

# THÈSE

présentée devant  
L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir  
le titre de DOCTEUR  
SPÉCIALITÉ ACOUSTIQUE

par

Serge DUFFOURD

## RÉFRIGÉRATEUR THERMOACOUSTIQUE : ÉTUDES ANALYTIQUES ET EXPÉRIMENTALES EN VUE D'UNE MINIATURISATION

Soutenu le 23 mars 2001 devant la Commission d'Examen

### JURY

Président : M. M. LANCE  
Examineurs : M. Ph. BLANC-BENON  
M. M. BRUNEAU (Rapporteur)  
M. D. JUVÉ  
M. E. PLESKA  
M. J.-P. SCHON (Rapporteur)

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, UMR CNRS 5509  
École Centrale de Lyon



# Ecole Centrale de Lyon

## Liste des personnes habilitées à diriger des recherches

Directeur : Jean DOREY  
 Directeur des études : Francis LEBOEUF  
 Directeur de la recherche : Bernard CAMBOU

Unité de Recherche	Nom, Prénom	Grade	Etablis	
LEOM UMR 5512	BLANCHET Robert JOSEPH Jacques PORTE Louis	professeur	ECL	
	GAFFIOT Frédéric GAGNAIRE Alain ROBACH Yves	maître de conférence		
	GARRIGUES Michel HOLLINGER Guy KRAWCZYK Stanislas VIKTOROVITCH Pierre	directeur de recherche	CNRS	
	GRENET Geneviève GENDRY Michel TARDY Jacques	chargé de recherche		
LTDS UMR 5513	GEORGES Jean-Marie	professeur émérite	ECL	
	CAMBOU Bernard JEZEQUEL Louis MARTIN Jean-Michel SIDOROFF François	professeur		
	DUBUJET Philippe DONNET Christophe PONSONNET Laurence PERRET-LIAUDET Joël	maître de conférence		
	MATHIA Thomas KAPSA Philippe	directeur de recherche		CNRS
	LOUBET Jean-Luc MAZUYEZ Denis	chargé de recherche		
	LOPEZ Jacques MIDOL Alain BLAISE Alain	maître de conférence		UCBL
	ROUSSEAU Jacques	professeur émérite		ENISE
	BERGHEAU Jean-Michel REBOUX Jean-Luc ZAHOUANI Hassan	professeur		
	LYONNET Patrick	maître de conférence		

	MATHIEU Jean COMTE-BELLOT Geneviève	professeur émérite	
	BRUN Maurice CHAMPOUSSIN Jean-Claude JEANDEL Denis JUVE Daniel LEBOEUF Francis PERKINS Richard ROGER Michel SCOTT Jean	professeur	ECL
	BAILLY Christophe GALLAND Marie-Annick	maître de conférence	
LMFA UMR 5509	BERTOGLIO Jean-Pierre BLANC-BENON Philippe CAMBON Claude FERRAND Pascal	directeur de recherche	CNRS
	ESCUDIE Dany HENRY Daniel	chargé de recherche	
	BATAILE Jean BEN HADID Hamda BUFFAT Marc GAY Bernard GENCE Jean-Noël LANCE Michel SELLIER Antoine SUNYACH Michel	professeur	UCBL
	HAMADICHE Mahmoud	maître de conférence	
	MOREL Robert	professeur	INSA
GRESTI	AIT EL HADJ Smail	professeur	ECL
ICTT EA 3080	CHEN Liming DAVID Bertrand	professeur	ECL
	PREVOST Patrick	professeur	INSA
MAPLY UMR 5585	MARION Martine MAITRE Jean-François MOUSSAOUI Mohand	professeur	ECL
	MUSY François	maître de conférence	

CEGELY UMR 5005	AURIOL Philippe NICOLAS Alain THOMAS Gérard	professeur	ECL
	BEROUAL Abderrahmane CLERC Guy	maître de conférence	
	KRAHENBUHL Laurent NICOLAS Laurent	directeur de recherche	CNRS
	MOREL Hervé	chargé de recherche	
	GRELLET MASSON Jean-Pierre ROJAT Gérard	professeur	UCBL
	CHANTRE Jean-Pierre GONTRAND Christian	professeur	INSA
IFOS UMR 5621	CHAUVET Jean-Paul GUIRALDENQ Pierre MARTELET Claude MARTIN Jean-René TREHEUX Daniel VANNES Bernard VINCENT Léo	professeur	ECL
	LANGLADE-BOMBA Cécile NGUYEN Du SALVIA Michelle STREMSDOERFER Guy	maître de conférence	
	HERRMANN Jean-Marie JAFFREZIC Nicole PICHAT Pierre	directeur de recherche	
	CHATEAUMINOIS Antoine SOUTEYRAND Eliane	chargé de recherche	CNRS
	JUVE Denyse	ingénieur de recherche	



# Remerciements

Ce travail, commencé en décembre 1997, s'est déroulé au Centre Acoustique du Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique de l'École Centrale de Lyon, Unité Mixte de Recherche associée au CNRS 5509.

Je remercie tout d'abord le professeur Daniel Juvé, Directeur du Département de Mécanique des Fluides, Acoustique et Énergétique de l'École Centrale de Lyon, qui m'a accueilli au sein de son équipe et qui m'a fait l'honneur de participer à ce jury.

Je tiens à remercier également le professeur Michel Lance, de l'Université Claude Bernard Lyon I, pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail et pour avoir accepté de présider ce jury.

Le professeur Michel Bruneau du Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine a pu suivre régulièrement les avancées de mon travail au cours de ces trois années et je le remercie de m'avoir fait l'honneur de juger ce travail en qualité de rapporteur.

Je joins à ces remerciements ceux que j'adresse au professeur Jean-Paul Schon, du Laboratoire Traitement du Signal et Instrumentation de l'Université Jean Monnet à Saint-Etienne, qui a également accepté d'être le rapporteur de ma thèse.

Je suis reconnaissant à Eric Pleska, ingénieur appartenant à la Direction des Systèmes de Forces et de la Prospective (Délégation Générale pour l'Armement), d'avoir suivi au fil des mois mon travail de recherche et d'avoir accepté de participer à mon jury.

Je remercie aussi mon directeur de thèse, Philippe Blanc-Benon, Directeur de Recherche CNRS au Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique de l'École Centrale de Lyon, qui au cours de ces trois années a fait montre d'un soutien et d'une disponibilité sans faille.

J'adresse également mes remerciements au professeur Jean-Noël Gence, de l'Université Claude Bernard Lyon I, pour les discussions fructueuses que nous avons eues ensemble et qui m'ont grandement aidé à réaliser une analyse en ordre de grandeur des phénomènes.

J'exprime toute ma gratitude à Christian Nicot qui a assuré une grande partie de la réalisation et de l'instrumentation des différents dispositifs expérimentaux. Sans son aide précieuse et son enthousiasme communicatif, ce travail de thèse ne serait sans doute pas ce qu'il est.

Je remercie également Marc Michard et Nathalie Grosjean de l'équipe PIV du Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, qui ont mis en œuvre le système de vélocimétrie par images de particules et réalisé le post-traitement des données expérimentales.

D'autre part, j'exprime mes remerciements à Laurent Graftieux, doctorant au Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, qui a aimablement mis à ma disposition le logiciel qu'il a développé sous l'environnement Matlab, afin de réaliser la mise en forme finale des résultats expérimentaux obtenus par la technique de vélocimétrie par images de particules.

Je tiens à saluer Stéphane Job, que j'ai rencontré au cours de ma première année de thèse et qui faisait à l'époque son service national comme scientifique du contingent au Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique. Il m'a aidé à débiter mes premières expérimentations et

a ensuite lui-même entrepris une thèse dans le domaine de la thermoacoustique au Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine.

Je remercie la Délégation Générale pour l'Armement qui m'a octroyé une bourse de thèse durant trois années et qui a soutenu financièrement mes travaux.

Je remercie aussi la société Corning S.A., en la personne de Didier Letourneur et de Pierre Woehl du Centre Européen de Recherche de Fontainebleau, pour m'avoir gracieusement fourni des monolithes de céramique poreuse.

J'exprime enfin toute ma reconnaissance à l'ensemble du personnel du laboratoire, enseignants, doctorants et techniciens, pour leur accueil sympathique et leur convivialité.



## Résumé

L'effet thermoacoustique est un phénomène qui résulte de l'interaction d'une onde acoustique intense avec une paroi et qui se traduit par un transport de chaleur dans la couche limite thermique parallèlement à la paroi. Dans un réfrigérateur thermoacoustique, ce phénomène est exploité au moyen d'un empilement de plaques, très fines et très finement espacées, appelé "stack" et placé dans un résonateur acoustique. L'effet thermoacoustique permet alors de créer une différence de température qui peut atteindre plusieurs dizaines de degrés Celsius et qui est mise à profit au moyen d'échangeurs de chaleur. Les recherches dans ce domaine ont commencé depuis une vingtaine d'années aux Etats-Unis et ont abouti à la réalisation de plusieurs prototypes de grandes dimensions. Néanmoins, lorsqu'il s'agit d'optimiser la conception de tels systèmes, on atteint rapidement les limites des modèles existants. Une compréhension plus fine des phénomènes physiques mis en jeu s'avère donc nécessaire, particulièrement dans l'optique d'une miniaturisation de ce type de systèmes, qui est la finalité de ce travail.

Nous avons construit un premier banc de mesure de l'effet thermoacoustique qui nous a permis de faire une étude sur différents empilements de plaques. L'influence des paramètres géométriques des plaques, de la position de l'empilement dans le résonateur et du niveau de pression acoustique sur la différence de température créée a été caractérisée et comparée aux prévisions de la théorie linéaire de Atchley *et coll.* (1990). Grâce à un deuxième système expérimental, nous avons mesuré l'évolution temporelle de la distribution de température le long de l'axe d'un stack thermoacoustique depuis la mise en marche de la source acoustique jusqu'au régime stationnaire. Ces mesures ont été effectuées à la fois sur un stack en l'absence d'échangeurs de chaleur et sur un stack couplé à des échangeurs. En l'absence d'échangeurs de chaleur, le profil final de température moyenne est linéaire, ce qui est en accord avec les théories classiques de la thermoacoustique, tandis qu'il s'aplatit près des extrémités du stack après couplage avec des échangeurs. L'existence d'un échauffement parasite le long de l'axe du stack, qui se superpose à l'effet thermoacoustique et qui tire son origine de la dissipation visqueuse, a également été mise en évidence. D'autre part, le fait de diminuer la conduction thermique longitudinale dans le stack n'entraîne pas une augmentation de la différence de température entre ses faces aussi importante que le prévoit la théorie de Wheatley *et coll.* (1983). Enfin, sur un stack constitué d'un matériau poreux, couplé à des échangeurs de chaleur, le profil axial de température moyenne n'est plus du tout linéaire : il s'arrondit et la température est plus élevée au cœur du stack que sur sa face chaude.

Par ailleurs, grâce à la technique de vélocimétrie par images de particules, nous avons étudié l'évolution temporelle du champ de vitesse acoustique autour d'un stack thermoacoustique, ainsi que dans ses canaux. En particulier, nous avons réalisé des mesures dans un canal plan de 1.0 mm de hauteur ainsi que dans un canal carré de 0.92 mm de côté. Les profils de vitesse obtenus confirment la validité des modélisations linéaires de la propagation d'une onde acoustique dans des canaux très fins où la viscosité de l'air a une influence. D'autre part, nous avons mis en évidence l'existence de zones tourbillonnaires au voisinage des extrémités des plaques d'un empilement, ce qui confirme les observations expérimentales de Wetzel et Herman (2000) par interférométrie holographique ainsi que les résultats des simulations numériques de Worlikar et Knio (1996).



# Abstract

The thermoacoustic effect stems from the interaction between a strong acoustic wave and a solid boundary (plate) and results in a heat transport in the thermal boundary layer along the plate. In a thermoacoustic refrigerator, one can take advantage of this phenomenon by using a densely spaced stack of thin plates that is introduced into a resonant tube. The thermoacoustic effect causes a temperature difference across the stack that can amount to several tens of degrees Celsius and that can be made useful using heat exchangers. In the United States research on this topic has been carried out for about twenty years and several devices with large dimensions have been built. Nevertheless when it comes to optimizing the design of such devices, one reaches rapidly the limits of existing theoretical models. A deeper understanding of the basic physics of the thermoacoustic phenomena involved is needed, especially if one wants to build a miniature system, which is the goal of this work in the long run.

A first experimental setup was built to perform measurements of the thermoacoustic effect on different stacks of plates. The influence of the geometrical parameters of the plates, the stack location in the resonator and the amplitude of the standing wave on the temperature difference across the stack was investigated and compared to the predictions of the linear theory proposed by Atchley *et al.* (1990). A second experimental setup allowed the measurement of the time evolution of the mean temperature distribution along the stack axis (parallel to the acoustic-oscillation direction) from the acoustic driver being switched on until steady state was reached. These measurements were first performed on a stack without heat exchangers and were then repeated with a stack thermally coupled with heat exchangers. Without heat exchangers, the final mean temperature profile along the stack is linear, which agrees with the classical linear theory of thermoacoustics, whereas this profile flattens near the edges of a stack coupled with heat exchangers. Measurements also show the existence of a uniform heating in the stack, besides the thermoacoustic effect, which is likely to be due to viscous dissipation. It was noticed that a decrease of the longitudinal thermal conductivity in the stack does not involve a rise in the temperature difference across the stack as great as that could be expected following the theory presented by Wheatley *et al.* (1983). It was observed that the axial mean temperature profile measured along a stack made of porous materials and thermally coupled with heat exchangers is no longer linear : the temperature is higher in the core of the stack than on the hot side of the stack.

Moreover the particle image velocimetry (PIV) technique was used to measure the time evolution of the acoustic particle velocity field around the stack as well as in the stack pores. Instantaneous velocity maps were successfully recorded in a slit channel 1.0 mm high and in a 0.92 mm square pore. The experimental transverse velocity profiles in a channel agree with the linear theory of the propagation of an acoustic wave in a narrow pore where the air viscosity has to be taken into account. PIV measurements also show vortex patterns located near the edges of the plates that are in good qualitative agreement with the flow visualizations reported by Wetzel & Herman (2000) using holographic interferometry and with the unsteady, two-dimensional, thermally stratified flow around a stack computed by Worlikar & Knio (1996).



# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>5</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>7</b>
1.1 L'effet thermoacoustique . . . . .	7
1.1.1 Généralités . . . . .	7
1.1.2 Principe d'un réfrigérateur thermoacoustique . . . . .	7
1.1.3 Moteurs et réfrigérateurs thermoacoustiques . . . . .	13
1.1.4 Machines à onde stationnaire et machines à onde propagative . . . . .	15
1.2 Les applications concrètes . . . . .	16
1.2.1 Les réalisations existantes . . . . .	16
1.2.2 Autres applications envisagées . . . . .	17
1.3 Avantages et inconvénients des machines thermoacoustiques . . . . .	17
1.3.1 Avantages . . . . .	17
1.3.2 Inconvénients . . . . .	18
1.4 Les voies d'optimisation possibles . . . . .	18
1.4.1 Source acoustique . . . . .	18
1.4.2 Stack . . . . .	18
1.4.3 Echangeurs de chaleur . . . . .	20
1.4.4 Fluide de travail . . . . .	20
1.4.5 Résonateur . . . . .	20
1.5 Objet de cette thèse . . . . .	20
<b>2 Rappels sur la théorie linéaire de la thermoacoustique</b>	<b>23</b>
2.1 Préambule . . . . .	23
2.2 La théorie linéaire classique . . . . .	24
2.2.1 Définition des notations . . . . .	24
2.2.2 Cas d'une seule plaque . . . . .	28
2.2.3 Cas d'un canal plan . . . . .	30
2.2.3.1 Champ de la vitesse acoustique $u_1(x, y)$ suivant $x$ . . . . .	31
2.2.3.2 Champ de température $T_{s1}(x, y)$ dans le solide . . . . .	31
2.2.3.3 Champ de température $T_1(x, y)$ dans le fluide . . . . .	32
2.2.3.4 Equation de propagation des ondes dans le stack . . . . .	32
2.2.3.5 Expression générale du flux d'énergie totale $\dot{H}_2$ . . . . .	33
2.2.3.6 Expressions simplifiées pour $\dot{H}_2$ et $\dot{W}_2$ . . . . .	35
2.2.3.7 Approximation de $\dot{H}_2$ et $\dot{W}_2$ à l'ordre $\sqrt{\sigma}$ . . . . .	38
2.2.3.8 Approximation de $\dot{H}_2$ et $\dot{W}_2$ en l'absence de viscosité ( $\sigma = 0$ ) . . . . .	38
2.2.4 Généralisation au cas d'un canal de section quelconque . . . . .	40
2.2.4.1 Hypothèses de départ et notations . . . . .	40

2.2.4.2	Profil transversal de vitesse dans un pore . . . . .	41
2.2.4.3	Profil transversal de température dans un pore . . . . .	42
2.2.4.4	Equation de propagation des ondes . . . . .	43
2.2.4.5	Expression du flux de chaleur et du flux de travail . . . . .	43
2.2.4.6	Lien avec le formalisme de Swift . . . . .	44
2.2.4.7	Comparaison des différentes géométries de pore . . . . .	44
2.3	Estimation de la différence de température $\Delta T$ sur le stack . . . . .	49
2.3.1	Régime stationnaire . . . . .	49
2.3.1.1	Formule de Wheatley <i>et coll.</i> & Atchley <i>et coll.</i> . . . . .	49
2.3.1.2	Formule de Worlikar <i>et coll.</i> . . . . .	50
2.3.1.3	Formule de type "Atchley" généralisée . . . . .	51
2.3.2	Régime transitoire : modèle analytique de Muehleisen & Atchley . . . . .	52
2.4	Applications dérivées . . . . .	53
2.4.1	Logiciel DELTAE . . . . .	53
2.4.2	Logiciel DSTAR . . . . .	53
2.4.3	Algorithme de conception et d'optimisation de Wetzel & Herman . . . . .	53
<b>3</b>	<b>Mesures de température sur un stack thermoacoustique</b> . . . . .	<b>55</b>
3.1	Etude paramétrique sur des empilements de plaques placés dans un résonateur . . . . .	55
3.1.1	Description du système expérimental . . . . .	55
3.1.1.1	Résonateur acoustique . . . . .	55
3.1.1.2	Les empilements de plaques . . . . .	56
3.1.1.3	Instrumentation . . . . .	59
3.1.1.3.1	Mesure de pression . . . . .	59
3.1.1.3.2	Mesure de vitesse . . . . .	59
3.1.1.3.3	Mesure de température . . . . .	59
3.1.1.3.4	Chaîne d'acquisition des données . . . . .	62
3.1.2	Etude du système en régime stationnaire . . . . .	63
3.1.2.1	Influence de la longueur, de l'espacement et de l'épaisseur des plaques de l'empilement . . . . .	63
3.1.2.2	Influence de la position de l'empilement dans le résonateur . . . . .	64
3.1.2.2.1	Profil de la différence de température $\Delta T$ . . . . .	64
3.1.2.2.2	Fréquence de résonance du système . . . . .	67
3.1.2.2.3	Analyse harmonique du champ de pression . . . . .	67
3.1.2.3	Influence du niveau de la pression acoustique crête . . . . .	71
3.1.3	Etude du comportement dynamique du système . . . . .	72
3.1.3.1	Aspects généraux . . . . .	72
3.1.3.2	Phase transitoire de croissance de $\Delta T$ . . . . .	76
3.1.3.3	Phase transitoire de décroissance de $\Delta T$ . . . . .	89
3.1.4	Conclusion . . . . .	93
3.2	Etude de la distribution axiale de température sur un stack thermoacoustique . . . . .	94
3.2.1	Préambule . . . . .	94
3.2.2	Dispositif expérimental . . . . .	94
3.2.2.1	Résonateur acoustique . . . . .	94
3.2.2.2	Capteurs de température et système d'acquisition . . . . .	95
3.2.2.3	Echangeurs de chaleur . . . . .	95
3.2.3	Mesures sur un stack non-couplé à des échangeurs de chaleur . . . . .	98
3.2.3.1	Description du stack et de son instrumentation . . . . .	98

3.2.3.2	Résultats expérimentaux . . . . .	98
3.2.4	Mesures sur un stack couplé à des échangeurs de chaleur . . . . .	107
3.2.4.1	Influence du couplage avec des échangeurs de chaleur . . . . .	107
3.2.4.2	Influence de la distance entre le stack et les échangeurs de chaleur	114
3.2.4.3	Influence de la nature du stack . . . . .	119
3.2.5	Conclusion . . . . .	124
<b>4</b>	<b>Vélocimétrie par images de particules sur un stack thermoacoustique</b>	<b>127</b>
4.1	Introduction . . . . .	127
4.2	Rappel de la technique de vélocimétrie par images de particules . . . . .	128
4.3	Dispositif expérimental . . . . .	131
4.3.1	Description générale . . . . .	131
4.3.2	Mise au point de la technique de mesure . . . . .	132
4.3.2.1	Ensemencement . . . . .	132
4.3.2.2	Eclairage par le plan laser . . . . .	133
4.3.2.3	Champs de petite taille . . . . .	134
4.4	Validation de la mesure d'un champ acoustique par PIV . . . . .	135
4.5	Mesures sur des empilements de plaques . . . . .	142
4.5.1	Mesures sur l'empilement A ("plaques épaisses") . . . . .	142
4.5.2	Mesures sur l'empilement B ("plaques fines") . . . . .	150
4.6	Mesures sur un monolithe de céramique à canaux carrés . . . . .	158
4.6.1	Généralités . . . . .	158
4.6.2	Résultats expérimentaux . . . . .	158
4.7	Champ acoustique et turbulence . . . . .	162
4.7.1	Cas du résonateur vide . . . . .	162
4.7.2	Cas du résonateur contenant un empilement de plaques . . . . .	163
4.8	Conclusion . . . . .	167
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>169</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>171</b>
	<b>ANNEXES</b>	<b>178</b>
<b>A</b>	<b>Principales notations utilisées</b>	<b>179</b>
<b>B</b>	<b>Algorithme de conception et d'optimisation d'un réfrigérateur thermoacoustique</b>	<b>181</b>
B.1	Introduction . . . . .	181
B.2	Hypothèses . . . . .	181
B.3	Modèle linéaire d'un réfrigérateur thermoacoustique . . . . .	182
B.4	Adimensionnalisation des paramètres de conception . . . . .	186
B.5	Principe de l'algorithme . . . . .	186
B.6	Implémentation de l'algorithme sous Matlab et exemples . . . . .	189
B.7	Conclusion . . . . .	194
B.8	Propriétés thermophysiques de quelques gaz et solides . . . . .	195
<b>C</b>	<b>Etalonnage du système d'acquisition en température</b>	<b>197</b>

<b>D</b>	<b>Ordres de grandeur de la pression, vitesse et déplacement particulière acoustiques</b>	<b>201</b>
<b>E</b>	<b>Modélisation analytique d'une onde acoustique se propageant dans un pore</b>	<b>205</b>
E.1	Cas d'un canal plan entre deux plaques . . . . .	205
E.1.1	Formulation de Swift (1988) . . . . .	205
E.1.2	Formulation de Arnott <i>et coll.</i> (1991) . . . . .	206
E.2	Cas d'un canal rectangulaire . . . . .	207
<b>F</b>	<b>Photographies des dispositifs expérimentaux</b>	<b>209</b>



# Introduction générale

L'effet thermoacoustique est un phénomène qui résulte de l'interaction d'une onde acoustique intense avec une paroi et qui se traduit par un transport de chaleur dans la couche limite thermique parallèlement à la paroi. Dans un réfrigérateur thermoacoustique, ce phénomène est exploité au moyen d'un empilement de plaques, très fines et très finement espacées, placé dans une cavité tubulaire excitée sur sa première fréquence de résonance par une source acoustique de forte puissance (un haut-parleur dans notre cas). L'effet thermoacoustique se produisant sur les plaques de l'empilement permet alors de créer une différence de température pouvant atteindre plusieurs dizaines de degrés Celsius. Cette différence de température peut être mise à profit en couplant des échangeurs de chaleur avec la face "chaude" et avec la face "froide" de l'empilement. Un tel dispositif est alors capable d'extraire de la chaleur à une température inférieure à la température ambiante et de la rejeter dans l'environnement à température ambiante.

Les recherches dans ce domaine ont commencé depuis une vingtaine d'années aux Etats-Unis et ont abouti à la réalisation de plusieurs prototypes de grandes dimensions destinées à des applications essentiellement spatiales et militaires. Néanmoins, lorsqu'il s'agit d'optimiser la conception de tels systèmes, on atteint rapidement les limites des modèles théoriques existants et certaines avancées reposent sur un fort empirisme. Une compréhension plus fine des phénomènes physiques mis en jeu s'avère donc nécessaire, particulièrement dans l'optique d'une miniaturisation de ce type de systèmes. La finalité de ce travail, soutenu par la Délégation Générale pour l'Armement, est d'étudier la faisabilité de systèmes de refroidissement miniatures reposant sur l'effet thermoacoustique. Il fait suite à la thèse soutenue en 1998 par Hélène Bailliet à l'Université du Maine.

Dans le premier chapitre, nous rappellerons brièvement le principe de fonctionnement d'un réfrigérateur thermoacoustique ainsi que les principaux axes de recherche en ce domaine à l'heure actuelle.

Le chapitre 2 sera consacré à un rappel des bases de la théorie linéaire de la thermoacoustique, où un effort particulier sera fait afin d'homogénéiser les notations des équations établies par divers auteurs.

Dans la première partie du chapitre 3 seront présentées des mesures thermiques réalisées sur divers empilements de plaques qui permettent de confirmer l'influence de certains paramètres géométriques sur la différence de température créée. Parallèlement à l'étude d'empilements de plaques, qui correspondent à des cas académiques, nous présenterons dans la deuxième partie du chapitre 3 une étude de l'évolution temporelle de la distribution axiale de température sur des monolithes de céramique poreuse, qui sont communément employés dans les prototypes de machines thermoacoustiques et qui jouent le rôle d'empilements. Ces mesures ont été réalisées en présence et en l'absence d'échangeurs de chaleur. Certains points de la théorie linéaire classique se trouvent confirmés par ces mesures, du moins qualitativement, tandis qu'il s'avère que d'autres

aspects, notamment les effets liés à la dissipation visqueuse, échappent en partie à cette théorie pourtant largement utilisée.

Enfin, dans le chapitre 4, nous avons cherché à caractériser l'écoulement oscillant associé à une onde acoustique dans des empilements de plaques et dans les canaux carrés d'un monolithe de céramique. Pour ce faire, nous avons utilisé la technique de vélocimétrie laser par images de particules à deux dimensions. La synchronisation des mesures sur le signal d'excitation du haut-parleur nous a permis de suivre l'évolution temporelle du champ de vitesse au cours d'un cycle acoustique. Les profils de vitesse mesurés dans un canal plan et dans un canal carré sont conformes aux prédictions de la théorie linéaire développée par Swift (1988) et par Arnott *et coll.* (1991).

Nous terminerons en évoquant les perspectives de ce travail.

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 L'effet thermoacoustique

#### 1.1.1 Généralités

De manière générale, la thermoacoustique est l'étude des phénomènes résultants de l'interaction entre un flux de chaleur et une onde acoustique. Les manifestations de l'effet thermoacoustique sont connues depuis longtemps. Par exemple, la génération d'un son par le maintien d'un gradient de température important le long d'un tube a été observée par les souffleurs de verre depuis des siècles. Ce phénomène connu sous le nom d'effet de Sondhaus a fait l'objet d'une explication qualitative par Lord Rayleigh en 1894, mais il a fallu attendre 1980 pour qu'une analyse théorique linéaire soit exposée par Rott [75].

Cependant, le phénomène physique inverse, à savoir la création d'un gradient de température utilisable grâce à une onde acoustique intense, n'a été mis en évidence que récemment : on citera les travaux de Merkli & Thomann en 1975 [59] ainsi que ceux de Wheatley *et coll.* en 1983 [93]. Ainsi, lorsqu'une structure poreuse et rigide adéquate est convenablement placée dans un fluide soumis à une onde acoustique stationnaire, un pompage de chaleur se produit. Pour de faibles amplitudes acoustiques et une géométrie régulière de plaques parallèles, une théorie linéaire a été présentée en 1988 par Swift [80], qui reprenait et développait les travaux de Rott [73, 74, 75] et de Wheatley *et coll.* [93]. C'est ce phénomène qui est mis en jeu dans les machines thermoacoustiques de type réfrigérateur (ou pompe à chaleur), dont l'étude constitue la branche la plus récente de la thermoacoustique. On peut dire que depuis une vingtaine d'années des efforts de recherche importants ont été faits concernant ce type de machines, motivés par les réglementations visant à interdire l'usage des substances détruisant la couche d'ozone (CFC) et contribuant à l'effet de serre.

#### 1.1.2 Principe d'un réfrigérateur thermoacoustique

Une onde acoustique monochromatique dans un fluide se traduit par une fluctuation sinusoïdale de la pression autour de la pression moyenne. En un point donné du fluide, cette alternance de compressions et de détentes entraîne une fluctuation de la température si l'on suppose que le phénomène est suffisamment rapide pour que la chaleur n'ait pas le temps de diffuser (propagation adiabatique de l'onde). Habituellement, les fluctuations de température qui accompagnent les variations de pression de nature acoustique sont très faibles. Par exemple, au cours d'une conversation ordinaire correspondant à un niveau acoustique de 74 décibels, les fluctuations de pression sont de l'ordre d'un millionième de la pression atmosphérique moyenne et les fluctuations de température adiabatiques associées atteignent à peine un dix-millième de

degré Celsius. Même pour un niveau acoustique proche du seuil de la douleur (120 dB, i.e. une fluctuation de pression équivalant à un cinq-millième de la pression ambiante), l'amplitude des oscillations de température est de seulement 0.02°C environ.

Dans un réfrigérateur thermoacoustique (figure 1.1), la différence de température créée entre les deux échangeurs de chaleur est habituellement d'au moins 20°C. Par conséquent, les fluctuations de température adiabatiques qui accompagnent une onde acoustique ne suffisent pas. Il est nécessaire de faire interagir le gaz (fluide de travail ou premier milieu thermodynamique) dans lequel se propage l'onde avec un matériau solide (deuxième milieu thermodynamique). En effet, les solides ont une capacité calorifique qui est en général plus élevée que celle des gaz, par conséquent ils peuvent échanger de la chaleur en conservant leur température quasiment constante. Le solide va ainsi jouer le rôle de réservoir thermique pour les phénomènes acoustiques dans le gaz.

Considérons pour simplifier une plaque solide placée dans un champ d'onde stationnaire entre un ventre de vitesse acoustique et un ventre de pression acoustique (figure 1.2). La plaque est orientée parallèlement au sens des oscillations de l'onde. Si l'on s'intéresse à une particule de fluide au voisinage de la plaque, cette particule va non seulement être compressée et détendue, mais elle va également osciller autour de sa position moyenne avec un certain déphasage. Ce mouvement oscillatoire combiné aux fluctuations de pression et aux échanges de chaleur avec la plaque fait qu'au cours d'un cycle acoustique une particule de fluide va transporter une quantité élémentaire de chaleur d'un point à un autre de la plaque (figure 1.2). Le débattement de la particule étant très faible, il y a en fait le long de la plaque un grand nombre de particules qui vont agir en chaîne : la chaleur déposée en un point par une particule est prélevée et déposée plus loin par la particule adjacente au cours du demi-cycle acoustique suivant (figure 1.3). Ces phénomènes élémentaires étant cumulatifs, il est possible de transporter une quantité significative de chaleur entre les deux extrémités de la plaque, engendrant par là-même une différence de température pouvant atteindre plusieurs dizaines de degrés Celsius.

La distance sur laquelle la chaleur peut diffuser en direction ou à partir d'une paroi solide pendant un cycle acoustique est appelée épaisseur de couche limite thermique (notée  $\delta_\kappa$  dans la suite de ce document). Sa valeur dépend de la fréquence de l'onde acoustique et des propriétés thermophysiques du gaz. Classiquement, dans la plupart des machines thermoacoustiques, la profondeur de pénétration thermique est de l'ordre du dixième de millimètre. Par conséquent, afin d'optimiser le flux de chaleur récupérable, la conception d'une machine thermoacoustique doit faire intervenir non seulement une onde acoustique intense mais aussi un grand nombre de parois solides dont l'espacement correspond à environ deux à quatre fois la profondeur de pénétration thermique [80]. Les premiers prototypes de machines thermoacoustiques construits, comme par exemple le réfrigérateur thermoacoustique de Hofler [45], mettaient en œuvre un film plastique (Kapton) enroulé en spirale avec des entretoises en fil de pêche placées entre chaque couche. Comme l'espacement entre deux couches successives de la spirale est très faible par rapport au rayon de courbure, cette structure a une géométrie qui est localement équivalente à un empilement de plaques parallèles, d'où le nom de "stack" en anglais. Depuis, d'autres structures solides poreuses complètement différentes, destinées à supporter le gradient de température, ont été utilisées, mais l'usage veut qu'elles soient toujours désignées sous le vocable de "stack". Dans la suite de ce document, le mot "stack" sera donc couramment employé.

La figure (1.1) présente le schéma de principe d'un réfrigérateur thermoacoustique [83]. Un tube fermé est excité par un haut-parleur émettant une fréquence pure qui coïncide avec la première fréquence de résonance du tube (résonateur en  $\lambda/2$ ). Le fluide remplissant le tube est ainsi soumis à une onde acoustique stationnaire très intense. Comme nous l'avons déjà dit,

les particules de fluide subissent un cycle de compression/détente accompagné d'un mouvement oscillatoire. Les fluctuations de température adiabatiques qui s'en suivent sont de faible amplitude, mais la présence d'un empilement de plaques va permettre de transporter la chaleur d'une extrémité à l'autre de cet empilement et de créer ainsi une différence de température significative entre les deux faces de ce dernier. Ce pompage de chaleur dans l'empilement peut être mis à profit au moyen d'échangeurs de chaleur couplés aux extrémités de ce dernier. Grâce à l'effet thermoacoustique, de la chaleur est prélevée sur un des échangeurs, est transportée dans l'empilement, puis est rejetée sur le deuxième échangeur. L'échangeur auquel la chaleur est prélevée voit donc sa température diminuer, il est donc relié à un objet ou une enceinte à refroidir. L'autre échangeur sur lequel la chaleur est rejetée sert à évacuer celle-ci à température ambiante dans le milieu environnant.

De manière schématique, on peut retenir que la longueur du résonateur est liée à la fréquence de l'onde acoustique et réciproquement. Les principaux facteurs qui déterminent la différence de température entre les échangeurs de chaleur chaud et froid sont la nature du stack (taille caractéristique des canaux et conductivité thermique), sa longueur ainsi que sa position dans le résonateur. La puissance thermique, pompée à travers le stack entre les deux échangeurs, dépend principalement de l'amplitude de l'onde acoustique et de l'aire de la section transversale du stack.

En plus de la couche limite thermique évoquée précédemment, il existe également à la surface des plaques de l'empilement une couche limite visqueuse. Son épaisseur, plus faible, dépend de la viscosité du fluide et de la fréquence de l'onde acoustique. Elle sera notée  $\delta_\nu$  dans la suite. Comme les particules de fluide très près d'une paroi ont tendance à adhérer à celle-ci, l'amplitude de leur mouvement oscillatoire est réduite et leur contribution au transport thermoacoustique de la chaleur est donc moindre. La couche limite visqueuse, qui est le siège de mécanismes dissipatifs, réduit ainsi le rendement d'un réfrigérateur thermoacoustique. On verra plus loin que le rapport entre  $\delta_\nu$  et  $\delta_\kappa$  est égal à la racine carrée du nombre de Prandtl du fluide remplissant le résonateur.

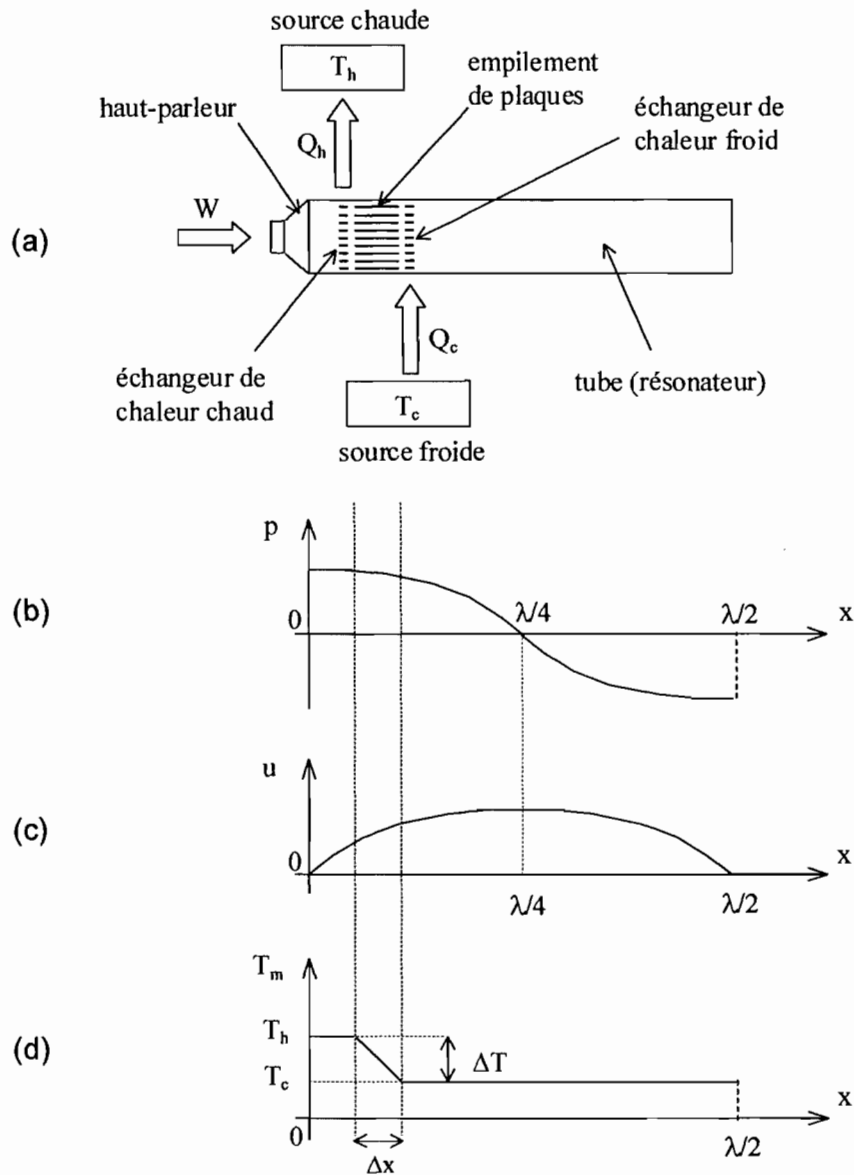


Figure 1.1: (a) Schéma simplifié d'un réfrigérateur thermoacoustique. Une source acoustique (par exemple un haut-parleur) entretient une onde stationnaire intense dans le fluide contenu dans un tube servant de résonateur. La longueur du tube correspond en général à une demi-longueur d'onde  $\lambda/2$  de l'onde acoustique. De cette manière, on obtient les profils de pression et de vitesse acoustiques représentés en-dessous. Si l'on introduit dans ce champ acoustique un empilement dense de plaques, de longueur  $\Delta x$ , il apparaît une différence de température  $\Delta T$  entre les deux faces de l'empilement. Cette différence de température est due à l'*effet thermoacoustique*. Pour mettre à profit l'effet thermoacoustique, et tirer ainsi partie de la différence de température créée, les extrémités des plaques de l'empilement sont reliées à des échangeurs de chaleur. Un tel système permet alors de pomper de la chaleur à partir d'une source froide vers une source chaude. Ici, le haut-parleur fournit une puissance  $W$  au résonateur, ce qui permet d'extraire, grâce aux échangeurs de chaleur et à l'empilement de plaques, un flux de chaleur  $Q_c$  à une température basse  $T_c$ , tandis qu'un flux de chaleur perdue  $Q_h$  est rejeté à température plus élevée  $T_h$ . (b) profil de la pression acoustique, (c) profil de la vitesse acoustique particulière, (d) profil de la température moyenne, dans le fluide selon l'axe du tube.

