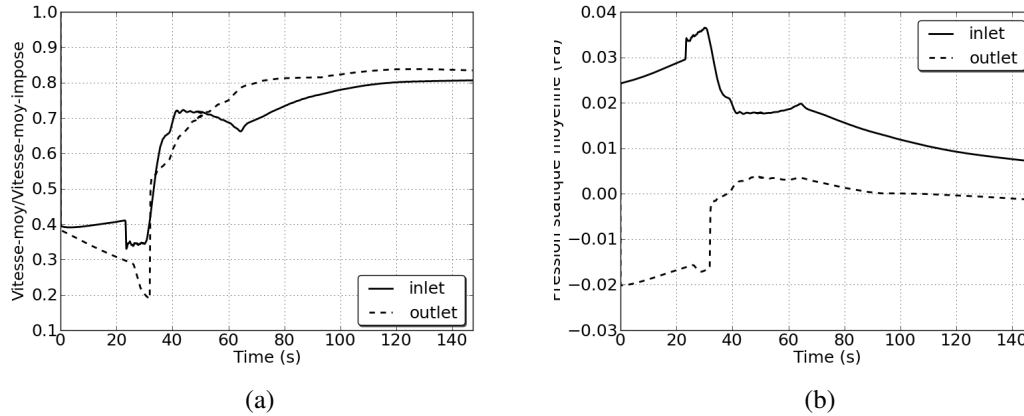


FIGURE 5.37: Evolution des conditions aux limites entrée-sortie au cours du temps, cas des grains monodisperses ordonnés : (a) vitesse moyenne et (b) pression statique moyenne.

TABLE 5.20: Résultats moyens pour un écoulement entre des parois faites de particules ordonnées, consigne : $Re_t = 100$.

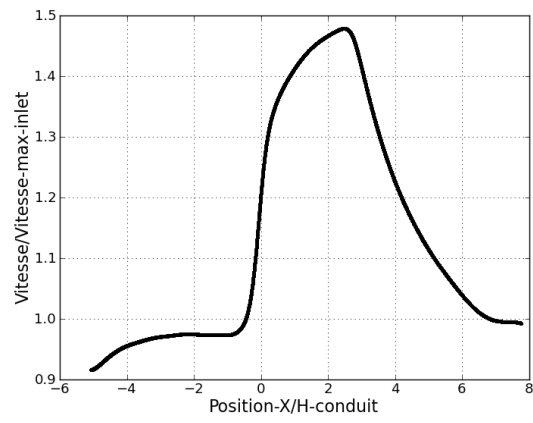
Paramètres	Consigne	Analytique	Asphodel	
			Valeur	Erreur (%)
$\bar{v}_{entrée}$ (m/s)	2.373×10^{-3}		1.912×10^{-3}	19%
\bar{v}_{sortie} (m/s)	2.373×10^{-3}		1.982×10^{-3}	16.5%
%diff. $\bar{v}_{entrée-sortie}$				4%
ρ_{fluide} (kg/m ³)	1000	1000	998	0.2%
Re_{cf}	95	76	76	
$\Delta P_{P1/P2}$ (Pa)		8.603×10^{-4}	9.306×10^{-4}	8%
f_{Dcf}		0.31	0.34	8%
Po		24	26	8%
Temps de calcul (h)			43.6 (24coeurs)	

teinte que très lentement. La valeur du Reynolds est recalculée en tenant en compte de la vitesse moyenne atteinte mais aussi de la hauteur moyenne de constriction H_{cf} dans la zone rugueuse. Le Reynolds Re_{cf} vaut alors 76. La condition de conservation du débit est obtenue avec une erreur de 4%, ce qui est acceptable. On notera sur la Figure 5.38(a) que l'écoulement est bien développé avant d'entrer dans la zone rugueuse. Par contre dans la zone rugueuse, l'écoulement n'a pas pu entrer en régime pleinement développé. Pour un résultat plus précis, il faudrait alors augmenter la longueur de la zone rugueuse. Sur la Figure 5.38(b) et contrairement à l'étude de Poiseuille, les pentes de pression statique et de pression totale étant différentes, la pression dynamique apporte une contribution à la perte de charge. Pour les calculs de perte de charge, les points P2 et P4 (position à $1.5H$ et $2.5H$ de l'entrée de la partie rugueuse) qui appartiennent à la partie d'évolution linéaire de la pression totale (Figure 5.38(b) et Figure 5.37(b)) ont été sélectionnés. Les quantités en jeu sont moyennées sur un intervalle de temps stabilisé soit $t = 140s - 147s$.

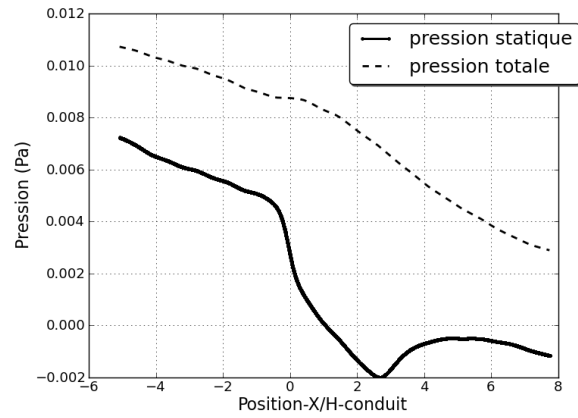
Le coefficient de perte de charge (f_{Dcf}) obtenu dans cette étude vaut 0.34 ce qui est supérieur de 9% à la valeur analytique, ce qui est acceptable et attendu puisque ce cas est très proche du cas étudié précédemment du conduit avec aspérités semi circulaires.

Les champs de vitesse et de pression sont données aux Figures 5.39(a-f). On notera l'influence du rétrécissement en entrée qui impacte le champ de vitesse horizontal sur de grandes distances nécessitant l'usage d'une longueur d'entrée suffisante avant d'arriver à un régime pleinement développé (Figure 5.41).

Les forces moyennes en valeur absolue dues aux contributions de la pression ont été éva-



(a)



(b)

FIGURE 5.38: Résultat sur l'axe médian du conduit : (a) vitesse et (b) pression.

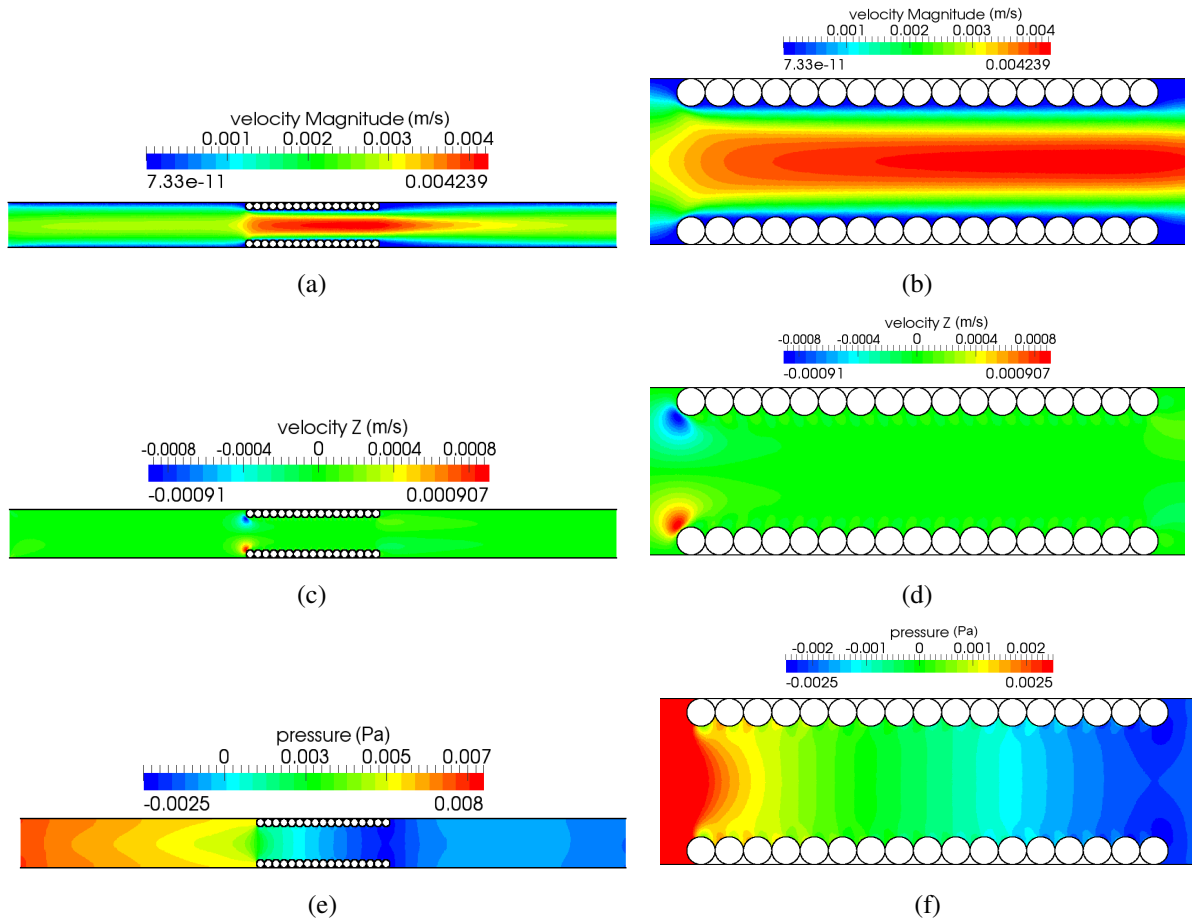


FIGURE 5.39: Caractéristiques de l'écoulement au temps $t=145s$: (a) (b) vitesse selon la direction x, (c) (d) vitesse selon la direction z et (e) (f) pression.

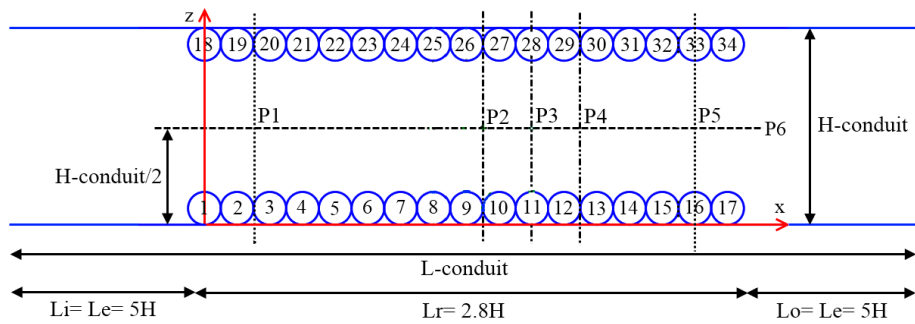


FIGURE 5.40: Post traitement pour les parois avec des grains monodisperses ordonnés.

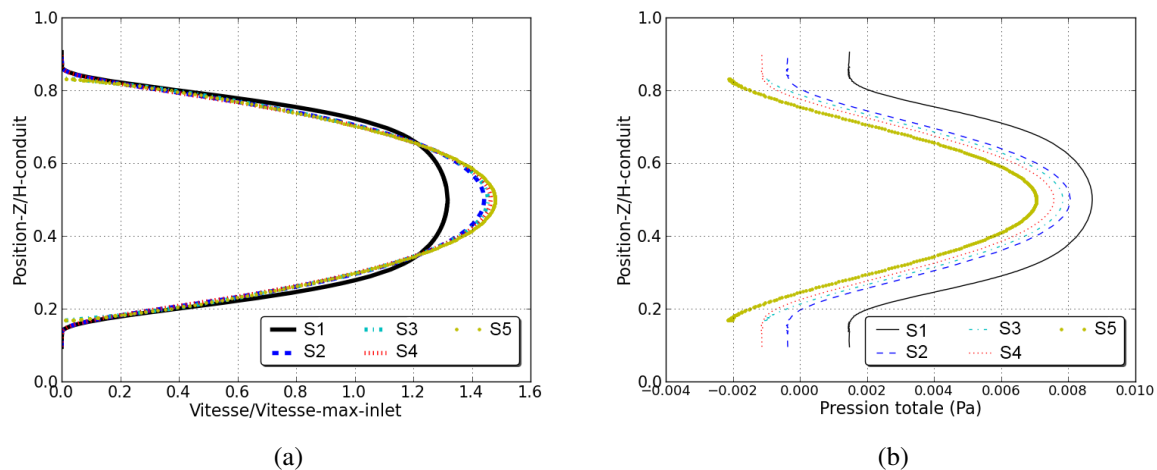


FIGURE 5.41: Résultat moyen pour l'écoulement entre les parois rugueuses de grains monodisperses ordonnés à la section S1 - S5 : (a) vitesse et (b) pression totale.

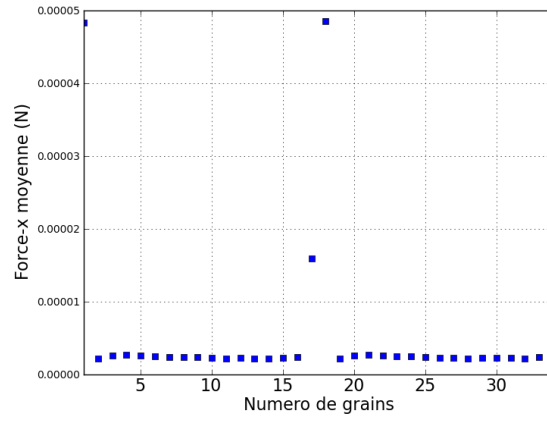
luées. Les particules situées à l'entrée et à la sortie du conduit rugueux sont exclues de la moyenne sur une distance de $2D_{50}$. Les forces de traînée et de portance moyennes dues à la contribution de pression valent respectivement $0.02 \times 10^{-4} \text{N}$ et $0.10 \times 10^{-4} \text{N}$ avec des écarts-types de $0.001 \times 10^{-4} \text{N}$ et $0.06 \times 10^{-4} \text{N}$. Ici chaque particule récupère une force de traînée identique, ce qui n'est pas le cas pour la force de portance puisque la pression tend à diminuer de l'amont à l'aval. On notera que les grains situés à l'entrée du conduit (G1 et G18) et en sortie (G17 et G34) subissent des efforts respectivement 10 et 4 fois supérieurs aux autres grains. Ici, G1 indique le grain solide numéro 1 (Figure 5.40). Ils auront donc tendance à être arrachés en premier et ceci explique la forme conique que prend le trou dans l'essai HET. Par ailleurs on notera que la pression en entrée est beaucoup plus forte qu'en sortie, les valeurs négatives sont à prendre comme des zones à basse pression liée à la consigne de sortie non atteinte. Néanmoins, on constate que la chute de pression dans le système est graduelle le long du tube rugueux, comme attendu.

Cas des parois avec des grains polydisperses

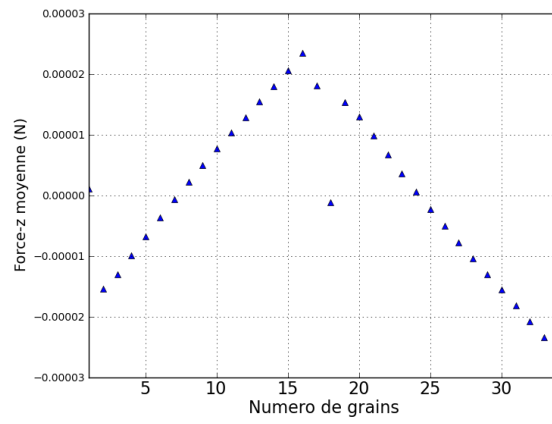
Le conduit possédant des parois composées de grains polydisperses est montré en Figure 5.36. Il correspond au tirage "série 1" avec 643 878 particules fluides. Si l'on utilise la hauteur de constriction H_{cf} , la rugosité relative vaut alors 62% et 26.6% en prenant en compte H_p . La rugosité relative est proche du cas étudié précédemment.

La Figure 5.44(a) donne l'évolution des vitesses en entrée et sortie du système. La convergence du système vers un régime permanent est lente, le calcul a été arrêté après un écoulement de 570s pour lequel la différence de vitesse entrée-sortie est égale à 5.5%, ce qui est acceptable. Cela équivaut à un temps machine de 312h en utilisant un calcul parallèle à 24coeurs. La pression en sortie, quoique fluctuante semble atteindre la consigne de pression nulle. Les moyennes qui seront produites seront effectuées entre les temps 430s et 570s. La consigne de vitesse n'ayant pas été atteinte, la valeur du Reynolds Re_{cf} est recalculée et vaut 42, ce qui est plus fort que le conduit à rugosité monodisperse (semi-ordonné) précédent.

Les figures 5.47(b) et 5.47(b) donnent les profils de pression totale et vitesse dans différentes sections du conduit rugueux. On voit ici que le profil de vitesse n'a toujours pas atteint la zone de régime pleinement développé dans la section P1. On peut penser que c'est quasi le cas lorsque



(a)



(b)

FIGURE 5.42: Forces fluide sur chaque grain : (a) direction horizontale et (b) direction verticale.

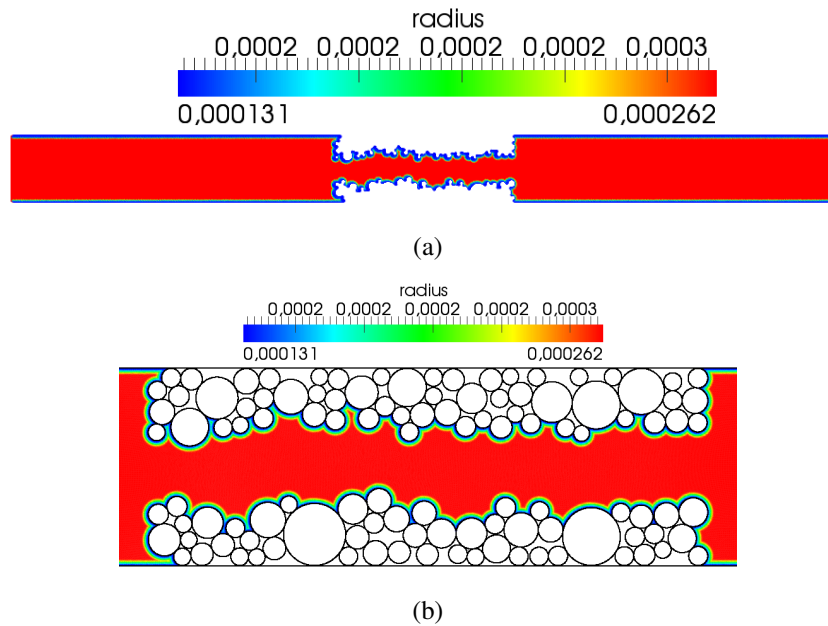


FIGURE 5.43: (a) système global étudié et (b) zoom sur la zone rugueuse (milieu polydispersé série 1).

TABLE 5.21: Résultats moyens entre $t = 430s - 570s$, parois de grains polydispersés série 1, consigne $Re_t = 100$.