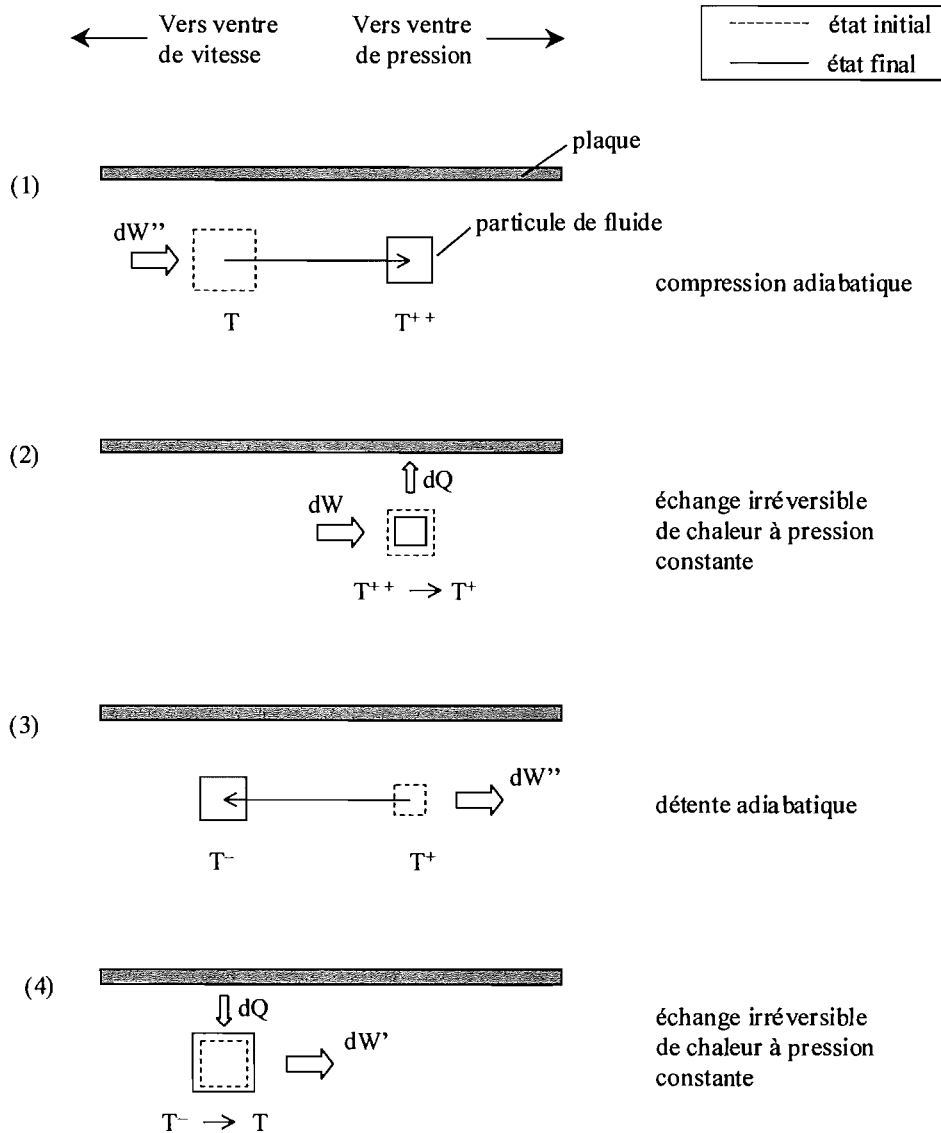


Figure 1.2: Illustration simplifiée du phénomène thermoacoustique dans le cas d'un réfrigérateur. Une particule de fluide située au voisinage d'une plaque subit un cycle thermodynamique en quatre étapes : (1) compression adiabatique  $T \rightarrow T^{++}$ , (2) échange irréversible de chaleur à pression constante  $T^{++} \rightarrow T^+$ , (3) détente adiabatique  $T^+ \rightarrow T^-$ , et (4) échange irréversible de chaleur à pression constante  $T^- \rightarrow T$ . A la fin de l'étape 1, la particule de fluide est plus chaude que la portion de plaque au-dessus d'elle, donc au cours de l'étape 2 la chaleur s'écoule de la particule de fluide vers la plaque. A la fin de l'étape 3, la particule de fluide est plus froide que la portion de la plaque au-dessus d'elle, donc au cours de l'étape 4 la chaleur s'écoule de la plaque vers la particule de fluide. Finalement, au cours d'un cycle, une quantité élémentaire de chaleur  $dQ$  est transportée par la particule de la gauche vers la droite. Au cours du même cycle, la particule de fluide subit une dilatation thermique à faible pression et se contracte à pression plus élevée, donc elle *absorbe* un travail  $dW - dW' (> 0)$ .

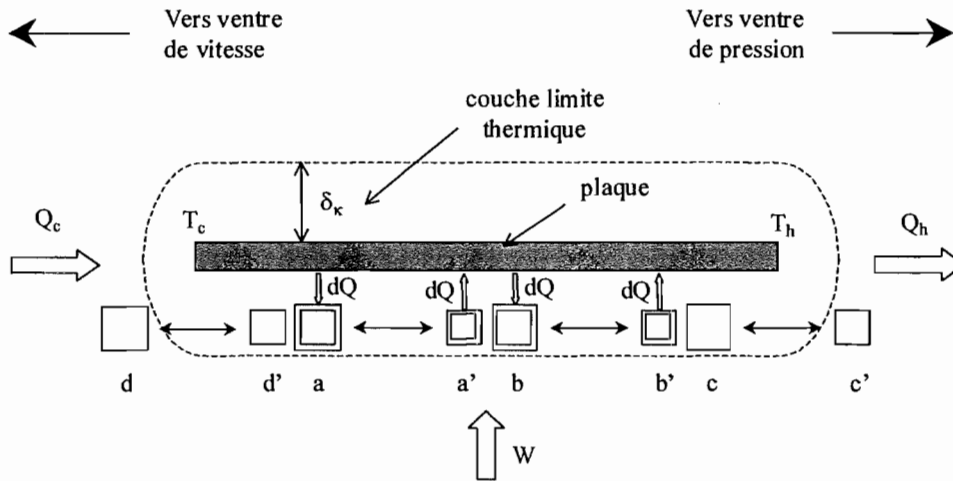


Figure 1.3: Représentation schématique de la zone de fluide entourant une plaque au sein de l'empilement dans un réfrigérateur thermoacoustique. Les particules de fluide qui ont un contact thermique suffisamment bon avec la plaque, c'est-à-dire les particules situées à une distance égale à environ la profondeur de pénétration thermique  $\delta_\kappa$ , participent à un transport de chaleur entre les extrémités de la plaque. En effet ces particules de fluide oscillent autour de leur position moyenne et, tour à tour, déposent ou absorbent de la chaleur lorsqu'elles atteignent leurs positions extrêmes. Sur la figure on peut voir quatre particules matérialisées par leurs positions extrêmes. Ainsi (a) correspond à la position d'une particule lorsqu'elle atteint le maximum de sa phase de détente et (a') correspond à la position de la même particule lorsqu'elle atteint le maximum de sa phase de compression. Il en est de même pour (b) et (b'), (c) et (c'), et (d) et (d'). Pour plus de clarté, les particules dessinées sur la figure ne se chevauchent pas, mais il faut imaginer que (a') et (b), par exemple, occupent en réalité la même position. La chaleur  $dQ$  déposée par une particule au cours d'un cycle thermodynamique est absorbée, transportée et déposée plus loin par la particule de fluide adjacente au cours du cycle suivant. Par exemple, la chaleur  $dQ$  déposée sur la plaque par (a') est absorbée un demi-cycle plus tard par (b). Ainsi il y a un transport en chaîne de la chaleur le long de la plaque, chacune des particules jouant le rôle d'un maillon. Si l'on équipe chaque extrémité de la plaque avec des échangeurs de chaleur (non représentés sur la figure), alors on peut pomper un flux de chaleur  $Q_c$  à basse température  $T_c$  en dissipant la puissance acoustique  $W$ . La chaleur transportée le long de la plaque est rejetée à une température plus élevée  $T_h$ . Dans un souci de clarté, la longueur de la plaque dessinée sur la figure correspond à seulement quelques amplitudes crête à crête du mouvement d'oscillation des particules. Habituellement la plaque est beaucoup plus longue si bien qu'un nombre important de particules agissent en série.



### 1.1.3 Moteurs et réfrigérateurs thermoacoustiques

Les machines thermoacoustiques sont des systèmes simples qui convertissent l'énergie thermique en énergie acoustique, ou inversement, sans pièce mécanique en mouvement [83]. On distingue ainsi deux classes de machines thermoacoustiques : les machines de type moteur et les machines de type réfrigérateur (figure 1.4).

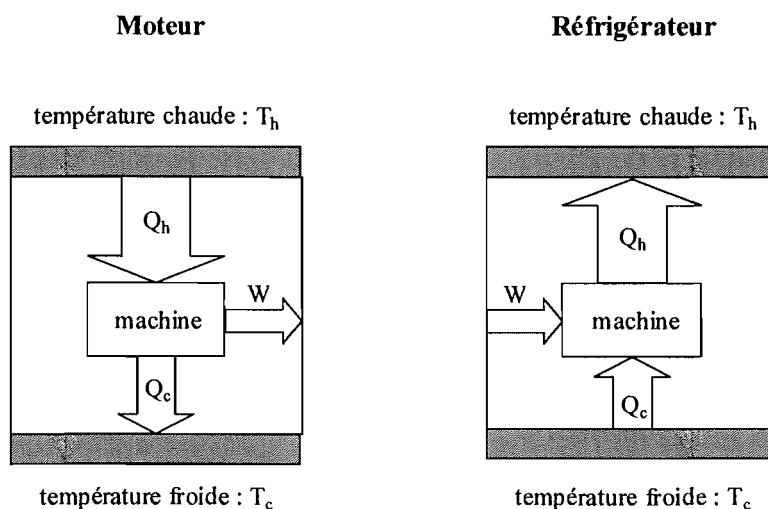


Figure 1.4: Modes de fonctionnement d'une machine thermoacoustique : moteur et réfrigérateur.

Dans une machine de type moteur, une différence de température est imposée entre les deux faces de l'empilement de plaques, ce qui permet de créer une onde acoustique dans le résonateur. Une machine de type moteur convertit donc un flux de chaleur  $Q_h$  issue d'une source à température élevée en puissance acoustique  $W$  tout en rejetant de la chaleur vers une source à température plus basse. Le rendement ou efficacité d'une telle machine est défini par [80] :  $\eta = W/Q_h$ .

Comme nous l'avons déjà vu, dans une machine de type réfrigérateur (figure 1.1), une onde acoustique interagissant avec un empilement de plaques permet de pomper de la chaleur d'une face à l'autre de cet empilement, c'est-à-dire d'un point froid vers un point chaud. Dans un réfrigérateur thermoacoustique, on utilise donc une puissance acoustique  $W$  pour extraire de la chaleur  $Q_c$  à basse température et la rejeter à température plus élevée. Le rendement ou coefficient de performance d'une telle machine est défini par [80] :  $\text{COP} = Q_c/W$ .

Ces deux types de machines peuvent être couplées entre elles (figure 1.5) : un tel système, alimenté par une source de chaleur dont la température est supérieure à la température ambiante, permet de créer une onde acoustique grâce à un premier empilement, ce qui permet alors d'extraire de la chaleur à une température inférieure à la température ambiante grâce à un deuxième empilement. L'intérêt de ce dispositif est évident : il constitue un système complètement passif (il n'y a plus de haut-parleur alimenté électriquement), qui est capable de fournir une puissance de refroidissement en utilisant paradoxalement une source de chaleur. La chaleur utilisée pour fournir le gradient de température sur l'empilement générateur peut être de la chaleur perdue, issue par exemple d'un moteur conventionnel ou d'une turbine, ou bien de la chaleur obtenue par la concentration des rayons solaires. Des prototypes de réfrigérateurs thermoacoustiques à

énergie solaire ont déjà été construits [2, 3, 25]. D'autre part, aux Etats-Unis, un projet est à l'étude, qui consisterait à utiliser différentes sources de chaleur perdue à bord d'un navire de guerre afin de disposer de systèmes de refroidissement [52].

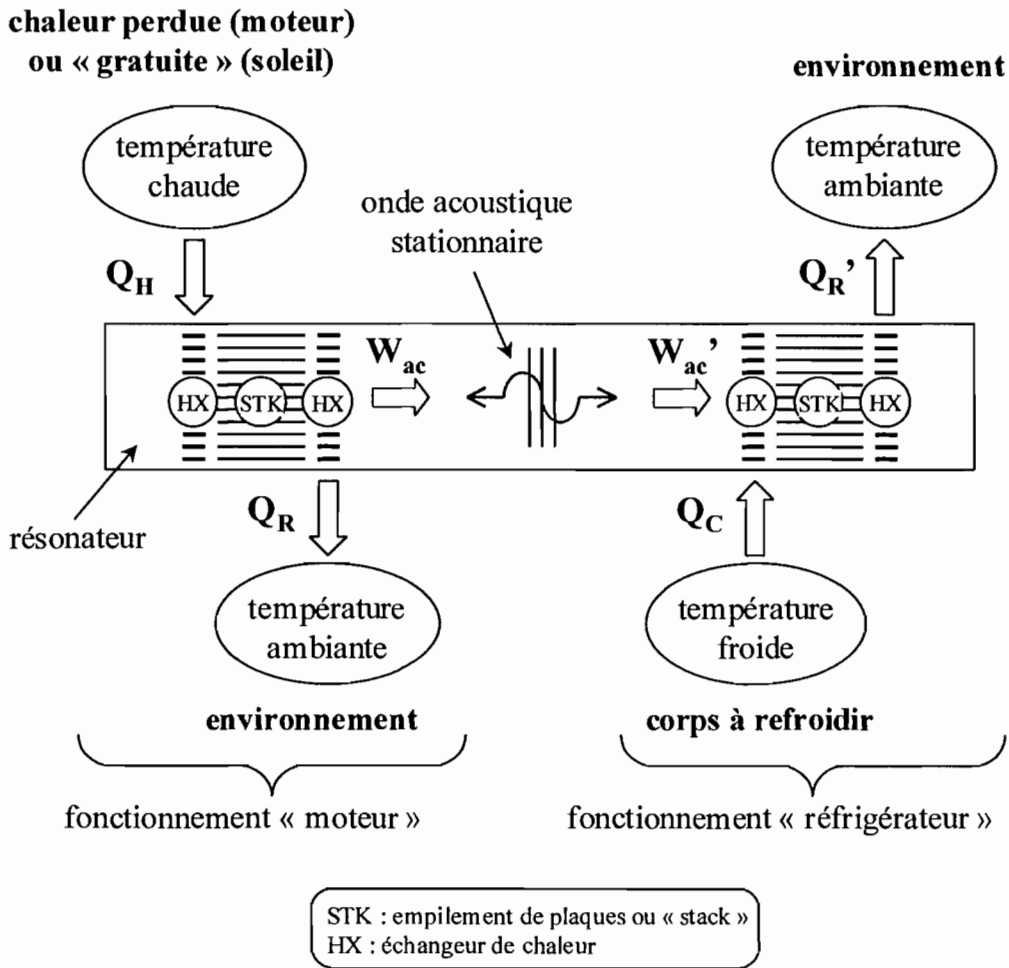


Figure 1.5: Couplage d'un moteur et d'un réfrigérateur thermoacoustiques à onde stationnaire. Grâce à une source de chaleur, on entretient une différence de température importante sur un premier empilement de plaques ou stack placé dans un résonateur. Une onde acoustique stationnaire va alors prendre naissance dans le résonateur : cette première partie du dispositif constitue un moteur thermoacoustique. Un deuxième empilement de plaques placé dans le même résonateur et soumis à cette onde va alors être le siège d'une différence de température qui va permettre de prélever de la chaleur à une température inférieure à la température ambiante : cette deuxième partie du dispositif constitue un réfrigérateur thermoacoustique. Le couplage des deux parties résulte en un système complètement passif capable de fournir une puissance de refroidissement à partir d'une source de chaleur.

### 1.1.4 Machines à onde stationnaire et machines à onde propagative

Jusqu'à très récemment, la recherche a porté exclusivement sur les machines thermoacoustiques à onde stationnaire. Il s'avère cependant que leur rendement ne pourra jamais dépasser une certaine limite intrinsèque. Depuis peu, Backhaus & Swift du Laboratoire National de Los Alamos aux Etats-Unis travaillent sur une machine hybride dont l'originalité est un moteur thermoacoustique à onde propagative (qui équivaut à une machine de Stirling sans pistons) couplé à un résonateur [36, 11, 12]. Les premières mesures indiquent que cette machine a un rendement presque deux fois plus élevé qu'une machine à onde stationnaire.

Où réside l'intérêt d'utiliser une onde propagative à la place d'une onde stationnaire ? On peut établir une analogie entre les caractéristiques d'une onde acoustique dans un fluide et l'étude des circuits électriques en courant alternatif. La pression acoustique est l'équivalent de la tension et la vitesse acoustique l'équivalent du courant. Dans une machine à onde stationnaire, le déphasage entre la pression et la vitesse est très proche de  $90^\circ$  [83]. Or dans un circuit électrique, un tel déphasage entre le courant et la tension correspond à une puissance quasi nulle. Par conséquent, un moteur à onde stationnaire repose sur un processus irréversible pour transférer de la chaleur au fluide et la convertir en énergie acoustique. Ce processus irréversible correspond précisément à un échange de chaleur à travers une différence de température non nulle entre le fluide et les plaques de l'empilement. Ceci limite l'efficacité de la machine : typiquement, un moteur thermoacoustique à onde stationnaire atteint péniblement 20% environ du rendement maximal de Carnot.

Dans une machine à onde propagative, au contraire, la pression et la vitesse sont en phase. Il y a plus de vingt ans, Ceperley [22] remarqua que lorsque qu'une onde propagative traverse un "régénérateur" (ou échangeur de chaleur régénératif), les particules de fluide subissent un cycle thermodynamique (compression, échauffement, détente, refroidissement) analogue à celui existant dans une machine de Stirling, pour laquelle ce sont des pistons ou d'autres moyens mécaniques qui assurent le déphasage approprié entre le mouvement du fluide et les échanges thermiques [13]. Avec la pression et la vitesse acoustiques en phase, une machine à onde propagative peut utiliser un processus réversible de transfert de la chaleur, conduisant à un rendement accru, alors que les machines à onde stationnaire ont une limite intrinsèque à leur rendement. Les pores du régénérateur dans une machine à onde propagative ont un diamètre hydraulique plus faible que la profondeur de pénétration thermique  $\delta_\kappa$  dans le fluide, ce qui assure le bon contact thermique nécessaire à la réversibilité thermodynamique. Au contraire les pores d'un stack dans une machine à onde stationnaire ont un diamètre légèrement plus grand que  $\delta_\kappa$  si bien que le contact thermique entre le fluide et le solide est imparfait mais nécessaire au bon fonctionnement de cette machine.

Les machines thermoacoustiques à onde propagative constituent donc une voie prometteuse. Malheureusement, les pertes importantes dues à la dissipation visqueuse dans le régénérateur [23] ont freiné le développement de telles machines. Récemment, une équipe de recherche japonaise [99] a réalisé un prototype constitué d'un résonateur annulaire dans lequel est placée une tranche de matériau poreux (régénérateur) soumise à un gradient de température. Une onde acoustique propagative est ainsi générée, qui "tourne" dans la boucle du résonateur et dont l'énergie est amplifiée à son passage dans le régénérateur. Actuellement une équipe française du laboratoire de l'Université du Maine poursuit des recherches sur une machine analogue [41].

Backhaus & Swift [11, 12, 36, 37] sont allés plus loin en concevant un système astucieux qui réduit les pertes visqueuses (en réduisant l'amplitude de la vitesse acoustique sans sacrifier

l'amplitude des variations de pression) et qui permet d'atteindre un rendement correspondant à 41% de celui de Carnot. En effet, si l'on poursuit l'analogie entre l'acoustique et l'électricité, les pertes par viscosité sont proportionnelles au carrés de la vitesse acoustique comme les pertes par effet Joule dans une résistance électrique (qui sont proportionnelles au carré du courant qui la traverse) [37]. Pour transporter l'énergie électrique sur de grandes distances avec un minimum de pertes, la tension est augmentée (lignes à haute tension) tandis que l'intensité est diminuée de sorte que leur produit, égal à la puissance électrique transférée, reste constant. De la même façon, le fait d'augmenter l'amplitude des fluctuations de la pression acoustique tout en réduisant l'amplitude de la vitesse acoustique, à produit constant, permet d'augmenter le rendement de la machine thermoacoustique en préservant la puissance acoustique qu'elle est susceptible de délivrer. Dans la machine élaborée par Backhaus & Swift, l'onde acoustique est créée dans un conduit en forme de boucle courte ( $L \ll \lambda/4$ ) muni d'un régénérateur soumis à un gradient de température et dans lequel le déphasage entre la pression et la vitesse est semblable à celui d'une onde propagative. La boucle joue le rôle d'une rétroaction avec un gain positif (amplification) pour les phénomènes ayant lieu dans le régénérateur. Grâce à une jonction en T, ce générateur thermoacoustique de type Stirling est couplé à une des extrémités d'un résonateur linéaire (à onde stationnaire). Il s'agit donc d'une machine hybride. La sortie d'une telle machine thermoacoustique à onde propagative peut être raccordée à un transducteur électroacoustique ou couplée à un réfrigérateur thermoacoustique. Actuellement un prototype résulte du couplage de ce moteur thermoacoustique de Stirling avec un tube à gaz pulsé (qui est un système de réfrigération cryogénique). Le système en question permet ainsi de liquéfier du gaz naturel sur les champs pétrolifères en utilisant la chaleur résultant de la combustion d'une faible partie de ce gaz [11].

## 1.2 Les applications concrètes

### 1.2.1 Les réalisations existantes

La plupart des prototypes opérationnels de machines thermoacoustiques ont vu le jour aux Etats-Unis. D'autres prototypes ont été manifestement construits en Europe (Pays-Bas) et en Asie (Chine) mais ils restent plus "confidentiels".

Parmi les machines célèbres dans la littérature, on trouve le réfrigérateur thermoacoustique construit par Hofler [45], qui reste avant tout un prototype de laboratoire. Ensuite vient la machine STAR (Space ThermoAcoustic Refrigerator) [34] qui a été embarquée à bord de la navette spatiale américaine *Discovery* en 1992 et dont la fonction était de refroidir des composants électroniques. Dans la lignée de cette machine, un prototype appelé TALSR (ThermoAcoustic Life Sciences Refrigerator) a été développé en vue d'assurer la conservation d'échantillons de sang et d'urine toujours à bord de la navette spatiale américaine [35]. Ce prototype, bien que donnant entière satisfaction, ne fut pas lancé dans l'espace pour des raisons autres que scientifiques et techniques [37]. L'expérience acquise avec le projet TALSR a été mise à profit pour construire un système thermoacoustique de refroidissement pour la marine américaine. Ce prototype, appelé SETAC (Shipboard Electronics ThermoAcoustic Cooler), a permis d'assurer le refroidissement de deux racks de circuits électroniques de radar à bord du Destroyer *USS Deyo* en 1995 [37]. Une présentation détaillée des quatre machines précédentes ainsi qu'une comparaison de leurs performances respectives figurent dans la thèse d'Hélène Bailliet [13].

Parmi les applications civiles à but commercial, on peut citer le projet TADOPT (Ther-

moacoustically Driven Orifice Pulse Tube Refrigerator) qui repose sur un partenariat entre le Laboratoire National de Los Alamos aux Etats-Unis et la société Cryenco Inc. Ce projet a pour finalité la mise au point et la construction d'unités autonomes de liquéfaction de gaz naturel en milieu isolé (désert ou plate-formes off-shore). L'extraction du pétrole s'accompagne en effet de la récupération de gaz qui habituellement ne sont pas exploitables économiquement et qui sont par conséquent brûlés. Le principe des machines hybrides de type TADOPTR est de brûler une petite portion du gaz pour créer un gradient de température et générer ainsi une onde acoustique grâce à un un moteur thermoacoustique de type Stirling [11] (cf. paragraphe 1.1.4). Cette onde acoustique est ensuite utilisée pour exciter un tube à gaz pulsé permettant de liquéfier le reste du gaz, qui est alors stockable et transportable a des fins commerciales. Deux prototypes de différente taille ont été construits.

Actuellement le projet TRITON a pour ambition de développer des réfrigérateurs thermoacoustiques, alimentés électriquement, pour les bâtiments de surface de la marine américaine [52]. Plusieurs de ces unités de refroidissement seraient réparties à bord et permettraient de s'affranchir du système central de refroidissement conventionnel sur ce type de navires. Enfin, des recherches portent manifestement sur la faisabilité d'un système d'air conditionné fonctionnant grâce à l'effet thermoacoustique [70].

### 1.2.2 Autres applications envisagées

Outre les nombreuses applications intéressant les domaines militaire et spatial, les machines thermoacoustiques pourraient être encore utilisées dans d'autres situations :

- production de petite quantité d'électricité à partir d'énergie solaire (co-génération) ;
- systèmes pour recharger les batteries d'un véhicule électrique hybride [36] ;
- systèmes miniatures pour le refroidissement des composants électroniques [47] ;
- réfrigérateurs ménagers ou d'appoint ;
- systèmes de climatisation ; etc...

## 1.3 Avantages et inconvénients des machines thermoacoustiques

### 1.3.1 Avantages

Les machines thermoacoustiques constituent une technologie attrayante pour plusieurs raisons :

- Par rapport aux technologies classiques reposant sur un cycle de vaporisation-compression d'un fluide (cycle de Rankine), les machines thermoacoustiques ont peu de pièces mécaniques en mouvement et n'ont pas besoin de joints glissants (absence de pistons), d'où aucun problème de lubrification et une maintenance réduite. De part leur simplicité, les machines thermoacoustiques offrent donc une grande fiabilité et une grande robustesse.
- Les machines thermoacoustiques mettent en œuvre des gaz neutres (de type hélium, argon, xénon,...) : elles n'utilisent donc pas de gaz détruisant la couche d'ozone (fréon ou autres CFC) ou de gaz contribuant à l'effet de serre, d'où un intérêt écologique évident. En outre, dans l'hypothèse d'un accident dans un lieu confiné, ces machines présentent également l'intérêt de ne contenir aucune substance toxique pour l'homme [52].

- Les réfrigérateurs thermoacoustiques offrent une puissance de refroidissement ajustable en continu (“proportionnal control”) alors que les machines classiques fonctionnent par intermittence en fonction d’une température de consigne<sup>1</sup>. Il s’en suit des perturbations électromagnétiques moindres ainsi qu’une plus grande discrétion acoustique.

### 1.3.2 Inconvénients

A l’heure actuelle, le gros point faible des machines thermoacoustiques est leur rendement, qui reste inférieur à celui des technologies conventionnelles. Cependant, la mise au point récente de machines thermoacoustiques efficaces utilisant une onde propagative (cf. paragraphe 1.1.4) permet d’atteindre des rendements devenant tout à fait concurrentiels [11].

Les machines thermoacoustiques fonctionnant à très fort niveau sont le siège de phénomènes non-linéaires, encore mal compris, qui réduisent leur rendement. Parmi ces phénomènes, on trouve le streaming acoustique (écoulement stationnaire du second ordre) [12, 41], qui est à l’origine d’un transfert de masse constant au cours du temps dans le fluide de travail, occasionnant ainsi un “court-circuit thermique” entre les échangeurs de chaleur.

## 1.4 Les voies d’optimisation possibles

Les machines thermoacoustiques constituent en réalité une technologie émergente qui est manifestement loin d’avoir révélé toutes ses potentialités. En effet, il s’avère que l’optimisation de ces machines dispose encore d’une très large marge. Nous allons passer brièvement en revue les différents composants d’une machine thermoacoustique et évoquer les efforts de recherches portant dessus.

### 1.4.1 Source acoustique

Un réfrigérateur thermoacoustique nécessite une source acoustique monofréquentielle intense. Par conséquent un haut-parleur classique, qui couvre tout le spectre audible (20Hz-20kHz) et qui a un faible rendement électro-acoustique, n’est pas adapté à cette utilisation. Il est donc nécessaire de trouver des sources acoustiques appropriées. Par exemple, Smith *coll.* [78] poursuivent des recherches sur un moteur linéaire électrodynamique avec pour objectif un rendement électro-acoustique supérieur à 85%. Pour un prototype de réfrigérateur thermoacoustique miniature, Hofler & Reed s’orientent vers un transducteur piézoélectrique [47].

### 1.4.2 Stack

Le stack ou empilement est le cœur d’une machine thermoacoustique : il s’agit d’une structure solide, rigide et poreuse, qui supporte le gradient de température. Bien évidemment, sa conductivité thermique doit être aussi faible que possible.

#### Stack à géométrie régulière

Les premiers stacks utilisés étaient constitués d’une feuille de matériau plastique (Kapton [45] ou Mylar [34]) enroulée en spirale avec des entretoises en fil de pêche entre chaque couche : compte tenu du rapport entre l’espacement de deux couches successives et le rayon de courbure, une telle structure est localement équivalente à un empilement de plaques parallèles.

<sup>1</sup>Il faut noter à ce titre que le rendement d’une machine s’approche d’autant plus du rendement idéal de Carnot que la puissance qu’elle délivre est faible [80].

Certains stacks consistent effectivement en un empilement de plaques parallèles, par exemple de plaques en acier inoxydables dans un moteur [8]. On trouve également des stacks en forme de nid d'abeille, en acier inoxydable également [81].

Des monolithes de céramique présentant une structure régulière de canaux carrés parallèles sont utilisés aussi [6, 99].

Des recherches ont été faites sur des stacks en forme de bottes d'aiguilles ("pin-array stacks"), orientées parallèlement à la direction de propagation de l'onde acoustique. Les études [82, 44] montrent que ce type de stack augmenterait de manière significative l'efficacité des machines thermoacoustiques par rapport aux autres types de stacks<sup>2</sup>. Un tel stack pose néanmoins un problème technique de réalisation sachant qu'il faut construire une structure tridimensionnelle de tiges parallèles régulièrement espacées dont le diamètre, en rapport avec les valeurs de  $\delta_\nu$  et  $\delta_\kappa$  de la majorité des machines thermoacoustiques, est submillimétrique.

### Stack à structure aléatoire

Pour les machines thermoacoustiques de type moteur, le stack est habituellement constitué d'un empilement de rondelles découpées dans une grille ou un tissu métallique (acier inoxydable) [46]. Ce type de stack s'inspire des régénérateurs qu'on trouve dans les machines de Stirling. Outre sa simplicité de réalisation, les avantages d'un tel stack sont une bonne résistance aux fortes températures ainsi qu'une conductivité thermique longitudinale effective qui est plus faible que dans une structure équivalente de plaques parallèles métalliques. En revanche, la dissipation visqueuse est plus grande. Dans le cas du moteur thermoacoustique de Stirling de Backhaus & Swift, le défi technologique serait de réaliser un empilement de plaques parallèles avec un espacement régulier de  $75 \mu\text{m}$ , ce qui réduirait les pertes par viscosité par rapport à un stack fait de grilles [12]. Dans les réfrigérateurs, on peut aussi trouver des stacks faits d'un empilement de rondelles découpées cette fois-ci dans une grille en nylon [86].

Bösel *et coll.* suggèrent d'employer un empilement de plaques composés de tronçons courts (dont la longueur est inférieure à l'amplitude du déplacement particulaire) et qui sont orientés aléatoirement les uns par rapport aux autres [19]. Les premiers résultats issus de simulations numériques et d'expériences montrent que les échanges thermiques accrus ainsi que l'anisotropie de la conductivité thermique permettent d'augmenter la densité de puissance d'une machine thermoacoustique ainsi que le coefficient de performance (COP) d'un réfrigérateur thermoacoustique.

Des stacks faits de tranches de matériaux poreux ont également été testés. En particulier, on peut citer l'utilisation de la mousse de carbone vitreux [1, 2].

Considérant que le stack est le lieu d'une dissipation visqueuse et d'irrégularités thermodynamiques (machines à onde stationnaire), Wakeland & Keolian proposent d'améliorer le rendement en éliminant carrément le stack et en ne retenant qu'un faible espacement entre deux échangeurs de chaleur soumis à une onde stationnaire [87].

---

<sup>2</sup>L'idée est d'avoir une surface de contact entre le fluide et le solide qui soit convexe et telle que le rayon de courbure caractéristique du solide soit de l'ordre de grandeur des épaisseurs de couche limite visqueuse et thermique ( $\delta_\nu$  et  $\delta_\kappa$ ). De cette façon on maximise l'aire de la section transversale à travers laquelle a lieu le transport de chaleur par effet thermoacoustique par rapport à la zone de dissipation visqueuse. En effet, selon la direction perpendiculaire à une paroi solide, le transport de chaleur par effet thermoacoustique atteint son maximum à une distance  $\delta_\kappa$  environ de la paroi tandis que la dissipation visqueuse est maximale plus près de la paroi (sur une épaisseur  $\approx \delta_\nu/2$ ).

### 1.4.3 Echangeurs de chaleur

Les échangeurs de chaleur sont les éléments les moins évidents d'un système thermoacoustique. En effet ils doivent échanger de la chaleur avec un écoulement oscillant dans lequel les particules de fluide ont une course très faible [35]. Cette situation échappe donc au savoir-faire habituel en génie thermique.

Jusqu'ici les échangeurs de chaleur dans les machines thermoacoustiques ressemblent à des empilements courts de plaques métalliques parallèles, ces plaques étant habituellement en cuivre qui offre une bonne conductivité thermique. De plus les plaques sont traversés par des tubes en cuivre dans lesquels circule de l'eau (fluide caloporteur) [81, 35].

Dans une maquette de réfrigérateur de faible taille, des échangeurs ont été réalisés en empilant des grilles de cuivre [86].

### 1.4.4 Fluide de travail

Les machines thermoacoustiques mettent habituellement en œuvre des gaz rares sous pression (typiquement de l'hélium sous 30 bars [12]).

Les meilleurs fluides de travail pour la réfrigération thermoacoustique sont a priori ceux ayant un grand rapport des chaleurs spécifiques  $\gamma$  et un faible nombre de Prandtl  $\sigma$  (le nombre de Prandtl mesurant le rapport entre les effets visqueux et thermiques dans le fluide) [80]. Il est possible de jouer sur ces paramètres en utilisant des mélanges de gaz rares, du type hélium-argon ou hélium-xénon [17]. Toutefois, ce n'est pas toujours un fluide avec un  $\gamma$  élevé et un faible  $\sigma$  qui donne les meilleurs résultats : cela dépend de l'application visée (machine de type moteur ou de type réfrigérateur) [17].

D'après des calculs analytiques récents, une façon d'augmenter les performances d'une machine thermoacoustique serait d'employer un fluide en équilibre liquide-vapeur avec une fine proportion de la phase liquide recouvrant les parois du stack [77]. La densité d'énergie s'en trouverait ainsi augmentée.

### 1.4.5 Résonateur

Il est possible de jouer sur la forme du résonateur pour diminuer certains phénomènes de pertes, notamment sur les parois, et pour limiter la formation d'harmoniques dans le champ acoustique à fort niveau. Des recherches montrent qu'une forme du résonateur convenablement choisie permet de créer des ondes acoustiques particulièrement intenses (voir les travaux effectués par MacroSonix Corp. [51, 57]).

## 1.5 Objet de cette thèse

La conception de machines thermoacoustiques performantes se heurte très vite aux limites des modèles théoriques existants, et notamment à celles de la théorie linéaire (voir chapitre 2). Les prototypes qui voient le jour actuellement reposent plus sur l'empirisme que sur une véritable compréhension des phénomènes mis en jeu. La physique de ceux-ci étant aujourd'hui correctement saisie au niveau qualitatif, ce sont maintenant les dimensions quantitatives des phénomènes qu'il reste à appréhender. Dans le cadre de cette thèse, nous avons donc réalisé un certain nombre de mesures destinées à mieux cerner certains aspects de l'effet thermoacoustique et à acquérir des bases, à la fois théoriques et expérimentales, propres à permettre la miniaturisation d'un dispositif de refroidissement thermoacoustique. Les données collectées serviront également, nous



l'espérons, à affiner les modèles aussi bien analytiques que numériques. Ce travail fait suite à la thèse soutenue en 1998 par Hélène Bailliet [13] à l'Université du Maine.



## Chapitre 2

# Rappels sur la théorie linéaire de la thermoacoustique

### 2.1 Préambule

L’objet de ce chapitre est rappeler les bases de la théorie linéaire de la thermoacoustique ainsi que les diverses applications qui en découlent. Afin de favoriser la comparaison des diverses équations, nous avons essayé, autant que faire se peut, d’employer les mêmes notations au fil des paragraphes.

Nous débuterons par un exposé de la théorie linéaire classique qui permet d’introduire certaines notions fondamentales de la thermoacoustique. Ainsi nous rappellerons rapidement les équations écrites par Swift [80] qui a réalisé une synthèse des travaux de Rott [73, 74, 75].

Dans le prolongement de l’analyse de Swift qui décrit l’effet thermoacoustique dans un empilement de plaques parallèles, nous nous attarderons sur les résultats développés par Arnott *et coll.* [4], qui sont valables pour un stack constitué de pores parallèles de géométrie quelconque. Il s’agit donc d’une généralisation de la théorie linéaire de Swift, qui établit en plus une analogie avec la modélisation des matériaux poreux.

Les modèles analytiques précédents ont servi de base à d’autres travaux, notamment des formules permettant d’estimer la différence de température en régime stationnaire sur un empilement de plaques courtes en l’absence d’échangeurs de chaleur (Wheatley *et coll.* [93], Atchley *et coll.* [7]) ainsi qu’un modèle décrivant l’évolution temporelle du gradient de température sur un tel empilement (Muehleisen & Atchley [66]).

Sur cette même théorie linéaire reposent également des logiciels de calcul (DELTA-E de Ward & Swift [88], DSTAR de Hoffer [48]) qui réalisent sur une intégration numérique des équations, ainsi qu’un algorithme de conception et d’optimisation pour les réfrigérateurs thermoacoustiques (Wetzel & Herman [91]).