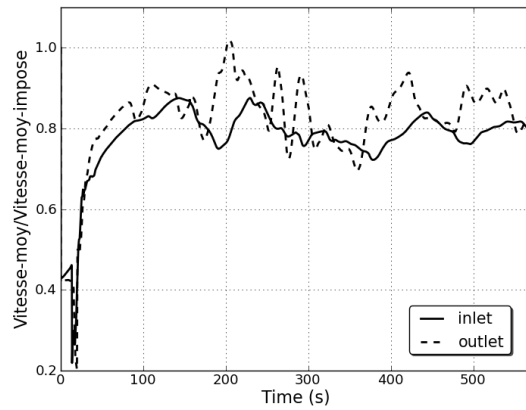
Paramètres	Consigne	Analytique	Asphodel	
			Valeur	Erreur (%)
$\bar{v}_{entrée}$	4.047×10^{-3}	3.244×10^{-3}	3.244×10^{-3}	20%
\bar{v}_{sortie}	4.047×10^{-3}	3.421×10^{-3}	3.421×10^{-3}	15%
%diff. $\bar{v}_{entrée-sortie}$				5.5%
ρ_{fluide}	1000	1000	987	1%
Re_{cf}	53	42	42	
$\Delta P_{P1/P2}$		1.395×10^{-2}	1.781×10^{-2}	28%
f_{Dcf}		0.572	0.739	29%
Po		24	31	29%
Temps de calcul (h)			312 (24 coeurs)	

la section P2 est atteinte. On notera aussi que l'axe median sur lequel la vitesse maximale dans une section donnée est trouvé ne correspond pas à l'axe médian du conduit lisse (ligne P6). Le calcul de perte de charge se fera alors le long de l'axe median entre les sections P2 et P5.

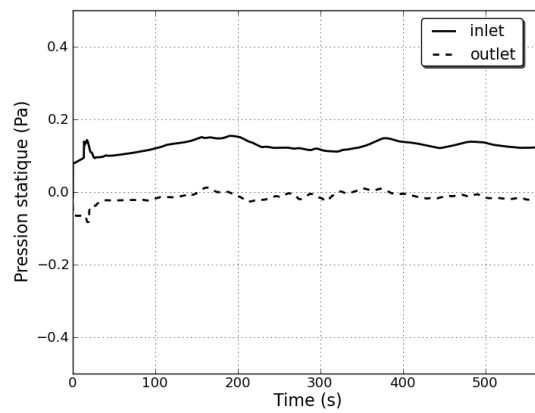
Les champs de vitesse, vorticité et de pression statique à $t = 565s$ sont montrés dans les Figures 5.48(a-f). On notera l'influence des aspérités qui conduisent à l'augmentation des vitesses dans les sections rétrécies, la création d'une vorticité au droit de ses obstacles et d'un sillage à l'aval de ces étranglements qui engendrent des zones de plus basses pressions qui pour les plus importantes d'entre elles affectent une distance d'au moins $2D_{50}$.

Le calcul de la perte de charge entre les sections S2 et S5 conduit à un coefficient de perte de charge f_{Dcf} égal à 0.74 soit un nombre de Poiseuille de 31 (Tableau 5.21). La valeur est 1.2 fois plus petite que celle trouvée pour le conduit à granulométrie monodisperse semi-ordonnée pour un Reynolds du même ordre de grandeur. Ici en sachant que le nombre de Reynolds Re_{cf} est plus important, le coefficient de frottement est, comme attendu, plus faible. Ceci est globalement conforme au diagramme de Moody.

Les forces de traînée et de portance moyennes selon l'abscisse x des grains solides sont montrées respectivement dans les Figure 5.49(b) et Figure 5.49(c). La valeur absolue des forces

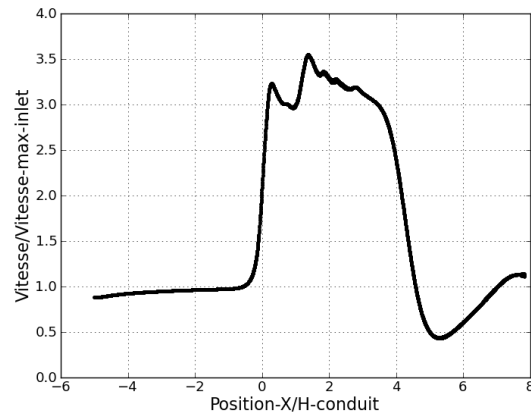


(a)

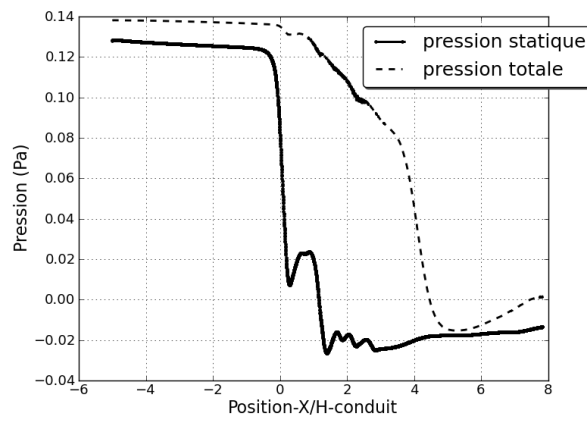


(b)

FIGURE 5.44: Evolution de la vitesse moyenne entrée-sortie au cours du temps pour l'écoulement entre des parois rugueuses constituées de grains polydisperses : (a) vitesse et ?? pression statique.



(a)



(b)

FIGURE 5.45: Caractéristique de l'écoulement sur l'axe P6 : (a) vitesse et (b) pression totale.

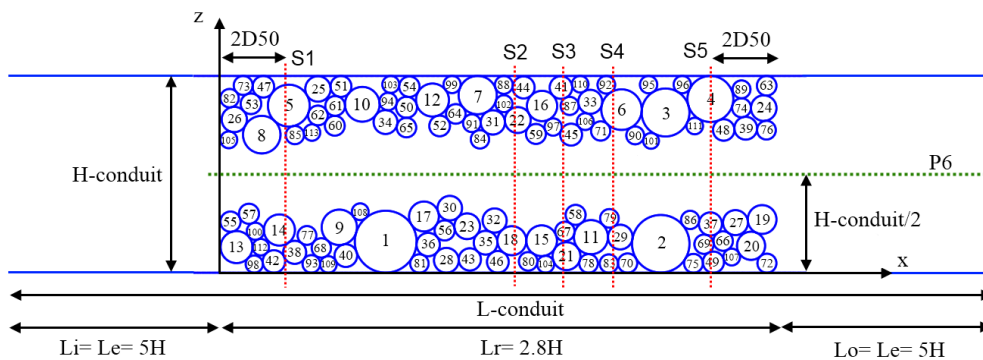


FIGURE 5.46: Post-traitement pour les parois rugueuses formées avec une granulométrie polydisperse série 1.

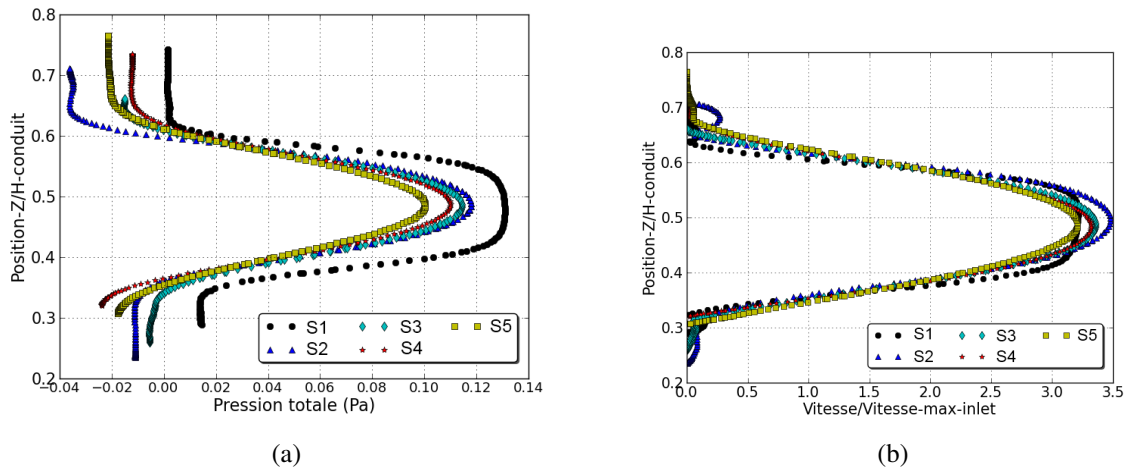


FIGURE 5.47: Profils moyens de vitesse et de pression totale dans les sections P1= 0.35H, P2= 1.5H, P3= 1.75H, P4= 2.0H, P5= 2.5H.

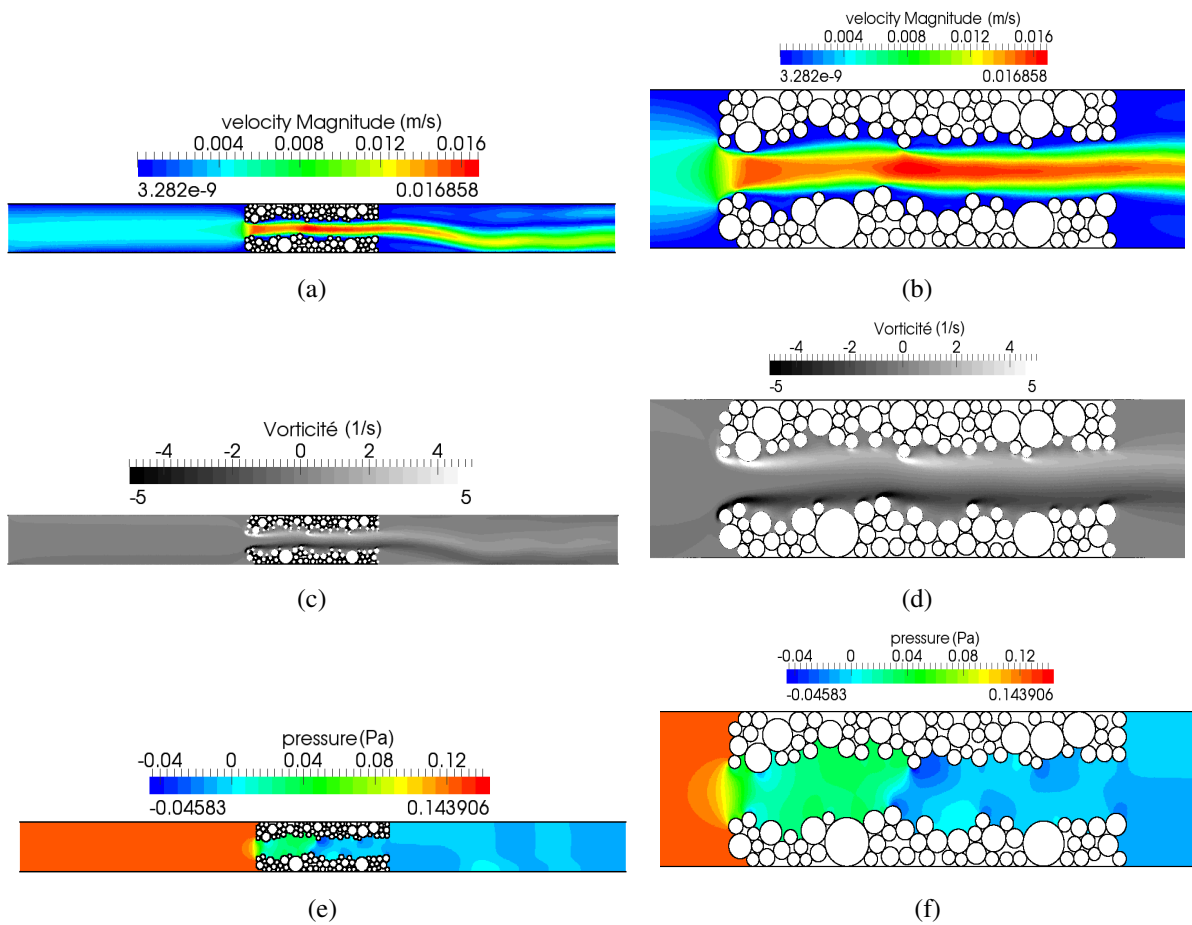


FIGURE 5.48: Champs instantanés ($t= 565s$) de : (a) (b) vitesse, (c) (d) vorticité et (e) (f) pression.

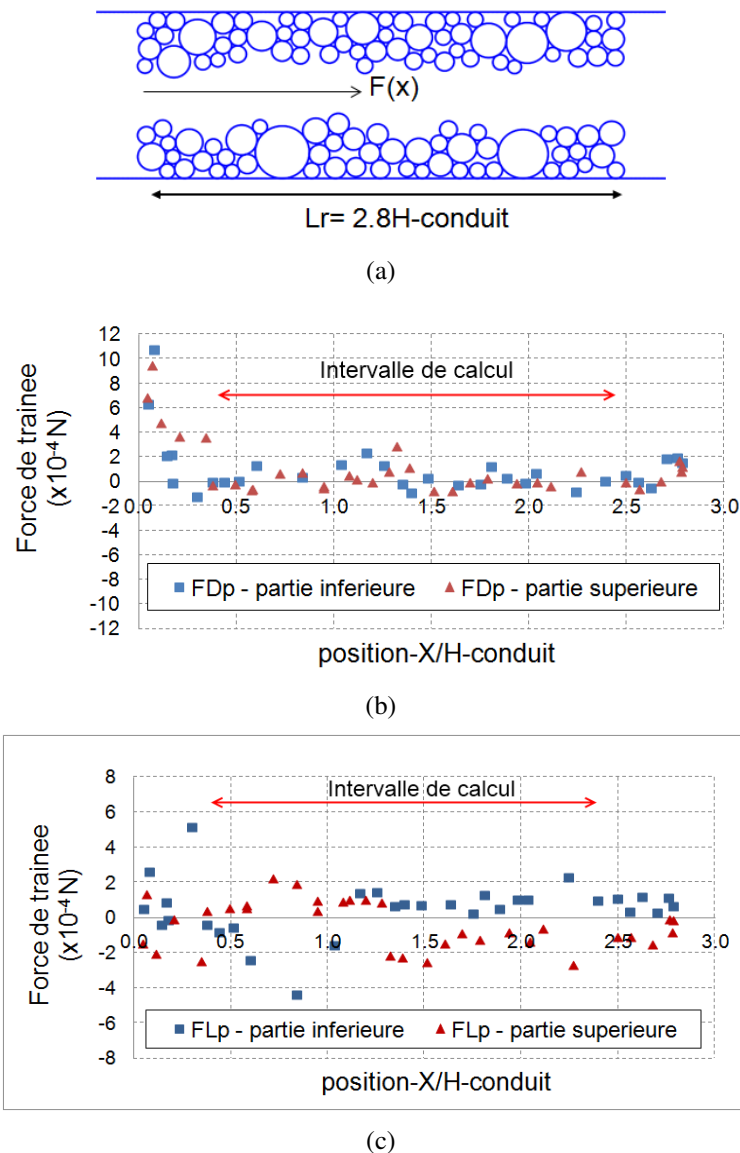


FIGURE 5.49: Forces hydrodynamiques sur les grains solides selon leur abscisse x : (b) forces de traînée et (c) forces de portance.

moyennes dues à la seule pression de fluide a été évaluée en enlevant comme précédemment les particules proches de l’entrée et de la sortie du conduit. La valeur absolue des forces de traînée et de portance moyennes dues à la contribution de la pression vaut respectivement $0.61 \times 10^{-4} \text{N}$ et $1.26 \times 10^{-4} \text{N}$ pour des écart-types de $0.62 \times 10^{-4} \text{N}$ et $0.82 \times 10^{-4} \text{N}$. On notera que ici des coefficients de variations de 1 et 0.6 sont trouvés pour les forces de traînée et de portance ce qui semblent dire que les écart-types plus que la moyenne pilotent les phénomènes physiques.

Cas des parois avec des grains monodisperses

Pour économiser le temps de calcul nécessaire pour étudier l’écoulement entre des parois rugueuses constituées de matériaux granulaires, tout d’abord la position des parois rugueuses ont été décalées jusqu’au fond de profil des parois. Ensuite, les grains solides qui ne sont pas en contact direct avec les particules fluides sont enlevées. Enfin, la longueur d’entrée et de sortie sont prises égale à $L_o = 0.5L_e = 2.5H_p$ et $L_o = 0.5L_e = 2.5H_p$. Le choix pour les paramètres de

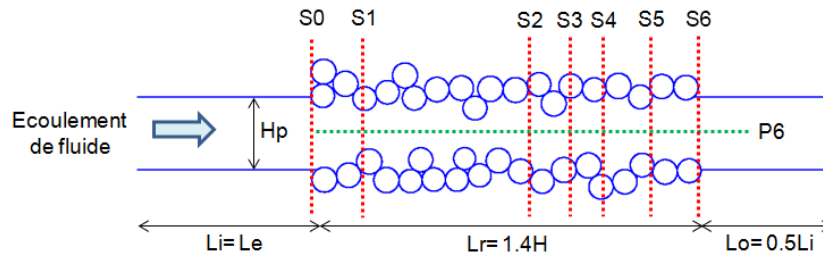


FIGURE 5.50: Système étudié pour les parois rugueuses formées avec une granulométrie monodisperse série 2.

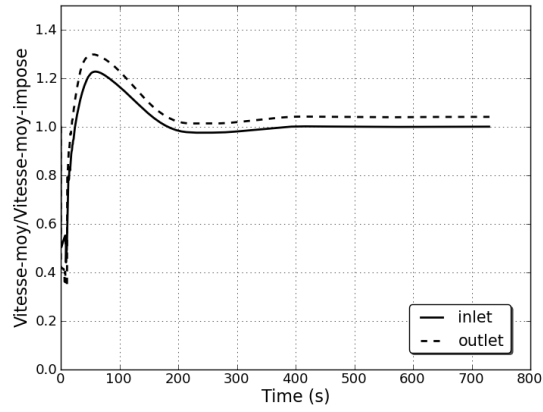
discrétisation est identique à celui pris pour les parois rugueuses de granulométrie polydisperse. Le domaine étudié de granulométrie monodisperse série 2 est donné en Figure 5.50, il implique 209 458 particules fluide et de paroi. Le nombre de particules fluide utilisé est ainsi 3 fois moins important que celui associé à l'étude précédente. Il comporte une zone rugueuse composée de grains monodisperses dont la rugosité a été déterminée dans le Chapitre 5.3.2. On rappelle ici que la rugosité ε moyenne vaut $0.082D_{50}$, et en prenant en compte la hauteur de fond de profil moyen H_p , la rugosité relative vaut 31.0%. Si l'on utilise la hauteur de constriction H_{cf} , la rugosité relative vaut alors 81.6%.

La Figure 5.51(a) donne la vitesse moyenne à l'entrée du conduit lisse. Cette dernière est fluctuante au début du calcul, mais ces fluctuations sont stables après un écoulement de 400s environ. Le calcul a été mené jusqu'au temps $t = 500s$ de l'écoulement, soit 133h de temps machine avec un calcul parallèle à 24 coeurs. Le dépouillement s'effectue après avoir effectué une moyenne des résultats sur l'intervalle de temps 400s à 500s. Le décalage de la position des parois lisses au niveau du fond de profil a permis d'enlever la fluctuation dans les condition limite d'entrée et de sortie et la consigne a pu être atteinte plus aisément. Par ailleurs, il n'y a plus l'apparition d'oscillations dans le sillage du conduit rugueux. La différence de vitesse entrée sortie est égale à 4% ce qui permet de satisfaire raisonnablement la condition de conservation des débits. La vitesse de consigne a été atteinte, le nombre de Reynolds en entrée du conduit rugueux Re_{cf} vaut 50.