Il faut noter, qu’au delà de cette théorie linéaire remontant aux années 80, des développements analytiques récents s’efforcent de décrire les phénomènes non linéaires apparaissant dans les machines fonctionnant à fort niveau, en particulier le “streaming” acoustique, ainsi que certains aspects temporels. A ce titre, on peut citer les travaux de Gusev *et coll.* [40, 41, 42], Mozurkewich [62, 63, 64], Gopinath *et coll.* [39], Karpov & Prosperetti [53, 54, 89, 100] et de Bauwens [15, 16]. Parallèlement à toutes les formulations analytiques précédentes, des efforts ont été faits dans le domaine de la simulation numérique des phénomènes thermoacoustiques. Les avancées les plus significatives sont dues à Cao *et coll.* [21] ainsi qu’à Worlikar & Knio [95, 96, 97, 98].

## 2.2 La théorie linéaire classique

La théorie linéaire de Rott [73, 74, 75], reprise et développée par Swift [80], a déjà fait l'objet d'un exposé détaillé dans la thèse de H. Bailliet [13]. Néanmoins cette théorie, qui introduit certaines notions de base en thermoacoustique, s'avère précieuse pour la compréhension des autres approches théoriques. Il nous a donc paru judicieux de présenter ici une brève synthèse de l'article de référence publié par Swift en 1988 [80]. De larges emprunts seront donc faits à ce texte.

### 2.2.1 Définition des notations

Dans le cadre de la théorie linéaire de Swift, on utilise un développement au premier ordre des grandeurs acoustiques et thermodynamiques. Les notations des variables qui sont utilisées dans ce paragraphe, ainsi que dans tout le reste de ce document dans un souci d'homogénéité, sont celles définies par Swift [80]. De plus, on adopte la notation complexe classique pour décrire les oscillations harmoniques des variables et on choisit la convention d'une dépendance temporelle en  $e^{i\omega t}$  :

$$p = p_m + p_1(x) e^{i\omega t} \quad (2.1)$$

$$\rho = \rho_m(x) + \rho_1(x, y) e^{i\omega t} \quad (2.2)$$

$$\vec{v} = \vec{x} u_1(x, y) e^{i\omega t} + \vec{y} v_1(x, y) e^{i\omega t} \quad (2.3)$$

$$T = T_m(x) + T_1(x, y) e^{i\omega t} \quad (2.4)$$

$$T_s = T_m(x) + T_{s1}(x, y) e^{i\omega t} \quad (2.5)$$

$$s = s_m(x) + s_1(x, y) e^{i\omega t} \quad (2.6)$$

où  $p$  désigne la pression,  $\rho$  la masse volumique,  $\vec{v}$  la vitesse,  $T$  la température et  $s$  l'entropie par unité de masse du fluide. Le fluide dans lequel se propage l'onde acoustique est supposé au repos ( $\vec{v}_m = 0$ ). Dans le milieu solide des plaques, la température est notée  $T_s$ . Les valeurs moyennes (notées avec un indice  $m$ ) seront réelles alors que les fluctuations d'amplitude à l'ordre 1 (notées avec un indice 1) seront en général complexes, traduisant ainsi l'existence d'un déphasage.

En outre, on note  $c_p$  la capacité calorifique du fluide à pression constante par unité de masse,  $\beta$  son coefficient de dilatation thermique et  $K$  sa conductivité thermique.  $\gamma$  désigne le rapport des capacités calorifiques du fluide à pression constante et à volume constant ( $\gamma = c_p/c_v$ ).  $a$  est la célérité adiabatique du son dans le fluide. Dans le milieu solide des plaques, on note  $K_s$  la conductivité thermique et  $c_s$  la capacité calorifique par unité de masse. Les autres notations qui seront couramment utilisées dans la suite sont résumées dans les tableaux 2.1 et 2.2.

Enfin, les différents paramètres géométriques ainsi que les systèmes de coordonnées sont définis sur la figure 2.1.

Dans les calculs, la moyenne temporelle du produit de deux quantités complexes est déterminée grâce à la relation classique :  $\overline{a\tilde{b}} = \frac{1}{2}\text{Re}[a\tilde{b}]$ , où  $\text{Re}[\dots]$  désigne la partie réelle et le signe tilde la quantité complexe conjuguée.

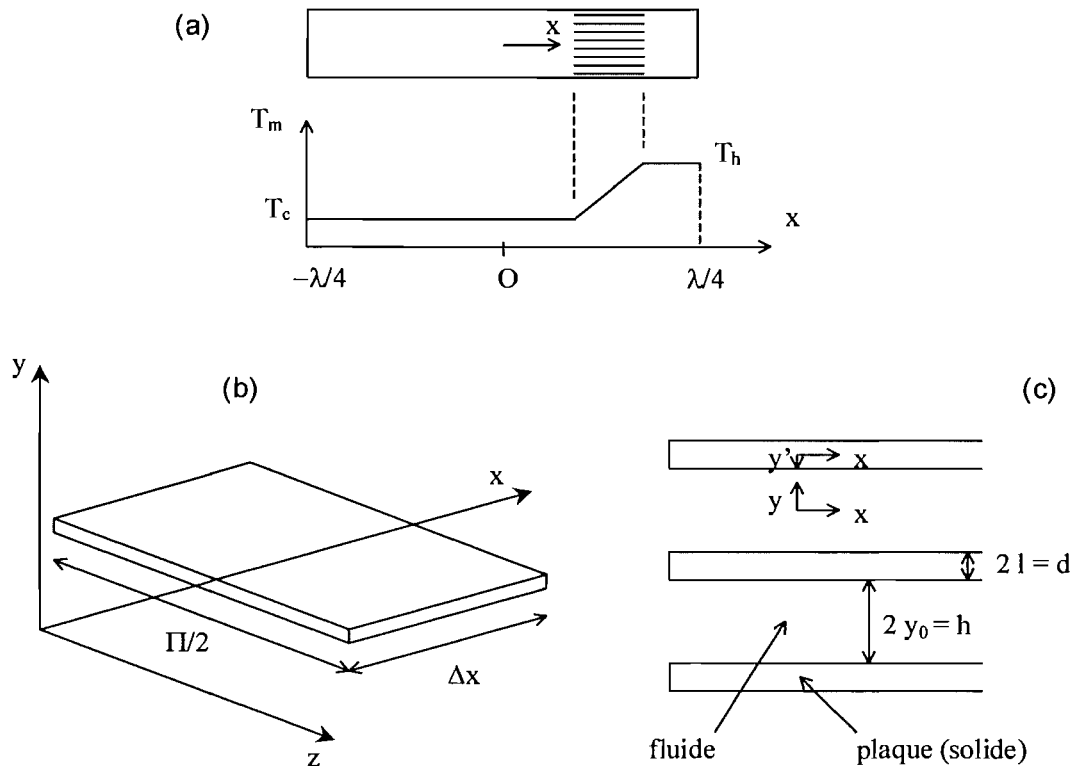


Figure 2.1: (a) Résonateur acoustique de longueur  $L = \lambda/2$  contenant un empilement de plaques qui est le siège d'un gradient de température moyenne. La source acoustique n'est pas représentée. (b) Chaque plaque a une longueur  $\Delta x$  suivant la direction  $x$  et une largeur  $\Pi/2$  suivant la direction  $z$ . (c) Définition des systèmes de coordonnées dans le fluide et dans les plaques. Les plaques ont une épaisseur  $2l = d$  et sont régulièrement espacées de  $2y_0 = h$  les unes des autres. La quantité  $\Pi$  correspond au périmètre total de la plaque en contact avec le fluide dans une section transversale donnée (parallèle au plan  $y - z$ ). En d'autres termes,  $\Pi\Delta x$  est la surface de contact totale entre le fluide et une plaque,  $\Pi y_0$  est la section transversale totale dans une couche de fluide entre deux plaques et  $\Pi l$  est la surface transversale totale dans une plaque. (Ces figures s'inspirent de la référence [80].)

$\omega = 2\pi f$	pulsation de l'onde acoustique
$DR = \frac{P_A}{p_m}$	"drive ratio" (niveau de la pression acoustique crête exprimé en pourcentage de la pression statique moyenne)
$M = \frac{u_A}{a} = \frac{P_A}{\rho_m a^2}$	nombre de Mach acoustique ( $M = \frac{DR}{\gamma}$ pour un gaz parfait)
$\beta = -\frac{1}{\rho_m} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$	coefficient de dilatation thermique à pression constante  ( $T_m \beta = 1$ pour un gaz parfait)
$\nu = \frac{\mu}{\rho_m}$	viscosité cinématique du fluide
$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$	rapport des capacités calorifiques à pression constante et à volume constant
$\kappa = \frac{K}{\rho_m c_p}$	diffusivité thermique dans le fluide
$\kappa_s = \frac{K_s}{\rho_s c_s}$	diffusivité thermique dans le solide
$\sigma = \frac{\mu c_p}{K} = \frac{\nu}{\kappa}$	nombre de Prandtl du fluide
$\delta_\nu = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}$	profondeur de pénétration visqueuse dans le fluide
$\delta_\kappa = \sqrt{\frac{2\kappa}{\omega}}$	profondeur de pénétration thermique dans le fluide
$\delta_s = \sqrt{\frac{2\kappa_s}{\omega}}$	profondeur de pénétration thermique dans le solide

Tableau 2.1: Résumé des notations utilisées par Swift [80].

<b>Fonctions thermoacoustiques ou thermovisqueuses :</b>	
$f_\nu = \frac{\tanh[(1+i)y_0/\delta_\nu]}{(1+i)y_0/\delta_\nu}$	
$f_\kappa = \frac{\tanh[(1+i)y_0/\delta_\kappa]}{(1+i)y_0/\delta_\kappa}$	
<b>Variabes auxiliaires :</b>	
$\epsilon_s = \frac{\sqrt{K\rho_m c_p} \tanh[(1+i)y_0/\delta_\kappa]}{\sqrt{K_s \rho_s c_s} \tanh[(1+i)l/\delta_s]}$	facteur de correction de capacité calorifique des plaques
$\nabla T_{\text{crit}} = \frac{T_m \beta \omega p_1^s}{\rho_m c_p \langle u_1^s \rangle}$	gradient de température moyenne critique
$\Gamma = \frac{\nabla T_m}{\nabla T_{\text{crit}}}$	gradient de température moyenne normalisé
<b>Relations thermodynamiques utilisées dans les calculs :</b>	
$d\rho = -\rho\beta dT + \left(\frac{\gamma}{a^2}\right) dp$	soit $\rho_1 = -\rho_m \beta T_1 + \left(\frac{\gamma}{a^2}\right) p_1$
$dw = T ds + \left(\frac{1}{\rho}\right) dp$	soit $w_1 = T_m s_1 + \left(\frac{1}{\rho_m}\right) p_1$
$ds = \left(\frac{c_p}{T}\right) dT - \left(\frac{\beta}{\rho}\right) dp$	soit $s_1 = \left(\frac{c_p}{T_m}\right) T_1 - \left(\frac{\beta}{\rho_m}\right) p_1$
<b>Relations diverses :</b>	
$\frac{\delta_\nu}{\delta_\kappa} = \sqrt{\sigma}$	$\sigma$ étant le nombre de Prandtl du fluide
$\epsilon_s = \frac{\rho_m c_p \delta_\kappa \tanh[(1+i)y_0/\delta_\kappa]}{\rho_s c_s \delta_s \tanh[(1+i)l/\delta_s]}$	autre expression du facteur de correction de capacité calorifique des plaques
$a^2 = \frac{\gamma p_m}{\rho_m}$	expression de la célérité du son pour un gaz parfait
$\frac{T_m \beta^2}{c_p} = \frac{(\gamma - 1)}{a^2}$	relation thermodynamique générale

Tableau 2.2: Résumé de différentes relations utilisées par Swift [80].

### 2.2.2 Cas d'une seule plaque

Loin de toute paroi, la propagation du son dans un fluide est adiabatique et les fluctuations de température  $T_1$  sont liées aux fluctuations de pression  $p_1$  par la relation :

$$T_1 = \frac{T_m \beta}{\rho_m c_p} p_1, \quad (2.7)$$

qui s'écrit dans le cas d'un gaz parfait :

$$T_1 = \frac{(\gamma - 1) T_m}{\gamma p_m} p_1. \quad (2.8)$$

Dans cette situation, les fluctuations  $T_1$  et  $p_1$  sont en phase.

On considère à présent le cas d'une plaque solide, de courte longueur, placée en présence d'une onde acoustique plane stationnaire dans un fluide (figure 2.1(b)). L'onde plane stationnaire est décrite par les équations :

$$\begin{aligned} p_1 &= P_A \sin(2\pi x/\lambda) \equiv p_1^s \\ u_1 &= i \left( \frac{P_A}{\rho_m a} \right) \cos(2\pi x/\lambda) \equiv i u_1^s. \end{aligned}$$

Dans toute la suite, on considère que  $0 < x < \lambda/4$  (figure 2.1(a)) de sorte que les quantités  $p_1^s$  et  $u_1^s$  sont des fonctions réelles et positives de  $x$ , l'exposant  $s$  rappelant qu'elles se rapportent à une onde stationnaire. On suppose que la viscosité du fluide est nulle de sorte que la vitesse acoustique  $u_1$  au voisinage de la plaque ne dépend pas de  $y$ .

On suppose également que la plaque est le siège d'un gradient de température moyenne  $\nabla T_m$  et que la température moyenne du fluide  $T_m(x)$  est indépendante de  $y$  et égale à celle de la plaque en tout point  $x$ . Enfin le matériau de la plaque est supposé avoir une capacité calorifique suffisamment grande pour imposer la condition  $T_1 = 0$  au fluide en contact avec sa surface.

Afin de déterminer la fluctuation de température  $T_1$  dans le fluide au voisinage de la plaque, Swift [80] résout l'équation générale de la chaleur (Eq. (2.22)) qu'il linéarise au premier ordre (Eq. (2.23)). Avec la condition aux limites  $T_1(y = 0) = 0$ , il vient la solution :

$$T_1(x, y) = \left( \underbrace{\frac{T_m \beta}{\rho_m c_p} p_1^s}_{\text{fluctuations de pression adiabatiques}} - \underbrace{\frac{\nabla T_m}{\omega} u_1^s}_{\text{oscillations du fluide}} \right) \times \left( 1 - e^{-(1+i)y/\delta_\kappa} \right), \quad (2.9)$$

où  $\delta_\kappa$  est la profondeur de pénétration thermique dans le fluide, correspondant approximativement à la distance sur laquelle peut diffuser la chaleur pendant le temps  $1/\omega$ .

Il existe une valeur particulière du gradient de température moyenne appelée gradient de température critique

$$\nabla T_{\text{crit}} = \frac{T_m \beta \omega p_1^s}{\rho_m c_p u_1^s}, \quad (2.10)$$

pour laquelle les fluctuations de température dans le fluide sont nulles en tout point  $y$ . La valeur de  $\nabla T_{\text{crit}}$  est simplement égale à l'amplitude de la fluctuation de température adiabatique (Eq. (2.7)) divisée par l'amplitude du déplacement particulaire  $u_1^s/\omega$  dans le fluide. En fait, le gradient de température critique  $\nabla T_{\text{crit}}$  constitue la frontière entre le fonctionnement comme réfrigérateur ou bien comme moteur d'une machine thermoacoustique.



En examinant la partie imaginaire de l'expression (2.9), on constate que le profil de la fluctuation de température  $T_1(y)$  associé à l'onde acoustique stationnaire présente un déphasage notable avec la pression  $p_1$  à une distance  $y \simeq \delta_\kappa$  de la plaque. Il s'avère que ce déphasage de la fluctuation de température va être à l'origine d'un flux de chaleur, moyen au cours du temps, suivant la direction  $x$ . En effet, si l'on néglige la conductivité thermique du fluide et de la plaque, seul le transport hydrodynamique d'entropie par la vitesse acoustique  $u_1$

$$\dot{q}_2 = T_m \rho_m \overline{s_1 u_1} \quad (2.11)$$

contribue au transfert de chaleur suivant la direction  $x$ . L'indice 2 pour cette densité de flux de chaleur rappelle qu'il s'agit d'une quantité du second ordre puisque proportionnelle au produit de deux grandeurs du premier ordre. Compte tenu des propriétés du champ d'onde stationnaire (pression  $p_1$  et vitesse  $u_1$  déphasées de  $\pi/2$ ), on trouve l'expression suivante pour  $\dot{q}_2$  :

$$\dot{q}_2 = \frac{1}{2} \rho_m c_p \text{Im}[T_1] u_1^s . \quad (2.12)$$

On voit que la densité de flux de chaleur  $\dot{q}_2$  dépend de  $y$  par le terme  $\text{Im}[T_1]$  évoqué précédemment (Eq. (2.9)). Cette densité de flux de chaleur est maximale à une distance  $\delta_\kappa$  de la plaque et elle s'annule sur la plaque ainsi qu'à l'infini (voir figure 2.2).

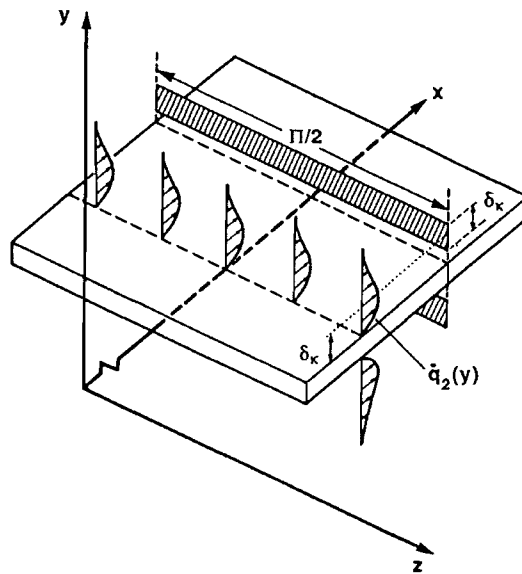


Figure 2.2: Les flèches symbolisent la densité du flux hydrodynamique de chaleur  $\dot{q}_2$  suivant la direction  $x$  près de la surface de la plaque. La densité de ce flux de chaleur est maximale à une distance  $y \simeq \delta_\kappa$  de la surface de la plaque. L'aire hachurée est égale à  $\Pi \delta_\kappa$  et correspond approximativement à la surface transversale efficace dans le fluide contribuant au flux de chaleur suivant  $x$ . (Figure extraite de la référence [80].)

Le flux de chaleur total le long de la plaque suivant la direction  $x$  s'obtient en intégrant  $\dot{q}_2$  dans le plan  $y - z$  :

$$\dot{Q}_2 = \Pi \int_0^\infty \dot{q}_2 dy = -\frac{1}{4} \Pi \delta_\kappa T_m \beta p_1^s u_1^s \left( \frac{\nabla T_m}{\nabla T_{\text{crit}}} - 1 \right) . \quad (2.13)$$

Ce flux de chaleur est proportionnel à la surface  $\Pi \delta_\kappa$  (cf. figure 2.2). Il est également proportionnel au produit  $p_1^s u_1^s$  et s'annule donc si la plaque est placée à l'endroit d'un nœud de pression

ou d'un nœud de vitesse dans le champ d'onde stationnaire. Le terme  $p_1^s u_1^s$  atteint sa valeur maximale  $\frac{P_A^2}{2\rho_m a}$  pour une position située à mi-chemin entre un nœud de pression et un nœud de vitesse.

Dans les conditions ordinaires, ce flux de chaleur est très faible. Par exemple, pour un niveau acoustique correspondant à une conversation ordinaire,  $\dot{Q}_2/\Pi \simeq 10^{-10}$  W/cm dans l'air [80]. Cependant, dans une cavité résonante où l'amplitude de la pression acoustique peut être très importante, ce flux de chaleur atteint une valeur non négligeable, d'autant plus que dans une machine thermoacoustique, toute une section du résonateur est remplie de plaques (espacées approximativement de  $2\delta_\kappa$  les unes des autres), ce qui a pour conséquence de multiplier la quantité de chaleur transférée.

En résumé, l'interaction d'une onde acoustique stationnaire avec une plaque, qui impose une condition isotherme à sa surface au cours du temps, donne naissance à un flux de chaleur parallèlement à la surface de la plaque, ce flux étant maximal à une distance  $y \simeq \delta_\kappa$  de la plaque.

Swift [80] montre que ce flux de chaleur s'accompagne d'une absorption de puissance acoustique dans la même zone du fluide ( $y \simeq \delta_\kappa$ ) dans le cas d'un réfrigérateur ( $\nabla T_m < \nabla T_{\text{crit}}$ ). Au contraire, dans le cas d'un moteur thermoacoustique ( $\nabla T_m > \nabla T_{\text{crit}}$ ), le flux de chaleur s'accompagne d'une production de puissance acoustique.

Concernant cet aspect fondamental de l'interaction d'une onde acoustique stationnaire avec une paroi isotherme, Huelsz & Ramos [49] ont réussi à mesurer expérimentalement le profil d'amplitude et de phase de la fluctuation de température acoustique dans la couche limite thermique au moyen d'une technique d'anémométrie à fil froid. Ces profils expérimentaux présentent un bon accord avec des résultats analytiques obtenus à partir de la théorie linéaire de Rott [73] et de Swift [80]. En particulier, le profil d'amplitude de la fluctuation de température peut être relativement bien décrit par une formule très similaire à l'expression (2.9) en l'absence de gradient de température sur la plaque ( $\nabla T_m = 0$ ).

Remarquons que dans le fluide directement en contact avec la plaque ( $y \ll \delta_\kappa$ ), les phénomènes sont de nature isotherme. Au contraire, loin de la plaque ( $y \gg \delta_\kappa$ ), les phénomènes sont de nature adiabatique. Or on vient de voir que le cœur du processus thermoacoustique a lieu dans une zone qui est située à une distance  $y \simeq \delta_\kappa$  de la plaque et qui se trouve donc soumise à un régime intermédiaire entre le cas isotherme et le cas adiabatique.

Récemment, Bailly & Thiery [14] ont réussi à mesurer simultanément d'une part l'évolution temporelle des fluctuations de pression (grâce à un microphone miniature), d'autre part l'évolution temporelle des fluctuations de température (grâce à une micro-jonction thermoélectrique de  $0.5 \mu\text{m}$  de diamètre), associées à une onde acoustique stationnaire dans un tube. La connaissance simultanée de ces deux grandeurs permet de caractériser les transformations thermodynamiques que subit une particule de fluide. Bailly & Thiery peuvent ainsi définir un coefficient polytropique  $m$  tel que  $p/\rho^m = \text{cte} \Leftrightarrow p^{(1-m)}T^m = \text{cte}$ , ce coefficient étant accessible à la mesure. A une valeur  $m = 1$  correspond un régime isotherme pur tandis qu'à une valeur  $m = \gamma$  ( $=1.4$  pour l'air) correspond un régime adiabatique pur. Pour un régime polytropique, on a donc  $1 < m < \gamma$ .

### 2.2.3 Cas d'un canal plan

On considère un empilement de plaques parallèles, placé dans un résonateur acoustique (figure 2.1(a)). Les plaques sont disposées parallèlement à la direction  $x$  de propagation des

ondes. Elles sont supposées rigides et fixes. L'axe  $y$  est orienté suivant la direction normale aux plaques, qui ont pour épaisseur  $2l = d$  et qui sont régulièrement espacées de la distance  $2y_0 = h$  (figure 2.1(c)).

### 2.2.3.1 Champ de la vitesse acoustique $u_1(x, y)$ suivant $x$

Afin de calculer le champ de vitesse acoustique suivant  $x$  entre deux plaques de l'empilement, Swift [80] part de l'équation générale de conservation de la quantité de mouvement dans un fluide compressible et visqueux (Eq. (15.6) Réf. [56]) :

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v} \right) = -\overrightarrow{\text{grad}} p + \mu \nabla^2 \vec{v} + \left( \xi + \frac{\mu}{3} \right) \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{v}), \quad (2.14)$$

où  $\mu$  et  $\xi$  sont respectivement la viscosité dynamique et la seconde viscosité.

En ne conservant que les termes du premier ordre de la composante en  $x$  de cette équation, et en négligeant tous les termes visqueux par rapport au terme  $\mu \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2}$ , il vient :

$$i\omega \rho_m u_1 = -\frac{dp_1}{dx} + \mu \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2}. \quad (2.15)$$

Avec la condition aux limites  $u_1(y_0) = 0$ , cette équation a pour solution :

$$u_1(x, y) = \frac{i}{\omega \rho_m} \frac{dp_1}{dx} \left( 1 - \frac{\cosh[(1+i)y/\delta_\nu]}{\cosh[(1+i)y_0/\delta_\nu]} \right) \quad (2.16)$$

$$= \frac{\langle u_1 \rangle}{(1-f_\nu)} \left( 1 - \frac{\cosh[(1+i)y/\delta_\nu]}{\cosh[(1+i)y_0/\delta_\nu]} \right), \quad (2.17)$$

où  $\langle u_1 \rangle$  est la valeur moyenne de la vitesse acoustique sur la hauteur d'un canal plan, obtenue en intégrant l'équation (2.16) par rapport à  $y$  :

$$\langle u_1 \rangle = \frac{1}{y_0} \int_0^{y_0} u_1(x, y) dy = (1-f_\nu) \frac{i}{\omega \rho_m} \frac{dp_1}{dx}. \quad (2.18)$$

Notons que le profil de vitesse acoustique entre deux plaques décrit par l'équation (2.17) présente un bon accord avec nos mesures réalisées par la technique de vélocimétrie par images de particules (voir chapitre 4).

### 2.2.3.2 Champ de température $T_{s1}(x, y)$ dans le solide

La distribution de température dans les plaques de l'empilement est gouvernée par l'équation classique de la chaleur :

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \kappa_s \nabla^2 T_s. \quad (2.19)$$

Au premier ordre, et en négligeant  $\frac{\partial^2 T_{s1}}{\partial x^2}$  devant  $\frac{\partial^2 T_{s1}}{\partial y^2}$ , cette équation devient :

$$i\omega T_{s1} = \kappa_s \frac{\partial^2 T_{s1}}{\partial y^2}, \quad (2.20)$$

et a pour solution :

$$T_{s1} = T_{b1} \frac{\cosh[(1+i)y'/\delta_s]}{\cosh[(1+i)l/\delta_s]}, \quad (2.21)$$

l'amplitude de la fluctuation de température  $T_{b1}$  à la paroi  $y' = l$  étant pour l'instant inconnue.

### 2.2.3.3 Champ de température $T_1(x, y)$ dans le fluide

La résolution de l'équation générale de la chaleur (Eq. (49.4) Réf. [56]) permet de déterminer la répartition de température dans le fluide compris entre deux plaques :

$$\rho T \left( \frac{\partial s}{\partial t} + \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} s \right) = \text{div}(K \overrightarrow{\text{grad}} T) + \{\text{termes quadratiques de la vitesse}\}. \quad (2.22)$$

On utilise la relation  $ds = \left(\frac{c_p}{T}\right) dT - \left(\frac{\beta}{\rho}\right) dp$ , on ne garde que les termes du premier ordre, et l'on néglige à nouveau  $\frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2}$  devant  $\frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2}$ . L'équation à résoudre s'écrit alors :

$$\rho_m c_p \left( i\omega T_1 + u_1 \frac{dT_m}{dx} \right) - i\omega T_m \beta p_1 = K \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2}. \quad (2.23)$$

Cette équation traduit le fait que les variations de température en un point donné du fluide sont dues au mouvement du fluide, aux phénomènes de compression-détente ainsi qu'à la conduction thermique.

On remplace  $u_1$  par son expression (2.16) et on résout l'équation avec les conditions aux limites suivantes à l'interface fluide-solide :

$$\begin{cases} T_1(y_0) = T_{s1}(l) = T_{b1} \\ K \left( \frac{\partial T_1}{\partial y} \right)_{y_0} = -K_s \left( \frac{\partial T_{s1}}{\partial y'} \right)_l \end{cases} \quad (2.24)$$

Après un long calcul, la solution s'écrit :

$$T_1(x, y) = \frac{T_m \beta}{\rho_m c_p} p_1 - \frac{1}{\rho_m \omega^2} \times \left( 1 - \frac{\sigma \cosh[(1+i)y/\delta_\nu]}{(\sigma-1) \cosh[(1+i)y_0/\delta_\nu]} \right) \frac{dp_1}{dx} \frac{dT_m}{dx} - \left[ \frac{T_m \beta}{\rho_m c_p} p_1 + \frac{(dp_1/dx)(dT_m/dx)}{(\sigma-1)\rho_m \omega^2} \left( 1 + \frac{\epsilon_s f_\nu}{f_\kappa} \right) \right] \times \frac{\cosh[(1+i)y/\delta_\kappa]}{(1+\epsilon_s) \cosh[(1+i)y_0/\delta_\kappa]}. \quad (2.25)$$

### 2.2.3.4 Equation de propagation des ondes dans le stack

On part de l'équation de conservation de la masse (Eq. (1.2) Réf. [56]) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0, \quad (2.26)$$

qui s'écrit au premier ordre :

$$i\omega \rho_1 + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_m u_1) + \rho_m \frac{\partial v_1}{\partial y} = 0. \quad (2.27)$$

On combine cette équation avec la dérivée par rapport à  $x$  de l'équation (2.15) et on utilise l'équation d'état  $\rho_1 = -\rho_m \beta T_1 + (\gamma/a^2) p_1$  afin d'exprimer  $\rho_1$  en fonction de  $T_1$  et  $p_1$ . Enfin on remplace  $T_1$  et  $u_1$  par leurs expressions (2.25) et (2.16), puis l'on intègre par rapport à  $y$  l'équation obtenue de 0 à  $y_0$  pour obtenir une équation différentielle fonction de  $x$  uniquement

pour  $p_1$ . Notons que la vitesse  $v_1$  est nulle à la fois en  $y = 0$  (par raison de symétrie) et en  $y = y_0$  sur la paroi.

On obtient finalement l'équation suivante :

$$\left(1 + \frac{(\gamma - 1)f_\kappa}{1 + \epsilon_s}\right) p_1 + \frac{\rho_m a^2}{\omega^2} \frac{d}{dx} \left( \frac{1 - f_\nu}{\rho_m} \frac{dp_1}{dx} \right) - \beta \frac{a^2}{\omega^2} \frac{f_\kappa - f_\nu}{(1 - \sigma)(1 + \epsilon_s)} \frac{dT_m}{dx} \frac{dp_1}{dx} = 0. \quad (2.28)$$

Cette équation différentielle décrit la propagation d'une onde acoustique dans un canal plan en présence d'un gradient de température. Elle traduit le fait que l'amplitude de la pression acoustique complexe  $p_1(x)$  évolue en fonction du gradient de la température moyenne  $T_m(x)$ , des propriétés thermophysiques (qui dépendent de la température) et de la géométrie, relatives au fluide et au solide (empilement de plaques).

Pour un gaz parfait et avec  $\epsilon_s = 0$ , ce résultat a été obtenu par Rott [73].

### 2.2.3.5 Expression générale du flux d'énergie totale $\dot{H}_2$

En régime stationnaire, pour un empilement de plaques isolé thermiquement sur les côtés (i.e. sans échange de chaleur suivant les directions  $y$  et  $z$  avec l'extérieur), la conservation de l'énergie impose que le flux d'énergie totale, moyen au cours du temps,  $\dot{H}_2$  selon la direction  $x$  est indépendant de  $x$ . On cherche à établir une expression pour  $\dot{H}_2$  qui soit correcte au second ordre en fonction de l'amplitude acoustique. Pour cela, on part de l'équation de conservation de l'énergie (Eq. (49.2) Réf. [56]) :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho e \right) = -\text{div} \left[ \rho \vec{v} \left( \frac{1}{2} v^2 + w \right) - K \cdot \text{grad} T - \vec{v} \cdot \Sigma \right], \quad (2.29)$$

où  $e$  désigne l'énergie interne par unité de masse,  $w$  l'enthalpie par unité de masse et  $\Sigma$  est le tenseur des contraintes visqueuses ayant pour composantes (Eq. (15.3) Réf. [56]) :

$$\Sigma_{ij} = \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right) + \xi \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k}. \quad (2.30)$$

Les termes en  $\vec{v} v^2$  sont du troisième ordre et sont par conséquent négligés. On intègre les termes restant de l'équation (2.29) par rapport à  $y$  de  $y = 0$  à  $y' = 0$ , puis en prenant la moyenne temporelle on obtient :

$$\frac{d}{dx} \underbrace{\left[ \int_0^{y_0} \overline{\rho u w} dy - \int_0^{y_0} K \frac{\overline{\partial T}}{\partial x} dy - \int_0^{y_0} K_s \frac{\overline{\partial T_s}}{\partial x} dy' - \int_0^{y_0} \overline{(\vec{v} \cdot \Sigma)_x} dy \right]}_{=\dot{H}/\Pi} = 0. \quad (2.31)$$

La quantité entre crochets est le flux d'énergie totale moyen au cours du temps selon la direction  $x$  par unité de périmètre.

Le premier terme de  $\dot{H}$  correspond au flux hydrodynamique d'enthalpie dans le fluide. Si l'on développe ce terme au second ordre en fonction de l'amplitude acoustique, il vient :

$$\underbrace{\Pi \int_0^{y_0} \overline{\rho u w} dy}_{\text{flux d'enthalpie}} \simeq \Pi \int_0^{y_0} \rho_m \overline{u_1 w_1} dy \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned}
&= \underbrace{\Pi \int_0^{y_0} \rho_m T_m \overline{s_1 u_1} dy}_{\dot{Q}_2} + \underbrace{\Pi \int_0^{y_0} \overline{p_1 u_1} dy}_{\dot{W}_2} \\
&= \underbrace{\Pi \int_0^{y_0} [\rho_m c_p \overline{T_1 u_1} - T_m \beta \overline{p_1 u_1}] dy}_{\dot{Q}_2} + \underbrace{\Pi \int_0^{y_0} \overline{p_1 u_1} dy}_{\dot{W}_2} \\
&= \Pi \int_0^{y_0} [\rho_m c_p \overline{T_1 u_1} + (1 - T_m \beta) \overline{p_1 u_1}] dy, \tag{2.33}
\end{aligned}$$

où les relations suivantes ont été utilisées dans les calculs :  $w_1 = T_m s_1 + (1/\rho_m)p_1$  et  $s_1 = (c_p/T_m)T_1 - (\beta/\rho_m)p_1$  (cf. tableau 2.2).

Le flux d'enthalpie apparaît comme la somme de deux termes : le premier terme correspond au flux hydrodynamique de chaleur  $\dot{Q}_2$  (ou flux d'entropie) et le second terme au flux de travail  $\dot{W}_2$ , le rapport des deux donnant le COP d'un réfrigérateur thermoacoustique (cf. paragraphe 1.1.3). Le flux de travail  $\dot{W}_2$  est en fait équivalent au flux de l'intensité acoustique classique à travers la section transversale d'un canal inter-plaques.

En thermoacoustique, les flux d'énergie s'évaluent en terme d'enthalpie par unité de masse ( $w = e + \frac{p}{\rho}$ ) car d'après les équations de la mécanique des fluides [56],  $\rho \vec{v} \left( \frac{1}{2} v^2 + w \right)$  est la densité du flux d'énergie totale (incluant le travail des forces de pression). De plus, comme en thermoacoustique le terme correspondant au flux d'énergie cinétique  $\frac{1}{2} \rho v^2 \vec{v}$  est du troisième ordre, il est négligé.

Remarquons que dans le cas d'un gaz parfait ( $T_m \beta = 1$ ), l'expression du flux d'enthalpie se réduit simplement à :

$$\Pi \int_0^{y_0} \rho_m \overline{u_1 w_1} dy = \Pi \int_0^{y_0} \rho_m c_p \overline{T_1 u_1} dy. \tag{2.34}$$

Développons à présent les autres termes de  $\dot{H}/\Pi$  :

$$- \int_0^{y_0} K \frac{\partial \overline{T}}{\partial x} dy \simeq -y_0 K \frac{dT_m}{dx}, \tag{2.35}$$

$$- \int_0^l K_s \frac{\partial \overline{T_s}}{\partial x} dy' \simeq -l K_s \frac{dT_m}{dx}, \tag{2.36}$$

$$\int_0^{y_0} \overline{(\vec{v} \cdot \Sigma)_x} dy \ll \int_0^{y_0} \overline{\rho u w} dy \tag{2.37}$$

si bien que d'après Swift le terme visqueux  $(\vec{v} \cdot \Sigma)_x$  est négligeable.

Finalement, le flux d'énergie totale a pour expression :

$$\dot{H}_2 = \Pi \int_0^{y_0} [\rho_m c_p \overline{T_1 u_1} + (1 - T_m \beta) \overline{p_1 u_1}] dy - \Pi (y_0 K + l K_s) \frac{dT_m}{dx}, \tag{2.38}$$

la notation de  $\dot{H}_2$  avec un indice 2 rappelant qu'il s'agit d'une approximation au second ordre en fonction des grandeurs acoustiques. Le second terme de l'expression  $\dot{H}_2$  représente le flux de chaleur lié à la conduction thermique dans le fluide et dans les plaques du fait de l'existence d'un gradient de température.

A présent, si l'on remplace  $T_1$  et  $u_1$  par leurs expressions (2.25) et (2.16) et si l'on calcule l'intégrale par rapport à  $y$ , on trouve :

$$\begin{aligned}
\dot{H}_2 = & \underbrace{\frac{\Pi y_0}{2\omega\rho_m} \operatorname{Im} \left[ \frac{d\tilde{p}_1}{dx} p_1 (1 - \tilde{f}_\nu) \right]}_{\dot{W}_2} \\
& + \frac{\Pi y_0}{2\omega\rho_m} \operatorname{Im} \left[ \frac{d\tilde{p}_1}{dx} p_1 \frac{T_m \beta (\tilde{f}_\nu - f_\kappa)}{(1 + \epsilon_s)(1 + \sigma)} \right] \\
& + \underbrace{\frac{\Pi y_0 c_p}{2\omega^3 \rho_m (1 - \sigma)} \frac{dT_m}{dx} \frac{dp_1}{dx} \frac{d\tilde{p}_1}{dx}}_{\dot{Q}_2} \times \operatorname{Im} \left[ \tilde{f}_\nu + \frac{(f_\kappa - \tilde{f}_\nu)(1 + \epsilon_s f_\nu / f_\kappa)}{(1 + \epsilon_s)(1 + \sigma)} \right] \\
& - \underbrace{\Pi(y_0 K + l K_s) \frac{dT_m}{dx}}_{\dot{Q}_{\text{loss}}} , \tag{2.39}
\end{aligned}$$

où  $\operatorname{Im}[\dots]$  correspond à la partie imaginaire et le tilde signifie le conjugué d'une quantité complexe.

Cette équation importante donne le flux d'énergie totale suivant  $x$  en fonction de  $T_m(x)$ ,  $p_1(x)$ , des propriétés des matériaux et de la géométrie de l'empilement de plaques. Dans le cas d'un gaz parfait et avec  $\epsilon_s = 0$ , ce résultat a été obtenu par Rott [74].

### 2.2.3.6 Expressions simplifiées pour $\dot{H}_2$ et $\dot{W}_2$

Afin d'obtenir des expressions simplifiées pour  $\dot{H}_2$  et  $\dot{W}_2$ , on fait les hypothèses suivantes qui sont des hypothèses classiques en thermoacoustiques :

#### - Approximation de type "couche limite" :

L'écoulement acoustique est dirigé suivant la direction privilégiée  $x$  et l'on suppose que suivant la direction transversale  $y$ , on a  $\delta_\kappa \ll y_0$ ,  $\delta_\nu \ll y_0$  et  $\delta_s \ll l$ , ce qui permet de prendre les tangentes hyperboliques égales à 1 dans les expressions de  $f_\nu$ ,  $f_\kappa$  et  $\epsilon_s$  (voir tableau 2.2).