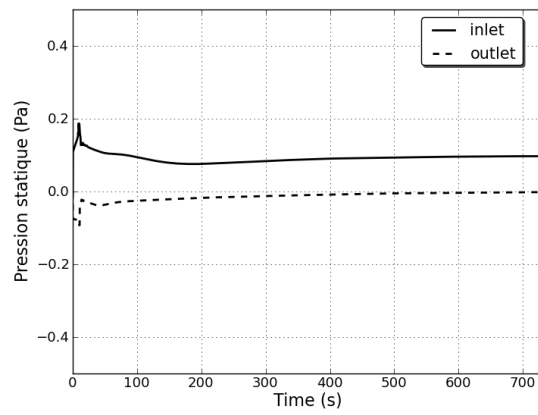
Les Figures 5.52(a) et 5.52(b) donnent l'évolution des vitesse et pression moyennes sur l'axe du conduit. On notera que maintenant, dû à la forte rugosité irrégulière du conduit rugueux, il n'existe pas de grande zone d'évolution de vitesse ou de pression linéaire comme on a pu le voir pour un profil régulier. Le choix des points pour le calcul de la perte de charge devra être alors motivé.

On donne en Figure 5.53 les profils de vitesse et de pression dans des sections différentes. On notera que la forme du profil S1 laisse entendre que l'écoulement n'est pas pleinement développé, ce qui n'est plus le cas pour les profils S2 à S5. La perte de charge doit impliquer des sections pour des écoulements assimilables à des écoulements pleinement développés mais les profils de vitesse évoluent en fonction des sections non régulières. Le calcul du coefficient de frottement devrait alors faire intervenir un calcul intégral sur l'ensemble du conduit. Une estimation peut être donnée en prenant deux sections éloignées et non liées à des singularités. On pourra prendre la section S2 et la section S5 (Figures 5.50 et 5.54). Dans ces deux profils, on prendra la valeur de pression totale maximale obtenue qui n'est plus nécessairement sur l'axe du conduit lisse.

Les champs de vitesse et pression instantanés sont montrés dans les Figures 5.55. Les champs, comme attendu, sont fortement hétérogènes. Apparaissent alors des zones de plus faibles pres-

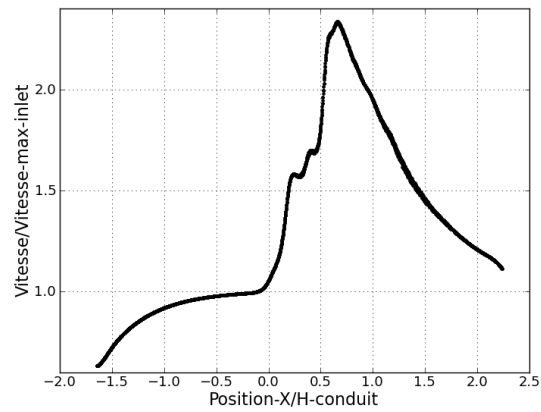


(a)

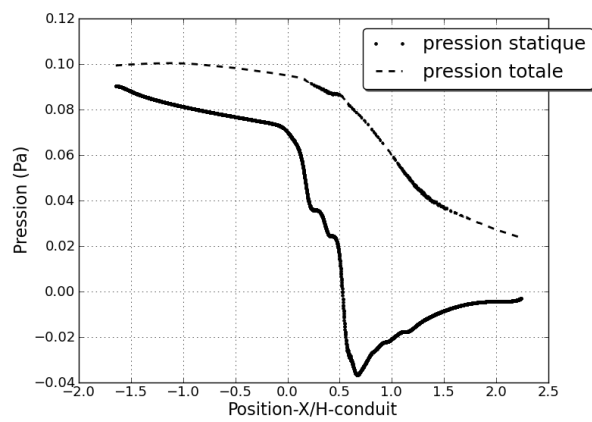


(b)

FIGURE 5.51: Evolution des conditions limites entrée-sortie au cours du temps : (a) vitesse et (b) pression statique.

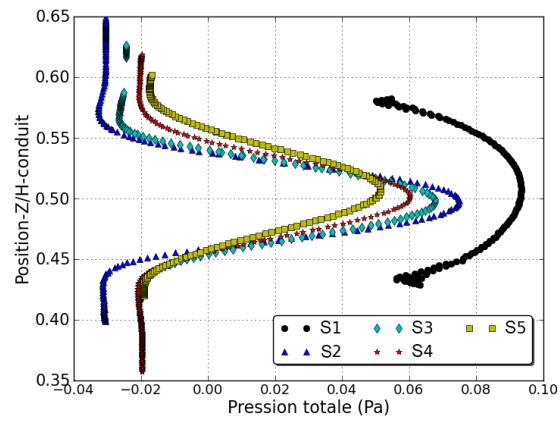


(a)

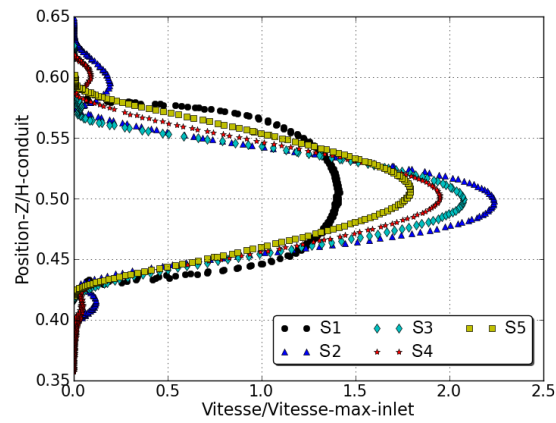


(b)

FIGURE 5.52: Caractéristiques de l'écoulement le long de l'axe du conduit (axe P6) : (a) vitesse et (b) pression.



(a)



(b)

FIGURE 5.53: Profils de vitesse et de pression totale dans des sections différentes : S1= 0.35H, S2= 1.5H, S3= 1.75H, S4= 2.0H, S5= 2.5H.

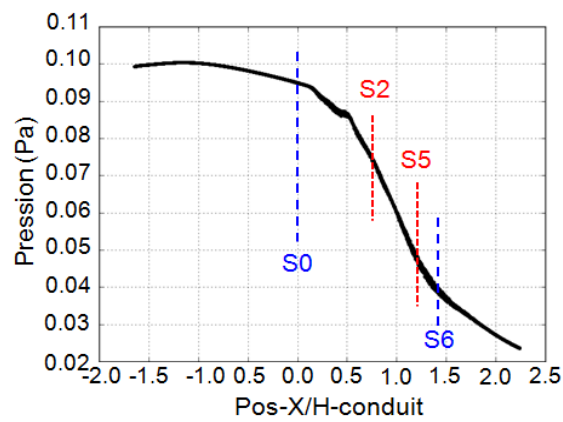
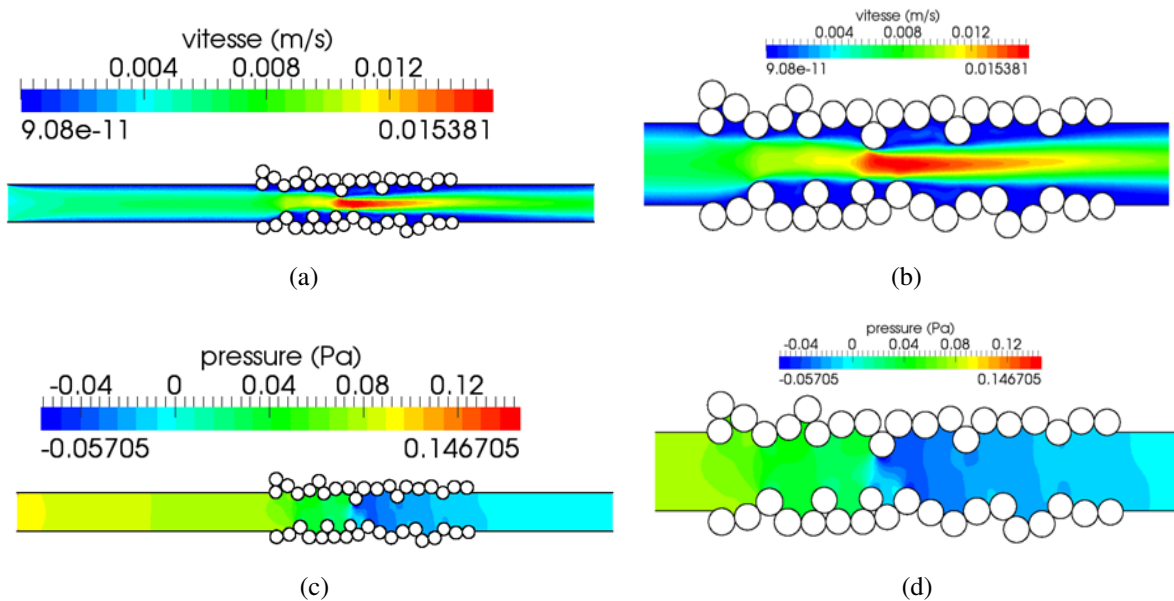


FIGURE 5.54: Deux sections pour calculer la différence de pression totale pour la granulométrie monodisperse série 2.


 FIGURE 5.55: Champs à $t= 250s$: (a, b) de vitesse et (c, d) de pression.

sions dans le sillage de ces particules dont l'étendue est ici de l'ordre de 1 à 2 tailles de particule. Sur l'axe médian du conduit rugueux, l'influence des étranglements avec l'augmentation de la vitesse d'écoulement qui en résulte court sur environ une distance de 4 particules. La chute de pression n'est plus linéaire mais fortement concentrée à l'amont de la partie rugueuse et des étranglements du conduit rugueux.

Le coefficient de perte de charge (f_{Dcf}) a été donc obtenu entre les sections S2 et S5 aux points médians de ces sections vaut 0.54 soit un nombre de Poiseuille de 27 (Tableau 5.22). Ce nombre est 1.1 fois plus élevé que la solution analytique. La rugosité relative prenant en compte la hauteur de constriction vaut 82%, ce qui est très élevé.

Les forces de traînée, de portance et couples moyens par rapport les positions-x de grains solides sont montrées respectivement dans les Figures 5.56(b), 5.56(c) et 5.56(d). Les valeurs absolues des couples moyens dus à la contribution de pression et visqueuse du fluide ont été évaluées le long des parois rugueuses. Les valeurs absolues des forces de traînée et de portance moyennes dues à la contribution de pression valent respectivement $1.41 \times 10^{-4} \text{N}$ et $2.85 \times 10^{-4} \text{N}$ avec des écart-types de $1.29 \times 10^{-4} \text{N}$ et $1.54 \times 10^{-4} \text{N}$. Les valeurs absolues des forces de traînée, de portance et les valeurs absolues des couples moyens dus à la contribution visqueuse valent respectivement $0.16 \times 10^{-4} \text{N}$, $0.05 \times 10^{-4} \text{N}$ et $0.01 \times 10^{-4} \text{N.m}$ avec des écart-types de $0.24 \times 10^{-4} \text{N}$, $0.10 \times 10^{-4} \text{N}$ et $0.02 \times 10^{-4} \text{N.m}$. Pour le couple, la contribution de pression est une dizaine de fois plus importante que celle due à la partie visqueuse. Selon les résultats obtenus, le coefficient de variation est varié de 0.54 à 2.2. Les fluctuations sont donc très grandes d'une particule à une autre et la moyenne n'a plus vraiment de sens physique. Il semble donc que ce soient plutôt les écarts-types qui sont porteurs des phénomènes physiques. Les effets du fluide sont donc très localisés en réalité.

Il est très difficile de conclure sur l'effet de la rugosité sur le comportement du système, cependant on peut dire que le désordre introduit des concentrations d'efforts sur certaines particules et qu'ici la moyenne des efforts sur les particules des parois n'a plus vraiment de sens. On peut aussi se poser des questions sur la bonne manière de définir un Reynolds représentatif pour ces systèmes non (semi) ordonnés. Doit-on prendre la valeur de la hauteur de constriction, un Reynolds moyen issu du calcul de Reynolds dans différentes sections ou doit-on prendre en

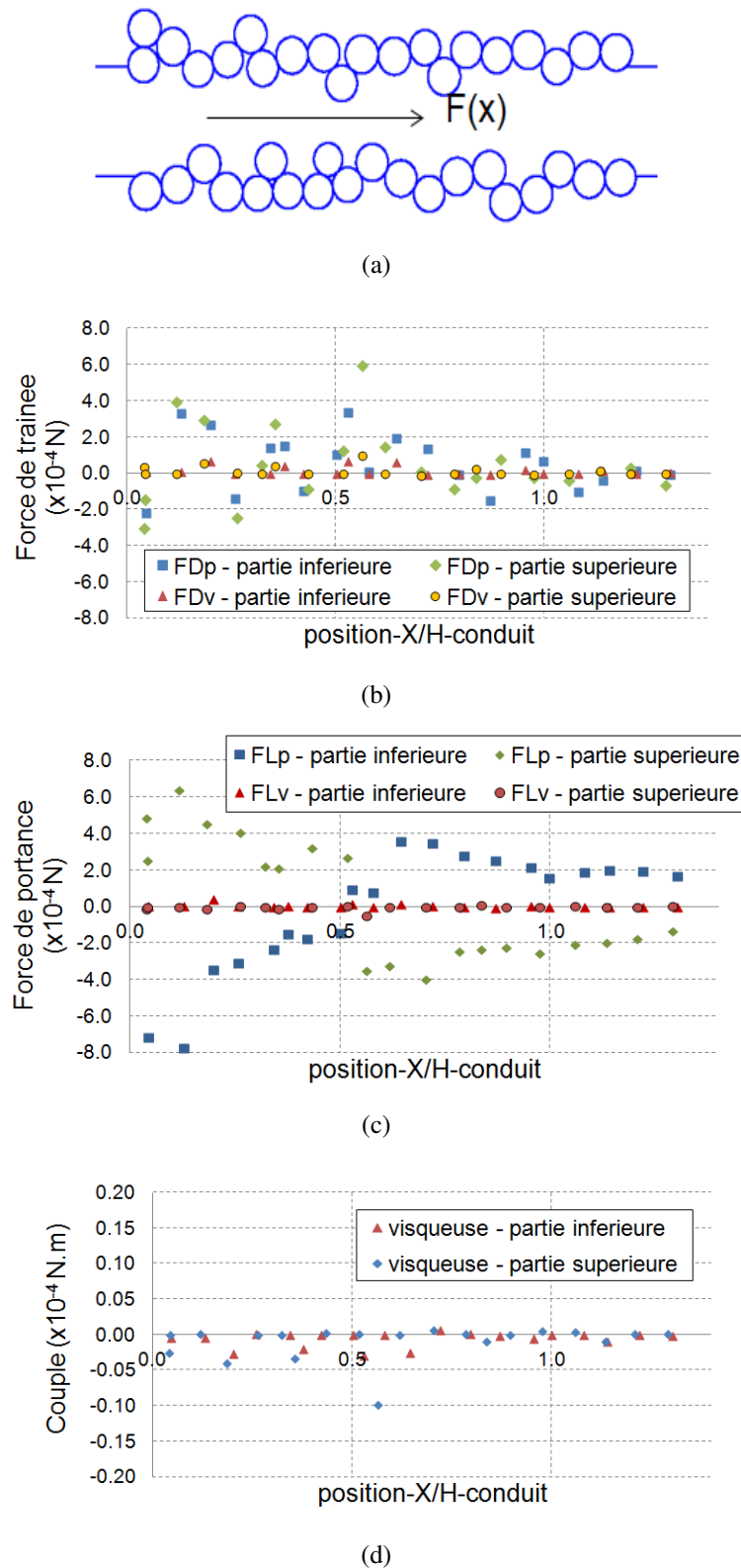


FIGURE 5.56: Résultats de forces de grain solide selon la position-x de grains solides : (b) forces de traînée, (c) forces de portance et (d) couples.

TABLE 5.22: Résultats moyens entre $t = 400s - 500s$ de l'écoulement, parois à grains monodisperses semi-ordonnés, série 2, consigne $Re_{cf} = 50$

Paramètres	Consigne	Analytique	Asphodel	
			Valeur	Erreur (%)
$\bar{v}_{entrée}$	4.383×10^{-3}	4.382×10^{-3}	4.382×10^{-3}	0.02%
\bar{v}_{sortie}	4.383×10^{-3}	4.558×10^{-3}	4.558×10^{-3}	4%
%diff. $\bar{v}_{entrée-sortie}$				4%
ρ_{fluide}	1000	1000	988	1.2%
Re_{cf}	50	50	50	
$\Delta P_{P1/P2}$		2.425×10^{-2}	2.712×10^{-2}	12%
f_{Dcf}		0.480	0.544	13%
Po		24	27.2	13%
Temps de calcul (h)			133 (24coeurs)	

 TABLE 5.23: Résultats de l'écoulement entre des parois rugueuses constituées de grains pour $Re = 100$

	Monodisperse ordonné	Polydisperse	Monodisperse
Reynolds Re_{cf}	76	42	50
Rugosité relative avec H_{cf} (%)	5.7	62	82
Coefficient de frottement	0.34	0.74	0.54
Force de traînée - pression (N)	0.02×10^{-4}	0.61×10^{-4}	1.41×10^{-4}
Ecart-types (N)	0.001×10^{-4}	0.62×10^{-4}	1.29×10^{-4}
Force de portance - pression (N)	0.10×10^{-4}	1.26×10^{-4}	2.85×10^{-4}
Ecart-types (N)	0.06×10^{-4}	0.82×10^{-4}	1.54×10^{-4}
Force de traînée - visqueuse (N)			0.05×10^{-4}
Ecart-types (N)			0.24×10^{-4}
Force de portance - visqueuse (N)			1.41×10^{-4}
Ecart-types (N)			0.10×10^{-4}
Couple - visqueuse (N.m)			0.01×10^{-4}
Ecart-types (N)			0.02×10^{-4}
Temps de calcul (h)	44 (24 coeurs)	312 (24coeurs)	133 (24 coeurs)

compte la hauteur de conduit H_t ? La question reste ouverte, ce qui est aussi le cas pour le calcul du coefficient de frottement.

Les résultats pour les parois rugueuses composées de matériaux granulaires sont résumés au Tableau 5.23.

Conclusion

L'étude de l'écoulement à travers un conduit à parois granulaires a été étudié. Des systèmes à rugosités différentes ont été réalisés à l'aide de deux granulométries, l'une monodisperse et l'autre polydisperse. La hauteur moyenne de rugosité pour la paroi de grains monodisperses ordonnés, de grains monodisperses "série 2" et de grains polydisperses "série 1" sont respectivement $0.23D_{50}$, $0.9D_{50}$ et $0.8D_{50}$. On notera que pour une même valeur de D_{50} , plus le coefficient d'uniformité est grand plus la rugosité est faible, ce qui était attendu.

La rugosité relative (ε/H_{cf}) est pour ces trois cas et dans l'ordre décrit ci-dessus de 5.7%, 82% et 62%. On notera que les calculs avec une rugosité relative faible permet de retrouver l'indépendance du coefficient de frottement avec la rugosité en régime laminaire. Pour les conduits formés de grains désordonnés (ou semi-désordonnés), les ordres de grandeur sont conservés : un Reynolds Re_{cf} plus fort conduit à un coefficient de frottement plus faible. On notera cependant que pour le coefficient de frottement, l'écart avec la théorie augmente avec le Reynolds ; ici

l'écart est de l'ordre de 20%. L'écart peut s'expliquer par deux choses : la rugosité joue un rôle sur l'écoulement et ceci d'autant plus que le Reynolds est élevé ou les définitions de hauteur déjà introduite (H , H_t , H_p , H_{cf}) ne sont toujours pas adaptées aux calculs du coefficient de frottement pour les milieux désordonnés. Pour retrouver l'indépendance de l'écoulement vis-à-vis de la rugosité, il faudrait introduire une hauteur inférieure à la hauteur de constriction ; son sens physique ne serait plus évident. La question est encore ouverte. Enfin, on n'écartera pas d'autres possibilités liées aux simulations : un régime permanent non encore atteint pour l'écoulement, un conduit de longueur insuffisante, tout comme une discrétisation trop grossière.

Les efforts hydrodynamiques tels que les forces de traînée, de portance et couple qui travaillent sur chaque grain solide ont été évalués. Concernant les valeurs des forces hydrodynamiques (prises en valeur absolue) sur chaque particule, la contribution de pression semble être une dizaine de fois plus importante que la contribution visqueuse. Plus le nombre de Reynolds est élevé plus les efforts hydrauliques seront importants.

La réflexion sur l'optimisation des temps de calculs est capitale. On peut décaler la position des parois lisses au niveau du fond de profil du conduit rugueux, supprimer les grains solides qui ne sont pas en contact direct avec les particules fluides et diminuer la longueur de sortie, ce qui permet de diminuer fortement les temps de calcul, ici par 2 par rapport à un premier calcul.

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'écoulement fluide à travers des conduits de différentes natures afin d'évaluer la capacité du logiciel ASPHODEL à modéliser les phénomènes en jeu. L'étude d'un écoulement de Poiseuille a été réalisée pour différents nombres de Reynolds 25, 50, 100 a permis de valider l'utilisation du logiciel dans ce contexte. On notera qu'ici, pour un écoulement tangentiel, le modèle visqueux de Morris n'a pas montré les limites vues dans le cas de l'écoulement autour d'un cylindre fixe.

On notera qu'une discrétisation plus fine permet d'atteindre le régime permanent d'écoulement plus vite, ce qui limite les temps machine dus à la nécessaire diminution du pas de temps critique. On peut alors proposer $r_0 = H/50$ avec un raffinement RR de 0.5 proche des parois pour un Reynolds de 100. Pour des Reynolds inférieurs, cette valeur peut être réduite. On peut noter que pour un Reynolds de 500, la consigne de vitesse en entrée n'est pas atteinte et le système évolue que très lentement vers cette consigne.

L'étude d'un conduit à rugosité semi-circulaire montre que pour retrouver que la rugosité ne joue pas sur le coefficient de frottement en régime laminaire, le calcul du Reynolds et du coefficient de frottement doivent faire intervenir la hauteur de constriction du système comme l'ont montré certains auteurs. Par ailleurs, on retrouve ici aussi que la consigne d'entrée est difficilement atteignable (système n'évolue que très lentement) lorsqu'il y a une variation brutale de diamètre de conduit, ce qui rend un calcul pour un Reynolds voulu complexe.

Des conduits à parois granulaires ont été construites sur la base d'une granulométrie mono-disperse et d'une granulométrie polydisperse. Les calculs ont montré que la stabilisation vers un régime permanent dépend fortement de la longueur du conduit, la hauteur de paroi lisse, les temps augmentant quasi proportionnellement avec l'augmentation de la longueur du conduit. La construction de différentes parois montre qu'une granulométrie plus étalée conduira à un coefficient de rugosité plus faible, ce qui était attendu. La définition de la rugosité relative qui est censée porter un sens physique est choisie ici en considérant le diamètre de constriction du conduit, ce qui permet d'obtenir un résultat qui s'approche de la solution analytique pour ces milieux désordonnés. On retrouve les tendances avec cette définition où le coefficient de

frottement diminue avec le Reynolds mais pour l'instant les calculs semblent montrer une influence de la rugosité sur l'écoulement. Ce point mériterait des études plus approfondies. Enfin on notera que les champs de vitesse et de pression sont fortement modifiés par les obstacles proéminents sur le parcours créant un sillage qui court sur une distance de l'ordre de 4 diamètres moyens de grains. On notera enfin que la contribution de pression, pour les forces hydrodynamiques, est de l'ordre de dix fois plus importante que la contribution visqueuse.

Chapitre 6

Couplage SPH-DEM

Comme abordé précédemment les problèmes d'érosion dans les ouvrages hydrauliques sont des problèmes couplés où l'évolution de chacune des phases dépend de l'évolution de l'autre. Ce processus est pleinement actif lorsque l'arrachage des particules est initié. Dans cette partie, nous exposerons la technique de mise en oeuvre du couplage entre les codes de calculs SPH ASPHODEL et DEM YADE, puis nous proposerons une validation du couplage à travers un exemple qui ne sera pas encore celui du processus d'arrachage dans un conduit comme traité dans la partie précédente.

6.1 Mise en place du couplage

Deux procédures couplées permettant de traiter le problème de l'interaction fluide-structure sont présents dans la littérature : l'approche monolithique et l'approche partitionnée. Dans l'approche monolithique, les équations du modèle discrétisé fluide, solide et la condition de couplage entre les deux phases sont formulées dans un système d'équation unique et résolues simultanément. L'approche monolithique est réputée être plus rigoureuse mais cette méthode monolithique est, cependant, difficile à gérer si le fluide et la solide sont décrits par deux solveurs très différentes [100]. Le couplage partitionné peut s'affranchir de cette difficulté. L'approche revient à faire communiquer deux codes de calcul différents où chacun résout le problème de la phase qui lui correspond. Chaque domaine physique est défini séparément, discrétisé et résolu numériquement avec les procédures de couplage permettant de transférer les informations nécessaires. Elles permet donc de tirer partie de travaux existants et largement validés [201].

Pour faire une simulation numérique d'un phénomène couplé, le code fluide ASPHODEL recevra le champ cinématique lié aux objets solides donné par YADE, les équations fluide aux dérivées partielles sont résolues pour un pas de temps, les torseurs des actions fluide (contribution de la pression et des effets visqueux) sur les objets solides sont déterminés transportés en leur centre d'inertie, cette information est renvoyée au code de calcul YADE qui ajoute ces actions fluides aux autres actions avant de résoudre ses propres équations de la dynamique. La communication entre les deux codes est faite à l'aide du langage python.

6.1.1 Etape initiale

Ici, l'étape initiale du couplage inclut la création et la stabilisation des systèmes individuels. Ainsi, l'arrangement des particules solides est réalisé dans YADE en considérant les paramètres mécaniques et numériques approprié pour refléter les propriétés mécaniques désirés pour ce

matériau. Une cartographie du contour des objets solides doit être effectuée. ce contour est alors construit dans ASPHODEL par l'usage d'une discrétisation sous forme de segments (voir Chapitre 4.2.1). Enfin, la stabilisation de l'écoulement pour le système solide supposé fixe est réalisée. Le couplage est alors entamé par l'envoi du torseur des efforts fluide sur les objets solides vers le code YADE.

6.1.2 Etape couplage

Le couplage nécessite d'établir une cohérence entre les pas de temps de calcul entre les deux codes. En général, le pas de temps DEM (Equation 3.110) est inférieur à celui demandé par la méthode SPH (Equation 3.82). Par exemple, dans le cas de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire, pour $Re=100$ étudié à la partie 4.3.3, on a $\Delta t_{\text{critique-aspho}} = 1.5 \times 10^{-3}$ s. Si on considère ce cylindre circulaire de diamètre de 0.01m comme un grain solide de masse volumique 2600 kg/m^3 doté d'un module de Young égale à 5.10^6 Pa (valeur basse pour une rigidité de grain assimilé à un sable), le pas de temps de calcul solide sera $\Delta t_{\text{critique-yade}} = 1.1 \times 10^{-4}$ s en considérant l'Equation 3.110. On a alors besoin de 14 iterations de YADE pour franchir un pas du temps ASPHODEL. Afin de respecter la correspondance entre les deux temps simulés par chaque méthode, deux voies peuvent être prises. On peut calquer le pas de temps de calcul ASPHODEL sur le pas de temps YADE et le calcul s'effectuera de manière séquentielle. La deuxième méthode consiste à réaliser, plusieurs itérations avec YADE suivies par une seule itération avec ASPHODEL. Comme il n'est pas actuellement possible à l'utilisateur de fixer le pas du temps dans la version d'ASPHODEL (il est automatiquement conditionné par l'équation 3.82), la première approche sera utilisée :

$$\Delta t_{\text{yade}} = \frac{\Delta t_{\text{aspho}}}{N} \quad (6.1)$$

avec N supérieur ou égal à $\Delta t_{\text{aspho}}/\Delta t_{\text{yade}}$.

La procédure de couplage partitionné est effectuée en faisant N sous-iterations de l'intégration du temps dans YADE (avec un même torseur fluide) pour une seule iteration de calcul dans ASPHODEL (Figure 6.1). Pour éviter l'ouverture et fermeture des codes pendant le couplage, il est préférable d'exécuter YADE en tant que programme principal. Lorsque un calcul ASPHODEL doit être lancé, un ordre de pause est donné au code YADE et l'exécution d'une iteration de calcul sous ASPHODEL est réalisée par une commande python implementée dans YADE. Le schéma de couplage est montré dans la Figure 6.1. Pour un temps t , l'exécution d'une iteration de calcul ASPHODEL et un ensemble de N iterations de calcul YADE sont exécutées séquentiellement sous la forme :

6.2 Exemple de validation

Afin de valider le couplage ASPHODEL-YADE selon l'approche partitionnée, on traitera un exemple, qui n'est pas encore ici directement associé à un processus d'érosion mais uniquement à un processus de transport. Il s'agit de la chute d'un grain circulaire rigide sous l'effet de la gravité dans une boîte remplie d'eau. Il s'agit d'un cas simple représentant un problème d'interaction fluide - solide. Contrairement au mode eulérien qui utilise un maillage fixe pour analyser les variables cinématiques en chaque point fixe de l'espace, le mode lagrangien permet de suivre la trajectoire d'une particule individuelle et c'est donc cette approche qui doit être utilisée ici.

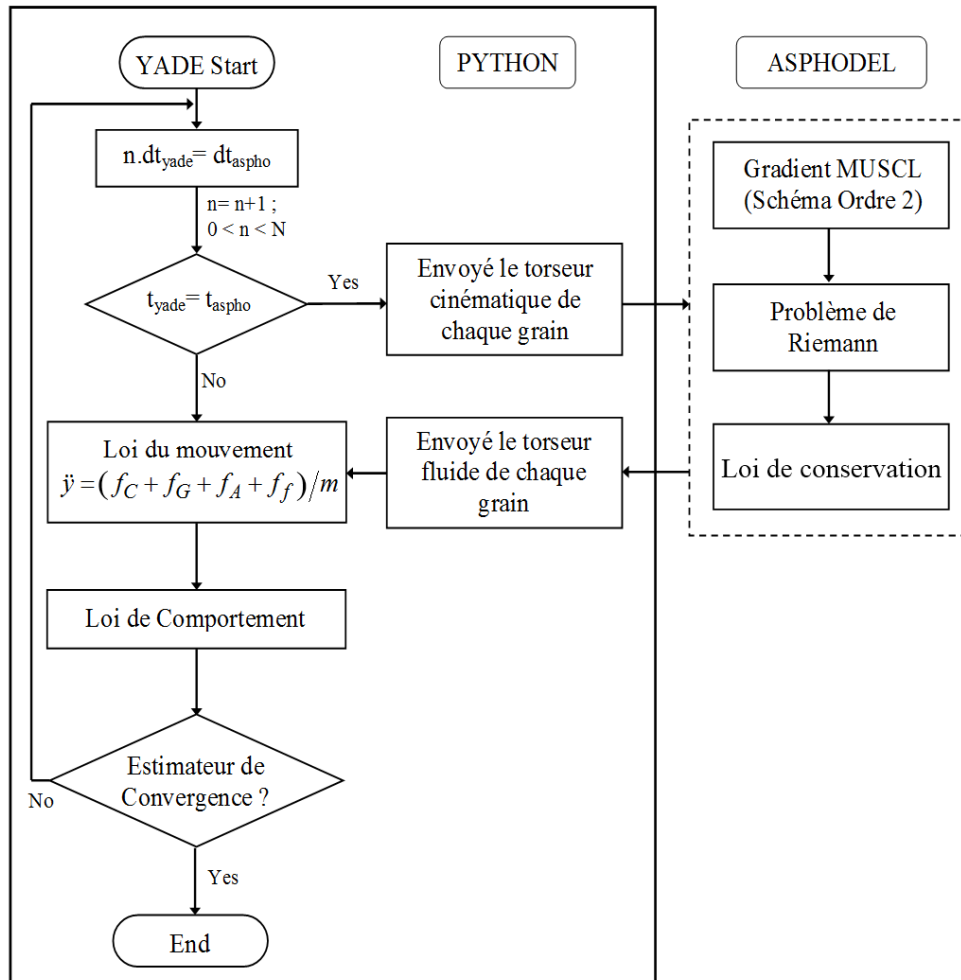


FIGURE 6.1: Schéma couplage YADE - ASPHODEL.

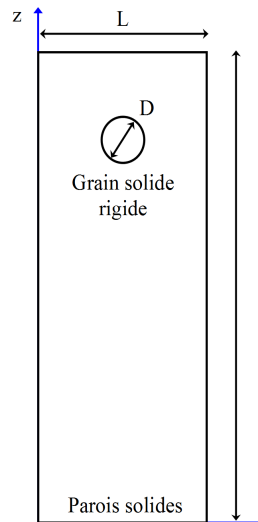


FIGURE 6.2: Chute d'un grain solide rigide dans une boîte remplie d'eau.

6.2.1 Modèle

Un grain solide rigide de diamètre D et de densité ρ_s est positionné à l'instant $t = 0$ à la position (1, 4) m dans une boîte de $2\text{m} \times 6\text{m}$ (Figure 6.2). Ce cas est réalisé en 2D dans un plan-xz. La boîte est remplie d'un fluide visqueux presque incompressible newtonien. Le grain et le fluide sont initialement au repos et le grain solide rigide est lâché sous gravité avec une vitesse nulle. Dans cette étude, le nombre de Reynolds est suffisamment petit pour que la chute du grain se fasse selon la verticale. Les parois latérales sont suffisamment loin du grain solide pour en pas interrager au processus de sédimentation.

Pour le code YADE, une loi de contact frottante entre objets solides est utilisée. Les rigidité normale K_n et tangentielle K_s , l'angle de frottement local ϕ sont définis. L'amortissement α est pris égal à zéro car une dissipation supplémentaire ne semble pas nécessaire pour l'étude en cours, par ailleurs, le sens physique d'un tel amortissement dans un milieu liquide n'est pas clair. La masse volumique du grain est 1.25kg/m^3 (cylindre circulaire de 1m de longueur).

Pour le code ASPHODEL, le mode lagrangian est choisi de même qu'une taille de discrétisation fluide $r_0 = D/25$ soit 119 500 particules fluides pour remplir le domaine fluide. La paroi de la particules est discrétisée en segments de taille $D/50$.

Comme ici seule la stabilité du couplage veut être mise en avant, le pas de temps YADE sera égal au pas de temps ASPHODEL. La valeur de N dans l'Equation 6.1 vaut donc 1. Tous les paramètres utilisés sont présentés au Tableau 6.1. La correction de renormalisation n'est pas utilisée en raison de temps de calcul. Les sous-systèmes YADE et ASPHODEL au temps $t=0\text{s}$ sont donnés dans la Figure 6.3.

6.2.2 Résultat

Sous l'effet de la gravité, le grain solide rigide tombe dans le fluide, ralenti par la viscosité du liquide pour atteindre une vitesse de chute constante. Dans la Figure 6.4, il est montré que la vitesse de chute constante est atteinte en 1s pour tendre vers zéro lorsque le grain s'approche du fond de la boîte. La position du grain solide au cours de temps est montrée à la Figure 6.5. On notera à la Figure 6.5(a)) que la condition aux limites au fond de la boîte ralenti la chute du

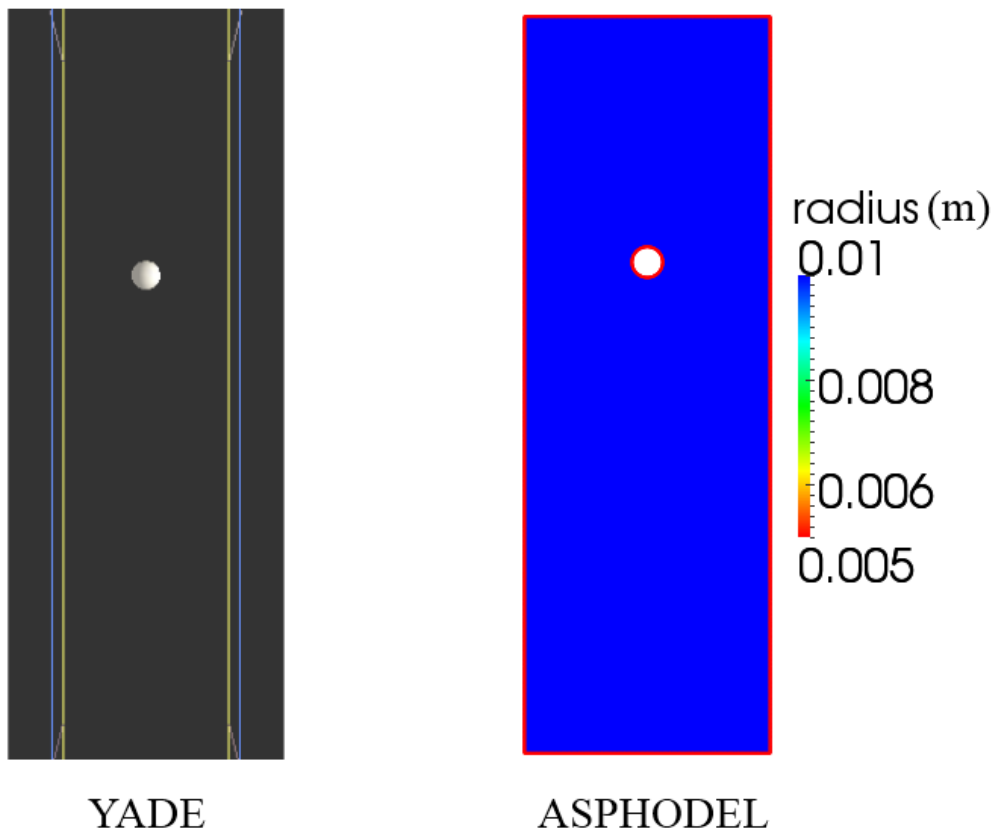


FIGURE 6.3: Système créé dans YADE et ASPHODEL, temps $t=0s$.

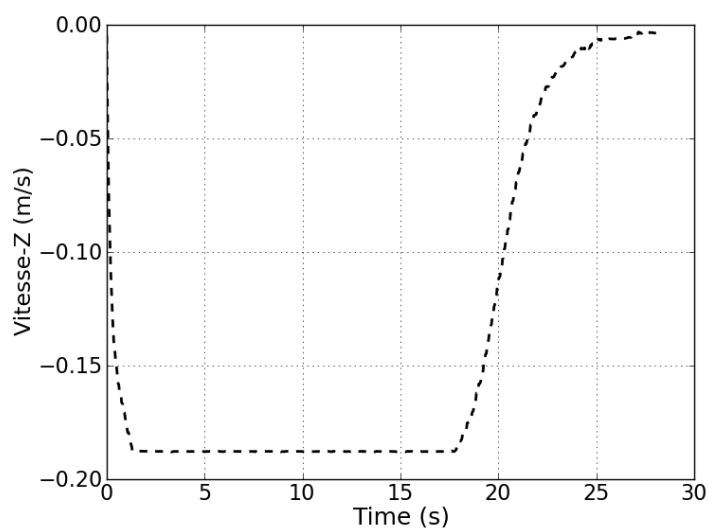


FIGURE 6.4: Evolution de la vitesse du grain solide selon la direction-z au cours du temps.