#### - Approximation de l'empilement court :

(i) On suppose que l'empilement est suffisamment court ( $\Delta x \ll \lambda/2\pi$ ) pour ne pas perturber de manière notable le champ d'onde stationnaire, de telle sorte que le champ de pression acoustique peut être décrit par la même expression que si le résonateur était vide :

$$p_1 = P_A \sin(2\pi x/\lambda) \equiv p_1^s . \tag{2.40}$$

(ii) On suppose également, pour les besoins d'intégration suivant  $x$ , que l'empilement est suffisamment court pour que  $p_1^s$  et  $\langle u_1^s \rangle$  puissent être considérés comme indépendants de  $x$  sur l'étendue du stack. Enfin l'empilement est supposé suffisamment court pour que la différence de température entre ses extrémités vérifie  $\Delta T = T_h - T_c \ll T_m$  si bien que les propriétés thermophysiques peuvent être considérées comme indépendantes de  $x$ .

Compte-tenu de l'approximation de la couche limite, les quantités  $f_\nu$ ,  $f_\kappa$  et  $\epsilon_s$  (tableau 2.2) peuvent s'écrire :

$$f_\nu \simeq \frac{\delta_\nu}{(1+i)y_0} , \tag{2.41}$$

$$f_\kappa \simeq \frac{\delta_\kappa}{(1+i)y_0}, \quad (2.42)$$

$$\epsilon_s \simeq \frac{\sqrt{K\rho_m c_p}}{\sqrt{K_s\rho_s c_s}} = \frac{\rho_m c_p \delta_\kappa}{\rho_s c_s \delta_s}. \quad (2.43)$$

On a vu précédemment qu'on pouvait exprimer  $dp_1/dx$  en fonction de  $\langle u_1 \rangle$  en intégrant l'équation (2.16) par rapport à  $y$ . Pour mémoire, on rappelle que l'on a la relation suivante (Eq. (2.18)):

$$\frac{dp_1}{dx} = -\frac{i\omega\rho_m\langle u_1 \rangle}{(1-f_\nu)}.$$

Compte-tenu de l'approximation de l'empilement court, la valeur moyenne de la vitesse acoustique dans un canal inter-plaques peut s'écrire :

$$\langle u_1 \rangle = i\left(1 + \frac{l}{y_0}\right) \underbrace{\left(\frac{P_A}{\rho_m a}\right)}_{u_A} \cos(2\pi x/\lambda) \equiv i\langle u_1^s \rangle, \quad (2.44)$$

le facteur  $(1 + l/y_0)$  venant du fait que, par conservation du débit, la vitesse à l'intérieur de l'empilement est plus élevée que la vitesse à l'extérieur dans le rapport des sections transversales ouvertes  $(l + y_0)/y_0$ .

En substituant les expressions précédentes dans l'équation de propagation (2.28) et dans celle du flux d'énergie totale  $\dot{H}_2$  (2.39), on obtient :

$$p_1 \frac{\rho_m a^2}{\omega^2} \frac{d}{dx} \left( \frac{1-f_\nu}{\rho_m} \frac{dp_1}{dx} \right) = \frac{(\gamma-1)\delta_\kappa p_1}{(1+i)(1+\epsilon_s)y_0} \times \left( \frac{\Gamma}{(1+\sqrt{\sigma})(1-f_\nu)} - 1 \right), \quad (2.45)$$

$$\begin{aligned} \dot{H}_2 = & -\frac{1}{4}\Pi\delta_\kappa \frac{T_m\beta p_1^s \langle u_1^s \rangle}{(1+\epsilon_s)(1+\sigma)(1-\delta_\nu/y_0 + \delta_\nu^2/2y_0^2)} \\ & \times \left[ \Gamma \frac{1+\sqrt{\sigma} + \sigma + \sigma\epsilon_s}{1+\sqrt{\sigma}} - \left(1 + \sqrt{\sigma} - \frac{\delta_\nu}{y_0}\right) \right] - \Pi(y_0 K + lK_s) \frac{dT_m}{dx}, \end{aligned} \quad (2.46)$$

avec la quantité  $\Gamma$  définie par :

$$\Gamma = \frac{\nabla T_m}{\nabla T_{\text{crit}}}, \quad (2.47)$$

où  $\nabla T_m = \frac{dT_m}{dx}$  et  $\nabla T_{\text{crit}}$  est le gradient de température moyenne critique ayant pour expression :

$$\nabla T_{\text{crit}} = \frac{T_m\beta\omega p_1^s}{\rho_m c_p \langle u_1^s \rangle}. \quad (2.48)$$

En l'absence de viscosité,  $\nabla T_{\text{crit}}$  représente le gradient de température pour lequel les oscillations de température  $T_1(x, y)$  à une certaine position  $x$  sont nulles quel que soit  $y$  (cf. paragraphe 2.2.2). Mais si l'on tient compte de la viscosité, la dépendance de  $T_1$  par rapport à  $y$  est relativement compliquée si bien qu'on ne peut pas trouver de définition naturelle pour  $\nabla T_{\text{crit}}$ . On conservera donc, par souci de simplification des calculs, l'expression précédente définie à l'origine dans un fluide parfait.



En l'absence de viscosité,  $\nabla T_{\text{crit}}$  constitue également la frontière entre le fonctionnement comme moteur ( $\nabla T_m > \nabla T_{\text{crit}}$ ) ou bien comme réfrigérateur ( $\nabla T_m < \nabla T_{\text{crit}}$ ) d'une machine thermoacoustique. Dans la réalité, les phénomènes dissipatifs que constituent la viscosité et la conduction thermique longitudinale font qu'il existe en fait non pas une valeur mais une plage de valeurs du gradient de température pour laquelle une machine thermoacoustique ne se comporte ni comme un moteur, ni comme une pompe à chaleur, est s'avère donc inutilisable.

### Calcul de l'expression du flux de travail $\dot{W}_2$

La puissance acoustique ne peut pas rayonner ou être reçue suivant la direction  $y$  dans l'empilement (cf. figure 2.1). Par conséquent la puissance acoustique créée ou absorbée doit apparaître comme la différence de l'intensité acoustique moyenne  $\overline{p_1 u_1}$  entre les deux extrémités du stack :

$$\dot{W}_2 \equiv \Delta \dot{W}_2 = \Pi y_0 [(\overline{p_1 u_1})_{\text{droite}} - (\overline{p_1 u_1})_{\text{gauche}}] \quad (2.49)$$

$$\simeq \Pi y_0 \Delta x \frac{d}{dx} (\overline{p_1 u_1}) \quad (\text{approximation de l'empilement court}), \quad (2.50)$$

qui est proportionnelle au volume total de fluide dans la région du stack  $\Pi y_0 \Delta x$ . Après calcul, on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{W}_2 = & \frac{1}{4} \Pi \delta_\kappa \Delta x \frac{(\gamma - 1) \omega (p_1^s)^2}{\rho_m a^2 (1 + \epsilon_s)} \times \left( \frac{\Gamma}{(1 + \sqrt{\sigma})(1 - \delta_\nu / y_0 + \delta_\nu^2 / 2y_0^2)} - 1 \right) \\ & - \frac{1}{4} \Pi \delta_\nu \Delta x \frac{\omega \rho_m \langle u_1^s \rangle^2}{(1 - \delta_\nu / y_0 + \delta_\nu^2 / 2y_0^2)}. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Les expressions précédentes pour  $\dot{H}_2$  et  $\dot{W}_2$  sont utiles pour faire des estimations rapides des performances d'une machine thermoacoustique. Cependant, pour des calculs précis, il convient d'utiliser les formules générales exposées dans le paragraphe précédent.

Notons que les propriétés du matériau des plaques apparaissent dans le facteur  $\epsilon_s = (\rho_m c_p \delta_\kappa) / (\rho_s c_s \delta_s)$  qui traduit le fait que la plaque n'a pas une capacité calorifique suffisamment grande pour imposer la condition  $T_1 = 0$  au fluide à la paroi. Dans l'approximation de la couche limite,  $\rho_s c_s \delta_s$  est la capacité calorifique par unité de surface de la plaque. Si cette capacité calorifique est grande par rapport à celle correspondante du fluide  $\rho_m c_p \delta_\kappa$ , alors la condition aux limites pour le fluide est  $T_1 = 0$ . En revanche, si  $\rho_s c_s \delta_s$  n'est pas suffisamment grande comparée à  $\rho_m c_p \delta_\kappa$ , alors la fluctuation de température  $T_1$  dans le fluide en contact avec la paroi n'est plus nulle. La variation de température que subit une épaisseur  $\delta_\kappa$  de fluide lorsqu'il se relaxe sur une épaisseur  $\delta_s$  de la plaque est par conséquent réduite du facteur  $1/(1 + \epsilon_s)$ . Ce facteur  $1/(1 + \epsilon_s)$  diminue à la fois le flux hydrodynamique de chaleur et le flux de travail (puissance acoustique).

### Différence entre le "stack" d'une machine thermoacoustique et le "régénérateur" d'une machine de Stirling.

Le but du régénérateur dans une machine de Stirling est de forcer une condition isotherme localement dans le fluide :  $T_1(x, y) = 0$  (même si  $T_m$  dépend de  $x$ ). Ainsi les plaques d'un régénérateur doivent avoir une forte capacité calorifique ( $\epsilon_s \ll 1$ ) et l'espace les séparant doit être très faible ( $y_0 \ll \delta_\kappa$ ) de sorte que le fluide soit en excellent contact thermique avec elles.

Au contraire, dans le cas du stack d'une machine thermoacoustique, un espacement un peu plus grand ( $y_0 \simeq \delta_\kappa$ ) assure un contact thermique non nul mais relativement faible.

Au sein du régénérateur d'une machine de Stirling, où  $T_1 = 0$ , le flux d'enthalpie pour un gaz parfait ( $T_m \beta = 1$ ) est nul (cf. Eq. (2.34)).

D'après Swift [80], dans une machine thermoacoustique, l'espacement optimal des plaques de l'empilement est compris entre  $2\delta_\kappa$  et  $4\delta_\kappa$ .

### 2.2.3.7 Approximation de $\dot{H}_2$ et $\dot{W}_2$ à l'ordre $\sqrt{\sigma}$

Afin d'avoir une compréhension intuitive des expressions 2.46 et 2.51 pour  $\dot{H}_2$  et  $\dot{W}_2$ , on ne va retenir que les termes où la viscosité apparaît à l'ordre le plus faible, à savoir à l'ordre  $\sqrt{\sigma}$ .

De plus, on va supposer que  $y_0 \simeq \delta_\kappa$ , ce qui est le cas dans la majorité des prototypes de machines, si bien que  $\delta_\nu/y_0 \simeq \sqrt{\sigma}$ .

Les expressions de  $\dot{H}_2$  et  $\dot{W}_2$  s'écrivent alors :

$$\dot{H}_2 = -\frac{1}{4}\Pi\delta_\kappa \frac{T_m \beta p_1^s \langle u_1^s \rangle}{(1 + \epsilon_s)(1 - \sqrt{\sigma})} (\Gamma - 1) - \Pi(y_0 K + lK_s) \frac{dT_m}{dx}, \quad (2.52)$$

$$\dot{W}_2 = \frac{1}{4}\Pi\delta_\kappa \Delta x \frac{(\gamma - 1)\omega(p_1^s)^2}{\rho_m a^2 (1 + \epsilon_s)} (\Gamma - 1) - \frac{1}{4}\Pi\delta_\nu \Delta x \omega \rho_m \langle u_1^s \rangle^2. \quad (2.53)$$

Bien que quantitativement inexactes, excepté pour des fluides ayant un nombre de Prandtl extrêmement faible, les expressions précédentes sont plus simples à interpréter.

L'effet à l'ordre le plus faible de la viscosité sur la puissance acoustique  $\dot{W}_2$  apparaît dans le second terme de l'équation (2.53). Il s'agit de la puissance dissipée par les frottements visqueux dans la couche limite, un résultat bien connu en mécanique des fluides (cf. [56] Eq. (16.3)). Ainsi, comme la viscosité absorbe de la puissance acoustique, elle a un effet néfaste sur le rendement des machines thermoacoustiques. Par conséquent, les meilleurs fluides de travail sont ceux dont la valeur du nombre de Prandtl est faible.

A l'ordre le plus faible en  $\sqrt{\sigma}$ , le flux hydrodynamique de chaleur, correspondant au premier terme de l'équation (2.52), est augmenté du facteur  $1/(1 - \sqrt{\sigma})$ . Ce facteur apparaît du fait que la vitesse moyenne  $\langle u_1^s \rangle$  sous-estime la vitesse avec laquelle l'entropie est convectée le long du stack. Comme on l'a vu dans le cas d'une seule plaque (paragraphe 2.2.2), le transport convectif d'entropie est maximal à une distance  $\delta_\kappa$  de la plaque. La vitesse à cet endroit est plus grande que la vitesse moyenne d'un facteur  $1/(1 - \sqrt{\sigma})$ . Ce facteur diminue le rendement des moteurs thermoacoustiques, mais tend à augmenter le COP des réfrigérateurs thermoacoustiques.

Grâce à l'expression précédente (2.52) pour  $\dot{H}_2$ , on voit que la conductivité thermique longitudinale suivant  $x$  a pour effet de rajouter une contribution au flux hydrodynamique de chaleur, ce qui réduit le rendement de la machine. On voit aussi qu'il est souhaitable que le fluide de travail ait un grand coefficient de dilatation thermique  $\beta$  et un faible nombre de Prandtl  $\sigma$  afin d'augmenter le flux de chaleur.

### 2.2.3.8 Approximation de $\dot{H}_2$ et $\dot{W}_2$ en l'absence de viscosité ( $\sigma = 0$ )

On continue de faire les approximations de la couche limite et de l'empilement court (cf. paragraphe 2.2.3.6).

On suppose de plus ici que le fluide est parfait, c'est-à-dire que sa viscosité  $\mu$  est nulle, si bien que :

$$\begin{cases} \nu &= 0 \\ \sigma &= 0 \\ f_\nu &= 0, \end{cases} \quad (2.54)$$

et l'équation (2.15) s'écrit :

$$\frac{dp_1}{dx} = -i\omega\rho_m u_1. \quad (2.55)$$

Par conséquent, la vitesse acoustique  $u_1$  entre deux plaques de l'empilement ne dépend plus de  $y$ . On retrouve ainsi avec l'équation (2.55) la relation classique entre la vitesse et la pression acoustiques.

Compte-tenu de l'approximation de l'empilement court, on conserve les expressions suivantes pour le champ de pression et de vitesse acoustiques dans l'empilement :

$$\begin{cases} p_1 = P_A \sin(2\pi x/\lambda) \equiv p_1^s \\ \langle u_1 \rangle \equiv u_1 = i \left(1 + \frac{l}{y_0}\right) \left(\frac{P_A}{\rho_m a}\right) \cos(2\pi x/\lambda) = i u_1^s \equiv i \langle u_1^s \rangle. \end{cases}$$

L'équation de propagation des ondes (2.45), ainsi que les expressions du flux d'énergie totale (2.46) et du flux de travail (2.51) se simplifient alors sous la forme :

$$p_1 + \frac{\rho_m a^2}{\omega^2} \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{\rho_m} \frac{dp_1}{dx} \right) = \frac{(\gamma - 1)\delta_\kappa}{(1 + i)(1 + \epsilon_s)y_0} (\Gamma - 1) p_1, \quad (2.56)$$

$$\dot{H}_2 = -\frac{1}{4} \Pi \delta_\kappa \frac{T_m \beta}{(1 + \epsilon_s)} p_1^s u_1^s (\Gamma - 1) - \Pi (y_0 K + l K_s) \frac{dT_m}{dx}, \quad (2.57)$$

$$\dot{W}_2 = \frac{1}{4} \Pi \delta_\kappa \Delta x \frac{(\gamma - 1)\omega}{\rho_m a^2 (1 + \epsilon_s)} (p_1^s)^2 (\Gamma - 1). \quad (2.58)$$

Avec l'équation (2.57), il est facile de voir que dans le cas d'un réfrigérateur thermoacoustique ( $\nabla T_m < \nabla T_{crit} \Leftrightarrow \Gamma < 1$ ), le flux hydrodynamique de chaleur, correspondant au premier terme, est positif donc dirigé du côté froid vers le côté chaud du stack. Ce terme est également proportionnel à  $\Pi \delta_\kappa$  de telle sorte que, si  $y_0 \simeq \delta_\kappa$ , alors le fluide sur toute la hauteur d'un canal entre deux plaques contribue efficacement au transport de chaleur. Quant à la puissance acoustique  $\dot{W}_2$ , l'équation (2.58) montre qu'elle est négative dans le même cas, ce qui signifie que la puissance acoustique est absorbée pour créer le flux hydrodynamique de chaleur précédent.

### Expression de la densité de puissance

Afin d'obtenir une estimation de la densité de puissance d'une machine thermoacoustique par unité de volume, on divise l'équation (2.57) pour  $\dot{H}_2$  par le volume approximatif du résonateur (quart d'onde)  $V = \Pi \delta_\kappa (1 + l/y_0) (\lambda/4)$ . En prenant  $\Gamma - 1 \sim 1$ ,  $p_1^s u_1^s \sim P_A^2 (1 + l/y_0) / (2\rho_m a)$  et en négligeant la conductivité thermique longitudinale, on obtient :

$$\frac{\dot{H}_2}{V} \sim \frac{f}{2} \frac{T_m \beta}{(1 + \epsilon_s)} \frac{P_A^2}{\rho_m a^2} = \frac{f}{2} \frac{T_m \beta}{(1 + \epsilon_s)} \underbrace{\frac{\rho_m a^2}{\gamma p_m}}_{M^2}. \quad (2.59)$$

La densité de puissance est proportionnelle à  $f$  car à une fréquence élevée correspond une faible longueur d'onde et donc un résonateur plus court.

Elle est proportionnelle à  $T_m\beta/(1 + \epsilon_s)$ , par conséquent le fluide de travail doit avoir un grand coefficient de dilatation thermique. Ce sont les gaz ( $T_m\beta = 1$ ) et les liquides près de leur point critique ( $T_m\beta \sim 1$ ) qui ont les plus grands coefficients de dilatation.

La densité de puissance dépend surtout de manière quadratique de l'amplitude de la pression acoustique  $P_A$ , donc celle-ci doit être la plus élevée possible. Le facteur  $P_A^2/\rho_m a^2 = \rho_m a^2 M^2$ , qui dépend de l'amplitude de l'onde, représente l'énergie de compression par unité de volume stockée dans le fluide. Pour les gaz, l'amplitude de la pression acoustique  $P_A$  est probablement limitée à  $M \simeq 0.1$  par les effets non-linéaires, si bien que  $\rho_m a^2 = \gamma p_m$  doit être le plus grand possible. Ainsi il est souhaitable d'avoir une forte pression statique moyenne  $p_m$  et une amplitude élevée pour la pression acoustique  $P_A$  afin d'augmenter la densité de puissance d'une machine thermoacoustique.

Remarquons que comme la viscosité dynamique  $\mu$  est quasiment indépendante de la pression, la profondeur de pénétration visqueuse  $\delta_\nu$  varie comme [1] :

$$\delta_\nu = \sqrt{\frac{2\mu}{\omega\rho_m}} \propto (\omega\rho_m)^{-1/2} \propto (\omega p_m)^{-1/2}. \quad (2.60)$$

Il en est de même pour la profondeur de pénétration thermique  $\delta_\kappa$  puisque  $\delta_\kappa = \delta_\nu/\sqrt{\sigma}$ . On en déduit que si l'on augmente la pression moyenne  $p_m$  en vue d'augmenter la densité de puissance d'une machine (la longueur de celle-ci restant constante, donc  $\omega$  aussi), alors il faudra diminuer la taille des canaux du stack pour conserver un optimum défini approximativement par l'inégalité  $\delta_\kappa \leq y_0 \leq 2\delta_\kappa$  [80].

## 2.2.4 Généralisation au cas d'un canal de section quelconque

### 2.2.4.1 Hypothèses de départ et notations

Les équations de Rott [73, 74, 75] et de Swift [80] décrivent l'effet thermoacoustique dans des canaux plans, i.e. entre des plaques parallèles. Arnott *et coll.* [4] proposent une formulation analytique plus générale qui s'applique à des canaux ou pores ayant différentes sections (circulaire, carrée, triangulaire, etc...) et qui établit une analogie avec la modélisation des matériaux poreux. Arnott *et coll.* s'inspirent pour cela des développements théoriques de Stinson [79] sur la propagation d'ondes planes dans une conduite de section quelconque.

Ici, le stack thermoacoustique est modélisé par une structure régulière de canaux capillaires, ou pores, parallèles. Les parois des pores sont supposées rigides et non-poreuses. On appellera  $x$  la coordonnée longitudinale suivant l'axe du résonateur (comme Swift [80]) tandis que  $y$  et  $z$  désigneront les coordonnées transversales dans la section d'un pore. Les pores sont supposés infiniment longs suivant  $x$ . Dans les pores du stack, la température moyenne  $T_m$  est une fonction de  $x$ . Arnott *et coll.* supposent que toutes les variables acoustiques et thermophysiques oscillent harmoniquement et choisissent une convention en  $e^{-i\omega t}$  (alors que Swift [80] travaille avec la convention en  $e^{+i\omega t}$ ).

De plus, dès le départ, Arnott *et coll.* supposent que les parois du pore ont une capacité calorifique  $c_s$  et une conductivité thermique  $K_s$  suffisamment grande par rapport à celles du fluide pour que la température des parois ne varie pas du fait des fluctuations de température dans le fluide, associées à l'onde acoustique. Cela revient à prendre le paramètre  $\epsilon_s$  de Swift [80] égal à zéro :  $\epsilon_s = 0$ .

Arnott *et coll.* [4] partent des mêmes équations générales linéarisées que Swift, à savoir les équations (2.15), (2.27) et (2.23), qui traduisent respectivement la conservation de la quantité de

mouvement, la conservation de la masse et la conservation de l'entropie dans le fluide. A ce stade, la différence majeure avec la mise en équation de Swift tient au fait que Arnott *et coll.* n'ont pas besoin de résoudre l'équation de la chaleur dans les parois du pore du fait de l'hypothèse  $\epsilon_s = 0$ . En effet, cette hypothèse implique que l'équation (2.23) donnant la fluctuation de température dans le fluide se résout avec la condition aux limites  $T_1(x, y, z) = 0$  sur les parois du pore.

Arnott *et coll.*, en s'inspirant du formalisme des matériaux poreux développé par Tijde-  
man [85] et Attenborough [9], introduisent deux nombres adimensionnels  $\lambda$  et  $\lambda_T$  définis par :

$$\lambda = R \sqrt{\frac{\rho_m \omega}{\mu}} = \sqrt{2} \frac{R}{\delta_\nu}, \quad (2.61)$$

$$\lambda_T = R \sqrt{\frac{\rho_m \omega c_p}{K}} = \sqrt{2} \frac{R}{\delta_\kappa}, \quad (2.62)$$

où  $R$  désigne le rayon caractéristique du pore.  $R$  est défini comme le double de l'aire de la section transversale du pore divisée par son périmètre. Pour un pore cylindrique, la quantité  $R$  coïncide donc avec le rayon géométrique du pore. Compte-tenu de la définition précédente,  $R$  correspond au double du rayon hydraulique classique du pore.

**Remarque :** Dans ce paragraphe, il faut prendre garde de ne pas confondre le nombre adimensionnel  $\lambda$ , qui vient d'être défini, avec la longueur d'onde de l'onde acoustique stationnaire dans le résonateur.

Dans la littérature,  $\lambda$  est appelé "dimensionless shear wave number" et  $\lambda_T$  "dimensionless thermal disturbance number". Ces deux nombres sont liés par la relation :

$$\lambda_T = \lambda \cdot \sqrt{\sigma}, \quad (2.63)$$

où  $\sigma$  est le nombre de Prandtl du fluide remplissant les pores.

Pour  $\lambda \ll 1$ , l'amplitude de la vitesse acoustique dans un canal dépend de la distance aux parois [5], présentant une analogie avec un écoulement stationnaire dans un tube capillaire (écoulement de Poiseuille, profil parabolique). Pour  $\lambda \gg 1$ , l'amplitude de la vitesse acoustique dans le canal coïncide avec celle prévue par les équations classiques de l'acoustique linéaire, excepté dans une couche limite d'épaisseur  $\delta_\nu$  dans laquelle la vitesse décroît pour s'annuler aux parois.

Pour  $\lambda_T \ll 1$ , la température du fluide dans le canal est égale à la température des parois, et les fluctuations de masse volumique du fluide ont lieu de manière isotherme plutôt que de manière adiabatique [5]. Pour  $\lambda_T \gg 1$ , les fluctuations de masse volumique sont adiabatiques excepté dans une couche limite d'épaisseur  $\delta_\kappa$  à la surface des parois, dans laquelle les fluctuations de masse volumique passent du caractère adiabatique au caractère isotherme.

### 2.2.4.2 Profil transversal de vitesse dans un pore

Afin de résoudre l'équation de conservation de la quantité de mouvement linéarisée

$$-i\omega\rho_m u_1(x, y, z) = -\frac{dp_1(x)}{dx} + \mu \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) u_1(x, y, z), \quad (2.64)$$

qui équivaut à l'équation (2.15) de Swift avec la dimension  $z$  en plus, Arnott *et coll.* cherche une solution pour la vitesse  $u_1(x, y, z)$  de la forme :

$$u_1(x, y, z) = \frac{F(y, z; \lambda) dp_1}{i\omega\rho_m dx} . \quad (2.65)$$

En reportant cette expression dans l'équation (2.64), on déduit que la fonction  $F(y, z; \lambda)$  doit satisfaire l'équation :

$$F(y, z; \lambda) + \left( \frac{R^2}{i\lambda^2} \right) \times \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) F(y, z; \lambda) = 1, \quad (2.66)$$

avec la condition aux limites  $F(y, z; \lambda) = 0$  sur les parois du pore, qui est la condition aux limites pour la vitesse  $u_1(x, y, z)$ .

Dans le cadre du formalisme de Arnott *et coll.*, il s'agit de la seule équation différentielle à résoudre pour déterminer complètement toutes les grandeurs acoustiques au premier ordre ainsi que les flux d'énergie (chaleur et travail) au second ordre.

Il est utile de définir une valeur moyenne des grandeurs sur l'aire  $\mathcal{A}$  de la section transversale d'un pore :

$$\langle u_1 \rangle \equiv \langle u_1(x, y, z) \rangle = \frac{1}{\mathcal{A}} \int_{\mathcal{A}} u_1(x, y, z) dy dz , \quad (2.67)$$

$$F(\lambda) \equiv \langle F(y, z; \lambda) \rangle = \frac{1}{\mathcal{A}} \int_{\mathcal{A}} F(y, z; \lambda) dy dz . \quad (2.68)$$

Compte tenu de ces définitions, à partir de l'équation (2.65) il vient la relation :

$$\langle u_1 \rangle = \frac{1}{i\omega\rho_m(x)} \frac{dp_1(x)}{dx} F(\lambda), \quad (2.69)$$

d'où l'expression suivante pour le profil de vitesse acoustique dans la section d'un pore :

$$u_1(x, y, z) = F(y, z; \lambda) \frac{\langle u_1 \rangle}{F(\lambda)} . \quad (2.70)$$

Notons que dans le cas d'un pore de section carrée, l'expression précédente pour le profil de vitesse acoustique présente un bon accord avec nos mesures réalisées par la technique de vélocimétrie par images de particules (voir chapitre 4).

### 2.2.4.3 Profil transversal de température dans un pore

Arnott *et coll.* résolvent l'équation (2.23) avec la condition aux limites  $T_1(x, y, z) = 0$  sur les parois du pore (qui découle de l'hypothèse  $\epsilon_s = 0$ ).

L'expression du profil de la fluctuation de température dans la section d'un pore est alors :

$$T_1(x, y, z) = \frac{(\gamma - 1)}{a^2\rho_m\beta} F(y, z; \lambda_T) p_1(x) - \frac{1}{\rho_m\omega^2} \frac{dT_m}{dx} \frac{F(y, z; \lambda_T) - \sigma F(y, z; \lambda)}{(1 - \sigma)} \frac{dp_1}{dx} . \quad (2.71)$$

A ce stade, on peut noter que la modélisation des matériaux poreux basée sur les tubes capillaires [9, 101] fait intervenir une masse volumique complexe définie par :

$$\rho^*(\lambda) = \frac{\rho_m(x)}{F(\lambda)}, \quad (2.72)$$

de telle sorte que

$$i\omega\rho^*(\lambda)\langle u_1 \rangle = \frac{dp_1(x)}{dx}. \quad (2.73)$$

La masse volumique complexe est la masse volumique dynamique apparente du fluide dans le pore.

En l'absence d'un gradient de température ( $dT_m/dx = 0$ ), toujours en suivant la modélisation des matériaux poreux basée sur les tubes capillaires [9], on peut définir également une compressibilité complexe :

$$C^*(x, \lambda_T) = \frac{1}{\rho_m} \frac{\rho_1(x)}{p_1(x)}, \quad (2.74)$$

où  $\rho_1(x) \equiv \langle \rho_1(x, y, z) \rangle$  est la moyenne de  $\rho_1(x, y, z)$  sur la section transversale du pore. L'expression de la fluctuation de masse volumique  $\rho_1(x, y, z)$  s'obtient à partir de la relation  $\rho_1 = -\rho_m\beta T_1 + (\gamma/a^2)p_1$  (cf. tableau 2.2) dans laquelle on reporte l'équation (2.71) donnant  $T_1(x, y, z)$ . Tous calculs faits, et avec l'hypothèse  $dT_m/dx = 0$ , il vient :

$$C^*(x, \lambda_T) = \frac{1}{\rho_m a^2} [\gamma - (\gamma - 1)F(\lambda_T)]. \quad (2.75)$$

Dans cette modélisation des matériaux poreux, les effets liés à la viscosité et à la conductivité thermique du fluide sont découplés [79] grâce à l'introduction de la masse volumique complexe (qui contient seulement les effets visqueux) et de la compressibilité complexe (qui contient seulement les effets de la conductivité thermique).

#### 2.2.4.4 Equation de propagation des ondes

Tous calculs faits, la pression acoustique dans un pore est régie par l'équation :

$$\begin{aligned} \frac{\rho_m}{F(\lambda)} \frac{d}{dx} \left( \frac{F(\lambda)}{\rho_m} \frac{dp_1}{dx} \right) + \beta \frac{dT_m}{dx} \left( \frac{F(\lambda_T)/F(\lambda) - 1}{1 - \sigma} \right) \frac{dp_1}{dx} \\ + \frac{\omega^2}{a^2} \frac{1}{F(\lambda)} [\gamma - (\gamma - 1)F(\lambda_T)] p_1(x) = 0. \end{aligned} \quad (2.76)$$

Notons qu'en l'absence d'un gradient de température ( $dT_m/dx = 0$ ), le nombre d'onde complexe dans le pore est donné par  $\pm k$  avec

$$k^2(\lambda, \lambda_T) = \frac{\omega^2}{a^2} \frac{1}{F(\lambda)} [\gamma - (\gamma - 1)F(\lambda_T)], \quad (2.77)$$

qui est la forme usuelle rencontrée dans la modélisation des matériaux poreux [72, 5, 9].

#### 2.2.4.5 Expression du flux de chaleur et du flux de travail

En s'inspirant des résultats de Swift [80], Arnott *et coll.* décomposent l'expression du flux d'énergie totale  $\dot{H}_2$ , moyen au cours du temps, au second ordre sous la forme d'une somme de trois termes :

$$\dot{H}_2 = \dot{Q}_2 + \dot{W}_2 - \dot{Q}_{\text{loss}}, \quad (2.78)$$

où  $\dot{Q}_2$  est le flux hydrodynamique de chaleur moyen au cours du temps

$$\begin{aligned} \dot{Q}_2 = & \frac{\Omega A_{\text{res}}}{2} \beta T_m \operatorname{Im} \left( \frac{1}{\rho_m \omega} \frac{dp_1}{dx} \tilde{p}_1 \frac{\tilde{F}(\lambda_T) - F(\lambda)}{1 + \sigma} \right) \\ & - \frac{\Omega A_{\text{res}}}{2} \frac{dT_m}{dx} \frac{c_p}{\rho_m \omega^3} \left| \frac{dp_1}{dx} \right|^2 \frac{1}{(1 - \sigma^2)} \operatorname{Im} \left( \tilde{F}(\lambda_T) + \sigma F(\lambda) \right), \end{aligned} \quad (2.79)$$

$\dot{W}_2$  est le flux de travail (ou puissance) moyen au cours du temps

$$\dot{W}_2 = \frac{\Omega A_{\text{res}}}{2} \operatorname{Im} \left( \frac{1}{\rho_m \omega} \frac{dp_1}{dx} \tilde{p}_1 F(\lambda) \right), \quad (2.80)$$

et  $\dot{Q}_{\text{loss}}$  est le flux de chaleur perdue par conduction dans le fluide et le solide (loi de Fourier)

$$\dot{Q}_{\text{loss}} = \Omega A_{\text{res}} K \frac{dT_m}{dx} + (1 - \Omega) A_{\text{res}} K_s \frac{dT_m}{dx}. \quad (2.81)$$

La quantité  $\Omega$  désigne la porosité du stack, définie comme le rapport entre l'aire de la section ouverte et l'aire totale de la section transversale du résonateur  $A_{\text{res}}$  occupée par le stack. Le produit  $\Omega A_{\text{res}}$  est donc égal à la surface totale ouverte dans la section transversale du résonateur au point  $x$ .

Ces équations constituent les expressions générales du flux de chaleur et du flux de travail dans un pore, dont la géométrie détermine la fonction de forme  $F(\lambda)$ .

#### 2.2.4.6 Lien avec le formalisme de Swift

Les équations (2.78)-(2.81) de Arnott *et coll.*, décrivant le flux d'énergie totale dans le stack, sont équivalentes dans le cas de plaques parallèles à l'équation (2.39) de Swift en prenant  $\epsilon_s = 0$ . Pour comparer les deux formules, il suffit de remarquer qu'on a les relations suivantes :

$$\tilde{F}(\lambda) = 1 - f_\nu, \quad (2.82)$$

$$\tilde{F}(\lambda_T) = 1 - f_\kappa, \quad (2.83)$$

et qu'il faut remplacer  $\tilde{p}_1$  par  $p_1$  et  $dp_1/dx$  par  $d\tilde{p}_1/dx$  du fait que Arnott *et coll.* ont choisi la convention  $e^{-i\omega t}$  alors que Swift travaille avec la convention  $e^{+i\omega t}$ .

Notons que l'expression (2.39) du flux d'énergie totale de Swift est valable sur *un* motif d'un empilement périodique de plaques, c'est-à-dire pour une plaque plus une lame de fluide entre deux plaques, alors que Arnott *et coll.* raisonnent sur toute la section du stack (occupant toute la section transversale  $A_{\text{res}}$  du résonateur). En utilisant les notations de Swift, la porosité d'un empilement de plaques, calculée sur un motif, a pour expression  $\Omega = y_0/(y_0 + l)$ .

De la même façon, l'expression du profil de vitesse, celle du profil de température ainsi que l'équation des ondes de Arnott *et coll.* dans le cas de plaques parallèles sont équivalentes à celles de Swift [80] en prenant  $\epsilon_s = 0$ .

#### 2.2.4.7 Comparaison des différentes géométries de pore

Afin d'obtenir une expression du flux d'énergie  $\dot{H}_2$  facilement interprétable, Arnott *et coll.* font comme Swift l'approximation d'un stack court, c'est-à-dire que :



- le stack est supposé suffisamment court ( $\Delta x \ll \lambda/2\pi$ ) pour que le champ d'onde stationnaire soit identique à celui existant dans le résonateur en l'absence de stack (ce qui évite d'avoir à résoudre l'équation de propagation des ondes (2.76) pour connaître  $p_1(x)$ ) ;
- la différence de température entre les deux faces du stack est supposée bien inférieure à la température moyenne au centre du stack ( $\Delta T \ll T_m$ ), de telle sorte que les propriétés thermophysiques peuvent être supposées constantes et évaluées à la température moyenne  $T_m$ .

Ensuite, pour obtenir une expression encore plus simple, Arnott *et coll.* font l'hypothèse que le fluide remplissant les pores n'est pas visqueux ( $\mu = 0$ ), ce qui implique  $\sigma = 0$  et  $F(\lambda) = 1$ .

Le flux de chaleur  $\dot{Q}_2$  et le flux de travail  $\dot{W}_2$  sont alors tous deux proportionnels à  $\text{Im}[\tilde{F}(\lambda_T)]$  :

$$\dot{Q}_2 \propto \text{Im}[\tilde{F}(\lambda_T)] , \quad (2.84)$$

$$\dot{W}_2 \propto \text{Im}[\tilde{F}(\lambda_T)] . \quad (2.85)$$

Arnott *et coll.* expliquent que le terme  $\text{Im}[\tilde{F}(\lambda_T)]$  traduit physiquement l'interaction thermique entre le fluide et le solide. Rappelons que la fonction  $F(y, z; \lambda_T)$  donne l'évolution de la vitesse acoustique longitudinale  $u_1(x, y, z)$  dans le plan  $y - z$  de la section d'un pore. Elle est solution de l'équation différentielle (2.66), issue de l'équation de conservation de la quantité de mouvement, pour une géométrie de pore donnée ( $\lambda_T$  étant fonction de  $R$ ). La quantité  $F(\lambda_T)$  est la moyenne de la fonction  $F(y, z; \lambda_T)$  sur l'étendue de la section transversale du pore.

Ainsi le terme  $\text{Im}[\tilde{F}(\lambda_T)]$  est directement lié à la géométrie des pores du stack. Plus ce terme sera grand, plus le flux de chaleur thermoacoustique  $\dot{Q}_2$  dans le stack sera important. Il en est de même pour le flux de travail  $\dot{W}_2$ .

Compte tenu de ces remarques, il devient facile de comparer les "performances" des différentes géométries de pores pour un stack.

D'après la figure 2.3, c'est un stack constitué d'un empilement de plaques parallèles qui permet d'atteindre la plus grande valeur de  $\text{Im}[\tilde{F}(\lambda_T)]$  (en valeur absolue). Cet optimum est atteint pour  $\lambda_T \approx 3.2$ . Or comme  $\lambda_T = \sqrt{2}(2y_0)/\delta_\kappa$  dans le cas d'un empilement de plaques, on en déduit que l'espacement optimal doit vérifier  $y_0/\delta_\kappa \approx 1.13$ , ce qui est cohérent avec l'affirmation de Swift [80] suivant laquelle on doit avoir  $1 \leq y_0/\delta_\kappa \leq 2$ .

Notons toutefois que les considérations précédentes ne sont qu'approximatives puisque le viscosité du fluide a été négligée dans le raisonnement. En théorie, on pourrait obtenir une augmentation du flux de chaleur et du flux de travail d'environ 10% en choisissant un stack fait de plaques parallèles plutôt qu'un stack dont les canaux ont une autre géométrie.

### Approximation de la couche limite

Dans l'approximation de la couche limite valable pour toutes les géométries de pores (cf. figure 2.4 et tableau 2.3) lorsque  $\lambda \rightarrow \infty$  (conduite large ou hautes fréquences), la fonction  $F$  a pour expression :

$$F(\lambda) = 1 - \frac{\sqrt{2}}{\lambda}(1 + i) = 1 - \frac{\delta}{R}(1 + i) , \quad (2.86)$$

où  $\delta$  est l'épaisseur de la couche limite visqueuse ou thermique.