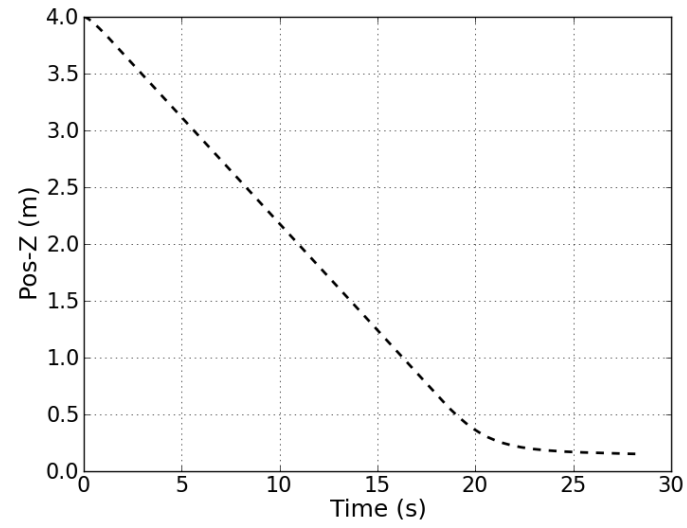
TABLE 6.1: Couplage SPH-ASPHODEL pour la chute d'un grain dans un fluide visqueux

Géométrie de la boîte		
L	Longueur (m)	2.0
H	Hauteur (m)	6.0
D	Diamètre du grain solide (m)	0.250m
(x_0, z_0)	Position du centre du grain à $t=0$	(1, 4)
Paramètres numériques/mécaniques YADE		
E	Module de la sphère (Pa)	5×10^6
K_n/K_s		1.0
$K_r = K_{tw}$	Coefficient de raideur en roulement	0.0
ρ	Masse volumique (kg/m^3)	1.25
α	Ammortissement	0.0
ϕ	Angle de frottement local	80°
Paramètres numériques/mécaniques ASPHODEL		
r_0	Taille des particules fluide (m)	$D/25$
ρ_f	Masse volumique fluide (kg/m^3)	1
c_0	Vitesse du son numérique (m/s)	20
ν_f	viscosité cinématique de fluide (m^2/s)	0.1
	Modèle visqueux	Morris
	Schéma d'intégration	RK3
C_{CFL}	Coefficient CFL	0.4
$\frac{h}{\Delta x}$		1.2
MUSCL	Schéma d'ordre 2	ON
	Fonction noyau	Wendland C4
	Solveur Riemann	PVRS
	Correction numérique de <i>Renormalisation</i>	OFF

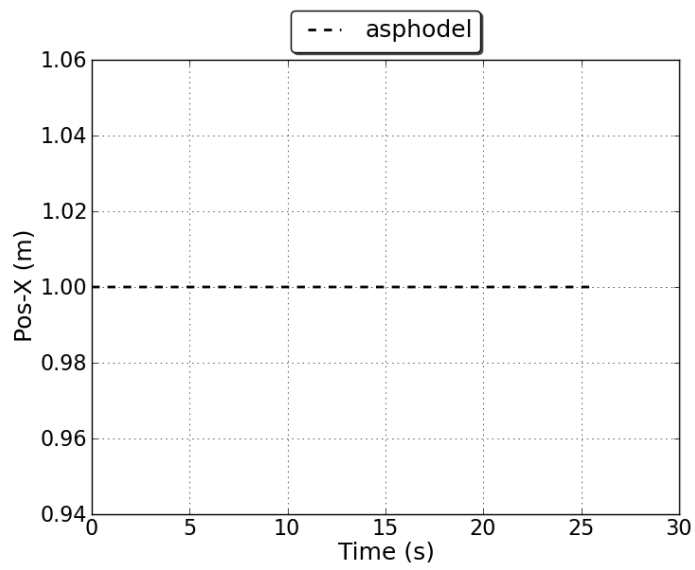
grain alors que la Figure 6.5(b) indique que la chute du grain est bien verticale. A titre illustratif, on donne à $t= 15\text{s}$ le champ de pression et de vitesse dans le fluide (Figure 6.6). Le temps de calcul nécessaire pour faire ce couplage est 9.5 jours avec le calcul séquentiel.

6.3 Conclusion

Une méthode de couplage partitionné a été développée entre deux code particulières pour étudier les problèmes à interaction fluide-solide comme c'est le cas des problèmes d'érosion. Le code ASPHODEL pour la partie fluide a été couplée au code YADE pour la partie solide. Le couplage a été testé pour un exemple de sédimentation d'une particule solide dans un fluide. Le couplage s'est avéré stable dans le sens où on a bien obtenu une vitesse de sédimentation constante après un régime transitoire. Les informations se sont bien transmises entre les deux codes par l'intermédiaire d'un programme principal sous Python écrit dans YADE qui devient le logiciel "maître". L'optimisation du processus de couplage nécessite des études supplémentaires liées à l'ouverture et l'écriture de fichiers à chaque pas de temps.



(a)



(b)

FIGURE 6.5: Coordonnées du grain solide au cours du temps : (a) ordonnée z et (b) abscisse x.

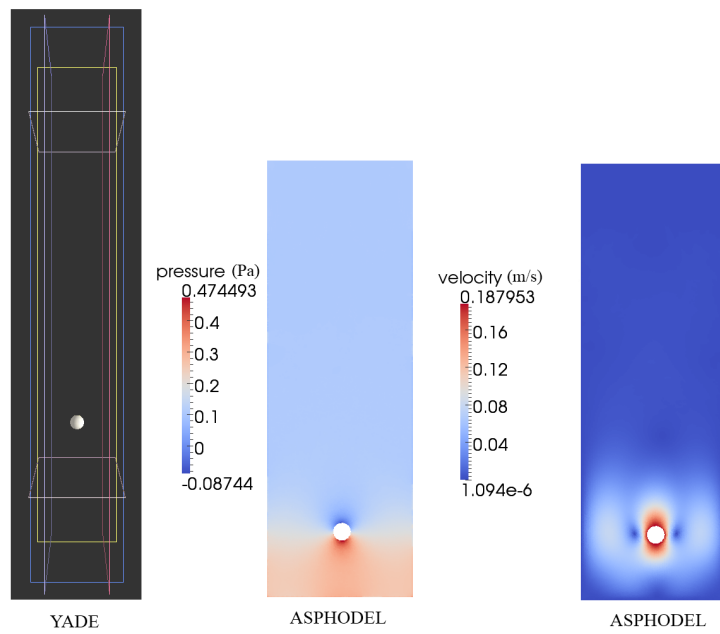


FIGURE 6.6: Etat du système au temps $t= 15s$ et champs de pression et vitesse associés.

Conclusion générale

Dans ce travail, nous nous sommes attachés à coupler deux codes particuliers différents ASPHODEL et YADE, le premier traitant de la partie fluide et s'appuyant sur une méthode SPH (développé par ANDRITZ en collaboration avec le LMFA) et le second relatif à la partie solide, s'appuyant sur la dynamique moléculaire (développé au L3S-R). L'objet de ce couplage est d'avoir un outil numérique permettant de mieux comprendre le phénomène d'érosion dans les ouvrages hydrauliques. Nous avons produit une étude de faisabilité basée essentiellement sur la validation du code ASPHODEL dans un contexte non encore exploré par ce dernier.

L'érosion est un phénomène d'arrachage de particules fines et de transport sous écoulement fluide au sein d'ouvrages en terre. La compréhension des phénomènes en jeu se fait en laboratoire par l'analyse d'essais d'érosion tels que le "Hole Erosion Test" HET et "Jet Erosion Test" JET. Il est donc souhaitable que l'outil numérique puisse être capable de décrire de manière satisfaisante de tels essais. Les méthodes particulières qui permettent d'étudier les phénomènes à une échelle inférieure à celle de l'échantillon permettront d'étudier plus facilement les phénomènes locaux et le lien qui peut exister entre propriétés physiques ou mécaniques et l'érodabilité des matériaux granulaires cohésifs.

Tout d'abord, une simulation numérique de l'écoulement autour d'un cylindre isolé de formes différentes (disque, carré et triangle) et différents nombre de Reynolds a été effectuée. Cette étude permet de tester la capacité du code ASPHODEL à évaluer quantitativement les forces de traînée et de portance, le nombre de Strouhal ainsi que la distribution du coefficient de pression autour d'un cylindre. Un jeu de paramètres liés au pas de temps de calcul ainsi qu'à la discrétisation du domaine fluide a été proposé permettant un compromis entre précision du résultat et temps de calcul. L'erreur entre le résultat obtenu par ASPHODEL et ceux issus de la littérature (autre méthode numérique et expérimentale) est inférieure à 10% ce qui valide le code et le jeu de paramètres proposés. On notera que les simulations 2D ne permettent pas de retrouver les résultats expérimentaux pour un Reynolds de 1000 dus à l'apparition de phénomènes 3D dans l'expérience. On a observé une surévaluation du coefficient de pression au point d'arrêt du cylindre, malgré la finesse de la discrétisation, ce qui semblerait provenir du modèle visqueux de Morris classiquement utilisé en méthode SPH. L'étude faisant intervenir des géométries de cylindre plus complexes ne fait pas apparaître de réelles spécificités. Cependant, on notera un meilleur comportement du modèle de Morris pour un objet où les gradients de vitesse sont plus faibles ce qui est le cas pour le cylindre triangulaire. La capacité d'ASPHODEL a été évaluée pour traiter le problème de l'écoulement autour d'une géométrie complexe par la forme de carré et triangulaire, avec la discrétisation utilisée. Enfin, on notera que pour obtenir des résultats quantitatifs, il faut affiner la discrétisation en fonction du nombre de Reynolds, l'usage systématique du raffinement proche des parois est recommandé pour optimiser les temps de calculs, le raffinement permettant de mettre l'effort de discrétisation là où les gradients de vitesse sont les plus élevés.

Ensuite, la capacité d'ASPHODEL à modéliser des écoulements dans des conduits a été évaluée, en lien direct avec l'essai HET. On retrouve les résultats théoriques pour un écoulement

de Poiseuille avec des écarts inférieurs à 10%, voire moins si la discrétisation est affinée tout en restant raisonnable. Pour ces écoulements tangentiels, le modèle de Morris ne montre pas les faiblesses trouvées précédemment. L'étude de l'écoulement dans des conduits rugueux, tout d'abord avec des aspérités semi-circulaires et un nombre de Reynolds de 100 a conduit à un coefficient de frottement 25% plus élevé que ce qui est prédit par la théorie. L'utilisation de la hauteur de constriction dans les calculs permet cependant de retrouver la solution théorique, c'est à dire l'indépendance de l'écoulement vis-à-vis de la rugosité. L'étude est poursuivie avec des parois constituées d'une succession de particules pour des granulométries monodisperse et polydisperse. L'arrangement de grains solides est effectué dans le code YADE avec les paramètres mécaniques associés à un sol argileux très mou. On a retrouvé que la rugosité de parois diminuait avec le coefficient d'uniformité du sol pour une même valeur du diamètre moyen. Les valeurs des forces hydrodynamiques sur chaque particule des parois, la perte de charge et la rugosité relative ont été examinés par le code ASPHODEL. On retrouve bien le lien entre coefficient de frottement et le Reynolds défini avec la hauteur de constriction. Cependant, nous n'avons pas pu retrouver ici l'indépendance du coefficient de frottement avec la rugosité relative. Ce résultat nécessiterait des études complémentaires pour être confirmé. Dans cette étude, on notera que la consigne d'entrée est difficilement atteignable lorsque la variation de diamètre du conduit est brutale. On notera aussi que les temps de calculs importants sont surtout liés à la nécessité d'atteindre un régime permanent, difficile à atteindre pour des variations du diamètre d'écoulement. Pour des études ultérieures, liées à la rugosité uniquement, on recommande l'usage d'une hauteur de conduit lisse calée sur le fond de profil de la partie rugueuse qui permet d'atteindre la consigne et limite la formation du sillage en sortie du conduit rugueux. Ainsi, la suppression de grains solides qui ne sont pas en contact direct avec les particules fluides et la diminution de la longueur de sortie conduit à économiser d'un facteur 2 les temps de calcul. Les efforts hydrodynamiques issus de la contribution de pression ont une intensité pouvant atteindre dix fois celle issue apportée par la contribution visqueuse. La modélisation du HET avec arrachage de particules posera le problème de cette variation brutale de section qui pourrait mener à des temps de calculs de plus de deux semaines.

Enfin, l'étude de l'interaction fluide - solide complète a été réalisée en construisant un couplage partitionné entre le code YADE et le code ASPHODEL. Une validation qualitative a été faite pour le problème de la sédimentation sous gravité d'un grain solide rigide dans une boîte remplie par un fluide visqueux. La simulation obtenue montre la stabilité du couplage par l'obtention d'une vitesse de sédimentation constante après un régime transitoire.

Les temps de calcul des méthodes particulières sont liés à la dimension de la plus petite particule et du nombre de particules dans le système. L'optimum pour des temps de calcul est donc trouvé pour des Reynolds faibles et des tailles de grains élevées. Des discrétisations plus fines sont nécessaires pour des Reynolds plus élevés afin de capter les gradients de vitesse et pour des grains solides plus fins pour capter des phénomènes qui se produisent à l'échelle de la taille du grain. La modélisation de l'essai HET en mode eulérien sans couplage avec YADE (donc sans arrachage de particules) induira des temps de calcul de 15j avec des moyens puissants (24 coeurs) et une modélisation correcte l'usage d'un modèle de turbulence non encore implémenté dans ASPHODEL. Le couplage s'effectuant alors pour des systèmes dotés d'une description lagrangienne qui nécessite pour ASPHODEL l'usage de particules fluides de taille homogène induira des temps de calculs supérieurs, du fait de l'augmentation du nombre de particules fluides mais aussi du temps consommé à l'échange d'information entre les deux codes. Si la méthode SPH n'est pas la plus compétitive pour l'étude des phénomènes d'érosion interne, il nous semble qu'elle le sera pour des problèmes d'érosion externe qui sont des problèmes à surface libre.

Perspectives

Les perspectives pour ce travail est encore large car le problème d'érosion dans l'ouvrage hydraulique est un phénomène délicat dans le domaine de géotechnique. Il est lié avec deux comportements différents tels que la partie fluide et la partie solide (sol) qui sont traités numériquement par les méthodes particulières. Les méthodes particulières permettent d'étudier le phénomène dans l'échelle de la particule.

Le travail sur l'optimisation des temps de calcul est un problème principal pour l'étude des conduits. L'étude de domaine de calcul ainsi que de paramètres de discrétisation tels que la taille de discrétisation des particules fluides et le raffinement (pour le mode eulerian) est abordée pour trouver un jeu assurant un bon compromis entre la précision de résultats et les temps de calculs. Il me semble que le choix de paramètre de discrétisation pour l'étude parois rugueuses de matériaux granulaire est trop strict pour le nombre de Reynolds étudié. En prenant $r_0 = D/20$ avec $RR = 0.5$ semble être suffisant. Re-évaluation de domaine de calcul et paramètres de discrétisation sont nécessaire pour obtenir les résultats acceptables avec le temps de calcul moins important.

A l'échelle de l'échantillon, plusieurs réalisations d'étude de parois granulaires seront nécessaires à réaliser pour voir la dispersion des résultats. Cet étude permet de comprendre plus loin l'influence de la rugosité relative et la granulométrie sur le coefficient perte de charge.

Les granulométrie de monodisperse de $C_u = 1$ et granulométrie de $C_u = 2$ donnent le résultat de la hauteur rugosité moyenne qui est proche. Pour étudier l'effet de la rugosité moyenne varié de granulométrie différents, la granulométrie de coefficient de uniformité est égale à 5 sera intéressant à évaluer.

Quelques questions à poser dans ce travail de recherche. D'abord, il existe plusieurs méthodes pour évaluer le paramètre de rugosité dans le domaine de tribologie. Est ce que la méthode proposé par [85] est convient pour évaluer le paramètre de rugosité dans cet étude? Ensuite, le calcul de coefficient de frottement dépend de choix de la hauteur choisie. Les plusieurs hauteurs possibles sont la hauteur de parois lisses (H), la hauteur de trou moyenne (H_t), la hauteur du fond profil moyenne (H_p) et la hauteur de constriction (H_{cf}). Dans ce travail, on utilise la hauteur de constriction (H_{cf}). Enfin, quelques questions à poser pour l'étude de phénomène d'érosion dans l'ouvrage hydraulique tels que quelles valeurs des efforts au contact pour un Reynolds donné conduisent à l'arrachage, l'influence des paramètres de contact dans le processus d'érosion ainsi que le lien entre le contrainte cisaillement critique et les efforts locaux.

Le code fluide ASPHODEL semble plus approprié pour traiter le problème d'érosion externe (surverse) dans l'ouvrage hydraulique en sachant que ce code fluide est d'abord développe pour traiter le problème de Turbin Pelton (écoulement externe) [110].

Annexe A

Méthodes numériques SPH et DEM

A.1 Fonctions noyaux dans la méthode SPH

Une fonction noyau fréquemment choisie dans la littérature est le B-Spline Kernel écrite sous la forme suivante :

$$W(r_{ij}, h) = \frac{c}{h^d} f\left(\frac{r_{ij}}{h}\right) \quad (\text{A.1})$$

où d est le nombre de la dimension de l'espace ; c est une constante qui confirme la propriété de normalisation ; r_{ij} est la distance entre deux particules.

Monaghan and Lattanzio [123] ont défini comme noyau une B-Spline d'ordre 3 avec :

$$f(q) = \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3 & \text{si } 0 \leq q \leq 1 \\ \frac{1}{4}(2-q)^2 & \text{si } 1 \leq q \leq 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

où q correspond au rapport $\frac{r_{ij}}{h}$; c prend les valeurs $10/7\pi$ et 1π pour des espaces à deux et trois dimensions. Le domaine d'interpolation est un disque (en 2D) et une sphère (en 3D) de rayon $2h$.

Une B-Spline d'ordre 4 peut aussi être utilisée :

$$f(q) = \begin{cases} \left(\frac{5}{2}-q\right)^4 - 5\left(\frac{3}{2}-q\right)^4 + 10\left(\frac{1}{2}-q\right)^4 & \text{si } 0 \leq q \leq 0.5 \\ \left(\frac{5}{2}-q\right)^4 - 5\left(\frac{3}{2}-q\right)^4 & \text{si } 0.5 \leq q \leq 1.5 \\ \left(\frac{5}{2}-q\right)^4 & \text{si } 1.5 \leq q \leq 2.5 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

où c prend les valeurs $96/1199\pi$ et $1/20\pi$ pour des espaces à deux et trois dimensions. Le domaine d'interpolation est un disque (en 2D) et une sphère (en 3D) de rayon $2.5h$.

Une B-Spline d'ordre 5 a été introduite par Morris [128] sous la forme :

$$f(q) = \begin{cases} (3-q)^5 - 6(2-q)^5 + 15(1-q)^5 & \text{si } 0 \leq q \leq 1 \\ (3-q)^5 - 6(2-q)^5 & \text{si } 1 \leq q \leq 2 \\ (3-q)^5 & \text{si } 2 \leq q \leq 3 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

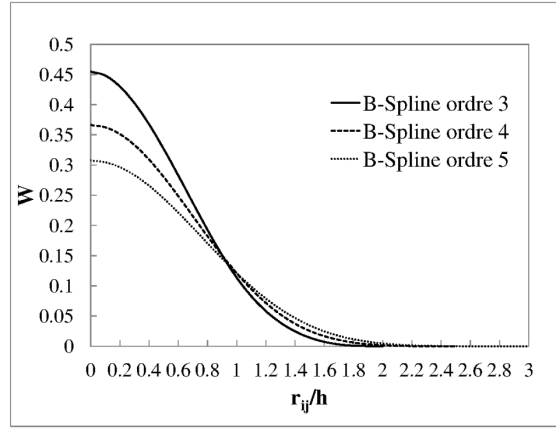


FIGURE A.1: Fonctions noyau B-Spline.

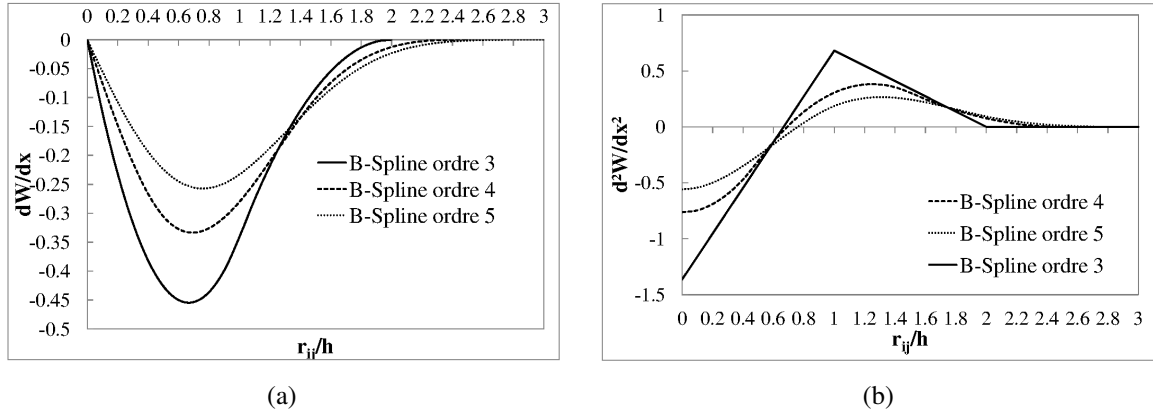


FIGURE A.2: Dérivée (a) première et (b) seconde des fonctions noyau B-Spline.

Avec c qui prend les valeurs $7/478\pi$ et $1/120\pi$ pour des espaces à deux et trois dimensions. Le domaine d'interpolation est un disque (en 2D) et une sphère (en 3D) de rayon $3h$.

Les noyaux de forme B-Spline d'ordre 3, 4 et 5 sont représentés sur la Figure A.1. Leur dérivée première et seconde sont montrées à la Figure A.2. Les dérivées première et seconde des fonctions noyaux B-splines d'ordre élevé sont régulières ce qui implique que l'interpolation n'est pas trop sensible à la répartition des particules dans un schéma discrétisé [49].

La deuxième fonction noyau présentée ici est Wendland [163]. La dérivée seconde de fonction Wendland reste dérivable. Le domaine d'interpolation de Wendland a comme rayon $2h$.

$$C(r_{ij}, h) = \frac{c}{h^d} f\left(\frac{r_{ij}}{2h}\right) \quad (\text{A.5})$$

La fonction noyau Wendland C2 s'écrit :

$$f(q) = (1 - q)^4(4q + 1) \quad (\text{A.6})$$

c prend les valeurs $7/4\pi$ et $21/16\pi$ pour des espaces à deux et trois dimensions.

La fonction noyau Wendland C4 s'écrit :

$$f(q) = (1 - q)^6(35q^2 + 18q + 3) \quad (\text{A.7})$$

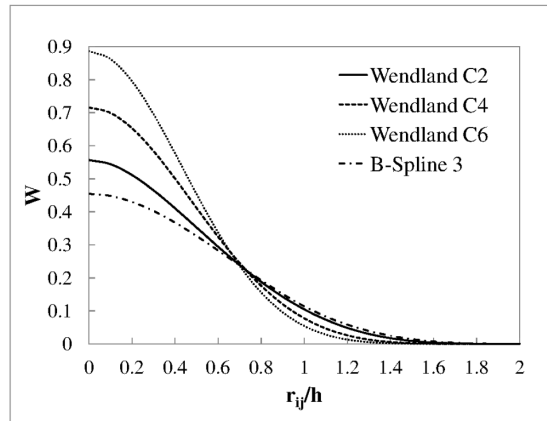


FIGURE A.3: Fonctions noyau B-Spline d'ordre 3 et Wendland.

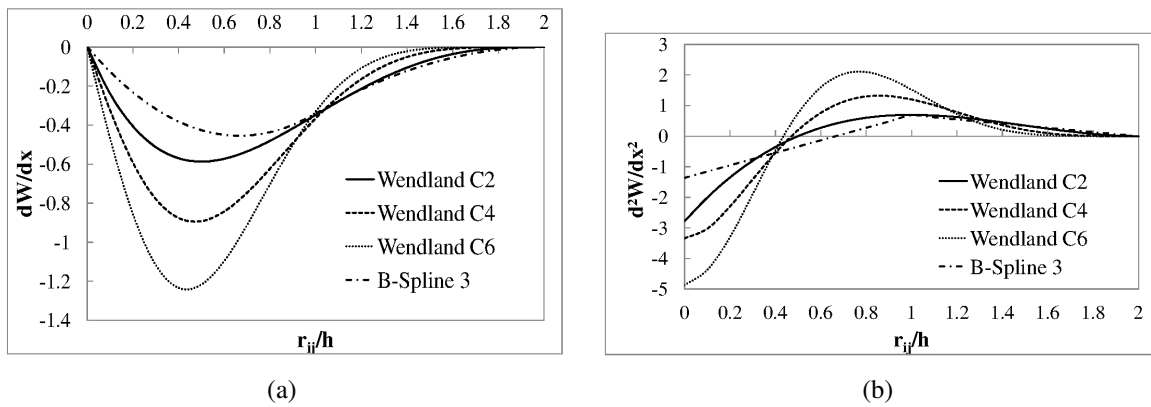


FIGURE A.4: Dérivée (a) première et (b) seconde des fonctions noyau B-Spline d'ordre 3 et Wendland.

c prend les valeurs $3/4\pi$ et $165/256\pi$ pour des espaces à deux et trois dimensions.
La fonction noyau Wendland C6 s'écrit :

$$f(q) = (1 - q)^8(35q^3 + 25q^2 + 8q + 1) \quad (\text{A.8})$$

c prend les valeurs $39/14\pi$ et $1365/512\pi$ pour des espaces à deux et trois dimensions.

Annexe B

Rugosité d'un conduit dans un sol granulaire

B.1 Discrétisation de grain solide sous ASPHODEL

Les polygones dans ASPHODEL sont construits en utilisant les informations de YADE selon le protocole suivant (Figure 4.13) :

- Longueur de segment.

La longueur de segment ou la taille de discrétisation des particules de paroi solide est déterminée par la taille de particule fluide choisie (r_0) fois le ratio de raffinement (RR) comme expliqué au Chapitre 4.2.1. Le nombre de discrétisation nécessaire pour créer un polygone est alors déterminé en divisant la circonférence du disque par la longueur de segment.

- Position du point milieu du segment.

Il s'agit de la position du centre de la particule de paroi :

$$x_p = R \times \cos \theta_i \quad (\text{B.1})$$

$$z_p = R \times \sin \theta_i \quad (\text{B.2})$$

- Vecteur normal en chaque point.

Le vecteur normal en chaque point de directions x et z est déterminé par :

$$n_x = \cos \theta_i \quad (\text{B.3})$$

$$n_z = \sin \theta_i \quad (\text{B.4})$$

B.2 Hauteur de rugosité selon les différentes granulométries

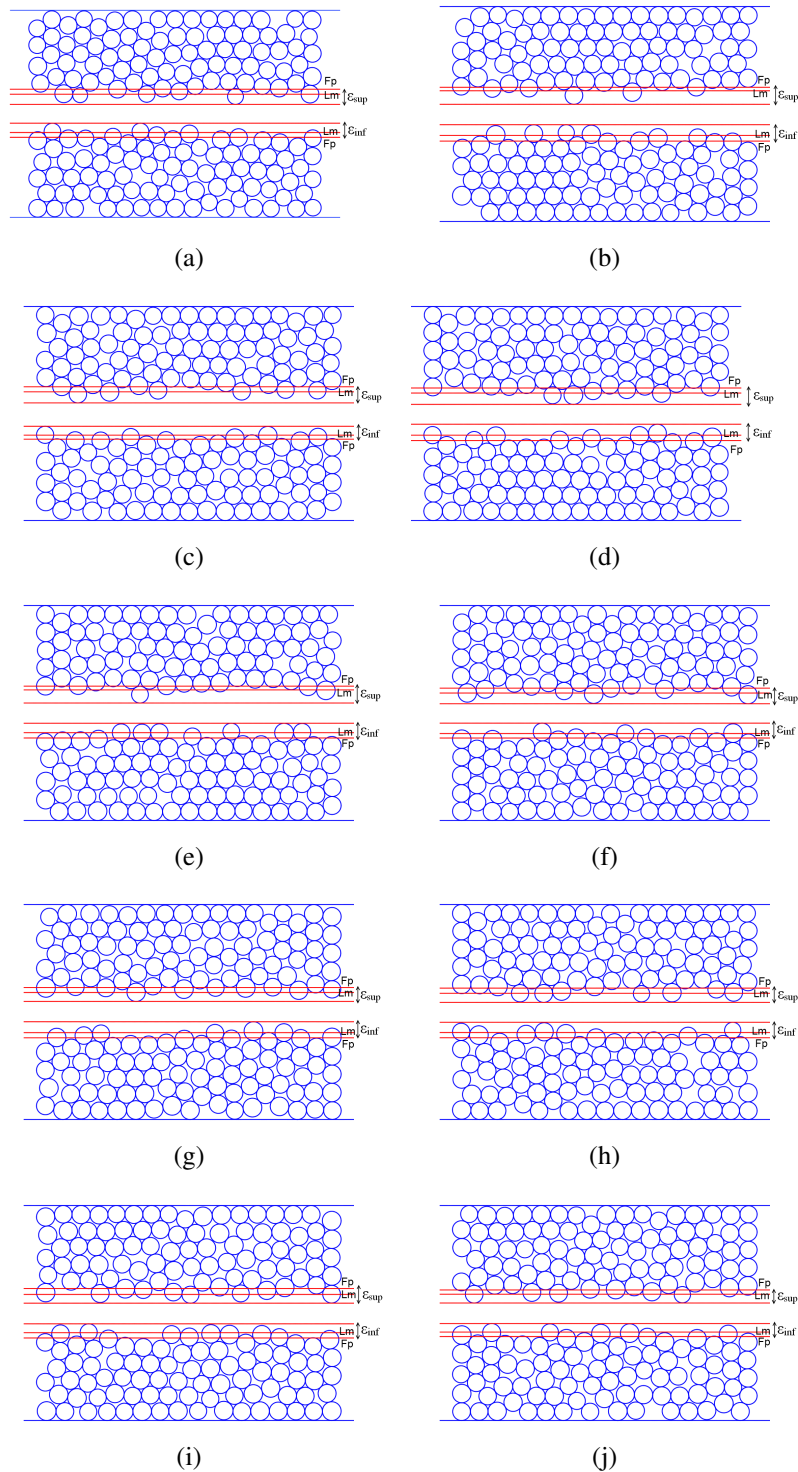


FIGURE B.1: Dix échantillons de granulométrie monodisperse : (a) série 1, (b) série 2, (c) série 3, (d) série 4, (e) série 5, (f) série 6, (g) série 7, (h) série 8, (i) série 9 et (j) série 10.

TABLE B.1: Paramètres de rugosité pour une granulométrie monodisperse

Partie inférieure						
Série	nombre de grains	Lm_{inf}	Rp_{inf}	Fp_{inf}	$FdRa_{inf}$	ϵ_{inf}
1	84	0.0492	0.0055	0.0464	0.0028	0.0082
2	83	0.0481	0.0060	0.0449	0.0032	0.0091
3	82	0.0479	0.0050	0.0456	0.0023	0.0072
4	85	0.0478	0.0061	0.0448	0.0030	0.0092
5	87	0.0490	0.0053	0.0461	0.0030	0.0082
6	85	0.0485	0.0058	0.0460	0.0025	0.0083
7	84	0.0485	0.0061	0.0456	0.0029	0.0090
8	83	0.0485	0.0057	0.0456	0.0029	0.0086
9	86	0.0490	0.0049	0.0461	0.0030	0.0079
10	84	0.0494	0.0048	0.0468	0.0025	0.0073
	moyenne	0.0486	0.0055	0.0458	0.0028	0.0083
	moyenne/D ₅₀	4.86	0.55	4.58	0.28	0.83
Partie supérieure						
Série	nombre de grains	Lm_{sup}	Rp_{sup}	Fp_{sup}	$FdRa_{sup}$	ϵ_{sup}
1	85	0.0715	0.0059	0.0744	0.0029	0.0088
2	82	0.0730	0.0075	0.0749	0.0019	0.0095
3	84	0.0722	0.0062	0.0750	0.0028	0.0090
4	84	0.0715	0.0064	0.0743	0.0028	0.0092
5	82	0.0729	0.0073	0.0750	0.0021	0.0094
6	85	0.0711	0.0060	0.0739	0.0027	0.0087
7	85	0.0709	0.0050	0.0737	0.0028	0.0078
8	87	0.0704	0.0051	0.0733	0.0029	0.0080
9	85	0.0704	0.0049	0.0737	0.0033	0.0082
10	86	0.0705	0.0049	0.0729	0.0024	0.0073
	moyenne	0.0714	0.0059	0.0741	0.0027	0.0086
	moyenne/D ₅₀	7.14	0.59	7.41	0.27	0.86

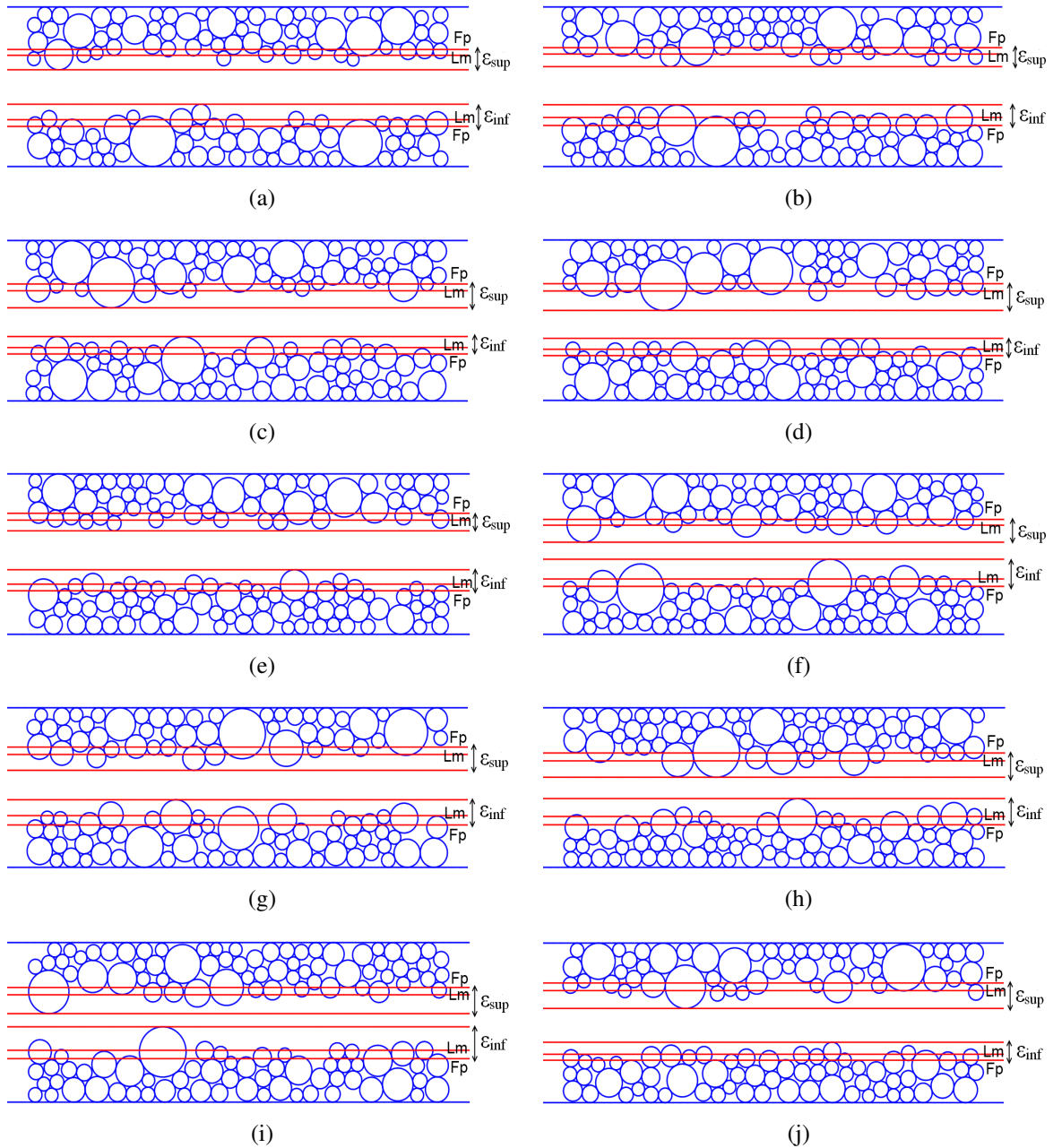


FIGURE B.2: Dix échantillons de granulométrie polydisperse : (a) série 1, (b) série 2, (c) série 3, (d) série 4, (e) série 5, (f) série 6, (g) série 7, (h) série 8, (i) série 9 et (j) série 10.