L'expression asymptotique (2.86) s'obtient facilement à partir des équivalents mathématiques des expressions données dans le tableau 2.3 lorsque  $\lambda \rightarrow \infty$ .

La figure 2.3 donne une illustration graphique du domaine de validité de l'approximation de la couche limite pour une géométrie donnée de pore. Elle illustre également la raison pour

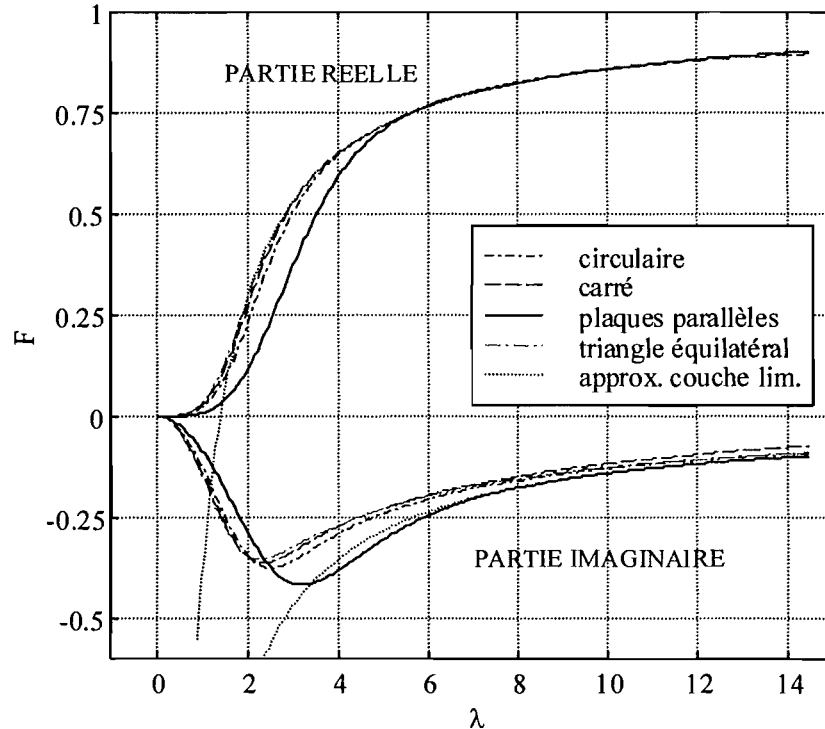


Figure 2.3: Partie réelle et partie imaginaire de la fonction de forme  $F(\lambda)$  pour différentes géométries de pore (cf. figure 2.4). Sont également tracées la partie réelle et la partie imaginaire de l'expression asymptotique de  $F(\lambda)$  valable pour toutes les géométries de pore lorsque  $\lambda \rightarrow \infty$  (approximation de la couche limite).

laquelle Rott [73] a dû améliorer la théorie de la couche limite pour les besoins spécifiques au domaine de la thermoacoustique.

En résumé, Arnott *et coll.* proposent une théorie linéaire de la thermoacoustique qui se réduit au calcul d'une seule fonction  $F$ . Cette fonction  $F(y, z; \lambda)$  donne l'évolution de la vitesse acoustique longitudinale  $u_1(x, y, z)$  dans le plan  $y - z$  de la section d'un pore. La moyenne de  $F(y, z; \lambda)$  sur la section transversale du pore est notée  $F(\lambda)$ . Cette quantité est appelée fonction de forme ou fonction de dissipation thermovisqueuse.

Le paramètre  $\lambda$  est proportionnel au rapport entre le rayon hydraulique du pore et l'épaisseur de couche limite visqueuse. Le paramètre  $\lambda_T$  est proportionnel au rapport entre le rayon hydraulique du pore et l'épaisseur de couche limite thermique.

Toutes les grandeurs acoustiques au premier ordre ainsi que les flux d'énergie au second ordre peuvent se calculer à partir de la fonction  $F(\lambda)$  qui dépend de la géométrie du pore (cf. tableau 2.3).

La formulation de Arnott *et coll.* jette un pont entre la mise en équation "classique" de Swift et la modélisation des matériaux poreux basée sur les tubes capillaires. En fait, la modélisation d'un stack thermoacoustique diffère de la modélisation d'une tranche de matériau poreux par le fait qu'elle doit tenir compte en plus d'un gradient de température moyenne.

A noter que les travaux de Wilen [94] et de Muehleisen & Beamer [67] montrent que la fonction thermovisqueuse  $F(\lambda)$  est accessible expérimentalement.

## Conclusion

Il s'avère que la théorie linéaire des phénomènes thermoacoustiques repose sur les équations classiques de la mécanique des fluides linéarisées au premier ordre. La complexité des expressions, notamment celle du flux d'énergie totale, est liée au fait qu'on ne peut pas faire d'approximation concernant les couches limites, l'effet thermoacoustique étant précisément un phénomène de couche limite. De ce fait, on sort immédiatement du cadre des mises en équations développées jusqu'ici dans d'autres domaines et qui relèvent d'hypothèses asymptotiques : conduite étroite/large, régime isotherme/adiabatique, approximation hautes/basses fréquences, etc... L'originalité des phénomènes thermoacoustiques est qu'ils s'inscrivent justement dans une situation intermédiaire aux cas asymptotiques précédents et qu'ils nécessitent par conséquent une résolution complète des équations.

En outre, une autre difficulté rencontrée en thermoacoustique, mais qui a déjà été traitée ailleurs, est qu'il faut tenir compte dans les équations de la présence d'un gradient de température moyenne.

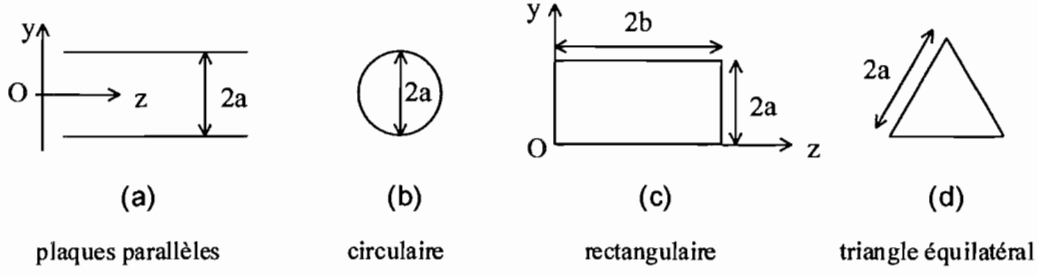


Figure 2.4: Les différentes géométries de la section transversale des pores d'un stack étudiées par Arnott *et coll.* [4].

(a) $R = 2a$	$F(y; \lambda) = 1 - \frac{\cosh(\sqrt{-i} \lambda / 2 y / a)}{\cosh(\sqrt{-i} \lambda / 2)}$ $F(\lambda) = \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} F(y; \lambda) dy = 1 - \frac{\tanh(\sqrt{-i} \lambda / 2)}{\sqrt{-i} \lambda / 2}$
(b) $R = a$	$F(r; \lambda) = 1 - \frac{J_0(\sqrt{i} \lambda r / a)}{J_0(\sqrt{i} \lambda)}$ $F(\lambda) = \frac{2}{a^2} \int_0^a F(r; \lambda) r dr = 1 - \frac{2 J_1(\sqrt{i} \lambda)}{\sqrt{i} \lambda J_0(\sqrt{i} \lambda)}$
(c) $R = \frac{2ab}{(a+b)}$	$F(y, z; \lambda) = \frac{16}{\pi^2} \sum_{\substack{m=1,3,5\dots \\ n=1,3,5\dots}} \frac{\sin(m\pi y/2a) \cdot \sin(n\pi z/2b)}{m n Y_{mn}(\lambda)}$ $F(\lambda) = \frac{1}{(4ab)} \int_0^{2a} \int_0^{2b} F(y, z; \lambda) dy dz = \frac{64}{\pi^4} \sum_{\substack{m=1,3,5\dots \\ n=1,3,5\dots}} \frac{1}{m^2 n^2 Y_{mn}(\lambda)}$ <p>avec <math>Y_{mn}(\lambda) = 1 + \left( i \frac{\pi^2}{\lambda^2} \right) \left[ \frac{b^2 m^2 + a^2 n^2}{(a+b)^2} \right]</math></p>
(d) $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$	$F(\lambda) = 1 - \frac{2}{\sqrt{-i} \lambda} \coth \left( \frac{3\lambda \sqrt{-i}}{2} \right) + \frac{4i}{3\lambda^2}$

Tableau 2.3: Expressions de la fonction de forme ou fonction thermovisqueuse  $F(\lambda)$  de Arnott *et coll.* [4] pour différentes géométries de pores (voir figure 2.4) : (a) plaques parallèles, (b) pores de section circulaire, (c) pores de section rectangulaire, (d) pores dont la section est un triangle équilatéral.  $R$  est le rayon caractéristique du pore défini comme le double de l'aire de sa section transversale divisée par son périmètre.

## 2.3 Estimation de la différence de température $\Delta T$ sur le stack

### 2.3.1 Régime stationnaire

#### 2.3.1.1 Formule de Wheatley *et coll.* & Atchley *et coll.*

Wheatley *et coll.* [93] ont établi une formule théorique permettant d'estimer la différence de température en régime stationnaire, en l'absence d'échangeurs de chaleur, sur un empilement de plaques courtes (appelé TAC, abréviation de "ThermoAcoustic Couple"), placé dans un champ d'onde stationnaire.

Les hypothèses classiques de l'empilement court ( $\Delta x \ll \lambda/2\pi$ ,  $\Delta T \ll T_m$ ) et de la couche limite ( $\delta_\kappa$ ,  $\delta_\nu \ll h$ ) sont utilisées (cf. paragraphe 2.2.3.6). En outre la capacité calorifique des plaques est supposée beaucoup plus grande que celle du fluide ( $\epsilon_s \ll 1$ ) de sorte que la température de la surface des plaques n'oscille pas au cours d'une période acoustique.

Pour établir leur formule, Wheatley *et coll.* écrivent qu'en régime stationnaire il y a un équilibre dynamique qui s'établit entre la chaleur transférée dans le fluide par le flux d'entropie d'origine thermoacoustique et la chaleur s'écoulant en sens inverse du fait de la conduction thermique dans le matériau des plaques principalement. Ils supposent donc qu'il y a donc une compensation de ces deux mécanismes antagonistes. Le flux d'entropie est supposé sortir d'une des extrémités des plaques (extrémité qui se refroidit), s'écouler dans le fluide parallèlement à la surface des plaques dans la couche limite thermique et rentrer dans l'autre extrémité des plaques (extrémité qui s'échauffe).

Wheatley *et coll.* calculent le flux d'entropie  $\dot{Q}_2$ , qui est à l'origine de la différence de température observée sur l'empilement, en partant d'une équation de Rott [75] et aboutissent, dans le cas d'une onde acoustique stationnaire, à l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \dot{Q}_2 = & -\frac{\Pi \omega P_A^2}{4 \gamma p_m} \delta_\kappa \left[ \frac{1 + \sqrt{\sigma}}{1 + \sigma} \left( \frac{a}{2\omega} \right) \sin \frac{2\omega x}{a} \right. \\ & \left. + 2 \frac{1 - \sigma \sqrt{\sigma}}{1 - \sigma^2} \frac{1}{\gamma - 1} \frac{1}{T_m} \frac{dT_m}{dx} \left( \frac{a}{2\omega} \right)^2 \left( 1 - \cos \frac{2\omega x}{a} \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.87)$$

Remarquons que pour établir cette formule, Wheatley *et coll.* raisonnent sur une seule plaque : ils utilisent en effet une distribution de vitesse qui correspond au problème de Stokes (plaque surmontée d'un fluide visqueux dont la vitesse fluctue sinusoïdalement à l'infini). Ils ne prennent donc pas en compte l'influence des plaques voisines sur l'écoulement acoustique. Par conséquent, ce résultat n'est valable que si les plaques de l'empilement sont suffisamment espacées les unes des autres ( $h \geq 4\delta_\nu$ ).

Dans l'état d'équilibre dynamique, Wheatley *et coll.* écrivent pour tout point  $x$  le long de la plaque :

$$\dot{Q}_2 - KA \frac{dT}{dx} = 0, \quad (2.88)$$

où  $KA$  est le produit de la conductivité thermique et de l'aire de la section transversale d'une plaque, i.e.  $KA \equiv K_s d (\Pi/2)$ . Cette équation traduit simplement l'hypothèse selon laquelle le flux d'entropie transférant la chaleur dans le fluide le long de la plaque est compensé par la conduction thermique dans la plaque.

Wheatley et coll. reportent l'équation (2.87) dans l'égalité (2.88) et expriment la différence de température  $\Delta T$  entre les extrémités de la plaque en écrivant  $dT/dx \simeq \Delta T/\Delta x$ . Ils parviennent à l'expression suivante :

$$\Delta T \simeq \left( \frac{1}{4} \frac{P_A^2 \delta_\kappa (1 + \sqrt{\sigma})}{\rho_m a (K_s d / \Delta x) (1 + \sigma)} \sin\left(\frac{2\omega}{a} x_c\right) \right) \times \left[ 1 + \frac{1}{4} \frac{P_A^2 \delta_\kappa (1 - \sigma \sqrt{\sigma})}{(K_s d / \Delta x) \rho_m \Delta x T_m \omega (\gamma - 1) (1 - \sigma^2)} \times \left( 1 - \cos\left(\frac{2\omega}{a} x_c\right) \right) \right]^{-1}. \quad (2.89)$$

La coordonnée  $x_c$  du centre de l'empilement de plaques est comptée positivement à partir de l'extrémité rigide du tube résonnant.

Afin de prendre en compte la contribution de la conduction thermique dans le fluide au flux de chaleur antagoniste, en plus de celle dans les plaques, Atchley et coll. [7] modifient très légèrement la formule précédente de Wheatley et coll. en écrivant :

$$KA \equiv (K_s d + Kh)(\Pi/2), \quad (2.90)$$

dans l'équation (2.88) qui traduit le bilan thermique en régime stationnaire sur une plaque. Atchley et coll. aboutissent alors à l'expression suivante pour la différence de température :

$$\Delta T = \left( \frac{1}{4} \frac{P_A^2 \delta_\kappa (1 + \sqrt{\sigma})}{\rho_m a [(K_s d + Kh)/\Delta x] (1 + \sigma)} \sin(2kx_c) \right) \times \left[ 1 + \frac{1}{4} \frac{P_A^2 \delta_\kappa (1 - \sigma \sqrt{\sigma})}{[(K_s d + Kh)/\Delta x] \rho_m \Delta x T_m \omega (\gamma - 1) (1 - \sigma^2)} (1 - \cos(2kx_c)) \right]^{-1}, \quad (2.91)$$

qu'ils valideront expérimentalement [7].  $k$  désigne le nombre d'onde acoustique ( $k = \omega/a$ ).

### 2.3.1.2 Formule de Worlikar et coll.

Pour estimer la différence de température  $\Delta T$  en régime stationnaire sur un empilement court de plaques, et en l'absence d'échangeurs de chaleur, Worlikar et coll. [97] écrivent que le flux d'enthalpie dans un canal inter-plaque est compensé par le flux de chaleur dû à la conduction thermique dans le solide (plaques) et dans le fluide :

$$\Pi \int_0^{y_0} \left[ \rho_m c_p \overline{T_1 u_1} + (1 - T_m \beta) \overline{p_1 u_1} \right] dy = \Pi (y_0 K + l K_s) \frac{dT_m}{dx}, \quad (2.92)$$

ce qui revient à écrire qu'en régime stationnaire, le flux d'énergie totale  $\dot{H}_2$  donné par l'expression (2.46) de Swift [80] est nul :

$$\dot{H}_2 = 0. \quad (2.93)$$

Pour un gaz parfait ( $T_m \beta = 1$ ), en prenant  $\nabla T_m = dT_m/dx \simeq \Delta T/\Delta x$ ,  $p_1^s = P_A \cos(kx)$  et  $\langle u_1^s \rangle = (l + y_0)/y_0 \times P_A/(\rho_m a) \times \sin(kx)$  (hypothèse de l'empilement court), Worlikar et coll. aboutissent à la formule suivante :

$$\Delta T = \frac{(1 + \sqrt{\sigma} - \delta_\nu/y_0)}{(1 + \epsilon_s)(1 + \sigma)(1 - \delta_\nu/y_0 + \delta_\nu^2/2y_0^2)} \Delta x \frac{\delta_\kappa (y_0 + l)}{8} \frac{P_A^2}{y_0} \frac{1}{\rho_m a} \sin(2kx_c) \\ \times \left[ (y_0 K + lK_s) + \left( \frac{y_0 + l}{y_0} \right)^2 \frac{\delta_\kappa c_p P_A^2}{8\omega \rho_m a^2} \frac{(1 + \sqrt{\sigma} + \sigma + \sigma\epsilon_s) \times (1 - \cos(2kx_c))}{(1 + \epsilon_s)(1 + \sigma)(1 + \sqrt{\sigma})(1 - \delta_\nu/y_0 + \delta_\nu^2/2y_0^2)} \right]^{-1}. \quad (2.94)$$

Worlikar *et coll.* [97] comparent les résultats de leurs simulations numériques avec les prédictions de cette formule théorique d'une part et avec les données expérimentales de Atchley *et coll.* [7] d'autre part.

On peut noter plusieurs différences entre cette dernière formule et celles de Wheatley *et coll.* et Atchley *et coll.* :

- Worlikar *et coll.* utilisent le flux d'enthalpie  $\dot{H}_2 = \dot{Q}_2 + \dot{W}_2$ , alors que Wheatley *et coll.* et Atchley *et coll.* utilisent simplement le flux d'entropie  $\dot{Q}_2$ . (Cependant Swift [80] explique que dans l'hypothèse d'un empilement court  $\dot{W}_2/\dot{Q}_2 \ll 1$  si bien que  $\dot{H}_2 \simeq \dot{Q}_2$ .) ;
- Worlikar *et coll.* utilisent une expression du flux d'enthalpie  $\dot{H}_2$  établie non pas pour une plaque seule, mais pour un canal plan entre deux plaques, de ce fait il y a des termes correctifs en plus traduisant les effets visqueux (termes en  $\delta_\nu/y_0$ ).

### 2.3.1.3 Formule de type "Atchley" généralisée

En suivant le même raisonnement précédent de Worlikar *et coll.* dans le cas de plaques parallèles, il est possible grâce à l'expression générale (2.78) pour le flux d'énergie totale  $\dot{H}_2$  établie par Arnott *et coll.* [4] d'écrire une formule permettant d'estimer la différence de température  $\Delta T$  en régime stationnaire, et en l'absence d'échangeurs de chaleur, sur un stack court *ayant des canaux ou pores de section quelconque*.

Nous supposons donc qu'en régime stationnaire le flux d'enthalpie dans un pore est compensé par le flux de chaleur dû à la conduction thermique dans les parois et dans le fluide, ce qui avec les notations de Arnott *et coll.* (cf. paragraphe 2.2.4) s'écrit :

$$\dot{H}_2 = 0 \Leftrightarrow \dot{Q}_2 + \dot{W}_2 = \dot{Q}_{\text{loss}}. \quad (2.95)$$

En utilisant l'hypothèse habituelle d'un stack court, nous obtenons l'expression suivante :

$$\Delta T = \frac{1}{4} \Delta x \frac{P_A^2}{\rho_m a} \frac{\beta T_m}{(1 + \sigma)} \text{Im} \left[ \frac{F(\lambda_T)}{\tilde{F}(\lambda)} + \sigma \right] \sin(2kx_c) \\ \times \left[ \Omega K + (1 - \Omega)K_s + \frac{1}{4} \frac{P_A^2}{\rho_m a^2} \frac{1}{1 - \sigma^2} \frac{c_p}{\Omega \omega} \frac{\text{Im} [\tilde{F}(\lambda_T) + \sigma F(\lambda)]}{|F(\lambda)|^2} (1 - \cos(2kx_c)) \right]^{-1}, \quad (2.96)$$

où la fonction  $F$  est une fonction de forme, introduite par Arnott *et coll.* [4], qui dépend de la géométrie des pores du stack (cf. tableau 2.3). L'origine de l'abscisse  $x_c$  du centre de l'empilement est située sur l'extrémité rigide du tube résonnant.

### 2.3.2 Régime transitoire : modèle analytique de Muehleisen & Atchley

Muehleisen & Atchley [66] proposent un modèle analytique simple pour décrire l'évolution temporelle de la température moyenne sur une plaque d'un empilement placé dans un champ d'onde stationnaire. Ils supposent que le flux de chaleur thermoacoustique créé dans le fluide entre à une extrémité de la plaque et ressort à l'autre extrémité (comme dans l'interprétation de Wheatley *et coll.* présentée plus haut). Muehleisen & Atchley utilisent une expression pour ce flux de chaleur dans le fluide qui est analogue à celle établie en régime stationnaire par Arnott *et coll.* (Eq. (59) de la réf. [4] qui découle de l'équation (2.79) dans l'hypothèse d'un empilement court) :

$$\dot{Q} = \dot{Q}_2 - \Omega A_{\text{res}} K \frac{dT_m}{dx} . \quad (2.97)$$

En reprenant les développements de Muehleisen & Atchley qui écrivent ce flux de chaleur sous la forme :

$$\dot{Q} = A P_A^2 + (B P_A^2 + C) \frac{dT_m}{dx} , \quad (2.98)$$

nous aboutissons aux expressions suivantes<sup>1</sup> pour les coefficients  $A$ ,  $B$  et  $C$  :

$$A = \frac{(h+d)}{4} \frac{1}{1+\sigma} \frac{1}{\rho_m a} \operatorname{Im} \left[ \frac{\tilde{F}(\lambda_T)}{F(\lambda)} \right] \sin(2k(L-x)) , \quad (2.99)$$

$$B = -A \times \frac{(h+d) c_p \tan(k(L-x))}{h} \frac{\operatorname{Im} [F(\lambda_T) + \sigma \tilde{F}(\lambda)]}{\omega a (1-\sigma) \operatorname{Im} [F(\lambda_T) F(\lambda)]} , \quad (2.100)$$

$$C = -Kh . \quad (2.101)$$

où  $L$  désigne la longueur du tube résonnant et où l'origine de l'abscisse  $x$  du stack coïncide avec un ventre de vitesse (qui peut être située sur la source acoustique si cette dernière se comporte comme une source de débit). Le fluide est supposé parfait ( $T_m \beta = 1$ ).

Le champ de température suivant  $x$  dans une plaque de l'empilement au cours du temps est gouverné par l'équation de la chaleur instationnaire :

$$\rho_s c_s d \frac{\partial T}{\partial t} = K_s d \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\partial \dot{Q}}{\partial x} , \quad (2.102)$$

où  $\partial \dot{Q} / \partial x$  joue le rôle d'un terme source local. Dans la suite, on note  $\Delta x \equiv L_s$  la longueur de l'empilement et  $x_s$  l'abscisse dans le repère local à la plaque ( $0 < x_s < L_s$ ).

La solution de l'équation précédente s'exprime alors sous la forme :

$$T(x_s, t) = T_m + \frac{A P_A^2}{k_1 d} \left( x_s - \frac{L_s}{2} \right) + \frac{4A P_A^2 L_s}{k_1 d} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\cos(m\pi x_s / L_s)}{(m\pi)^2} e^{-\kappa_{\text{eq}}(m\pi / L_s)^2 t} , \quad (2.103)$$

avec :

<sup>1</sup>Notons que les expressions des coefficients  $A$ ,  $B$  et  $C$  que nous donnons ici sont différentes de celles publiées dans la référence [66].



$$k_1 = K_s - (B P_A^2 + C)/d, \quad (2.104)$$

$$\kappa_{\text{eq}} = \frac{[K_s - (B P_A^2 + C)/d]}{\rho_s c_s}. \quad (2.105)$$

Le terme  $\kappa_{\text{eq}}$  apparaît comme une diffusivité thermique équivalente (déterminant le temps caractéristique d'évolution de  $T$ ) et le terme  $k_1$  comme une conductivité thermique équivalente (déterminant l'amplitude de  $T$ ).

Notons que pour comparer leurs mesures avec les prédictions de leur modèle analytique, Muehleisen & Atchley soustraient à leurs signaux temporels expérimentaux l'échauffement visqueux évalué grâce à un thermocouple placé au centre de la plaque.

En outre, la constante de temps du modèle, qui est liée à la diffusivité thermique équivalente  $\kappa_{\text{eq}}$ , dépend de la pression acoustique  $P_A$ . Or nous avons constaté expérimentalement que cette constante de temps est indépendante de  $P_A$  (voir paragraphe 3.1.3.1).

## 2.4 Applications dérivées

### 2.4.1 Logiciel DELTAE

Le logiciel DELTAE (Design Environment for Low-amplitude ThermoAcoustic Engines), proposé par Ward & Swift [88], se veut un outil simple pour l'aide à la conception de machines thermoacoustiques et pour la prévision de leur rendement.

Ce logiciel repose sur une intégration numérique des équations de la théorie linéaire [80], en particulier dans le stack où l'équation de propagation des ondes est liée à l'équation de l'énergie totale par le gradient de température moyenne.

Une description du logiciel DELTAE a déjà été présentée par H. Bailliet dans sa thèse [13].

Il arrive que les valeurs mesurées expérimentalement [24, 68] s'écartent des prévisions du logiciel, les raisons n'étant pas toujours bien identifiées : évocation de non-linéarités, de la turbulence, de pertes dans le résonateur mal identifiées (rugosité), etc... Cependant il faut noter que ce logiciel a une portée intrinsèquement limitée par le fait qu'il repose sur une théorie linéaire, le régime nominal de fonctionnement de beaucoup de prototypes de machines thermoacoustiques sortant du cadre de cette théorie.

### 2.4.2 Logiciel DSTAR

Hofler [48] propose un logiciel se présentant sous la forme d'une application graphique conviviale fonctionnant sous l'environnement Windows de MicroSoft et qui s'appelle DSTAR (Design and Simulation in ThermoAcoustic Research). DSTAR permet de modéliser et d'analyser des machines thermoacoustiques.

Ce logiciel repose sur une implémentation des équations de Rott [75], reprises et développées par Swift [80]. Il s'agit donc d'une application de la théorie linéaire classique de la thermoacoustique.

### 2.4.3 Algorithme de conception et d'optimisation de Wetzel & Herman

Wetzel & Herman [91] proposent un algorithme pour concevoir et optimiser un réfrigérateur thermoacoustique. Le but de cet algorithme est d'obtenir des estimations rapides du rendement

d'un appareil en fonction des paramètres géométriques et des propriétés physiques des matériaux. Il s'agit d'une démarche systématique et approchée de type bureau d'étude, permettant de définir facilement les grandes lignes d'une machine thermoacoustique réfrigérante devant atteindre des performances données.

Le principe de l'algorithme de conception Wetzel & Herman consiste à former un nombre réduit de groupements adimensionnels à partir de toutes les variables du problème, puis à maximiser le coefficient de performance (COP) au niveau de l'empilement de plaques en jouant sur sa position et sa longueur adimensionnalisées (voir annexe B). Le COP au niveau de l'empilement est défini par le rapport  $\text{COP} = Q_c/W_{tc}$ , où  $Q_c$  désigne le flux de chaleur extrait à la température basse  $T_c$  et  $W_{tc}$  le travail fourni au noyau thermoacoustique (empilement de plaques). Pour estimer numériquement ce coefficient de performance, Wetzel & Herman utilisent la formule  $\text{COP} = (|H| - |W|)/|W|$ , dans laquelle les quantités  $H$  et  $W$  sont calculées à l'aide des équations (2.46) et (2.51) établies par Swift [80] dans l'approximation de la couche limite et dans l'hypothèse d'un empilement court. L'algorithme de Wetzel & Herman repose donc entièrement sur la théorie linéaire classique simplifiée de la thermoacoustique.

## Chapitre 3

# Mesures de température sur un stack thermoacoustique

### 3.1 Etude paramétrique sur des empilements de plaques placés dans un résonateur

#### 3.1.1 Description du système expérimental

En utilisant un logiciel de dimensionnement (voir annexe B) et en s'appuyant sur l'expérience acquise par M. Brouillat au cours de son stage de DEA dans l'équipe du Prof. C. Herman à Baltimore aux USA [20], nous avons construit une première maquette de démonstration de fonctionnement d'un système thermoacoustique. Cette maquette, instrumentée à l'aide de thermocouples miniatures et de microphones, constitue un banc de mesures donnant accès à la valeur de la pression ainsi qu'à l'évolution temporelle des températures dans le système.

Le système thermoacoustique étudié ici se compose de trois éléments principaux (voir figure 3.1) :

- un résonateur constitué par un tube cylindrique ;
- un haut-parleur qui sert de source acoustique ;
- un empilement de plaques qui est le siège de l'effet thermoacoustique proprement dit.

A noter qu'une maquette complète de réfrigérateur thermoacoustique supposerait en plus la présence d'échangeurs de chaleur aux extrémités de l'empilement de plaques.

##### 3.1.1.1 Résonateur acoustique

Le résonateur est un tube cylindrique en Plexiglas de longueur  $L = 86$  cm, de diamètre intérieur 11 cm et d'épaisseur 5 mm (figures 3.1 et F.1). Sur l'une des extrémités est monté le haut-parleur, l'autre extrémité est fermée de manière rigide par un bouchon. Le tube est utilisé comme résonateur en  $\lambda/2$ . Le fluide de travail qui remplit le résonateur est de l'air à pression et à température ambiantes.

Le haut-parleur utilisé est un haut-parleur médium HiFi classique (Audax, modèle HM130Z0), d'une puissance nominale de 50 W. Il a été légèrement modifié de manière à pouvoir fixer un accéléromètre miniature sur sa membrane : l'ogive centrale de dispersion spatiale a été enlevée et un disque en plastique rigide ( $\varnothing 30$  mm, épaisseur 3 mm) a été collé à la base du cône de la membrane. Ce disque solidaire de la membrane sert de support pour coller un

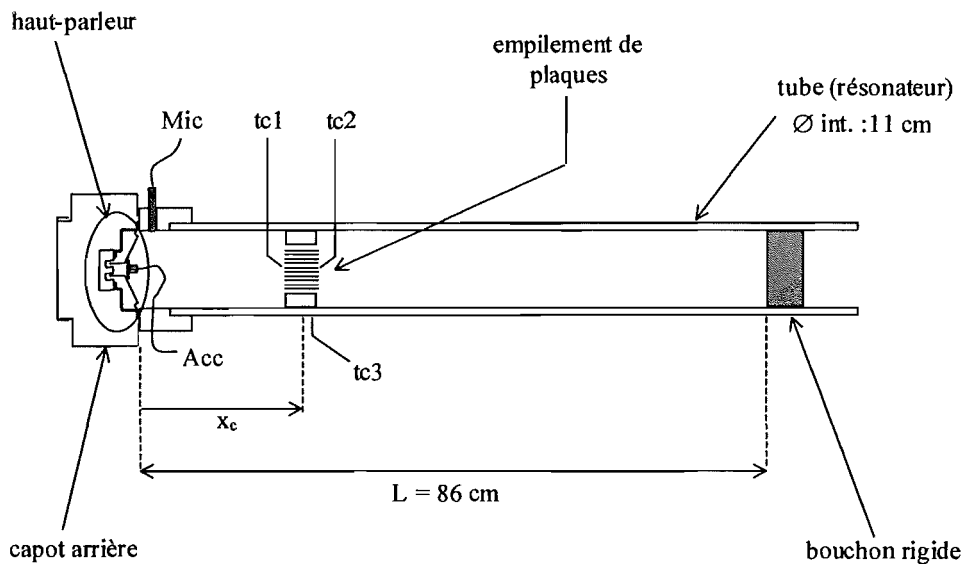


Figure 3.1: Schéma général du système thermoacoustique étudié.

accéléromètre miniature (Brüel & Kjør, type 4374), qui permet de mesurer la vitesse de la membrane du HP. Il est clair que la présence de ce disque et de l'accéléromètre modifie légèrement la masse de l'équipage mobile du HP, et par conséquent les caractéristiques de ce dernier.

### 3.1.1.2 Les empilements de plaques

Au cours des premiers essais, un empilement constitué de deux plaques parallèles a été utilisé. Or l'expérience montre qu'il est nécessaire de remplir complètement la section du tube avec des plaques car la différence de température qui se développe sur un empilement de deux plaques est trop modeste pour pouvoir être mesurée avec précision. Ainsi, l'utilisation d'un dispositif comprenant un nombre suffisant de plaques, avec une pièce-support pour maintenir cet empilement, permet de remplir toute une section du tube et de créer facilement une différence de température significative entre les extrémités des plaques.

Plusieurs empilements de plaques ont été testés. Les trois premiers ont une longueur  $\Delta x$  de 40 mm et le quatrième une longueur de 20 mm. Tous ont une envergure de 67 mm et une aire transversale de  $67 \times 67 \text{ mm}^2$  environ. L'espacement  $h$  entre les plaques ainsi que leur épaisseur  $d$  ont été variés au cours des expériences. Les différentes configurations d'empilement utilisées sont résumées dans le tableau 3.1. On trouvera en annexe une photographie des empilements n°2 et 3 (figures F.2 et F.3).

	Longueur $\Delta x=40 \text{ mm}$			$\Delta x=20 \text{ mm}$
	empilement 1	empil. 2	empil. 3	empilement 4
matériau des plaques	Mylar	Mylar	PVC	PVC
épaisseur des plaques $d$ (mm)	0.250	0.250	0.100	0.100
espace inter-plaques $h$ (mm)	1.5	1.0	1.0	1.0
nombre de plaques	36	50	57	57

Tableau 3.1: Description des différents empilements de plaques utilisés au cours des essais.

Les plaques des empilements 1 et 2 sont constituées de deux feuilles de Mylar de 0.100 mm d'épaisseur collées ensemble grâce à un transfert d'adhésif d'une épaisseur de 0.050 mm (3M Pirelli, réf. P465). Chaque plaque a donc une épaisseur totale de 0.250 mm. L'intérêt d'un tel assemblage est de pouvoir prendre "en sandwich" un thermocouple entre deux feuilles de Mylar, et de pouvoir procéder ainsi à une mesure de température *in situ* sur une plaque (voir figure 3.3).

Les plaques des empilements 3 et 4 sont constituées simplement de feuilles de PVC de 0.100 mm d'épaisseur. Les feuilles de Mylar utilisées pour la fabrication des empilements 1 et 2 n'ont pas pu être mises en œuvre dans ce cas, car elles conservaient une courbure non négligeable du fait de leur conditionnement en rouleau. Cette courbure des feuilles empêchait la réalisation d'un empilement régulier de plaques bien parallèles. Ce problème ne s'est pas posé pour les empilements 1 et 2 du fait que l'on collait ensemble deux feuilles pour obtenir une plaque : il suffisait de coller les feuilles de Mylar de façon à ce que l'effet de leur courbure respective s'annule.

Comme nous le verrons dans la suite, il est important de disposer d'un empilement bien régulier de plaques parallèles pour pouvoir tirer des conclusions valides. Il s'avère que le phénomène thermoacoustique, qui est un phénomène de couche limite, est par exemple très sensible à l'espacement entre les plaques.

Le fait d'avoir utilisé deux matériaux différents pour confectionner les plaques autorise cependant une véritable comparaison des résultats obtenus avec les quatre empilements : en effet, comme le montre le tableau 3.2, les propriétés thermophysiques du Mylar et du PVC sont très proches.

	Mylar	PVC
masse volumique $\rho_s$ ( $\text{kg.m}^{-3}$ )	$1,35.10^3$	$1,4.10^3$
conductivité thermique $K_s$ ( $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ )	0,13 – 0,15	0,12 – 0,25
capacité calorifique $c_s$ ( $\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ )	1300	1400

Tableau 3.2: Comparaison des propriétés thermophysiques du Mylar et du PVC.

Chacun des empilements est maintenu en place et positionné dans le résonateur grâce à une pièce-support massive en Plexiglas (cf. figures 3.2 et F.3). La présence de cette pièce permet en outre d'assurer un raccord entre la géométrie cylindrique de la section du tube et la géométrie rectangulaire de l'empilement : par conséquent, la section du tube est complètement remplie au niveau de l'empilement (blocage hydrodynamique).

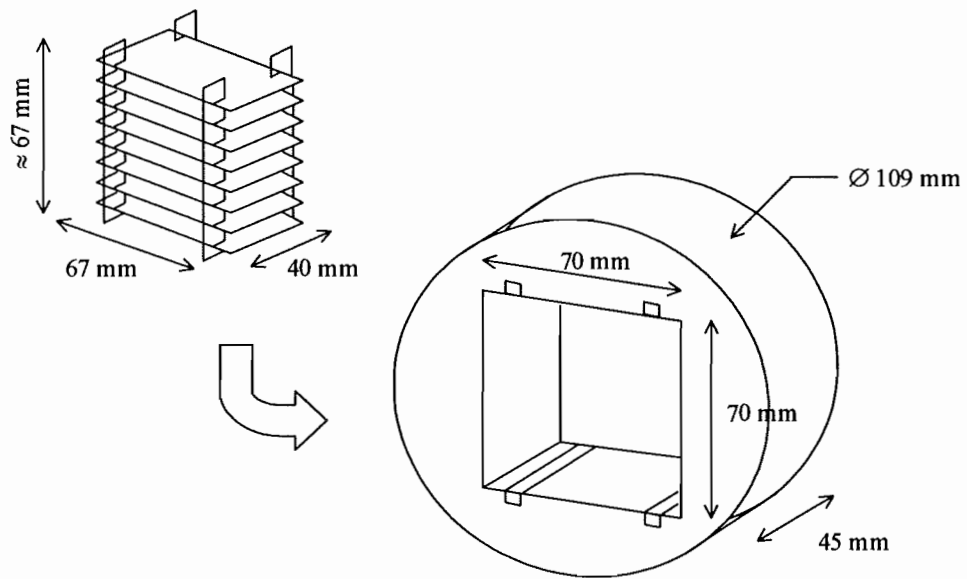


Figure 3.2: Schéma de la pièce-support massive en Plexiglas qui sert à maintenir l'empilement de plaques dans le tube cylindrique.

### 3.1.1.3 Instrumentation

#### 3.1.1.3.1 Mesure de pression

Le niveau de pression acoustique dans le résonateur est mesuré grâce à un microphone 1/4" (Brüel & Kjør, type 4135). Ce microphone est monté de telle sorte que sa membrane est affleurante à la paroi intérieure du tube, à une distance de 1,1 cm environ de la membrane du HP (voir figure 3.1).

Dans les machines thermoacoustiques, le niveau de pression est souvent exprimé sous la forme du rapport  $DR$  ("drive ratio") :

$$DR = \frac{P_A}{p_m}, \quad (3.1)$$

où  $P_A$  désigne le maximum de la pression acoustique crête et  $p_m$  la pression statique moyenne du fluide contenu dans le résonateur. Le système thermoacoustique étudié ici fonctionne avec de l'air à pression ambiante, c'est-à-dire que  $p_m$  vaut environ 1 bar, soit  $10^5$  Pa. Ainsi, pour un niveau de pression acoustique  $P_A = 1500$  Pa,  $DR$  vaudra 1.5 %.

#### 3.1.1.3.2 Mesure de vitesse

La vitesse de la membrane du HP est mesurée à l'aide d'un accéléromètre miniature solidaire de la membrane (voir figure 3.1 et paragraphe 3.1.1). On estime que la vitesse acoustique particulière au niveau de la membrane du HP est égale à la vitesse de la membrane.