TABLE B.2: Paramètre de rugosité pour la granulométrie polydisperse

Partie inférieure						
Série	nombre de grains	Lm_{inf}	Rp_{inf}	Fp_{inf}	$FdRa_{inf}$	ϵ_{inf}
1	53	0.0176	0.0058	0.0151	0.0025	0.0084
2	55	0.0184	0.0048	0.0154	0.0030	0.0078
3	61	0.0200	0.0041	0.0176	0.0024	0.0065
4	64	0.0191	0.0041	0.0168	0.0024	0.0065
5	71	0.0187	0.0054	0.0163	0.0025	0.0079
6	67	0.0207	0.0074	0.0179	0.0027	0.0102
7	59	0.0194	0.0060	0.0159	0.0035	0.0095
8	68	0.0191	0.0067	0.0160	0.0031	0.0098
9	60	0.0195	0.0088	0.0164	0.0031	0.0120
10	64	0.0182	0.0045	0.0159	0.0023	0.0068
	moyenne	0.0191	0.0058	0.0163	0.0028	0.0085
	moyenne/ D_{50}	1.91	0.58	1.63	0.28	0.85
Partie supérieure						
Série	nombre de grains	Lm_{sup}	Rp_{sup}	Fp_{sup}	$FdRa_{sup}$	ϵ_{sup}
1	60	0.0418	0.0055	0.0440	0.0022	0.0076
2	55	0.0423	0.0047	0.0447	0.0024	0.0071
3	55	0.0412	0.0064	0.0437	0.0025	0.0089
4	52	0.0409	0.0073	0.0436	0.0027	0.0100
5	56	0.0427	0.0040	0.0453	0.0026	0.0066
6	55	0.0408	0.0064	0.0430	0.0022	0.0085
7	49	0.0424	0.0059	0.0452	0.0028	0.0087
8	61	0.0400	0.0062	0.0430	0.0030	0.0091
9	67	0.0404	0.0071	0.0431	0.0028	0.0099
10	52	0.0421	0.0067	0.0450	0.0029	0.0096
	moyenne	0.0415	0.0060	0.0441	0.0026	0.0086
	moyenne/ D_{50}	4.15	0.60	4.41	0.26	0.86

Bibliographie

- [1] G. AGATE, R. GUANDALINI, S. MANENTI, S. SIBILLA et M. GALLATI : Use of sphera code to investigate local scouring effects induced by fluvial structures downstream a barrage. *In 7th Spheric 2012*, 2012.
- [2] Y. BAO, Q. WU et D. ZHOU : Numerical investigation of flow around an inline square cylinder array with different spacing ratios. *Computers & Fluids*, 55:118–131, 2012.
- [3] G. K. BATCHELOR : *An introduction to fluid dynamics*. Cambridge University Press., 1967.
- [4] M. BEHR, D. HASTREITER, S. MITTAL et T. E. TEZDUYAR : Incompressible flow past a circular cylinder : dependence of the computed flow field on the location of the lateral boundaries. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 123(1-4):309–316, Jun 1995.
- [5] S. BELTAOS et N. RAJARATNAM : Impingement of axisymmetric developing jets. *Journal of Hydraulic Research*, 15(4):311–326, 1977.
- [6] N. BENAHMED : Laboratory test procedures and results. *In ICOLD European Working Group on Internal Erosion*, 2009.
- [7] N. BENAHMED et S. BONELLI : Etude expérimentale de l'érosion interne d'une kaolinite. *In 25ème Rencontres universitaires de Génie Civil*, 2007.
- [8] N. BENAHMED et S. BONELLI : Internal erosion of cohesive soils : laboratory parametric study. *In ISCE6 Paris*, 2012.
- [9] N. BENAHMED et S. BONELLI : Investigating concentrated leak erosion behaviour of cohesive soils by performing hole erosion tests. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 16(1):43–58, Jan 2012.
- [10] N. BENAHMED, C. CHEVALIER et S. BONELLI : *Erosion of Geomaterials*, chapitre Concentrated leak erosion, pages 155–186. John Wiley & Sons, Inc., 2012.
- [11] N. BENAHMED, C. CHEVALLIER et S. BONELLI : *Traité MIM Risques Naturels « Erosion dans les géomatériaux »*, in press, chapitre Erosion par écoulement localisé dans un conduit. Hermès science publications, 2012.
- [12] W. BENZ et E. ASPHAUG : Simulations of brittle solids using smooth particle hydrodynamics. *Computer Physics Communications*, 87(1-2):253–265, 1995.
- [13] S. BONELLI et N. BENAHMED : Piping flow erosion in water retaining structures. *International Journal on Hydropower and Dams*, 18(3):94–99, 2011.
- [14] S. BONELLI, O. BRIVOIS, R. BORGIHI et N. BENAHMED : On the modelling of piping erosion. *Comptes Rendus Mécanique*, 334(8-9):555–559, Aug 2006.
- [15] G. G. BOTTE, J. A. RITTER et R. E. WHITE : Comparison of finite difference and control volume methods for solving differential equations. *Computers and Chemical Engineering*, 24:2633–2654, 2000.

- [16] D. F. BOUTT, B. K. COOK et J. R. WILLIAMS : A coupled fluid-solid model for problems in geomechanics : Application to sand production. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 35(9):997–1018, Jun 2011.
- [17] T. P. BRACKBILL et S. G. KANDLIKAR : Effects of low uniform relative roughness on single-phase friction factors in microchannels and minichannels. *In 5th International Conference on Nanochannels, Microchannels and Minichannels*, 2007.
- [18] Timothy P. BRACKBILL et Satish G. KANDLIKAR : Effect of sawtooth roughness on pressure drop and turbulent transition in microchannels. *Heat Transfer Engineering*, 28(8-9):662–669, Aug 2007.
- [19] T.P. BRACKBILL et S. G. KANDLIKAR : Effect of triangular roughness element on pressure drop and laminar-turbulent transition in microchannels and minichannels. *In ICNMM2006-96062*, 2006.
- [20] M. BREUER, J. BERNSDORF, T. ZEISER et F. DURST : Accurate computations of the laminar flow past a square cylinder based on two different methods : lattice-boltzmann and finite-volume. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 21(2):186–196, Apr 2000.
- [21] A. BREUGNOT : *Approche numérique couplée discret-continu appliquée aux ouvrages cellulaires*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, 2011.
- [22] H. H. BUI, K. SAKO et R. FUKAGAWA : Numerical simulation of soil-water interaction using smoothed particle hydrodynamics (sph) method. *Journal of Terramechanics*, 44: 339–346, 2007.
- [23] S. CANDEL : *Mécanique des fluides (Cours)*. Dunod, 1995.
- [24] E. CATALANO, B. CHAREYRE, A. CORTIS et E. BARTHELEMY : Apore-scale hydro-mechanical coupled model for geomaterials. *In International Conference on Particle-based Methods - Fundamentals and Applications*, 2011.
- [25] B. CHAREYRE : *Modélisation du comportement d'ouvrages composites sol-geosynthétique par éléments discrets - application aux ancrages en tranchées en tête de talus*. Thèse de doctorat, Université Grenoble I - Joseph Fourier, 2003.
- [26] D. CHATTERJEE et B. MONDAL : Forced convection heat transfer from an equilateral triangular cylinder at low reynolds numbers. *Heat and Mass Transfer*, 48(9):1575–1587, Sep 2012.
- [27] C. K. CHEN, T. S. YEN et Y. T. YANG : Lattice boltzmann method simulation of backward-facing step on convective heat transfer with field synergy principle. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49:1195–1204, 2006.
- [28] F. CHEN, E. C. DRUMM et G. GUIOCHON : Coupled discrete element and finite volume solution of two classical soil mechanics problems. *Computers and Geotechnics*, 38(5): 638–647, Jul 2011.
- [29] H. Y. CHEN, W. LIU, X. M. LV et L. Z. ZHANG : Ansa as a pre-processor for fluid-solid coupling simulations. *In ANSA & ETA International Conference*, 2009.
- [30] J. M. CHEN et C. H. LIU : Vortex shedding and surface pressure on a square cylinder at incidence to a uniform air stream. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 20:592–597, 1999.
- [31] S. CHEN et G. D. DOOLEN : Lattice boltzmann method for fluid flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 30(1):329–364, Jan 1998.

- [32] M. CHENG et G. R. LIU : Effects of afterbody shape on flow around prismatic cylinders. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 84(2):181–196, 2000.
- [33] P. W. CLEARY et J. J. MONAGHAN : Conduction modelling using smoothed particle hydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, 148:227–264, 1999.
- [34] P. W. CLEARY, M. SINNOTT et R. MORRISON : Prediction of slurry transport in sag mills using sph fluid flow in a dynamic DEM based porous media. *Minerals Engineering*, 19(15):1517–1527, Dec 2006.
- [35] A. COLAGROSSI, B. BOUSCASSE, M. ANTUONO et S. MARRONE : Particle packing algorithm for sph schemes. *Computer Physics Communications*, 183(8):1641–1653, 2012.
- [36] SA Compas Ingenieria y SISTEMAS : Flow behind a circular cylinder. Tdyn - Validation - Case 2.
- [37] M. J. COOK : *An evaluation of computational fluid dynamics for modelling buoyancy-driven displacement ventilation*. Thèse de doctorat, De Montfort University, Leicester, 1998.
- [38] G. CROCE et P. D'AGARO : Numerical simulation of roughness effect on microchannel heat transfer and pressure drop in laminar flow. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 38:1518–1530, 2005.
- [39] P. A. CUNDALL : A computer model for simulating progressive large scale movements of blocky rock systems. In *In Proceedings of the Symposium of the International Society of Rock Mechanics*, volume 1, page 132–150, 1971.
- [40] P. A. CUNDALL et O. D. L. STRACK : A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29(1):47–65, Jan 1979.
- [41] R. W. DAVIS, E. F. MOORE et L. P. PURTELL : A numerical-experimental study of confined flow around rectangular cylinders. *Physics of Fluids*, 27(1):46–59, 1984.
- [42] M. DE LEFFE : *Modélisation d'écoulements visqueux par méthode SPH en vue d'application à l'hydrodynamique navale*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 2011.
- [43] W. DEHNEN et H. ALY : Improving convergence in smoothed particle hydrodynamics simulations without pairing instability. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 425(2):1068–1082, 2012.
- [44] V. V. DHARAIYA et S. G. KANDLIKAR : A numerical study to predict the effects of structure roughness elements on pressure drop and heat transfer enhancement in minichannels and microchannels. In *IMECE2011*, 2011.
- [45] A. K. DHIMAN, N. SHARMA et S. KUMAR : Wall effects on the cross-buoyancy around a square cylinder in the steady regime. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, 29(2):253–264, 2012.
- [46] M. T. DRÖGE : *Cartesian grid methods for turbulent flow simulation in complex geometries*. Thèse de doctorat, University Library Groningen, 2007.
- [47] F. DUBOIS : *Absorbing Boundaries and Layers, Domain Decomposition Methods : Applications to Large Scale Computers*, chapitre Partial Riemann problem, boundary conditions, and gas dynamics. Nova Science Pub Inc, 2001.
- [48] M. V. DYKE : *An Album of Fluid Motion*. Parabolic Press, Inc., 1982.
- [49] M. ELLERO, M. KRÖGER et S. HESS : Viscoelastic flows studied by smoothed particle dynamics. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 105(1):35–51, Jul 2002.

- [50] J. FANG, R. G. OWENS, L. TACHER et A. PARRIAUX : A numerical study of the sph method for simulating transient viscoelastic free surface flows. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 139:68–84, 2006.
- [51] R. FELL et J. J. FRY : *Internal Erosion of Dams and Their Foundations*, chapitre The state of the art of assessing the likelihood of internal erosion of embankment dams, water retaining structures and their foundations, pages 1–23. Taylor & Francis, 2007.
- [52] R. FELL, P. MACGREGOR et D. STAPLEDON : *Geotechnical engineering of embankment dams*. A. A. Balkelma, 2005.
- [53] Z. G. FENG et E. E. MICHAELIDES : The immersed boundary – lattice boltzmann method for solving fluid-particles interaction problems. *Journal of Computational Physics*, 195: 602–628, 2004.
- [54] S. FIELDING : Boundary layer theory. Course at University of Manchester, 2005.
- [55] M. FOSTER, R. FELL et M. SPANNAGLE : The statistics of embankment dam failures and accidents. *Canadian Geotechnical Journal*, 37(5):1000–1024, Oct 2000.
- [56] M. A. FOSTER et R. FELL : *A framework for estimating the probability of failure of embankment dams by internal erosion and piping using tree methods*. University of New South Wales, 1999.
- [57] G. FOUREY, D. LE TOUZÉ, B. ALESSANDRINI et G. OGER : Sph-fem coupling to simulate fluid-structure interactions with complex free-surface flows. In *SPHERIC 2010*, 2010.
- [58] J. J. FRY : *Erosion of Geomaterials*, chapitre Introduction to the Process of Internal Erosion in Hydraulic Structures : Embankment Dams and Dikes, pages 1–37. John Wiley & Sons, Inc., 2012.
- [59] J. J. FRY, G. DEGOUTTE et A. GOUBET : L'érosion interne typologie, détection et réparation. *Barrages & réservoirs*, 6:126, 1997.
- [60] J. J. FRY, A. VOGEL, P. ROYET et J. R. COURIVAUD : Dam failures by erosion : lessons from erinoh data bases. In *ICSE6 Paris*, page 273–280, 2012.
- [61] S. A. GALINDO-TORRES : A coupled discrete element lattice boltzmann method for the simulation of fluid-solid interaction with particles of general shapes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 265:107–119, Oct 2013.
- [62] G. GAMRAT, M. FAVRE-MARINET, S. LE PERSON, R. BAVIERE et F. AYELA : An experimental study and modelling of roughness effects on laminar flow in microchannel. *Journal of Fluid Mechanics*, 594:399–423, 2008.
- [63] S. GANGULI : Numerical computation of fluid flow. In *10th Indo-German Winter Academy*, 2011.
- [64] R. GHAS, R. MITTAL et H. DONG : A sharp interface immersed boundary method for compressible viscous flows. *Journal of Computational Physics*, 225(1):528–553, 2007.
- [65] S. K. GODUNOV : Reminiscences about difference schemes. *Journal of Computational Physics*, 153(1):6–25, Jul 1999.
- [66] N. GRENIER : *Modélisation numérique par la méthode SPH de la separation eau-huile dans les séparateurs gravitaires*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 2009.
- [67] A. S. GROVE, F. H. SHAIR et E. E. PETERSEN : An experimental investigation of the steady separated flow past a circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 19(01):60, May 1964.

- [68] K. HAN, Y.T. FENG et D.R.J. OWEN : Coupled lattice boltzmann and discrete element modelling of fluid-particle interaction problems. *Computers & Structures*, 85(11-14): 1080–1088, Jun 2007.
- [69] G. J. HANSON et K. R. COOK : Apparatus, test procedures and analytical methods to measure soil erodibility in situ. *Applied Engineering in Agriculture*, 20(4):455–462, 2004.
- [70] G. J. HANSON et S. L. HUNT : Lessons learned using laboratory jet method to measure soil erodibility of compacted soils. *Applied Engineering in Agriculture*, 23(3):305–312, 2006.
- [71] G. J. HANSON et A. SIMON : Erodibility of cohesive streambeds in the loess area of the midwestern usa. *Hydrological Processes*, 15(1):23–38, 2001.
- [72] P. HAO, Z. YAO, F. HE et K. ZHU : Experimental investigation of water flow in smooth and rough silicon microchannels. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 16:1397–1402, 2006.
- [73] F. H. HARLOW : The particle in cell computing method for fluid dynamics. *Methods in Computational Physics*, 3:319–343, 1964.
- [74] R. D. HENDERSON : Details of the drag curve near the onset of vortex shedding. *Physics of Fluids*, 7(9):2102, 1995.
- [75] C. HIRSCH : *Numerical computation of internal and external flows. Volume 1 : Fundamentals of computational fluid dynamics*. Elsevier, 2 édition, 2007.
- [76] A. HOSSEINIAN : *Numerical simulation of fluid flow through a single rough walled fracture*. Thèse de doctorat, Curtin University of Technology, 2011.
- [77] J. HYMERS : *A Treatise on Differential Equations and on the Calculus of Finite Differences*. Cambridge, 1839.
- [78] S. U. I. ISLAM, C. Y. ZHOU et F. AHMAD : Numerical simulations of cross-flow around four square cylinders in an in-line rectangular configuration. *International Journal of Engineering and Applied Sciences*, 5(6):356–365, 2009.
- [79] S. UI ISLAM, C. Y. ZHOU, A. SHAH et P. XIE : Numerical simulation of flow past rectangular cylinders with different aspect ratios using the incompressible lattice boltzmann method. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 26(4):1027–1041, Apr 2012.
- [80] ITASCA : *PFC3D manual and reference*, 2006.
- [81] M. J. IVINGS, D. M. CAUSON et E. F. TORO : On riemann solvers for compressible liquids. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 28(3):395–418, Sep 1998.
- [82] M. JEAN : *Frictional contact in collections of rigid or deformable bodies : numerical simulation of geomaterials*, chapitre Mechanics of Geomaterials Interfaces, page 463–486. Salvadurai, APS and Boulon, M. J., 1995.
- [83] L. JING et J. A. HUDSON : Numerical methods in rock mechanics. *International Journal of Rock Mechanics /& Mining Sciences*, 39:409–427, 2002.
- [84] S. G. KANDLIKAR : Roughness effects at microscale reassessing nikuradse’s experiments on liquid flow in rough tubes. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences*, 53(4):343–349, 2005.
- [85] S. G. KANDLIKAR, Derek SCHMITT, Andres L. CARRANO et James B. TAYLOR : Characterization of surface roughness effects on pressure drop in single-phase flow in mini-channels. *Physics of Fluids*, 17(10):100606, 2005.

- [86] W.M. KAYS et M.E. CRAWFORD : *Convective heat and mass transfer*. McGraw-Hill, 1993.
- [87] T. C. KENNEY, R. CHAHAL, E. CHIU, G. I. OFOEGBU, G. N. OMANGE et C. A. UME : Controlling constriction sizes of granular filters. *Canadian Geotechnical Journal*, 22(1): 32–43, Feb 1985.
- [88] P. KOUMOUTSAKOS : Multiscale flow simulations using particles. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 37:457–487, 2005.
- [89] G. KOVACS : *Seepage hydraulics*, volume 10. Elsevier, 1981.
- [90] J. KOZICKI et F. V. DONZÉ : A new open-source software developed for numerical simulations using discrete modeling methods. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197:4429–4443, 2008.
- [91] A. G. KRAVCHENKO, P. MOIN et K. SHARIFF : B-spline method and zonal grids for simulations of complex turbulent flows. *Journal of Computational Physics*, 151(2):757–789, May 1999.
- [92] A. KUMAR DE et A. DALAL : Numerical simulation of unconfined flow past a triangular cylinder. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 52(7):801–821, Nov 2006.
- [93] D. LACHOUETTE, S. BONELLI, F. GOLAY et P. SEPPECHER : Numerical modeling of interfacial soil erosion. In *19ème Congrès Français de Mécanique*, 2009.
- [94] Damien LACHOUETTE, Frédéric GOLAY et Stéphane BONELLI : One-dimensional modeling of piping flow erosion. *Comptes Rendus Mécanique*, 336(9):731–736, Sep 2008.
- [95] H. LAMB : *Hydrodynamics*. Cambridge University Press, 1994.
- [96] M. LASTIWKA, M. BASA et N. J. QUINLAN : Permeable and non-reflecting boundary conditions in sph. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 6(7):709–724, 2009.
- [97] B. E. LAUNDER, G. J. REECE et W. RODI : Progress in the development of a reynold-stress turbulence closure. *Journal of Fluid Mechanics*, 68(3):537–566, 1975.
- [98] J. LEDUC : *Etude physique et numérique de l'écoulement dans un système d'injection de turbine Pelton*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 2010.
- [99] E. S. LEE, C. MOULINEC, R. XU, D. VIOLEAU, D. LAURENCE et P. STANDSBY : Comparisons of weakly compressible and truly incompressible algorithm for the sph mesh free particle method. *Journal of Computational Physics*, 227(18):939–960, 2008.
- [100] Z. LI, A. COMBESCURE et F. LEBOEUF : Coupling of finite volume and finite element subdomains using different time integrators. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 72(12):1286–1306, Aug 2013.
- [101] C. LIANG, S. PREMASUTHAN et A. JAMESON : High-order accurate simulation of low-mach laminar flow past two side-by-side cylinders using spectral difference method. *Computers and Structures*, 87:812–827, 2009.
- [102] W. F. LINDSEY : Drag of cylinders of simple shapes. Rapport technique, Report No. 619 National Advisory Committee for Aeronautics, 1987.
- [103] G. G. LIU et M. B. LIU : *Smoothed Particle Hydrodynamics – A Meshfree Particle Method*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2003.