#### 3.1.1.3.3 Mesure de température

La différence de température sur les empilements de plaques 1 et 2 est mesurée par des thermocouples de deux manières différentes :

- La plaque centrale de l'empilement est munie d'un thermocouple de type K (Chromel-Alumel), "sandwiché" entre les deux feuilles de Mylar qui constituent la plaque (voir figure 3.3). Les jonctions sont disposées entre les deux bords de la plaque de telle manière que la différence de potentiel aux bornes du montage est proportionnelle à la différence de température entre les extrémités de la plaque. Ce thermocouple (fil  $\varnothing 76 \mu\text{m}$ ) a été fabriqué au laboratoire et sa sensibilité est égale à  $40 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ .
- D'autre part, aux deux extrémités d'une plaque, voisine de la plaque centrale précédente, sont collées les soudures de deux thermocouples de type J (Fer-Constantan, Omega Engineering, Inc., fils  $\varnothing 127 \mu\text{m}$ , isolés Teflon). Ces thermocouples sont désignés par "tc1" et "tc2" sur la figure 3.1. La température absolue de l'extrémité chaude et celle de l'extrémité froide de la plaque peuvent ainsi être mesurées. La différence entre ces deux mesures donne alors une deuxième estimation de la différence de température entre les extrémités de la plaque.

En ce qui concerne les empilements 3 et 4, seule la deuxième méthode de mesure peut être utilisée, puisque les plaques de ces empilements sont constituées de feuilles simples de PVC (cf. paragraphe 3.1.1).

L'expérience montre que, dans le cas des empilements 1 et 2, les deux méthodes de mesure de la différence de température, utilisées simultanément, donnent des résultats comparables. Par exemple, sur la figure 3.4, on peut voir que l'écart entre les valeurs fournies par les deux méthodes

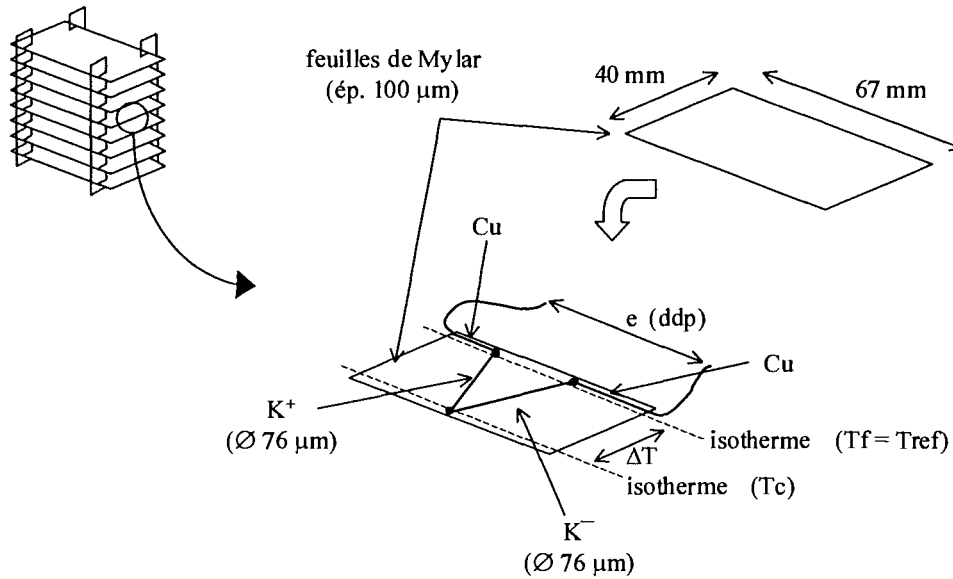


Figure 3.3: Montage d'un couple thermoélectrique pris en "sandwich" entre deux feuilles de Mylar, qui, collées ensemble, constituent une plaque de l'empilement. Il s'agit d'un thermocouple de type K ( $K^+ = \text{Chromel Ni-Cr}$ ,  $K^- = \text{Alumel Ni-Al}$ ). La différence de potentiel  $e$  aux bornes du montage est proportionnelle à la différence de température  $\Delta T$  entre les soudures "chaude" ( $T_c$ ) et "froide" ( $T_f$ ) disposées sur les bords de la plaque :  $e = s \times \Delta T$ , où  $s$  est la sensibilité du couple thermoélectrique ( $s = 40 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$  pour un couple thermoélectrique de type K).

de mesure n'accède jamais 6%. Cet écart peut néanmoins s'expliquer par deux raisons : d'une part une incertitude sur la véritable sensibilité du thermocouple "sandwiché", d'autre part le fait que le thermocouple "sandwiché" crée un pont thermique entre le bord chaud et le bord froid de la plaque, entraînant ainsi une légère perturbation du gradient de température d'origine thermoacoustique.

Parallèlement aux mesures de différence de température entre les extrémités des plaques, un thermocouple collé sur la surface extérieure du résonateur, et désigné par "tc3" sur la figure 3.1, sert à surveiller la température moyenne du système et il fournit une référence.



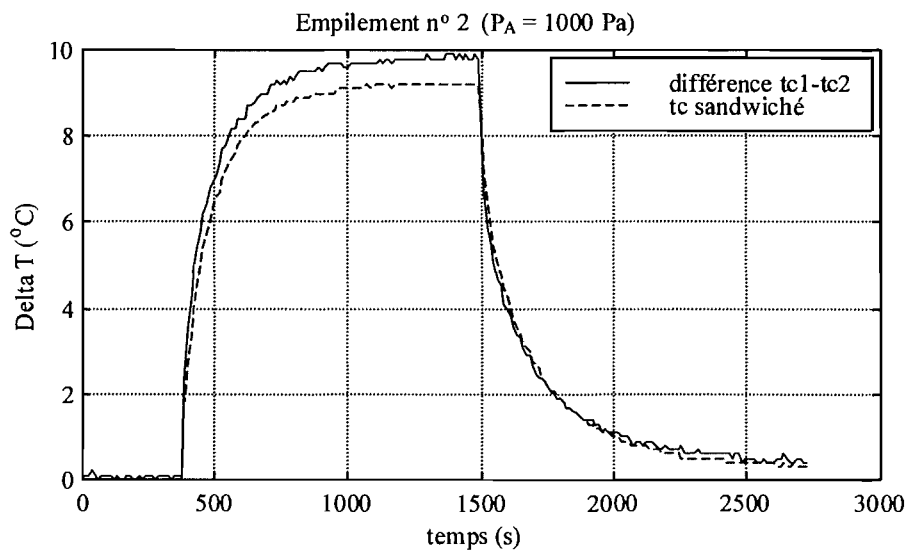


Figure 3.4: Comparaison des deux méthodes de mesure de la différence de température, entre les extrémités des plaques de l'empilement 2 (cf. tableau 3.1), placé en  $x_c = 11.5$  cm. La figure montre l'évolution temporelle de la différence de température  $\Delta T$  entre les extrémités des plaques : mesurée par le thermocouple sandwiché dans une des plaques (---), estimée par différence entre les mesures des thermocouples "tc1" et "tc2" (—). Le haut-parleur est mis en marche à l'instant  $t \simeq 380$  s, et il est arrêté à  $t \simeq 1490$  s. Le niveau de pression acoustique crête vaut :  $P_A = 1000$  Pa.

### 3.1.1.3.4 Chaîne d'acquisition des données

Le microphone utilisé est connecté à un amplificateur-conditionneur de signal Nexus (Brüel & Kjær, type 2690). L'accéléromètre est connecté sur un amplificateur de charge (Brüel & Kjær, type 2635).

Les signaux analogiques, issus des capteurs microphoniques et accélérométriques, sont analysés grâce à un module SigLab d'acquisition et de traitement du signal (modèle 20-42, DSP Technology, Inc.) piloté depuis un PC par une interface fonctionnant sous l'environnement MatLab (The MathWorks, Inc.) (voir figure 3.5). Ce module SigLab est utilisé également pour générer le signal servant à alimenter le haut-parleur, via un amplificateur de puissance (Brüel & Kjær, type 2706).

Analyseur SigLab 20-42	
nombre d'entrées	4 voies
mémoire d'enregistrement des signaux	4 Mo
bande passante	20 kHz maxi (sur chacune des voies)
longueur d'enregistrement	1,5 millions d'échantillons
durée d'enregistrement (à la fréquence d'échantillonnage maxi de 51,2 kHz)	30 secondes
convertisseur de données	convertisseur A/N sigma-delta de 20 bits @ 51,2 kHz

Les signaux analogiques issus des thermocouples sont traités au moyen d'un module d'acquisition SR-MINI (RKC Instrument, Inc.) piloté depuis un PC au moyen du logiciel SpecView (SpecView LLC, San Ramon, CA 94583)(voir figure 3.5). Il est ainsi possible de suivre, en temps réel, l'évolution des signaux convertis en température, et de conserver l'historique des variations dans un fichier sur le PC (stockage en continu sur le disque).

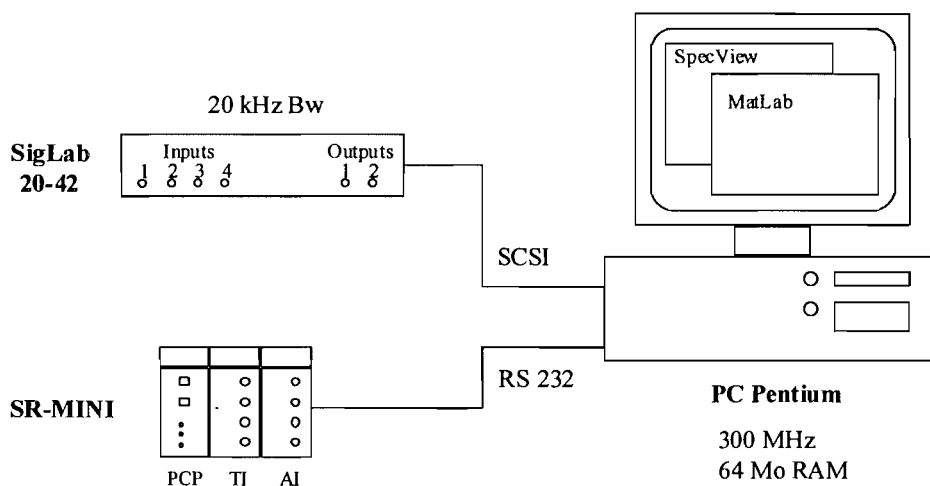


Figure 3.5: Vue générale du système d'acquisition.

### 3.1.2 Etude du système en régime stationnaire

#### 3.1.2.1 Influence de la longueur, de l'espacement et de l'épaisseur des plaques de l'empilement

Dans un premier temps, on conserve la même longueur  $\Delta x = 40$  mm pour toutes les plaques des empilements. L'influence de l'espacement des plaques est étudiée en réduisant l'espace inter-plaque  $h$  de 1,5 mm à 1,0 mm, l'épaisseur des plaques restant par ailleurs égale à 0,25 mm : passage de l'empilement 1 à l'empilement 2 (voir tableau 3.1).

D'autre part, l'influence de l'épaisseur des plaques est étudiée en utilisant successivement des plaques d'épaisseur 0,25 mm et 0,1 mm, l'espacement entre les plaques restant par ailleurs égal à 1,0 mm : passage de l'empilement 2 à l'empilement 3 (voir tableau 3.1).

Enfin, on diminue la longueur  $\Delta x$  des plaques de 40 mm à 20 mm, l'épaisseur des plaques ainsi que leur espacement étant fixés à 0,1 mm et 1,0 mm respectivement : passage de l'empilement 3 à l'empilement 4 (voir tableau 3.1).

Afin de comparer les "performances" de ces quatre empilements, on excite le système complet (tube+pièce support+empilement) sur sa première fréquence de résonance à un niveau de pression acoustique constant, et on mesure la différence de température  $\Delta T$  qui existe en régime établi entre les extrémités des plaques.

Chaque empilement a été testé pour trois niveaux de pression acoustique crête  $P_A$ , mesuré au niveau de la membrane du HP (ventre de pression), à savoir  $P_A = 500, 1000$  et  $1500$  Pa (soit 144.9, 151 et 154.5 dB SPL respectivement).

On verra dans la suite que la différence de température  $\Delta T$  dépend de la position  $x_c$  du centre de l'empilement le long de l'axe du tube (cf. paragraphe 3.1.2.2.1). Ainsi, pour chaque niveau de pression acoustique, il existe une position  $x_c$  du centre de l'empilement pour laquelle la valeur de  $\Delta T$  est maximale.

Les résultats des essais avec ces quatre empilements de plaques sont résumés dans le tableau 3.3.

	position $x_c$ optimale	Longueur $\Delta x = 40$ mm			$\Delta x = 20$ mm
		empilement 1	empil. 2	empil. 3	empilement 4
pression acoustique crête					
$P_A = 500$ Pa	17,5 cm	$\Delta T = 3,5$ °C	4,2 °C	5,0 °C	3,3 °C
$P_A = 1000$ Pa	11,5 cm	$\Delta T = 7,2$ °C	9,9 °C	10,9 °C	7,1 °C
$P_A = 1500$ Pa	8,5 cm	$\Delta T = 10,7$ °C	14,4 °C	16,1 °C	11,1 °C
matériau des plaques		Mylar	Mylar	PVC	PVC
épaisseur des plaques	$d$ (mm)	0.25	0.25	0.1	0.1
espace inter-plaques	$h$ (mm)	1.5	1.0	1.0	1.0
nombre de plaques		36	50	57	57
coefficient d'obstruction	$BR = h/(h + d)$	0,857	0,800	0,909	0,909
épaisseur de CL thermique	$\delta_\kappa$ (mm)	$\delta_\kappa \simeq 0,18$			
rapport $h/\delta_\kappa = 1/\delta_{\kappa h}$		8,3	5,6	5,6	5,6

Tableau 3.3: Résumé des différentes configurations d'empilements de plaques utilisées pour les essais et valeur de la différence de température  $\Delta T$  mesurée entre les extrémités des plaques.

On constate que la réduction de l'espacement entre les plaques entraîne une augmentation de la différence de température  $\Delta T$  entre les extrémités des plaques. D'après la théorie de Swift [80], la distance optimale entre les plaques d'un réfrigérateur thermoacoustique doit être

comprise entre 2 et 4 fois l'épaisseur  $\delta_\kappa$  de couche limite thermique :  $2 \leq h/\delta_\kappa \leq 4$ . L'épaisseur de couche limite thermique est une des échelles de grandeur fondamentales pour les machines thermoacoustiques ; elle est donnée par :

$$\delta_\kappa = \sqrt{\frac{K}{\pi \rho_m c_p f}}, \quad (3.2)$$

où  $K$  représente la conductivité thermique du gaz contenu dans le résonateur,  $\rho_m$  sa masse volumique moyenne,  $c_p$  sa capacité calorifique à pression constante, et  $f$  la fréquence de l'onde acoustique excitant le résonateur.

Pour les empilements 1 et 2, le rapport  $h/\delta_\kappa$  vaut respectivement 8,3 et 5,6 (cf. tableau 3.3). Ici, la distance inter-plaque  $h$  est donc plus élevée que la valeur théorique optimale, pour des problèmes pratiques de réalisation essentiellement. En effet, la construction d'un empilement de plaques vérifiant la condition  $2 \leq h/\delta_\kappa \leq 4$  imposerait que l'espacement  $h$  entre les plaques soit compris entre 0.36 et 0.72 mm. Compte tenu des difficultés techniques pour réaliser un tel montage, nous n'avons pas étudié d'empilement pour lequel l'espacement  $h$  est optimal en théorie. Cependant, les essais réalisés jusqu'ici mettent clairement en évidence l'importance de ce paramètre et son influence directe sur la différence de température que l'on peut obtenir.

En ce qui concerne l'épaisseur  $d$  des plaques, sa réduction entraîne également une augmentation de la différence de température  $\Delta T$ , en accord avec la théorie. En effet, de manière schématique, la différence de température  $\Delta T$  en régime établi résulte d'un équilibre dynamique entre un flux de chaleur dans le gaz, parallèlement aux plaques, dû à l'effet thermoacoustique, et un flux de chaleur antagoniste dans les plaques, dû à la conduction thermique dans le milieu solide [93]. Ainsi, une réduction de l'épaisseur des plaques diminue la surface transversale dans le solide à travers laquelle s'écoule le flux de chaleur-retour par conduction.

La longueur des plaques doit être, quant à elle, suffisamment grande pour pouvoir supporter la différence de température que l'on cherche à créer entre leurs extrémités, toujours à cause du flux de chaleur-retour par conduction [93]. En effet, l'empilement 4, qui est deux fois plus court que l'empilement 3, est le siège d'une différence de température plus faible que ce dernier.

La présence de l'empilement de plaques dans une section du tube provoque un blocage hydrodynamique de l'écoulement oscillant, associé à l'onde acoustique stationnaire. Ce blocage est quantifié à l'aide du coefficient d'obstruction défini par :

$$BR = \frac{h}{(h + d)}, \quad (3.3)$$

qui correspond au rapport entre la surface ouverte à l'écoulement en présence des plaques et la surface ouverte à l'écoulement en l'absence des plaques (voir tableau 3.3). Ce paramètre a une influence directe moins grande que l'espacement entre les plaques  $h$  ou l'épaisseur des plaques  $d$  sur la différence de température créée. Cependant, la théorie prévoit qu'une réduction de la valeur de  $BR$  entraîne une augmentation locale de la vitesse particulaire acoustique (conservation du débit) et donc des pertes plus grande par frottement visqueux à la surface des plaques.

Finalement, l'empilement de plaques qui donne les meilleurs résultats en terme de différence de température est l'empilement n°3 (cf. tableau 3.3).

### 3.1.2.2 Influence de la position de l'empilement dans le résonateur

#### 3.1.2.2.1 Profil de la différence de température $\Delta T$

Il s'avère que la différence de température  $\Delta T$ , qui se développe sur un empilement de plaques placé dans le résonateur, dépend de la position  $x_c$  de cet empilement suivant l'axe du tube [93, 7].

On se propose donc de faire varier la position de l'empilement dans le résonateur et d'observer l'évolution de la différence de température  $\Delta T$ , qui se développe entre les extrémités des plaques. Pour réaliser cette étude, on choisit l'empilement de plaques numéro 3 (cf. tableau 3.1), c'est-à-dire l'empilement de plaques sur lequel l'amplitude de  $\Delta T$  est *a priori* maximale (voir paragraphe 3.1.2.1).

Pour chacune des positions  $x_c$  régulièrement réparties le long de l'axe du tube, on commence par déterminer la première fréquence de résonance  $f_{res}^1$  du système grâce à un balayage en fréquence. Ensuite, en partant du système au repos (i.e. tous les composants sont en équilibre thermique), on met le haut-parleur sous tension, à la fréquence  $f_{res}^1$ , de façon à établir un niveau de pression acoustique crête  $P_A$  fixé, mesuré à proximité de la membrane du haut-parleur. Lorsque le régime établi est atteint, typiquement au bout de 10 à 15 minutes, on relève la valeur de la différence de température  $\Delta T$ . Pour chaque position  $x_c$ , la valeur de  $\Delta T$  est ainsi connue et il est alors possible de tracer le profil  $\Delta T = f(x_c)$  pour un niveau de pression acoustique  $P_A$  donné. Le profil de  $\Delta T$  a été ainsi mesuré pour trois niveaux de pression acoustique :  $P_A = 500, 1000$  et  $1500$  Pa, correspondant respectivement à  $DR = 0.5, 1.0$  et  $1.5$  %.

Les résultats expérimentaux sont présentés sur la figure 3.6. Compte tenu de la symétrie, seul un demi-profil a été mesuré pour  $DR = 1.0$  %. Sur la figure, la position  $x_c$  du centre de l'empilement en abscisse est adimensionnée par le nombre d'onde acoustique  $k = 2\pi f/a$ .

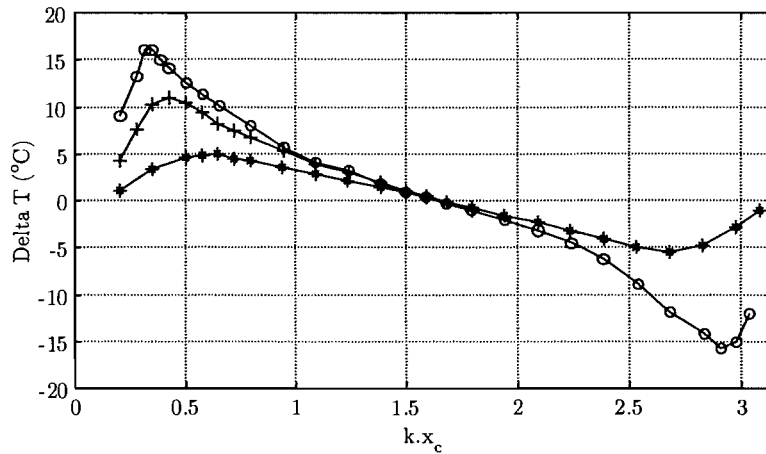


Figure 3.6: Evolution de la différence de température  $\Delta T$ , mesurée expérimentalement entre les extrémités des plaques, en fonction de la position adimensionnelle  $k.x_c$  du centre de l'empilement 3 le long de l'axe du tube. Les profils de  $\Delta T$  sont tracés pour trois niveaux de pression acoustique crête. \* :  $P_A = 500$  Pa, + :  $P_A = 1000$  Pa, o :  $P_A = 1500$  Pa, correspondant respectivement à  $DR = 0.5, 1.0$  et  $1.5$  %.

On constate que pour  $DR = 0.5$  %, le profil de la différence de température  $\Delta T$  a une allure quasi-sinusoidale (voir figure 3.7), ce qui est en accord avec les résultats de Atchley *et coll.* [7] qui ont établi la formule théorique suivante (cf. paragraphe 2.3.1.1) :

$$\Delta T = \left( \frac{1}{4} \frac{P_A^2 \delta_\kappa (1 + \sqrt{\sigma})}{\rho_m a [(K_s d + Kh)/\Delta x] (1 + \sigma)} \sin(2kx_c) \right) \times \left[ 1 + \frac{1}{4} \frac{P_A^2 \delta_\kappa (1 - \sigma \sqrt{\sigma})}{[(K_s d + Kh)/\Delta x] \rho_m \Delta x T_m \omega (\gamma - 1) (1 - \sigma^2)} (1 - \cos(2kx_c)) \right]^{-1}. \quad (3.4)$$

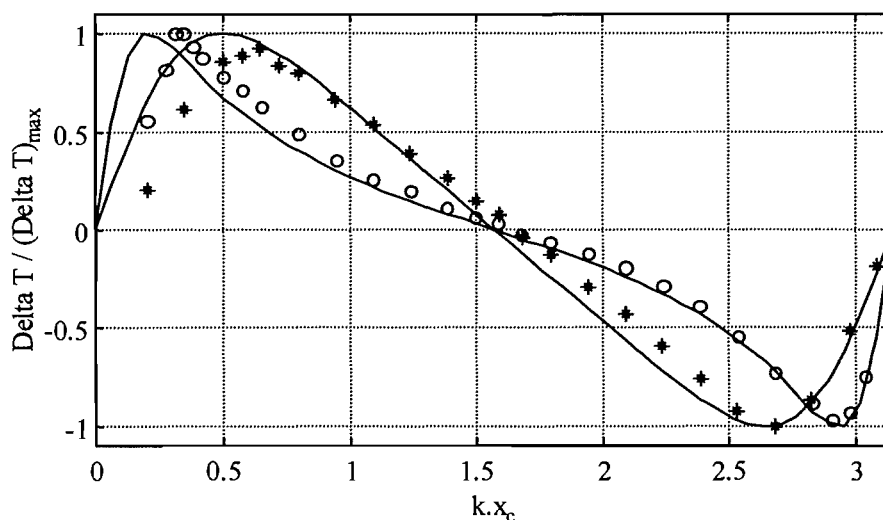


Figure 3.7: Evolution de la différence normalisée de température  $\Delta T / (\Delta T)_{max}$ , entre les extrémités des plaques, en fonction de la position adimensionnelle  $k \cdot x_c$  du centre de l'empilement 3 : comparaison des résultats expérimentaux (\* :  $P_A = 500$  Pa, o :  $P_A = 1500$  Pa, correspondant respectivement à  $DR = 0.5$  et  $1.5$  %) avec la formule théorique (—) de Atchley *et coll.* [7].

Lorsque l'empilement est déplacé de la première moitié du tube vers la deuxième moitié, le signe de  $\Delta T$  change : il y a donc inversion des côtés chauds et des côtés froids des plaques. En effet, d'après la théorie linéaire de Swift [80], le flux de chaleur associé à l'effet thermoacoustique est toujours orienté vers le ventre de pression le plus proche. Dans le cas du système étudié ici, lorsque l'empilement est situé dans la première moitié du tube du côté du haut-parleur, le flux de chaleur thermoacoustique est orienté en direction de la membrane du HP (ventre de pression), ce qui explique que ce soit le côté des plaques en vis-à-vis du HP qui s'échauffe. Au contraire, lorsque que l'empilement est dans la deuxième moitié du tube du côté du bouchon rigide, le côté des plaques qui auparavant s'échauffait, va maintenant se refroidir, car le sens du flux de chaleur thermoacoustique s'est inversé : il est dirigé vers la paroi du bouchon rigide (ventre de pression).

Toujours d'après la théorie linéaire de Swift [80], le flux de chaleur thermoacoustique, responsable de l'apparition de la différence de température  $\Delta T$ , est proportionnel au produit de la pression et de la vitesse acoustiques. Par conséquent, ce flux de chaleur, ainsi que  $\Delta T$ , doivent s'annuler lorsque l'empilement est situé sur un nœud de vitesse ou un nœud de pression. En outre, ce flux de chaleur, et donc  $\Delta T$ , doivent être maximaux lorsque le produit de la pression et de la vitesse acoustiques est lui-même maximal. Le profil de température mesuré pour  $DR = 0.5$  % est donc en accord avec la théorie, puisque qu'il s'annule au milieu du tube (nœud de pression) et qu'il tend vers zéro au niveau du HP et du bouchon rigide (nœuds de vitesse). De plus, les extremums du profil sont situés entre un nœud de vitesse et un nœud de pression, là où la pression et la vitesse acoustiques sont non nulles.

On retrouve les mêmes tendances pour les profils de température mesurés avec un niveau de pression  $DR = 1.0$  % et  $DR = 1.5$  %. La différence majeure tient à la déformation du profil lorsque  $DR$  augmente (voir figure 3.7). En effet, on passe d'un profil aux formes arrondies, quasi-sinusoidal, pour  $DR = 0.5$  % à un profil avec des extremums très marqués lorsque  $DR = 1.5$  %. En outre les extrema se décalent un peu en direction des ventres de pression. Cette

évolution du profil de  $\Delta T$  observée ici, lorsque le niveau de pression acoustique augmente, est conforme aux résultats expérimentaux et théoriques de Atchley *et coll.* [7].

Notons que si les résultats expérimentaux exposés ici présentent un bon accord qualitatif avec les prédictions de la formule de Atchley *et coll.*, il existe cependant un écart sur le plan quantitatif que nous n'expliquons pas encore. En effet, si l'on adimensionnalise les profils  $\Delta T = f(k.x_c)$  expérimentaux et théoriques par leur maximum respectif, on constate sur la figure 3.7 qu'ils ont une allure tout à fait comparable. En particulier, la position des extrema des données expérimentales est relativement bien prédite par la formule théorique de Atchley *et coll.* En revanche, cette même formule fournit des valeurs pour la différence de température  $\Delta T$  qui sont deux à trois fois supérieures aux valeurs que nous avons observées expérimentalement.

pression acoustique crête $P_A$	Longueur $\Delta x=40$ mm			$\Delta x=20$ mm
	empilement 1	empil. 2	empil. 3	empilement 4
500 Pa	3.0	2.8	2.9	2.2
1000 Pa	3.5	2.9	3.1	2.4
1500 Pa	3.7	3.1	3.2	2.3

Tableau 3.4: Rapport entre la valeur de  $\Delta T$  prévue par la théorie de Atchley *et coll.* et la valeur de  $\Delta T$  mesurée sur les différents empilements de plaques pour plusieurs niveaux de pression acoustique crête  $P_A$ .

D'après le tableau 3.4, il semblerait que le rapport entre les valeurs théoriques et expérimentales de  $\Delta T$  ne dépende que de la longueur de l'empilement. Ainsi, pour tous les empilements ayant une longueur de 40 mm, ce rapport vaut environ 3. Cette valeur est à rapprocher du facteur correctif  $\alpha = 1/3$  introduit récemment dans la formule de Atchley *et coll.* par Kim *et coll.* pour interpoler des mesures sur un stack de longueur  $\Delta x = 37$  mm [55]. Il est à remarquer que ce sont à notre connaissance les seules mesures, exceptées évidemment celles de Atchley *et coll.* [7], qui sont confrontées avec les prévisions de la formule (3.4). Cet écart entre la théorie de Atchley *et coll.* et les expériences constitue donc un point à approfondir.

### 3.1.2.2.2 Fréquence de résonance du système

La fréquence de résonance ( $f_{res}^1$ ) du système (résonateur+pièce support+empilement n°3) évolue de manière significative ( $\Delta f/f \simeq 10\%$ ) lorsque l'on déplace l'empilement le long de l'axe du tube. Sur la figure 3.8, la valeur de cette fréquence de résonance est tracée en fonction de la position  $x_c$  de l'empilement. Elle passe par un minimum lorsque l'empilement est au milieu du tube et atteint ses valeurs maximales lorsque l'empilement est très proche du haut-parleur ou bien du bouchon rigide. Visiblement, l'empilement de plaques et sa pièce support se comportent comme une impédance acoustique qui "allonge" ou "raccourcit" virtuellement le résonateur suivant qu'ils sont placés dans la zone d'un nœud de pression (milieu du tube) ou bien dans la zone d'un ventre de pression (extrémités du tube). La fréquence de résonance du système s'en trouve alors modifiée.

### 3.1.2.2.3 Analyse harmonique du champ de pression

L'analyse harmonique du champ de pression montre que le signal mesuré par le microphone près du HP n'est pas purement sinusoïdal : à la composante fondamentale  $H_1$  s'ajoutent les

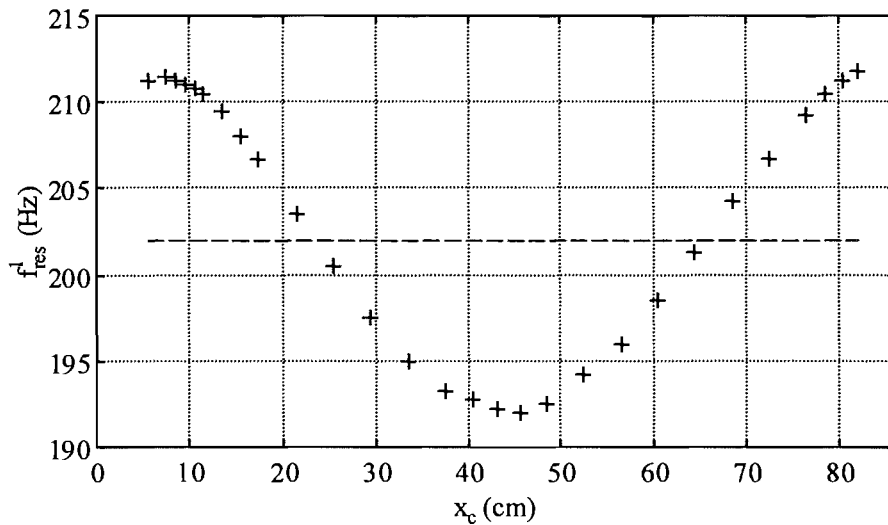


Figure 3.8: Evolution de la première fréquence de résonance  $f_{res}^1$  du système en fonction de la position  $x_c$  du centre de l'empilement de plaques n°3. La droite — correspond à la valeur moyenne de la fréquence de résonance lorsque la position de l'empilement balaie l'axe du tube ( $f_{moy} \simeq 202$  Hz).

composantes harmoniques  $H2$  et  $H3$  dont la contribution est notable pour les forts niveaux de pression ( $DR \geq 1.0\%$ ). Ce phénomène est illustré par la figure 3.9. On observe en outre que les composantes fondamentale et harmoniques semblent évoluer suivant un schéma précis lorsque l'on varie la position de l'empilement de plaques dans le tube. Notons que le signal de pression est mesuré sur la paroi intérieure du tube et qu'il y a peut-être des effets de bord : il se peut que l'onde acoustique ne soit pas parfaitement plane au voisinage de la membrane du HP pour de forts niveaux.

Par ailleurs, même si l'on prend toujours soin de se placer à la résonance du système lorsque l'on déplace l'empilement de plaques dans le tube, on constate que le déphasage entre la pression et la vitesse acoustiques, tel qu'il est mesuré au niveau de la membrane du HP, s'éloigne notablement de celui d'un champ d'onde stationnaire (qui vaut en théorie  $-90^\circ$ ). En effet, sur la figure 3.10, on voit que ce déphasage vaut entre  $-80$  et  $-85^\circ$  lorsque l'empilement est très proche du HP ou du bouchon rigide, mais il ne vaut plus que  $-60^\circ$  lorsque l'empilement est situé dans la zone centrale du tube.

Plusieurs raisons peuvent être évoquées pour expliquer ce phénomène. D'une part, la mesure de la pression acoustique n'est pas effectuée exactement sur la membrane du haut-parleur, contrairement à la mesure de vitesse, mais à une distance de 1,1 cm environ sur la paroi intérieure du résonateur. D'autre part, le couplage entre le haut-parleur et le résonateur a certainement une influence, ainsi que divers mécanismes dissipatifs, notamment les pertes visqueuses.



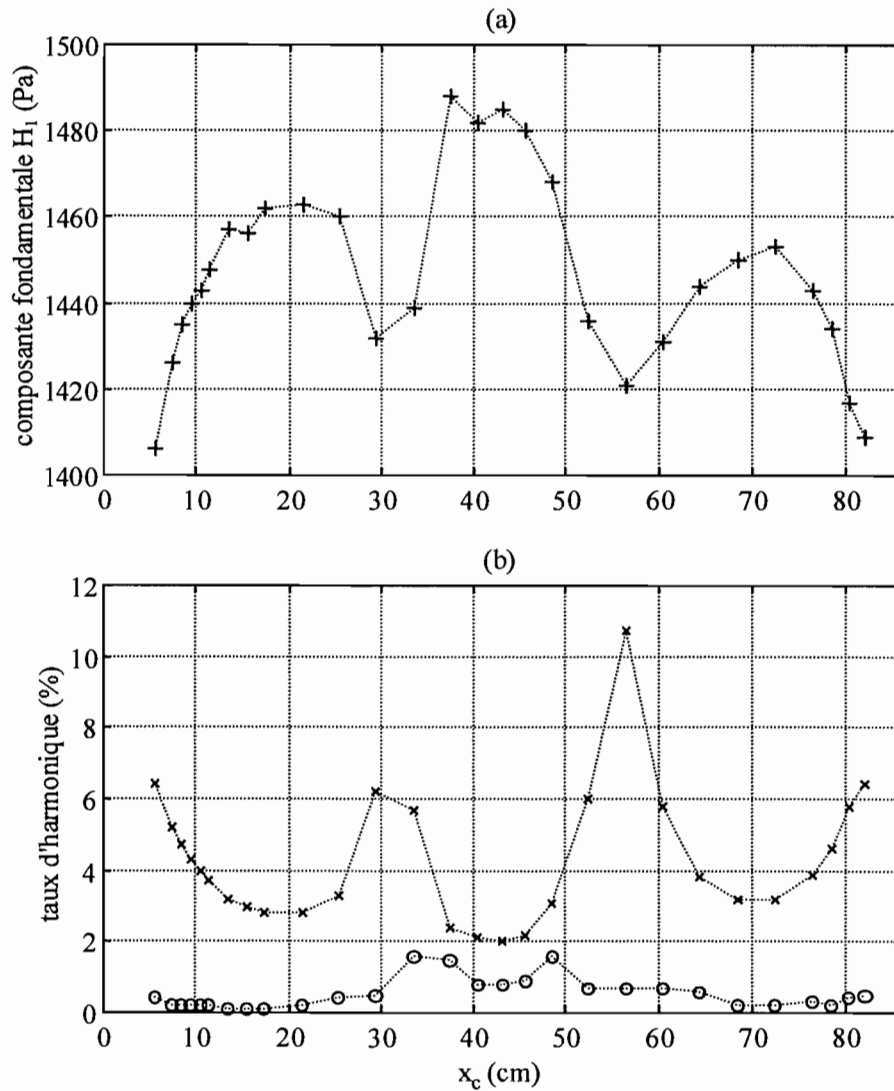


Figure 3.9: Analyse harmonique du champ de pression : évolution (a) de la composante fondamentale  $H_1$ , (b) du taux d'harmonique 1 ( $H_2/H_1$  :  $\times$ ) et du taux d'harmonique 2 ( $H_3/H_1$  :  $\circ$ ), en fonction de la position  $x_c$  du centre de l'empilement de plaques n°3 le long de l'axe du tube. Le niveau de pression acoustique crête vaut :  $P_A = 1500$  Pa.

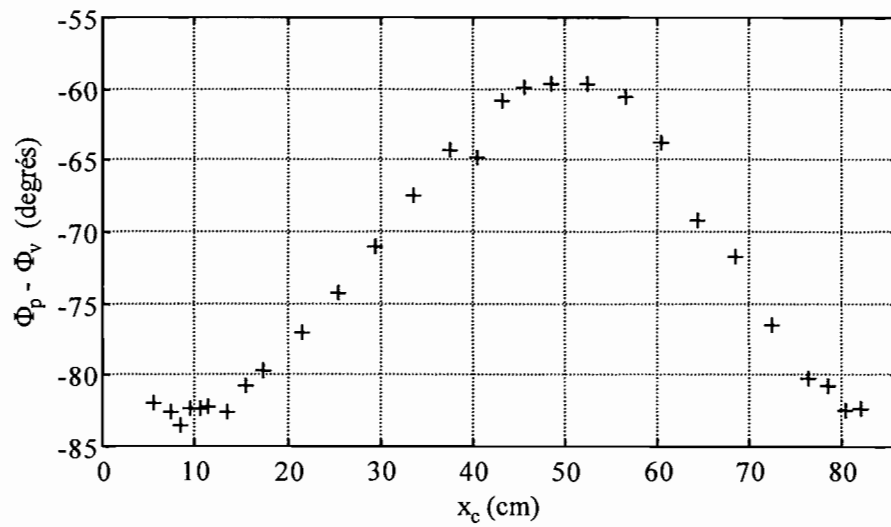


Figure 3.10: Evolution du déphasage entre la pression et la vitesse acoustiques, en fonction de la position  $x_c$  du centre de l'empilement de plaques n°3 le long de l'axe du tube. Le niveau de pression acoustique crête vaut :  $P_A = 1500$  Pa.

### 3.1.2.3 Influence du niveau de la pression acoustique crête

La figure 3.11 présente l'évolution de la différence de température  $\Delta T$  mesurée sur l'empilement 3 en fonction du niveau de pression acoustique crête  $P_A$ . Pour chaque niveau de pression, l'empilement est placé de manière à ce que  $\Delta T$  soit maximum (cf. paragraphe 3.1.2.2.1). Nous avons également tracé sur cette figure les valeurs prévues par la formule de Atchley *et coll.* corrigées d'un facteur  $1/3$  (voir discussion au paragraphe 3.1.2.2.1). On constate que la différence de température mesurée sur l'empilement croît linéairement avec la pression acoustique jusqu'à 1000 Pa. Au-delà, on observe un phénomène de saturation, les valeurs expérimentales s'écartant des prévisions théoriques. On voit donc ici la limite de validité d'une modélisation linéaire de l'effet thermoacoustique.

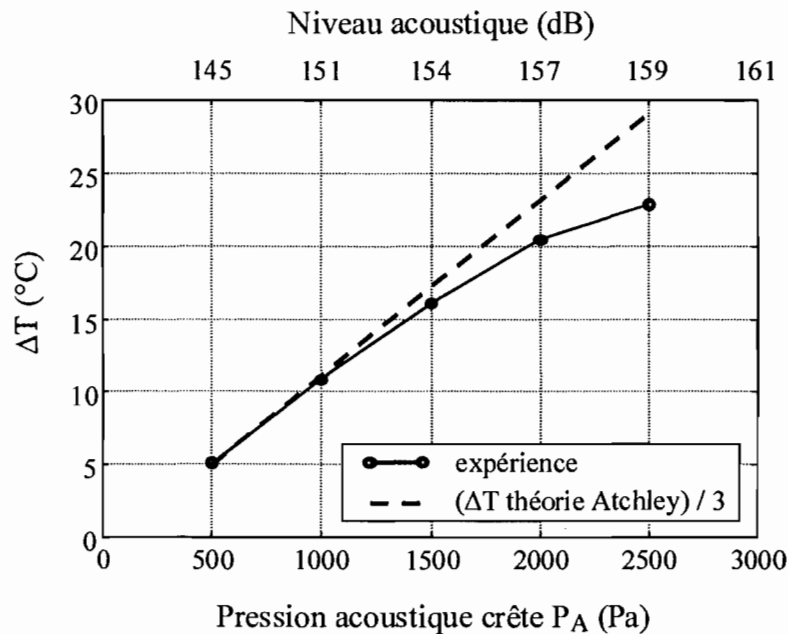


Figure 3.11: Evolution de la différence de température  $\Delta T$  maximale sur l'empilement 3 en fonction du niveau de pression acoustique crête  $P_A$  : valeurs expérimentales et valeurs prévues par la théorie de Atchley *et coll.* corrigées d'un facteur  $1/3$ .

### 3.1.3 Etude du comportement dynamique du système

#### 3.1.3.1 Aspects généraux

On a vu précédemment (§ 3.1.2.2.1) que la valeur de la différence de température  $\Delta T$  utilisée pour tracer les profils  $\Delta T = f(x_c)$  était la valeur en régime *établi*. Lorsque l'on met le haut-parleur sous tension, il existe en fait une phase transitoire à l'issue de laquelle la valeur de  $\Delta T$  se stabilise.

En pratique, le système, au départ, est au repos depuis suffisamment longtemps pour que tous ses composants soient en équilibre thermique. En particulier, la différence de température  $\Delta T$  mesurée entre les extrémités des plaques est nulle, ou du moins, compte tenu des erreurs de mesure, on a :  $\Delta T \leq 0, 2^\circ\text{C}$ . Ensuite, dès que l'on met le haut-parleur sous tension, la différence de température  $\Delta T$  commence par augmenter très vite, puis tend progressivement vers un palier qui est atteint au bout de 10 à 15 minutes environ. On parle alors de "régime établi". Ce palier correspond à la différence de température maximale que l'on peut atteindre pour des paramètres du système donnés (voir figure 3.12). D'après la théorie vue plus haut (§ 3.1.2.2.1), l'existence de ce palier ou de ce régime établi s'explique par l'instauration d'un équilibre dynamique entre le flux de chaleur d'origine thermoacoustique et le flux de chaleur antagoniste dû à la conduction thermique dans les plaques. Lorsque le régime établi est atteint, si l'on éteint le haut-parleur, la différence de température  $\Delta T$  décroît alors très vite pour tendre progressivement vers zéro. Ce comportement est illustré sur la figure 3.12.

De même que l'on étudie l'évolution de la différence de température  $\Delta T$  au cours du temps, on peut également s'intéresser à l'évolution temporelle de la température des extrémités des plaques. Ainsi, l'extrémité des plaques qui est la plus proche du ventre de pression le plus proche voit sa température augmenter, tandis que l'autre extrémité voit sa température diminuer (voir figure 3.12). Par conséquent la température d'une des extrémités des plaques devient supérieure à la température ambiante (température initiale de tous les composants du système), tandis que la température de l'autre extrémité des plaques s'abaisse au-dessous de la température ambiante. Ces deux températures tendent vers des valeurs-palier correspondant au régime établi. On remarque que ces paliers ne sont pas symétriques par rapport à la température ambiante : les plaques s'échauffent plus à une extrémité qu'elles ne sont refroidies à l'autre extrémité. Ceci peut s'expliquer en partie par le fait que l'on a toujours un échauffement visqueux dû au frottement du fluide au contact des plaques. En effet, il existe un écoulement oscillant dans le résonateur, directement lié à la présence de l'onde acoustique stationnaire, et l'effet thermoacoustique vient se superposer à l'échauffement visqueux engendré par cet écoulement. Cette explication est étayée par l'observation des températures mesurées sur les extrémités des plaques de l'empilement lorsque ce dernier est placé au centre du tube (voir figure 3.14). On constate que les deux extrémités des plaques s'échauffent au-dessus de la température ambiante, tandis que la différence  $\Delta T$  reste négligeable. Ainsi, lorsque l'empilement de plaques est situé au milieu du tube, l'effet thermoacoustique est quasi-inexistant du fait qu'il y a un nœud de pression (conformément à la théorie évoquée au paragraphe 3.1.2.2.1), mais comme c'est également la position d'un ventre de vitesse, les effets visqueux sont maximaux, d'où un échauffement global des deux extrémités des plaques. Les travaux expérimentaux de Muehleisen *coll.* [65] semblent également attester l'existence de cet échauffement visqueux, dont la contribution, certes relativement faible, vient s'ajouter à l'effet thermoacoustique.

La figure 3.13 montre l'évolution des températures aux extrémités des plaques lorsque l'empilement est placé dans la position symétrique, par rapport au milieu du tube, de celle qu'il occupait pour les mesures présentées sur la figure 3.12. La comparaison de ces deux figures montre qu'il y a une inversion du "côté chaud" et du "côté froid" des plaques, ce qui explique

le changement de signe de  $\Delta T$  (cf. § 3.1.2.2.1). En effet, sur les figures 3.12 et 3.13, la quantité  $\Delta T$  est calculée de la même manière en faisant la différence entre les valeurs mesurées par les thermocouples collés aux deux extrémités des plaques. Ces observations sont en accord avec la théorie évoquée au paragraphe 3.1.2.2.1.

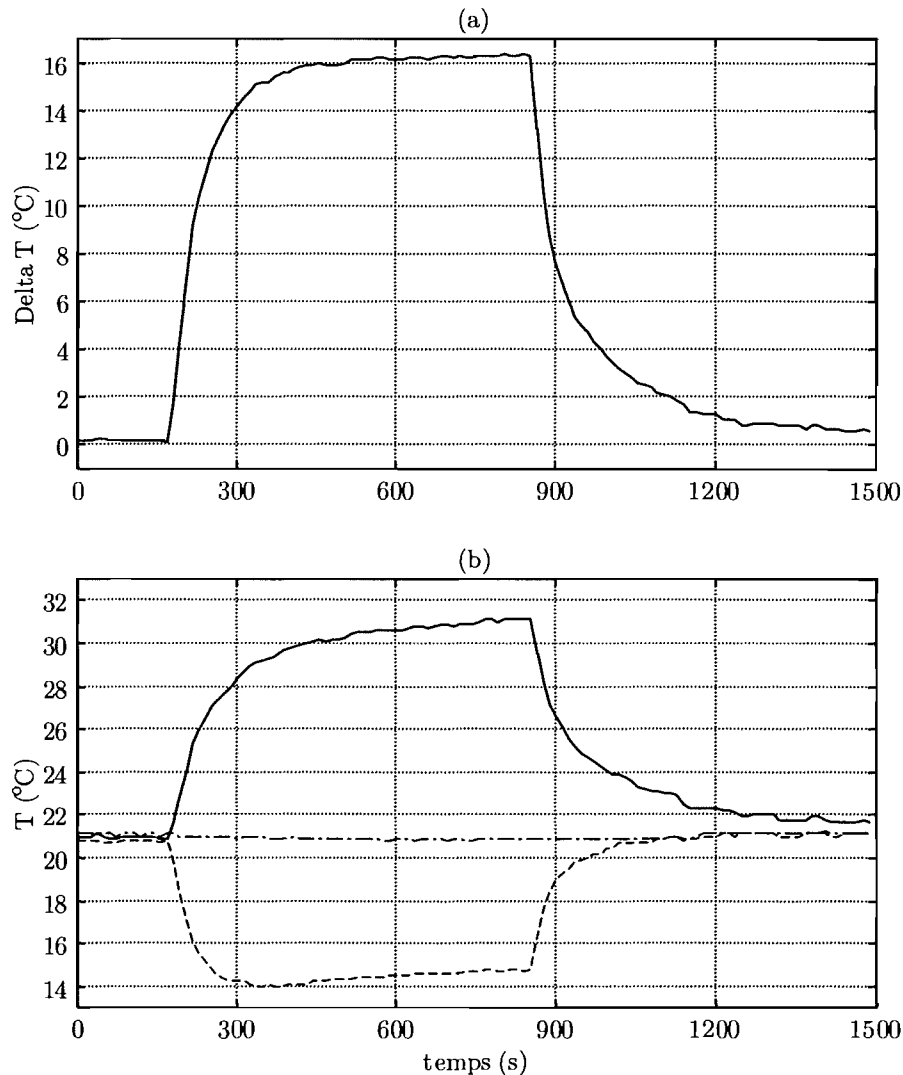


Figure 3.12: L'empilement de plaques n°3 (cf. tableau 3.1) est placé en  $x_c = 8.5$  cm dans le tube. La figure montre l'évolution temporelle : (a) de la différence de température  $\Delta T$ , mesurée entre les extrémités des plaques, (b) de la température aux deux extrémités des plaques (— : tc1, -- : tc2). La troisième courbe en trait mixte (-·-) sur le graphe (b) sert de référence : elle correspond à la température moyenne mesurée à la surface extérieure du tube (tc3). Le haut-parleur est mis en marche à l'instant  $t \simeq 170$  s, et il est arrêté à  $t \simeq 850$  s. Le niveau de pression acoustique crête vaut :  $P_A = 1500$  Pa.

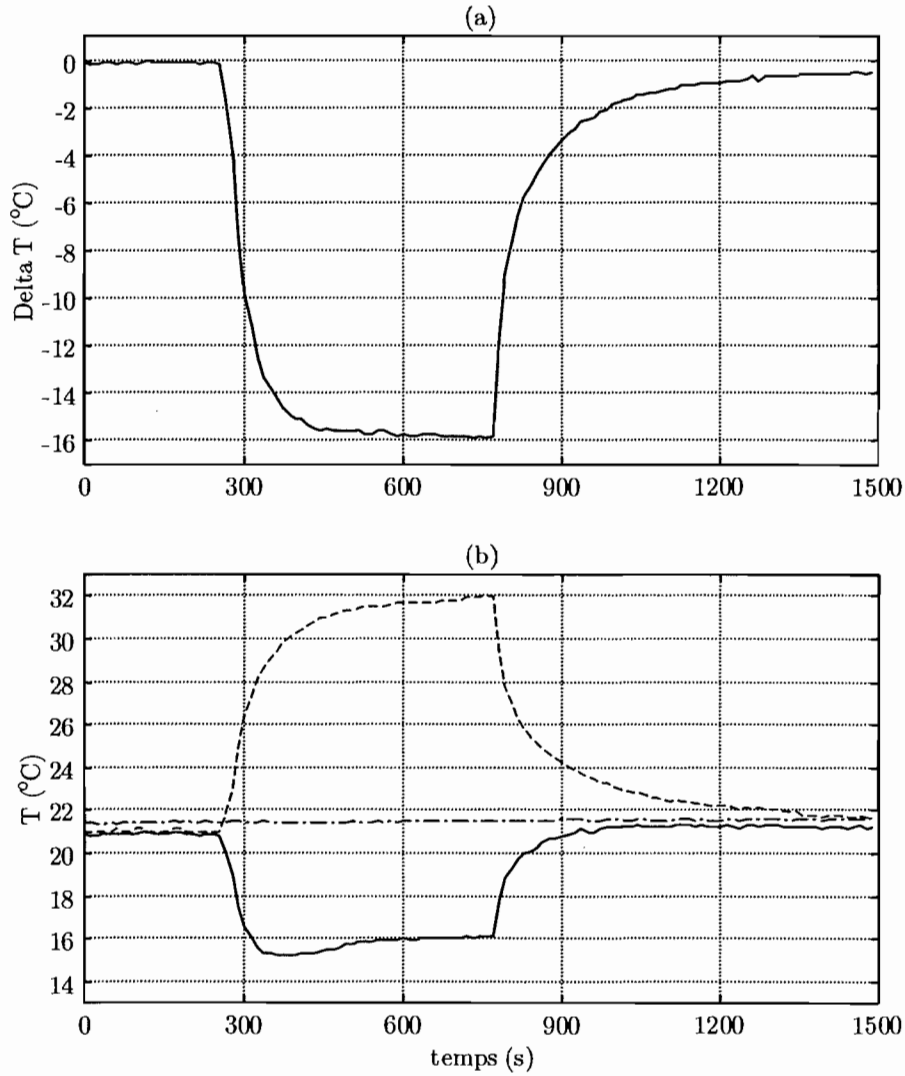


Figure 3.13: L'empilement de plaques n°3 (cf. tableau 3.1) est placé en  $x_c = 78.5$  cm dans le tube. La figure montre l'évolution temporelle : (a) de la différence de température  $\Delta T$ , mesurée entre les extrémités des plaques, (b) de la température aux deux extrémités des plaques (— : tc1, -- : tc2). La troisième courbe en trait mixte (-·-) sur le graphe (b) sert de référence : elle correspond à la température moyenne mesurée à la surface extérieure du tube (tc3). Le haut-parleur est mis en marche à l'instant  $t \simeq 250$  s, et il est arrêté à  $t \simeq 770$  s. Le niveau de pression acoustique crête vaut :  $P_A = 1500$  Pa.

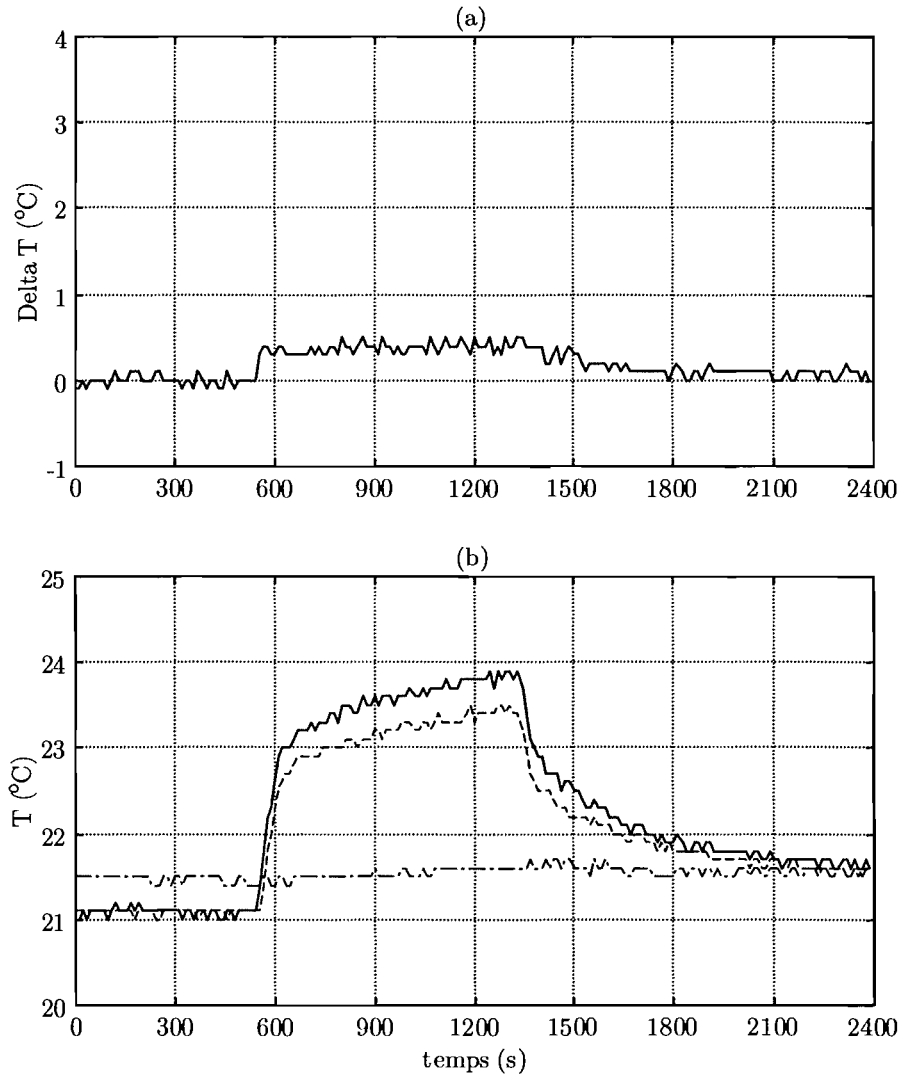


Figure 3.14: L'empilement de plaques n°3 (cf. tableau 3.1) est placé en  $x_c = 43.0$  cm dans le tube. La figure montre l'évolution temporelle : (a) de la différence de température  $\Delta T$ , mesurée entre les extrémités des plaques, (b) de la température aux deux extrémités des plaques (— : tc1, -- : tc2). La troisième courbe en trait mixte (-·-) sur le graphe (b) sert de référence : elle correspond à la température moyenne mesurée à la surface extérieure du tube (tc3). Le haut-parleur est mis en marche à l'instant  $t \simeq 550$  s, et il est arrêté à  $t \simeq 1330$  s. Le niveau de pression acoustique crête vaut :  $P_A = 1500$  Pa. L'apparence "dentelée" des courbes est liée à la numérisation des signaux analogiques issus des thermocouples : en effet, l'opération de quantification est effectuée avec une résolution de  $0.1^{\circ}\text{C}$ .

### 3.1.3.2 Phase transitoire de croissance de $\Delta T$

Intéressons-nous à présent plus particulièrement à la phase transitoire qui précède le régime établi (palier) lorsque l'on met en marche le haut-parleur, c'est-à-dire la phase de croissance de  $\Delta T$ . Sur les figures 3.15, 3.16 et 3.17, on peut voir les courbes de  $\Delta T$  correspondant aux quatre empilements étudiés, tracées pour un niveau de pression acoustique donné. On constate que le comportement du système semble lié à l'inertie thermique des plaques. En effet, quel que soit le niveau de pression acoustique  $P_A$ , les courbes  $\Delta T = f(t)$  des empilements 1 et 2 présentent la même tangente à l'origine. Or les empilements 1 et 2 sont constitués de plaques qui ont la même épaisseur (voir tableau 3.1). Le même phénomène peut être observé sur les courbes des empilements 3 et 4 dont l'épaisseur des plaques est identique.

Les figures 3.18, 3.19 et 3.20 montrent, pour un empilement de plaques donné, la croissance de  $\Delta T$  pour trois niveaux de pression acoustique crête  $P_A$  dans le résonateur. Comparons les courbes relatives aux empilements 3 et 4 (figures 3.19 et 3.20). Ces deux empilements sont constitués de plaques ayant la même épaisseur et le même espacement, tandis que les plaques de l'empilement 4 sont deux fois plus courtes que celles de l'empilement 3 (voir tableau 3.1). On constate que, pour les trois niveaux de pression acoustique  $P_A$ , le régime établi est atteint beaucoup plus vite avec l'empilement 4 qu'avec l'empilement 3, toujours pour cause d'inertie thermique semble-t-il. Sur le graphe inférieur de la figure 3.19, chaque courbe de  $\Delta T$  est normalisée par sa valeur finale en régime établi  $\Delta T_{max}$  de sorte que toutes les courbes croissent de zéro jusqu'à la valeur 1. On constate que les courbes normalisées correspondant à trois valeurs de  $P_A$  différentes tendent à se superposer. Il semble donc possible de caractériser le comportement du système au cours de cette phase par une constante de temps dépendant de ses caractéristiques physiques. Le graphe inférieur de la figure 3.17 illustre la dépendance de cette constante de temps par rapport à l'empilement de plaques considéré, pour un niveau de pression acoustique crête  $P_A$  donné.

Cette dépendance de la phase transitoire du système vis-à-vis de ses caractéristiques physiques est à rapprocher des travaux de Muehleisen *et coll.* [66]. De manière générale, on retrouve sur toutes les courbes expérimentales que nous avons tracées (figures 3.15 à 3.20) le comportement prévu par les simulations numériques de Worlikar *et coll.* [96, 97].



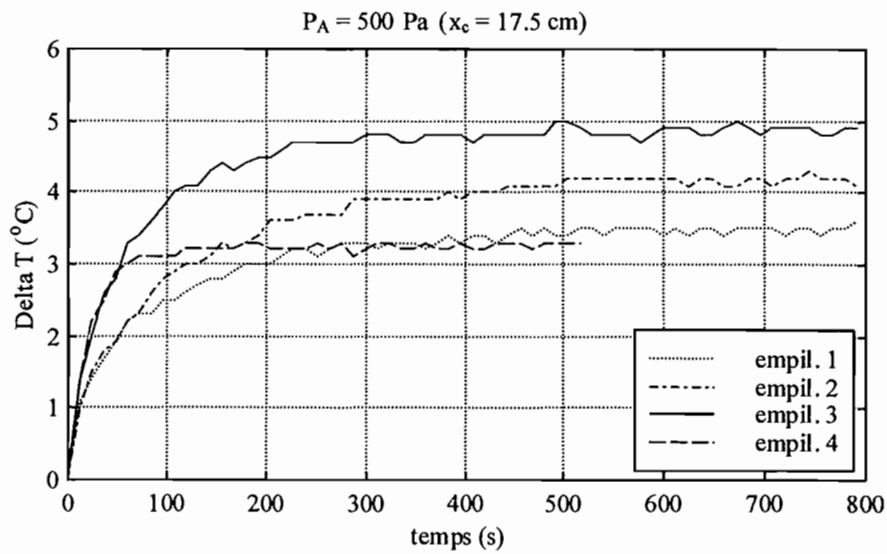


Figure 3.15: Phase de croissance au cours du temps de la différence de température  $\Delta T$ , mesurée entre les extrémités des plaques de chacun des quatre empilements (cf. tableau 3.1). Le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 500 \text{ Pa}$  et les empilements sont placés en  $x_c = 17.5 \text{ cm}$ .

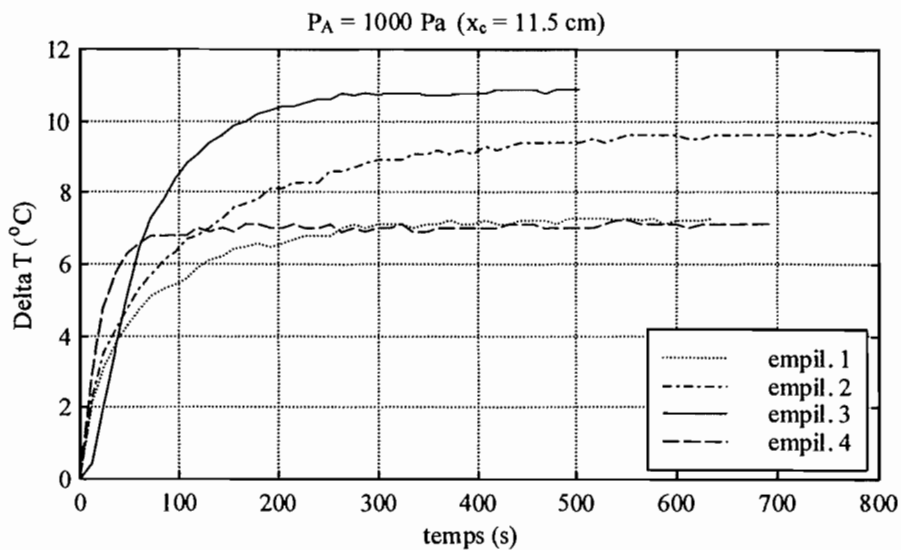


Figure 3.16: Phase de croissance au cours du temps de la différence de température  $\Delta T$ , mesurée entre les extrémités des plaques de chacun des quatre empilements (cf. tableau 3.1). Le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1000 \text{ Pa}$  et les empilements sont placés en  $x_c = 11.5 \text{ cm}$ .

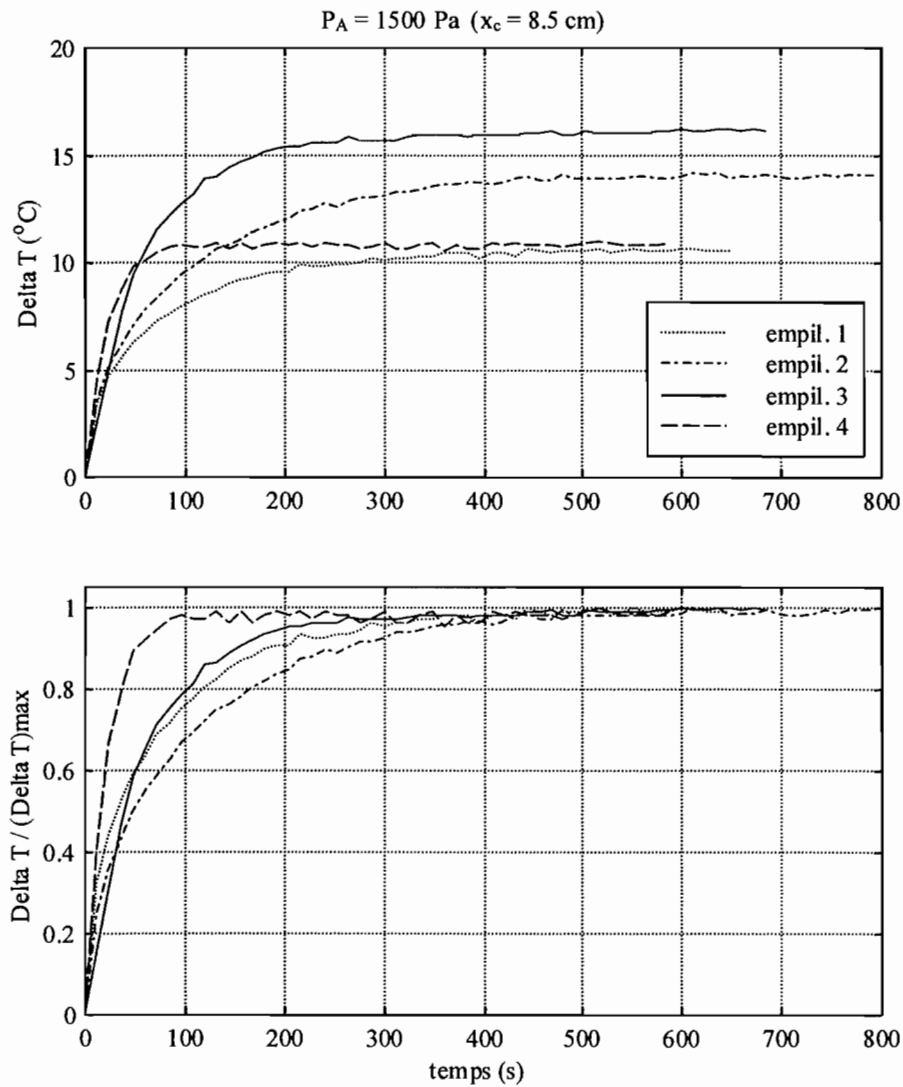


Figure 3.17: Phase de croissance au cours du temps de la différence de température  $\Delta T$ , mesurée entre les extrémités des plaques de chacun des quatre empilements (cf. tableau 3.1). Le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1500 \text{ Pa}$  et les empilements sont placés en  $x_c = 8.5 \text{ cm}$ . Sur le graphe supérieur sont tracées les courbes expérimentales brutes de  $\Delta T$ . Sur le graphe inférieur, chaque courbe de  $\Delta T$  est normalisée par sa valeur finale en régime établi  $\Delta T_{max}$ .

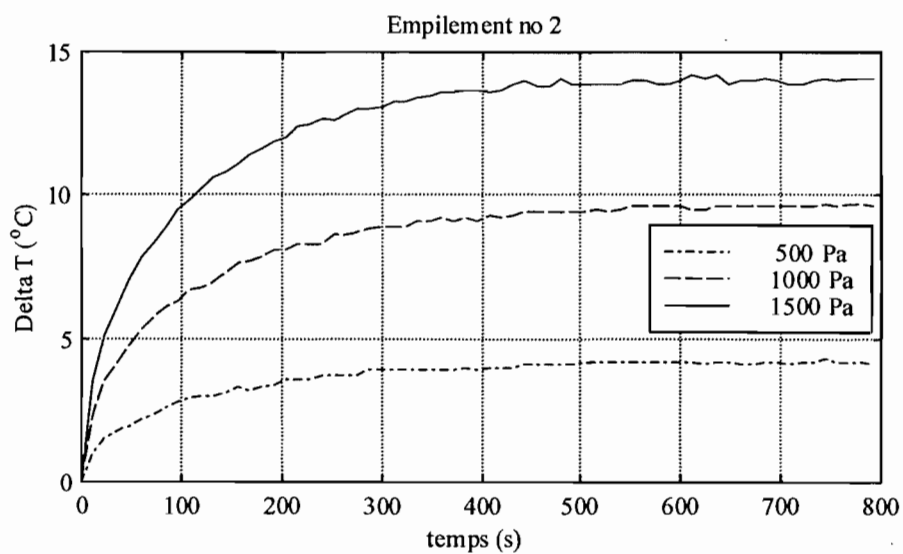


Figure 3.18: Phase de croissance au cours du temps de la différence de température  $\Delta T$  mesurée entre les extrémités des plaques de l'empilement 2 (cf. tableau 3.1) pour trois niveaux de pression acoustique crête  $P_A = 500, 1000$  et  $1500$  Pa, la position correspondante de l'empilement étant respectivement  $x_c = 17.5, 11.5$  et  $8.5$  cm.

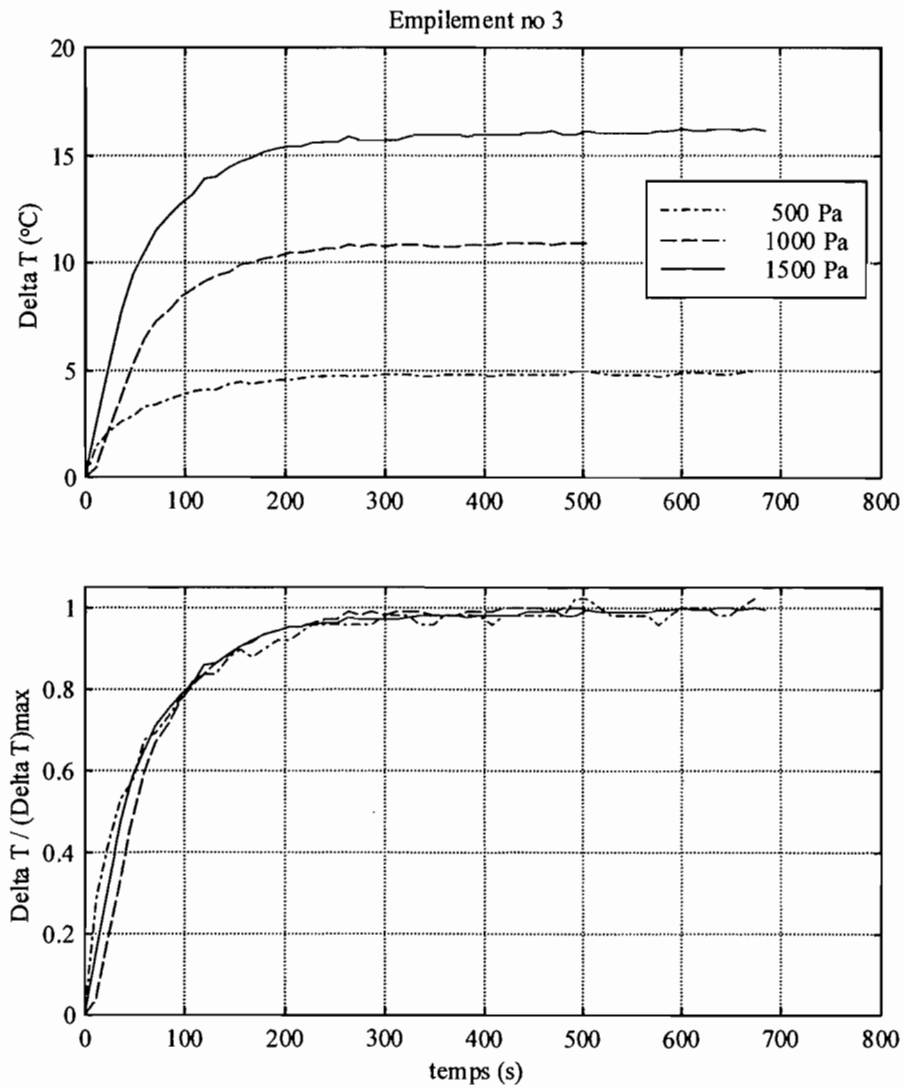


Figure 3.19: Phase de croissance au cours du temps de la différence de température  $\Delta T$  mesurée entre les extrémités des plaques de l'empilement 3 (cf. tableau 3.1) pour trois niveaux de pression acoustique crête  $P_A = 500, 1000$  et  $1500$  Pa, la position correspondante de l'empilement étant respectivement  $x_c = 17.5, 11.5$  et  $8.5$  cm. Sur le graphe supérieur sont tracées les courbes expérimentales brutes de  $\Delta T$ . Sur le graphe inférieur, chaque courbe de  $\Delta T$  est normalisée par sa valeur finale en régime établi  $\Delta T_{max}$ .

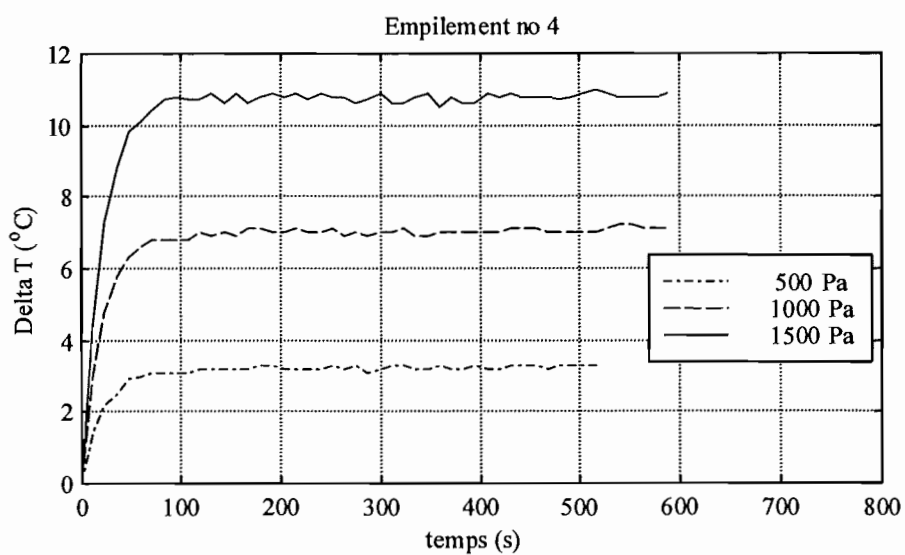


Figure 3.20: Phase de croissance au cours du temps de la différence de température  $\Delta T$  mesurée entre les extrémités des plaques de l'empilement 4 (cf. tableau 3.1) pour trois niveaux de pression acoustique crête  $P_A = 500, 1000$  et  $1500$  Pa, la position correspondante de l'empilement étant respectivement  $x_c = 17.5, 11.5$  et  $8.5$  cm.

### Analyse en ordre de grandeur

Nous avons essayé d'extraire de la collection d'essais précédents de grandes tendances au moyen d'une analyse en ordre de grandeur.

#### Dans le fluide :

Le champ de vitesse acoustique entre les plaques est gouverné par l'équation de Navier-Stokes linéarisée :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_m} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} . \\ \sim \frac{u_A}{\tau_A} &\quad \sim \frac{1}{\rho_m} \frac{P_A}{\lambda} \quad \sim \nu \frac{u_A}{\delta^2} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Procédons à présent à une analyse en ordre de grandeur des termes de cette équation. Le champ instationnaire de vitesse étant de nature purement acoustique, l'échelle de longueur caractéristique suivant  $x$  est la longueur d'onde  $\lambda = a/f \sim a/\omega$  et l'échelle de temps caractéristique vaut  $\tau_A \sim 1/\omega$ . En écrivant que l'instationnarité de l'écoulement est imposée par le gradient de pression, il vient :

$$\omega u_A \sim \frac{1}{\rho_m} \frac{\omega}{a} P_A \Rightarrow u_A \sim \frac{P_A}{\rho_m a} , \quad (3.6)$$

$$\omega u_A \sim \nu \frac{u_A}{\delta^2} \Rightarrow \delta \sim \sqrt{\frac{\nu}{\omega}} , \quad (3.7)$$

où  $\delta$  est l'échelle de longueur caractéristique suivant la direction  $y$ .

L'équation de l'énergie interne  $e$  dans le fluide s'écrit :

$$\rho \frac{de}{dt} = -p \operatorname{div} \vec{v} + \vec{\tau} : \overrightarrow{\operatorname{grad}} \vec{v} + \operatorname{div}(K \overrightarrow{\operatorname{grad}} T) , \quad (3.8)$$

avec

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) . \quad (3.9)$$

Dans l'hypothèse d'un fluide parfait ( $e = c_v T$ ) et dans l'approximation d'un problème unidimensionnel ( $\vec{v} \simeq u(x, y) \vec{x}$ ), l'équation pour l'énergie interne devient :

$$\rho c_v \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right) = -p \frac{\partial u}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + K \nabla^2 T . \quad (3.10)$$

On décompose le champ de température sous la forme suivante :

$$T = T_m + T_A + T_i , \quad (3.11)$$

où  $T_A$  est une variation de température de nature acoustique et  $T_i$  une variation de température liée aux phénomènes irréversibles dus au contact du fluide avec les plaques.