- [104] R. LIU, D. WANG, X. ZHANG, W/ LI et B/ YU : Comparison study on the performances of finite volume method and finite difference method. *Journal of Applied Mathematics*, 2013:1–10, 2013.
- [105] F. LOMINÉ, L. SCHOLTÈS, L. SIBILLE et P. POUILLAIN : Modeling of fluid-solid interaction in granular media with coupled lattice boltzmann/discrete element methods application to piping erosion. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 37(6):577–596, Apr 2013.
- [106] M. LUTHI : A modified hole erosion test (het-p) to study erosion characteristics of soil. Mémoire de D.E.A., The university of British Columbia, 2011.
- [107] L. MA : The numerical simulation of water jet penetration by coupled method of sph and fea. *Journal of Pressure Equipment and Systems*, 6:240–246, 2008.
- [108] A. F. MAHROUS, S. MAHMOUD, R. K. AL-DADAH et A. M. ELSYAED : Numerical investigation of laminar flow in micro-tubes with designed surface roughness. *In 3rd Micro and Nano Flows Conference*, 2011.
- [109] M. A. MAREK : *Hydraulic Design Manual*, 2011.
- [110] J. C. MARONGIU : *Méthode numérique lagrangienne pour la simulation d'écoulements à surface libre - Application aux turbines Pelton*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 2007.
- [111] J. C. MARONGIU : Free surface flows simulations in pelton turbines using an hybrid sph-ale method. *Journal of Hydraulic Research*, 48:40–49, 2009.
- [112] B. J. MCKEON, C. J. SWANSON, M. V. ZAGAROLA, R. J. DONNELLY et A. J. SMITS : Friction factors for smooth pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 511:41–44, Jul 1999.
- [113] F. R. MENTER, M. KUNTZ et R. LANGTRY : Ten years of experience with sst turbulence model. *Turbulence, Heat and Mass Transfer*, 4:625–632, 2003.
- [114] F. MERCIER : *Modélisation numérique de l'érosion d'un sol cohesif par un écoulement turbulent*. Thèse de doctorat, Université d'Aix-Marseille, 2013.
- [115] F. MERCIER, S. BONELLI, F. ANSELMET, P. PINETTES, J. R. COURIVAUD et J. J. FRY : On the numerical modelling of the jet erosion test. *In ICSE6 Paris*, 2012.
- [116] R. MITTAL et S. BALACHANDAR : Effect of three-dimensionality on the lift and drag of nominally tw-dimensional cylinders. *Physics of Fluids*, 7:1841–1865, 1995.
- [117] S. MITTAL, V. KUMAR et A. RAGHUVANSHI : Unsteady incompressible flows past two cylinders in tandem and staggered arrangements. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 25(11):1315–1344, 1997.
- [118] R. MOFFAT, R. J. FANNIN et S. J. GARNER : Spatial and temporal progression of internal erosion in cohesionless soil. *Canadian Geotechnical Journal*, 48(3):399–412, Mar 2011.
- [119] J. J. MONAGHAN : Smoothed particle hydrodynamics. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 30(1):543–574, Sep 1992.
- [120] J. J. MONAGHAN : Simulating free surface flows with sph. *Journal of Computational Physics*, 110(2):399–406, Feb 1994.
- [121] J. J. MONAGHAN : Sph compressible turbulence. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 335:843–852, 2002.
- [122] J. J. MONAGHAN et A. KOCHARYAN : Sph simulation of multi-phase flow. *Computational Physics and Communication*, 87(1-2):225–235, 1995.

- [123] J. J. MONAGHAN et J. C. LATTANZIO : A refined method for astrophysical problems. astronomy and astrophysics. *Journal of Computational Physics*, 149:135–143, 1985.
- [124] J. J. MOREAU : Some numerical methods in multibody dynamics : application to granular materials. *European Journal of Mechanics*, 13(4-suppl.):93–114, 1994.
- [125] J. J. MOREAU et M. JEAN : Unilaterality and dry friction in the dynamics of rigid bodies collections. *In In Proceedings of Contact Mechanics International Symposium, Curnier A (ed.)*, pages 31–48, 1992.
- [126] M. V. MORKOVIN : Flow around circular cylinders ; a kaleidoscope of challenging fluid phenomena. *In Proceedings ASME Symposium on Fully Separated Flow*, 1964.
- [127] J. P. MORRIS : Simulating surface tension with smoothed particle hydrodynamics. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 33:333–353, 2000.
- [128] J. P. MORRIS, P. J. FOX et Y. ZHU : Modeling low reynolds number incompressible flows using sph. *Journal of Computational Physics*, 136(1):214–226, Sep 1997.
- [129] E. NEST : Flow in pipes. Course at Universitetet i Oslo.
- [130] M. NEUHAUSER, F. LEBOEUF, J.C. MARONGIU, M. RENTSCHLER et E. PARKINSON : Sph-ale for simulations of rotor-stator interactions. *In 7th Int. SPHERIC workshop*, 2012.
- [131] J. NIKURADSE : Laws of flow in rough pipes. Rapport technique, National Advisory Committee For Aeronautics, 1950.
- [132] C. NORBERG : Flow around rectangular cylinders : Pressure forces and wake frequencies. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 49(1-3):187–196, 1993.
- [133] Ohio Department of NATURAL RESOURCES : Dam safety embankment instabilities, 2011.
- [134] G. OGER : *Aspects Théoriques de la Methode SPH et Applications à l'hydrodynamique à Surface Libre*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 2006.
- [135] A. OKAJIMA : Strouhal number of rectangular cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, 123:379–398, 1982.
- [136] E. OLSON : Teton dam.
- [137] Steven A. ORSZAG : Analytical theories of turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 41(02):363, Apr 1970.
- [138] M. OZGOREN : Flow structure in the downstream of square and circular cylinders. *Flow Measurement and Instrumentation*, 17:225–235, 2006.
- [139] X. D. PAN et M. B. REED : A coupled distinct element-finite element method for large deformation analysis of rock masses. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 28(1):93–99, 1991.
- [140] E. PARIS et L. MINATTI : Sph simulation of granular material collapses. *In 7th Spheric 2012*, 2012.
- [141] Y. PATEL : Numerical investigation of flow past a circular cylinder and in a staggered tube bundle using various turbulence models. Mémoire de D.E.A., Lappeenranta University of Technology, 2010.
- [142] H. PERSILLON et M. BRAZA : Physical analysis of the transition to turbulence in the wake of a circular cylinder by three-dimensional navier-stokes simulation. *Journal of Fluid Mechanics*, 365:23–88, Jun 1998.

- [143] D. A. PERUMAL, G. V. S. KUMAR et A. K. DASS : Numerical simulation of viscous flow over a square cylinder using lattice boltzmann method. *ISRN Mathematical Physics*, 2012:1–16, 2012.
- [144] T. L. PHAM : *Erosion et dispersion des sols argileux par un fluide*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2008.
- [145] J. P. PLASSIARD : *Modélisation par la méthode des éléments discrets d'impacts de blocs rocheux sur structures de protection type merlons*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, 2007.
- [146] O. POSDZIECH et R. GRUNDMANN : A systematic approach to the numerical calculation of fundamental quantities of the two-dimensional flow over a circular cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, 23(3):479–499, Apr 2007.
- [147] A. V. POTAPOV, M. L. HUNT et C. S. CAMPBELL : Liquid-solid flows using smoothed particle hydrodynamics and the discrete element method. *Powder Technology*, 116(2-3):204–213, May 2001.
- [148] A. PRHASHANNA, A. K. SAHU et R. P. CHHABRA : Flow of power-law fluids past an equilateral triangular cylinder : Momentum and heat transfer characteristics. *International Journal of Thermal Sciences*, 50(10):2027–2041, Oct 2011.
- [149] B. N. RAJANI, A. KANDASAMY et S. MAJUMDAR : Numerical simulation of laminar flow past a circular cylinder. *Applied Mathematical Modelling*, 33(3):1228–1247, 2009.
- [150] N. RAJARATNAM : *Turbulent jets*. Elsevier Scientific Pub. Co., 1976.
- [151] P. W. RANGLES et L. D. LIBERSKY : Smoothed particle hydrodynamics : Some recent improvements and applications. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 139(1-4):375–408, Dec 1996.
- [152] P. A. RAVIART : *An Analysis of Particle Methods, Lecture Notes in Mathematics*. Springer, 1985.
- [153] N. REBOUL : *Transport de particules dans les milieux granulaires. Application à l'érosion interne*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 2008.
- [154] P. L. REGAZZONI : *Confrontation et analyse d'érodimètres et caractérisation de la sensibilité à l'érosion d'interface*. Thèse de doctorat, Université de Nantes, 2009.
- [155] O. REYNOLDS : On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 186(0):123–164, Jan 1895.
- [156] K. S. RICHARDS et K. R. REDDY : Critical appraisal of piping phenomena in earth dams. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 66(4):381–402, 2007.
- [157] J. ROBICHAUX, S. BALACHANDAR et S. P. VANKA : Three-dimensional floquet instability of the wake of square cylinder. *Physics of Fluids*, 11(3):560–578, 1999.
- [158] M. ROBINSON, S. LUDING et M. RAMAIOLI : Fluid-particle flow and validation using two-way coupled mesoscale sph-dem. *Fluid Dynamics*, 2013.
- [159] J. D. ROGERS : Retrospective on teton dam failure.
- [160] A. ROSHKO : On the development of turbulent wake from vortex streets. Rapport technique, National Advisory Committee for Aeronautics, 1954.
- [161] A. K. SAHA, G. BISWAS et K. MURALIDHAR : Three-dimensional study of flow past a square cylinder at low reynolds numbers. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 24:54–66, 2003.

- [162] A. K. SAHU, R. P. CHHABRA et V. ESWARAN : Effects of reynolds and prandtl numbers on heat transfer from a square cylinder in the unsteady flow regime. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(3-4):839–850, 2009.
- [163] R. SCHABACK et H. WENDLAND : Kernel techniques : From machine learning to meshless methods. *Acta Numerica*, page 1–97, 2006.
- [164] J. SCOTT, M. GOROKHOVSKI, D. JEANDEL et F. LEBOEUF : Fluides et energie. Cours Mécanique de Fluides à l’Ecole Centrale de Lyon.
- [165] S. SEN, S. MITTAL et G. BISWAS : Flow past a square cylinder at low reynolds numbers. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 67(9):1160–1174, Nov 2011.
- [166] T. H. SHIH, W. W. LIOU, A. SHABBIR, Z. YANG et J. ZHU : A new k-epsilon eddy-viscosity model for high reynolds number turbulent flows - model development and validation. *Computer Fluids*, 24(3):227–238, 1995.
- [167] L. SIBILLE, F. LOMINÉ et D. MAROT : Investigation in modelling piping erosion with a coupled "lattice boltzmann - discrete element " numerical method. *In ICSE6 Paris*, 2012.
- [168] A.L.F. L. E. SILVA, A. SILVEIRA-NETO et J. J. R. DAMASCENO : Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method. *Journal of Computational Physics*, 189(2):351–370, Aug 2003.
- [169] A. P. SINGH, A. K. DE, V. K. CARPENTER, V. ESWARAN et K. MURALIDHAR : Flow past a transversely oscillating square cylinder in free stream at low reynolds numbers. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 61(6):658–682, Oct 2009.
- [170] S. SINGHA et K. P. SINHAMAHAPATRA : Flow past a circular cylinder between parallel walls at low reynolds numbers. *Ocean Engineering*, 37:757–769, 2010.
- [171] J. SMAGORINSKY : General circulation experiments with the primitive equations. *Monthly Weather Review*, 91(3):99–164, Mar 1963.
- [172] V. SMILAUER, E. CATALANO, B. CHAREYRE, S. DOROFEENKO, J. DURIEZ, A. GLADKY, J. KOZICKI, C. MODANESE, L. SCHOLTÈS, L. SIBILLE, J. STRANSKY et T. KLAUS : *Yade documentation*, 2011.
- [173] A. SOHANKAR, L. DAVIDSON et C. NORBERG : Numerical simulation of unsteady flow around a square two-dimensional cylinder. *In Twelfth Australasian Fluid Mechanics Conference, The University of Sidney*, 1995.
- [174] A. SOHANKAR, C. NORBERG et L. DAVIDSON : Low reynolds number flow around a square cylinder : study of blockage, onset of vortex shedding and outlet boundary condition. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 26:39–56, 1998.
- [175] A. SOHANKAR, C. NORBERG et L. DAVIDSON : Simulation of three-dimensional flow around a square cylinder at moderate reynolds numbers. *Physics of Fluids*, 11(2):288, 1999.
- [176] M. SOULI, K. MAHMADI et N. AQUELET : Ale and fluid structure interaction. *In Materail Science Forum*, volume 465-466, pages 143–150, 2004.
- [177] Philippe R. SPALART : Detached-eddy simulation. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 41(1):181–202, Jan 2009.
- [178] S. SRIKANTH, A.K. DHIMAN et S. BIJJAM : Confined flow and heat transfer across a triangular cylinder in a channel. *International Journal of Thermal Sciences*, 49(11): 2191–2200, Nov 2010.

- [179] B. STEFANOVA, J. BUBEL et J. GRABE : Application of sph to erosion and excavation problems on the examples of jet grouting and offshore engineering. *In 7th Spheric 2012*, 2012.
- [180] X. SUN, M. SAKAI et Y. YAMADA : Three-dimensional simulation of a solid-liquid flow by the dem-sph method. *Journal of Computational Physics*, 248:147–176, Sep 2013.
- [181] P. TAIT : Report on some of the physical properties of fresh water and sea water. Rapport technique 2, Physical Chemistry, 1888.
- [182] Y. TAMURA : Flow patterns and wind forces. Lecture at Tokyo University.
- [183] J. C. TANNEHILL, D. A. ANDERSON et H. RICHARD : *Computational fluid mechanics and heat transfer*. Taylor and Francis, 1997.
- [184] A. M. TARTAKOVSKY, W. PAN et J. J. MONAGHAN : Sph non-newtonian model for ice sheet and ice shelf dynamics. *In 7th Spheric 2012*, 2012.
- [185] G. F. K. TAY, D. C. S. KUHN et M. F. TACHIE : Influence of adverse pressure gradient on rough-wall turbulent flows. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 30:249–265, 2009.
- [186] J. B. TAYLOR, A. L. CARRANO et S. G. KANDLIKAR : Characterization of the effect of surface roughness and texture on fluid flow - past, present, and future. *International Journal of Thermal Sciences*, 45:962–968, 2006.
- [187] E. F. TORO : *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics – A Practical Introduction*. Springer, 1999.
- [188] C. ULRICH et T. RUNG : A simple sph model of water-soil interaction in porous. *In 7th Spheric 2012*, 2012.
- [189] R. W. VEATCH, D. P. HELANDER et E. T. GUERRERO : The effect of surface roughness on fluid flow through narrow rectangular passages. *In 40th Annual Fall Meeting of the Society of Petroleum Engineers of AIME*, 1965.
- [190] J. P. VILA : On particle weighted methods and smoothed particle hydrodynamics. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 09(02):161–209, Mar 1999.
- [191] R. N. WAGNER : Effects of sstructure roughness of fluid flow at the microscale level. Mémoire de D.E.A., Rochester Institute of Technology, 2010.
- [192] T. L. WAHL, P. L. REGAZZONI et Z. ERDOGAN : Determining erosion indices of cohesive soils with the hole erosion test and jet erosion test. Rapport technique, U. S. Department of the Interior, Bureau of Reclamation, Technical Service Center, 2008.
- [193] C. F. WAN et R. FELL : Investigation of internal erosion and piping of soils in embankment dams by the slot erosion test and the hole erosion test. Rapport technique, UNICIV Report no. R-412, The University of New South Wales Sydney, 2002.
- [194] C. F. WAN et R. FELL : Investigation of rate of erosion of soils in embankment dams. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 130(4):373–380, Apr 2004.
- [195] C. F. WAN et R. FELL : Experimental investigation of internal stability of soils in embankment dams and their foundations. Rapport technique, UNICIV REPORT R-429, 2004a.
- [196] X. Q. WANG, C. YAP et A. S. MUJUMDAR : Effects of two dimesional roughness in flow in microchannels. *Journal of Electronic Packaging*, 127:357–361, 2005.

- [197] S. J. WATKINS, A. S. BHATTAL, N. FRANCIS, J. A. TURNER et A. P. WHITWORTH : A new prescription for viscosity in smoothed particle hydrodynamics. *Astronomy and Astrophysics Supplement*, 119:177–187, 1996.
- [198] K. WEIDNER, J. PETRIE, P. DIPLAS, S. NAM, M. GUTIERREZ et M. ELLENBERG : Numerical simulation of jet test and associated soil erosion. *In ICSE6 Paris*, 2012.
- [199] WERLE et GARLOND : Photograph of flow around a circular cylinder for $re = 2000$. Rapport technique, ONERA, 1972.
- [200] Y. XU et L. M. ZHANG : Breaching parameters for earth and rockfill dams. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 135(12):1957–1970, Dec 2009.
- [201] C. YVIN : Couplage fluid-structure interaction with open-source code. *In 12èmes Journées de l’Hydrodynamique*, 2010.
- [202] M. M. ZDRAVKOVICH : Smoke observations of wwake of tandem cylinders at low reynolds numbers. *The Aeronautical Journal*, 76:108–117, 1972.
- [203] M. M. ZDRAVKOVICH : *Flow around circular cylinders, vol. 1 : Fundamentals*. Oxford University Press, 1997.
- [204] D. A. ZEBELL : How to turn your dam embankment into an emergency spillway, 2012.
- [205] O. ZEITOUN, M. ALI et A. NUHAIT : Convective heat transfer around a triangular cylinder in an air cross flow. *International Journal of Thermal Sciences*, 50(9):1685–1697, Sep 2011.
- [206] C. ZHANG, Y. CHEN et M. SHI : Effects of roughness elements on laminar flow and heat transfer in microchannels. *Chemical Engineering and Processing : Process Intensification*, 49(11):1188–1192, Nov 2010.
- [207] L.M. ZHANG, Y. XU et J.S. JIA : Analysis of earth dam failures : A database approach. *Georisk : Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards*, 3(3):184–189, Sep 2009.
- [208] O. C. ZIENKIEWICZ, R. L. TAYLOR et J. Z. ZHU : *The Finite Element Method : Its Basis and Fundamentals*. Elsevier, 2005.

AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 7 août 2006,

Vu la demande du Directeur de Thèse

Monsieur E. VINCENS

et les rapports de

Monsieur S. BONELLI

Directeur de Recherche - Irstea - Unité de Recherche Ouvrages Hydrauliques - 3275 route de Cézanne
CS 40061 - 13182 AIX EN PROVENCE cedex 5

Et de

Monsieur D. MAROT

Professeur - Institut GeM (UMR CNRS 6183) - IUT de Saint-Nazaire - Département de Génie Civil
58 rue Michel Ange - BP 420 - 44606 SAINT-NAZAIRE cedex

Monsieur

Mademoiselle SJAH Jessica

est autorisée à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

Ecole doctorale MECANIQUE , ENERGETIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE

Fait à Ecully, le 9 décembre 2013

P/Le directeur de l'E.C.L.
La directrice des Etudes


M-A. GALLAND

Service
Sciences

ECOLE CENTRALE
Ecully