En première analyse, nous négligerons la variation de la température moyenne  $T_m$  ( $dT_m/dt = \partial T_m / \partial t \simeq 0$ ). En reportant l'expression précédente de la température  $T$  dans l'équation de l'énergie, il vient :

$$\rho c_v \left( \frac{\partial}{\partial t} (T_A + T_i) + u \frac{\partial}{\partial x} (T_A + T_i) \right) = -p \frac{\partial u}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + K \nabla^2 (T_A + T_i) . \quad (3.12)$$

Or la variation de température  $T_A$  correspond à la fluctuation de température acoustique dans le fluide en l'absence de plaques.  $T_A$  correspond donc au modèle de fluide parfait (non visqueux) "isentropique" (non conducteur de la chaleur) et vérifie :

$$\rho_m c_v \left( \frac{\partial T_A}{\partial t} + u \frac{\partial T_A}{\partial x} \right) = - \left( p \frac{\partial u}{\partial x} \right)_A . \quad (3.13)$$

Pour la contribution  $T_i$  provenant de la présence des plaques, il reste en première approximation :

$$\rho_m c_v \left( \frac{\partial T_i}{\partial t} + u \frac{\partial T_i}{\partial x} \right) = - \left( p \frac{\partial u}{\partial x} \right)_i + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + K \nabla^2 T_i . \quad (3.14)$$

On admet que le phénomène principal de production d'irréversibilité est le frottement visqueux, d'où :

$$\left| - \left( p \frac{\partial u}{\partial x} \right)_i \right| \ll \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 . \quad (3.15)$$

On prend ensuite la moyenne de l'équation précédente suivant la direction  $y$  sur la hauteur d'un canal plan entre deux plaques :

$$\langle \dots \rangle = \frac{1}{2y_0} \int_{-y_0}^{+y_0} \dots dy . \quad (3.16)$$

Il vient alors :

$$\begin{aligned} \rho_m c_v \frac{\partial \langle T_i \rangle}{\partial t} + \rho_m c_v \langle u \frac{\partial T_i}{\partial x} \rangle &= \frac{1}{2y_0} \int_{-y_0}^{+y_0} \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 dy + K \frac{\partial^2 \langle T_i \rangle}{\partial x^2} \\ &+ \frac{K}{2y_0} \left[ \left( \frac{\partial T_i}{\partial y} \right)_{y=y_0} - \left( \frac{\partial T_i}{\partial y} \right)_{y=-y_0} \right] . \end{aligned} \quad (3.17)$$

**Dans le solide :**

Dans le milieu solide des plaques, l'équation de l'énergie interne équivaut à l'équation classique de la chaleur :

$$\rho_s c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = K_s \nabla^2 T_s . \quad (3.18)$$

Comme précédemment pour le fluide, on prend la moyenne de cette l'équation suivant la direction  $y'$  sur la hauteur d'une plaque :

$$\langle \dots \rangle = \frac{1}{2l} \int_{-l}^{+l} \dots dy' . \quad (3.19)$$

Il vient alors :

$$\rho_s c_s \frac{\partial \langle T_s \rangle}{\partial t} = K_s \frac{\partial^2 \langle T_s \rangle}{\partial x^2} + \frac{K_s}{2l} \left[ \left( \frac{\partial T_s}{\partial y'} \right)_{y'=l} - \left( \frac{\partial T_s}{\partial y'} \right)_{y'=-l} \right] . \quad (3.20)$$

**Conditions aux limites aux interfaces fluide/solide :**

Aux interfaces fluide/solide (cf. figure 2.1c), on écrit d'une part la continuité de la variation de température moyennée :

$$\langle T_i \rangle(x) = \langle T_s \rangle(x) , \quad (3.21)$$

d'autre part la continuité des flux de chaleur :

$$\begin{cases} K \left( \frac{\partial T_i}{\partial y} \right)_{y=y_0} &= -K_s \left( \frac{\partial T_s}{\partial y'} \right)_{y'=l} \\ K \left( \frac{\partial T_i}{\partial y} \right)_{y=-y_0} &= -K_s \left( \frac{\partial T_s}{\partial y'} \right)_{y'=-l} \end{cases} \quad (3.22)$$

d'où la relation :

$$\rho_s c_s \frac{\partial \langle T_i \rangle}{\partial t} = K_s \frac{\partial^2 \langle T_i \rangle}{\partial x^2} + \frac{K}{2l} \left[ \left( \frac{\partial T_i}{\partial y} \right)_{y=-y_0} - \left( \frac{\partial T_i}{\partial y} \right)_{y=y_0} \right]. \quad (3.23)$$

En reportant cette équation dans l'équation (3.17) de conservation de l'énergie interne pour le fluide, on obtient :

$$\begin{aligned} \left( \rho_m c_v + \frac{d}{h} \rho_s c_s \right) \frac{\partial \langle T_i \rangle}{\partial t} + \rho_m c_v \langle u \frac{\partial T_i}{\partial x} \rangle &= \frac{1}{2y_0} \int_{-y_0}^{+y_0} \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 dy + \left( K + \frac{d}{h} K_s \right) \frac{\partial^2 \langle T_i \rangle}{\partial x^2}. \\ \sim \frac{d}{h} \rho_s c_s \frac{\delta T_i}{\tau_i} \quad \sim \rho_m c_v u_A \frac{\delta T_i}{\Delta x} \quad \sim \frac{1}{y_0} \mu \frac{u_A^2}{\delta^2} \delta \quad \sim \left( K + \frac{d}{h} K_s \right) \frac{\delta T_i}{\Delta x^2} \end{aligned} \quad (3.24)$$

L'équation (3.24) correspond donc à l'équation de conservation de l'énergie dans le système (fluide+plaques) moyennée suivant la direction  $y$ . Remarquons tout de suite que les déphasages, qui sont fondamentaux dans les moyennes temporelles, n'apparaissent pas ici.

Nous allons procéder à une analyse en ordre de grandeur de chacun des termes de cette équation. Expérimentalement, on peut noter que :

$$\begin{cases} \rho_m c_v \ll (d/h) \rho_s c_s, \\ K \sim (d/h) K_s. \end{cases} \quad (3.25)$$

On définit donc une conductivité thermique équivalente :

$$K_{\text{eq}} = \left( K + \frac{d}{h} K_s \right). \quad (3.26)$$

Pour les phénomènes acoustiques l'échelle de longueur caractéristique suivant  $x$  est la longueur d'onde  $\lambda = a/f$  et l'échelle de temps  $\tau_A \sim 1/\omega$ , tandis que pour les mécanismes à la source des irréversibilités (qui sont localisés entre les plaques) on prend  $\Delta x$  comme échelle de longueur caractéristique suivant  $x$  et une échelle de temps caractéristique  $\tau_i$  à préciser. Quant à l'échelle de longueur suivant  $y$ , elle vaut toujours  $\delta \sim \sqrt{\nu/\omega}$ .

Dans ce contexte, on peut d'ores et déjà définir un nombre de Peclet qui sera utile pour la suite :

$$Pe = \frac{\rho_m u_A c_v \Delta x}{\left( K + \frac{d}{h} K_s \right)} \quad (3.27)$$

$$= \frac{c_v \Delta x P_A}{a K_{\text{eq}}}. \quad (3.28)$$

Compte tenu de cette expression, on retrouve le fait que le nombre de Peclet est équivalent au produit du nombre de Reynolds  $Re$  et du nombre de Prandtl  $\sigma$  pour le fluide :

$$Pe \simeq \frac{u_A \Delta x}{\kappa} = \frac{u_A \Delta x}{\nu} \times \frac{\nu}{\kappa} = Re \times \sigma, \quad (3.29)$$

$$\text{avec } \kappa = \frac{K}{\rho_m c_p} \quad (\text{diffusivité thermique du fluide}).$$



Notons que le nombre de Peclet est proportionnel au niveau de pression acoustique crête  $P_A$  et que les autres paramètres intervenant dans son expression sont entièrement contrôlés dans l'expérience.

Lorsque le régime stationnaire est atteint,

- soit l'effet de diffusion moléculaire domine le processus de lissage thermique :

$$K_{\text{eq}} \frac{\delta T_i}{\Delta x^2} \gg \rho_m c_v u_A \frac{\delta T_i}{\Delta x} \Leftrightarrow Pe \ll 1, \quad (3.30)$$

ce qui implique :

$$\frac{\delta}{y_0} \mu \frac{u_A^2}{\delta^2} \sim K_{\text{eq}} \frac{\delta T_i}{\Delta x^2} \Rightarrow \frac{\delta T_i}{\delta T_{\text{caract}}} \sim Pe^2, \quad (3.31)$$

où  $\delta T_{\text{caract}}$  est un écart de température caractéristique ayant pour expression :

$$\delta T_{\text{caract}} = \frac{\delta \omega K_{\text{eq}}}{y_0 \rho_m c_v^2}. \quad (3.32)$$

- soit l'effet d'échange thermique dû à la convection oscillante des particules de fluide domine :

$$K_{\text{eq}} \frac{\delta T_i}{\Delta x^2} \ll \rho_m c_v u_A \frac{\delta T_i}{\Delta x} \Leftrightarrow Pe \gg 1, \quad (3.33)$$

ce qui implique :

$$\rho_m c_v u_A \frac{\delta T_i}{\Delta x} \sim \frac{\delta}{y_0} \mu \frac{u_A^2}{\delta^2} \Rightarrow \frac{\delta T_i}{\delta T_{\text{caract}}} \sim Pe. \quad (3.34)$$

Dans les conditions expérimentales décrites précédemment, la valeur du nombre de Peclet est comprise entre 470 et 2810, ce qui correspond à la situation  $Pe \gg 1$ . Avec l'analyse précédente, on retrouve donc le fait que la différence de température  $\Delta T$  entre les deux faces de l'empilement de plaques, en régime établi, varie linéairement avec le niveau de pression acoustique crête  $P_A$  (du moins pour  $P_A \leq 1500$  Pa, voir figure 3.11). Sur la figure 3.21 est tracée l'évolution de  $\Delta T / \delta T_{\text{caract}}$  en fonction de  $Pe$  pour les quatre empilements de plaques étudiés. On observe que les différents points expérimentaux tendent à se regrouper suivant une même droite, ce qui est particulièrement net pour les données relatives aux empilements 1 et 3. Cependant, ce regroupement n'est pas parfait et l'analyse en ordre de grandeur précédente mérite d'être affinée.

Estimons à présent le temps caractéristique  $\tau_i$  à partir de l'étude du régime transitoire. Puisque la dissipation visqueuse contrôle le processus de création de  $\delta T_i$ , on peut toujours écrire :

$$\frac{d}{h} \rho_s c_s \frac{\delta T_i}{\tau_i} \sim \frac{\delta}{y_0} \mu \frac{u_A^2}{\delta^2}; \quad (3.35)$$

- dans le cas où l'effet de diffusion moléculaire domine le processus de lissage thermique, i.e.  $Pe \ll 1$  :

$$\tau_i \sim \frac{d \rho_s c_s}{h K_{\text{eq}}} \Delta x^2 \sim \frac{d \Delta x^2}{h \kappa_s}, \quad (3.36)$$

avec

$$\kappa_s = \frac{K_s}{\rho_s c_s} \quad (\text{diffusivité thermique dans les plaques}); \quad (3.37)$$

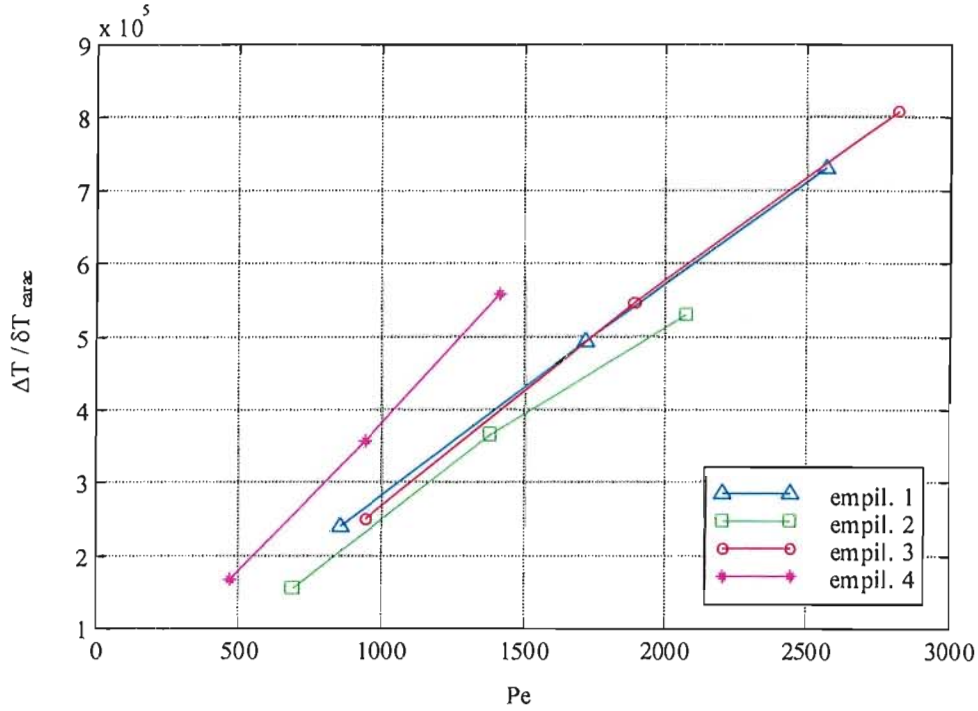


Figure 3.21: Evolution de la différence de température adimensionnelle  $\Delta T / (\delta T_{\text{caract}})$ , entre les extrémités des plaques en régime stationnaire, en fonction du nombre de Peclet  $Pe$  pour les quatre empilements étudiés.

- dans le cas où l'effet d'échange thermique dû à la convection oscillante des particules de fluide domine, i.e.  $Pe \gg 1$  :

$$\tau_i \sim \frac{d \rho_s c_s}{h K_{\text{eq}}} \Delta x^2 \frac{1}{Pe} \sim \frac{d \Delta x^2}{h \kappa_s} \frac{1}{Pe} . \quad (3.38)$$

Or il s'avère que pour un empilement donné de plaques, le temps caractéristique  $\tau_i$  est indépendant du niveau de pression acoustique  $P_A$ , et donc du nombre de Peclet  $Pe$  (voir par exemple les figures 3.19 et 3.20). Il est vraisemblable que l'inertie thermique des plaques (dont on n'a pas à tenir compte pour l'évaluation de  $\delta T_i$  en régime stationnaire) contrôle tout le processus de croissance de la différence de température  $\Delta T$ . En effet le temps de mise en équilibre thermique des plaques est beaucoup plus long que celui du fluide qui est agité par l'onde acoustique (du moins si  $Pe \gg 1$ ). C'est ce temps qui s'impose alors et qui ne dépend que des caractéristiques des plaques. A partir de l'équation (3.24), en ne considérant que les plaques, il vient :

$$\rho_s c_s \frac{\delta T_i}{\tau_i} \sim K_s \frac{\delta T_i}{\Delta x^2} . \quad (3.39)$$

On retrouve ainsi le temps caractéristique de diffusion de la chaleur dans les plaques :

$$\tau_i \sim \frac{\Delta x^2}{\kappa_s} , \quad (3.40)$$

qui est indépendant du nombre de Peclet dans le fluide. Si l'on divise par exemple la longueur  $\Delta x$  des plaques par deux, le temps caractéristique devrait être divisé par quatre. La conclusion de

cette analyse est alors conforme aux temps caractéristiques expérimentaux que l'on peut relever sur la figure 3.17 : le régime établi pour l'empilement 4 est atteint environ quatre fois plus vite que pour les trois autres empilements dont la longueur est double.

Sur la figure 3.22 est tracée l'évolution de  $\Delta T / \Delta T_{\max}$  en fonction de  $t / \tau_i$  pour les quatre empilements de plaques étudiés et pour les trois niveaux de pression acoustique ( $P_A = 500, 1000$  et  $1500$  Pa). On constate un excellent regroupement de toutes les courbes.

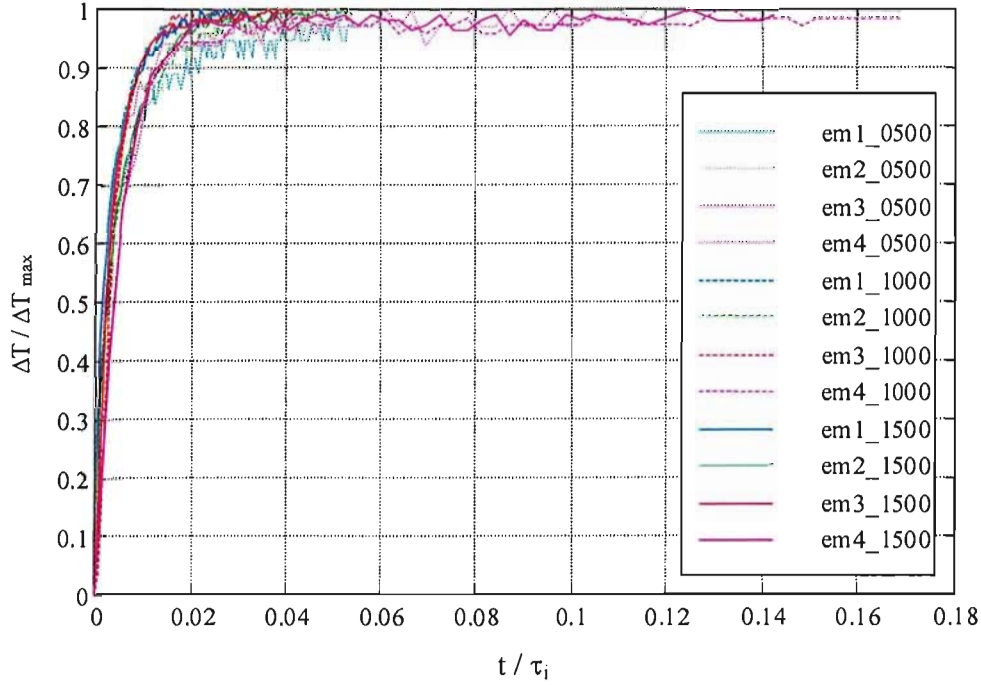


Figure 3.22: Evolution de la différence normalisée de température  $\Delta T / \Delta T_{\max}$ , entre les extrémités des plaques, en fonction du temps adimensionnel  $t / \tau_i$  pour les quatre empilements étudiés et pour les trois niveaux de pression acoustique ( $P_A = 500, 1000$  et  $1500$  Pa).

Enfin, compte tenu de toute l'analyse précédente, nous avons tracé sur la figure 3.23, l'évolution de  $\Delta T / (Pe \cdot \delta T_{\text{caract}})$  en fonction de  $t / \tau_i$  correspondant aux empilements 1 et 3 pour les trois niveaux de pression acoustique crête  $P_A$ . On constate que les différentes courbes se regroupent relativement bien.

Au début de notre analyse, nous avons négligé le terme de compressibilité  $\left(p \frac{\partial u}{\partial x}\right)_i$  devant le terme de dissipation visqueuse  $\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$  dans l'équation de l'énergie interne pour le fluide. Calculons l'ordre de grandeur de ces deux termes :

$$\left(p \frac{\partial u}{\partial x}\right)_i \leq \left(p \frac{\partial u}{\partial x}\right)_A \sim P_A \frac{u_A}{\lambda} \sim (\rho_m a u_A) \frac{u_A \omega}{a} \sim \rho_m \omega u_A^2, \quad (3.41)$$

$$\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \sim \mu \frac{u_A^2}{\delta^2} \sim \mu u_A^2 \frac{\omega}{\nu} \sim \rho_m \omega u_A^2 \quad (\text{puisque } \nu = \mu / \rho_m). \quad (3.42)$$

On voit donc que l'ordre de grandeur du terme de compressibilité est inférieur ou égal à l'ordre de grandeur du terme de dissipation visqueuse. En toute rigueur, nous aurions donc dû conserver

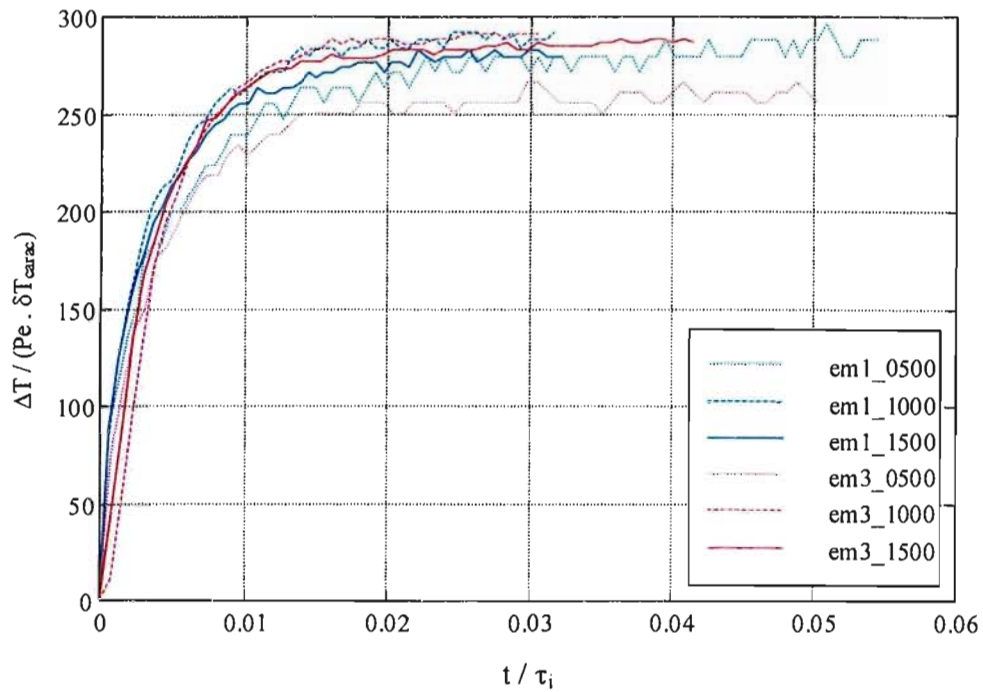


Figure 3.23: Evolution de la différence de température adimensionnelle  $\Delta T / (Pe \cdot \delta T_{\text{caract}})$ , entre les extrémités des plaques, en fonction du temps adimensionnel  $t / \tau_i$  correspondant aux empilements 1 et 3 pour les trois niveaux de pression acoustique ( $P_A = 500, 1000$  et  $1500$  Pa).

ce terme de compressibilité dans l'équation de l'énergie interne (3.17). Cependant, l'absence de ce terme ne remet pas du tout en cause les conclusions de l'analyse en ordre de grandeur développée précédemment à partir de l'équation (3.24), déduite de (3.17).

### 3.1.3.3 Phase transitoire de décroissance de $\Delta T$

De la même façon que précédemment, intéressons-nous à présent à la phase transitoire qui suit le régime établi lorsqu'on arrête le haut-parleur, c'est-à-dire la phase de décroissance de  $\Delta T$ . Sur la figure 3.24, on peut voir les courbes de décroissance de  $\Delta T$ , tracées à partir du régime établi à 1500 Pa, pour les quatre empilements étudiés (cf. tableau 3.1). Sur le graphe inférieur, chaque courbe de  $\Delta T$  est normalisée par sa valeur initiale  $\Delta T_{max}$  de sorte que toutes les courbes décroissent vers zéro en partant de la valeur 1. On constate alors que les courbes relatives aux empilements 1 et 2, dont les plaques ont une épaisseur identique, présentent la même tangente au départ. Cette constatation vaut également pour les empilements 3 et 4, dont les plaques ont une épaisseur identique. Manifestement, le comportement du système au cours de cette phase transitoire semble lié à l'inertie thermique des plaques.

Les figures 3.25 et 3.26 montrent les courbes de décroissance de  $\Delta T$  pour un empilement de plaques donné, tracées pour trois niveaux de pression acoustique crête  $P_A$  dans le résonateur. Sur les graphes inférieurs, chaque courbe de  $\Delta T$  est normalisée par sa valeur initiale  $\Delta T_{max}$ . On constate que les courbes normalisées correspondant à trois valeurs de  $P_A$  différentes tendent à se superposer. Il semble donc possible de caractériser le comportement du système au cours de cette phase par une constante de temps dépendant de ses caractéristiques physiques. Le graphe inférieur de la figure 3.24 illustre la dépendance de cette constante de temps par rapport à l'empilement de plaques considéré, pour un niveau de pression acoustique crête  $P_A$  donné.

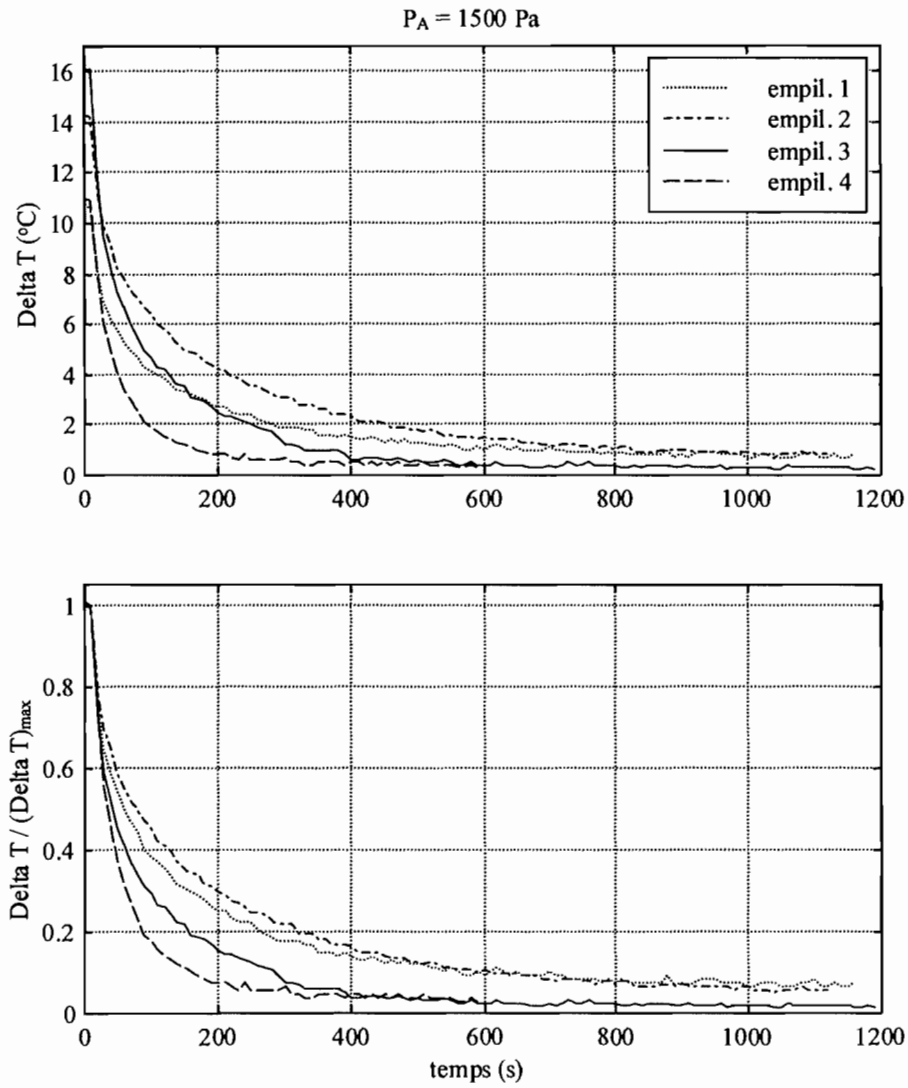


Figure 3.24: Phase de décroissance au cours du temps de la différence de température  $\Delta T$ , mesurée entre les extrémités des plaques de chacun des quatre empilements (cf. tableau 3.1). Le niveau de pression acoustique crête du régime établi qui précède vaut  $P_A = 1500 \text{ Pa}$  et les empilements sont placés en  $x_c = 8.5 \text{ cm}$ . Sur le graphe supérieur sont tracées les courbes expérimentales brutes de  $\Delta T$ . Sur le graphe inférieur, chaque courbe de  $\Delta T$  est normalisée par sa valeur initiale  $\Delta T_{\max}$ .

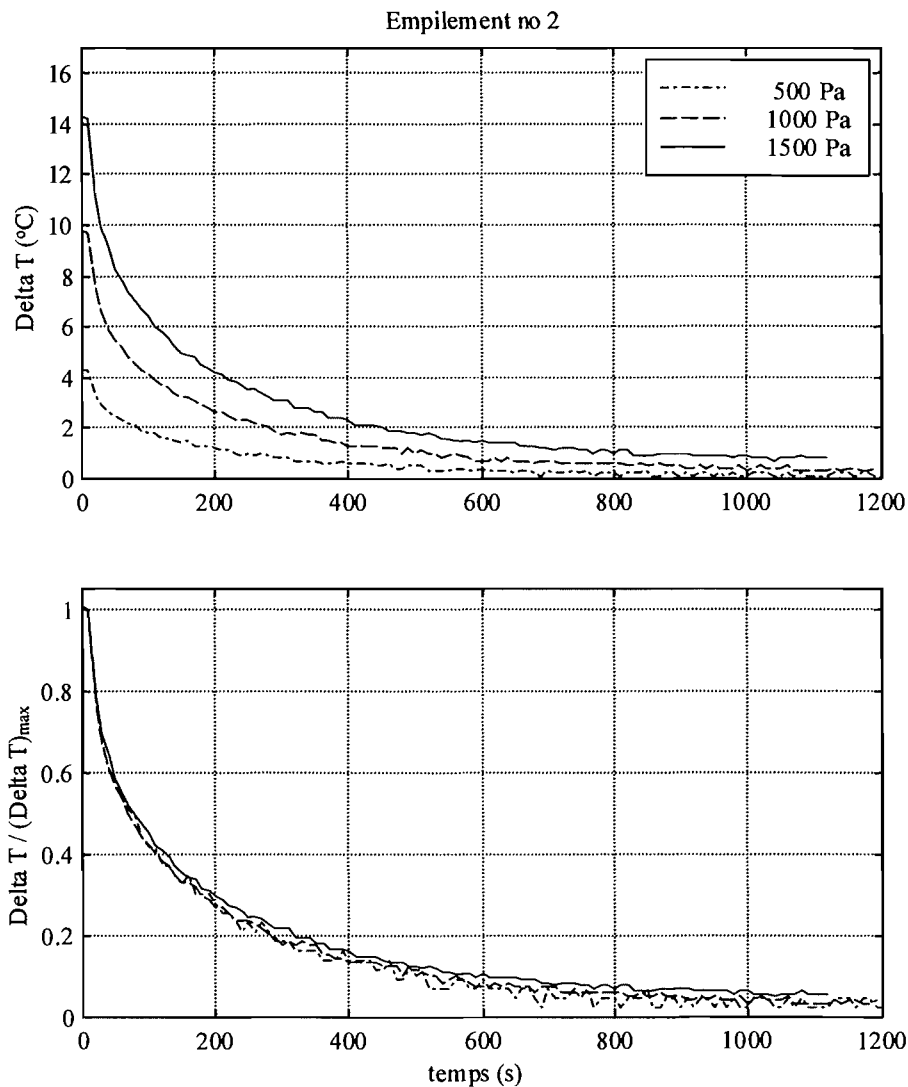


Figure 3.25: Phase de décroissance au cours du temps de la différence de température  $\Delta T$  mesurée entre les extrémités des plaques de l'empilement 2 (cf. tableau 3.1) à partir du régime établi pour trois niveaux de pression acoustique crête  $P_A = 500, 1000$  et  $1500$  Pa, la position correspondante de l'empilement étant respectivement  $x_c = 17.5, 11.5$  et  $8.5$  cm. Sur le graphe supérieur sont tracées les courbes expérimentales brutes de  $\Delta T$ . Sur le graphe inférieur, chaque courbe de  $\Delta T$  est normalisée par sa valeur initiale  $\Delta T_{\max}$ .

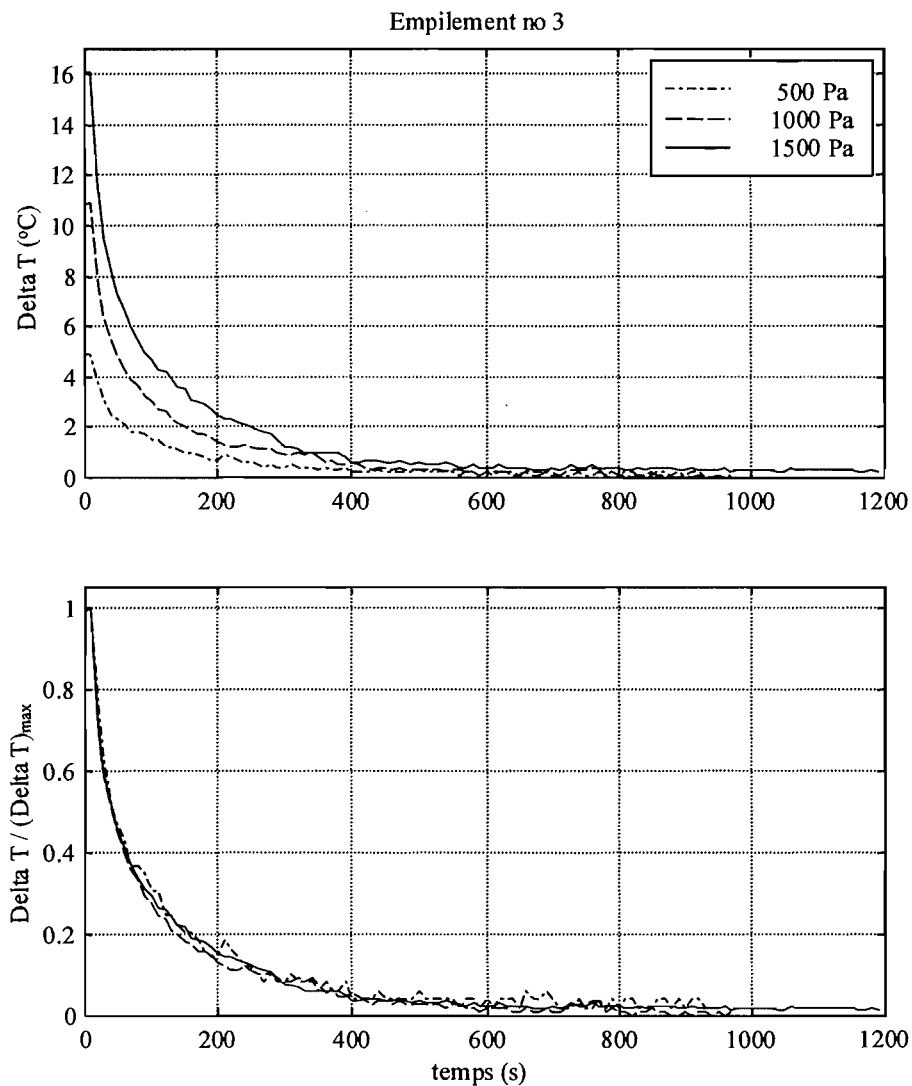


Figure 3.26: Phase de décroissance au cours du temps de la différence de température  $\Delta T$  mesurée entre les extrémités des plaques de l'empilement 3 (cf. tableau 3.1) à partir du régime établi pour trois niveaux de pression acoustique crête  $P_A = 500, 1000$  et  $1500$  Pa, la position correspondante de l'empilement étant respectivement  $x_c = 17.5, 11.5$  et  $8.5$  cm. Sur le graphe supérieur sont tracées les courbes expérimentales brutes de  $\Delta T$ . Sur le graphe inférieur, chaque courbe de  $\Delta T$  est normalisée par sa valeur initiale  $\Delta T_{max}$ .



### 3.1.4 Conclusion

Nous avons construit un banc d'étude de l'effet thermoacoustique pouvant être équipé de divers empilements de plaques. Ce système fonctionne avec de l'air à pression ambiante et un haut-parleur d'une puissance de 50 Watts. La fréquence de l'onde stationnaire vaut environ 200 Hz. L'empilement de plaques donnant les meilleurs résultats est constitué de plaques en PVC d'épaisseur 0,100 mm et d'espacement 1,0 mm. La différence de température entre l'amont et l'aval des plaques est de 16°C pour un niveau de pression acoustique de 1500 Pa. La différence de température est mesurée à l'aide de thermocouples miniatures ( $\varnothing$  127  $\mu$ m) dont les soudures sont collées sur le bord des plaques.

L'influence des paramètres géométriques de l'empilement de plaques sur le gradient de température a été étudiée en faisant varier l'espacement entre les plaques, leur épaisseur ainsi que leur longueur (construction de plusieurs empilements de plaques différents). Parallèlement, une série d'essais a permis de caractériser l'influence de la position de l'empilement de plaques dans le résonateur sur le gradient de température se développant sur les plaques. La détermination expérimentale de la position optimale de l'empilement de plaques dans le résonateur, en terme de gradient de température, en fonction du niveau de pression acoustique créé par le haut-parleur, a fourni des résultats en accord avec la théorie de Atchley *et coll.* [7]. En outre, toujours en fonction de la position de l'empilement dans le résonateur, la variation de la fréquence de résonance du système et du taux d'harmoniques dans le signal de pression a été mesurée.

Afin de compléter les essais précédents, qui concernent le fonctionnement du système thermoacoustique en régime établi, nous avons étudié l'évolution temporelle des températures aux extrémités des plaques. On observe l'instauration progressive du gradient de température au cours de la phase transitoire qui précède le régime établi, tandis que l'on observe le retour du système à l'équilibre thermique lorsque la source acoustique est arrêtée.

## 3.2 Evolution temporelle de la distribution axiale de température sur un stack thermoacoustique

### 3.2.1 Préambule

Dans cette partie, nous nous proposons d'étudier la distribution axiale de température sur un stack thermoacoustique, aussi bien en régime établi qu'en régime transitoire. Les mesures sont réalisées à la fois sur un stack en l'absence d'échangeurs de chaleur et sur un stack couplé à des échangeurs. Cette étude, bien que relativement rudimentaire de part la configuration expérimentale utilisée et les performances relevées, n'en demeure pas moins originale par rapport aux résultats publiés habituellement. Même si certains aspects peuvent paraître évidents à première lecture, il nous a semblé intéressant de nous y attarder car ils mettent en lumière certains problèmes physiques le plus souvent passés sous silence dans la littérature existante [75, 93, 80, 7].

### 3.2.2 Dispositif expérimental

#### 3.2.2.1 Résonateur acoustique

Le dispositif expérimental commun à tous les essais est le résonateur dans lequel sont placés les stacks à étudier. Il s'agit d'un résonateur de section intérieure carrée constante de  $80 \times 80 \text{ mm}^2$  et de longueur  $L = 86 \text{ cm}$ , dont les parois en Plexiglas ont une épaisseur de 15 mm (figures 3.27 et F.4). A l'une des extrémités est raccordé un haut-parleur, tandis que l'autre extrémité est fermée de manière rigide. Le volume intérieur du tube est étanche et rempli d'air à pression et température ambiantes. La position du stack le long de l'axe du résonateur est repérée par l'abscisse  $x_c$  de son centre comptée à partir de la membrane du haut-parleur. Le résonateur contenant le stack, ainsi que des échangeurs de chaleur dans certains cas, est excité sur sa première fréquence de résonance au moyen d'un haut-parleur 4" ( $\varnothing 100 \text{ mm}$ ), d'une puissance nominale de 40 Watts (Focal - 4V3211). La valeur exacte de cette fréquence dépend de la nature du stack introduit dans le résonateur ainsi que de sa position  $x_c$  le long de l'axe de ce dernier. Elle est déterminée préalablement à chaque essai au moyen d'un balayage en sinus avec un pas en fréquence de 0.25 Hz. Néanmoins, l'expérience montre qu'elle est toujours comprise entre 199 et 212 Hz. Pendant les essais, le haut-parleur entretient une onde acoustique plane stationnaire d'intensité constante, caractérisée par la valeur de la pression acoustique crête  $P_A$  mesurée au niveau de la membrane du haut-parleur. La taille de tous les stacks testés, montés sur un mince support, est telle qu'ils occupent toute l'aire de la section transversale du résonateur.

Compte-tenu des conditions expérimentales qui viennent d'être précisées, on peut d'ores et déjà estimer l'épaisseur des couches limites visqueuse et thermique qui se développent sur un stack placé dans le résonateur et qui sont communes à tous les essais décrits dans la suite (voir tableau 3.5).

Epaisseur de couche limite visqueuse	Epaisseur de couche limite thermique
$\delta_\nu = \sqrt{2\nu/\omega}$	$\delta_\kappa = \sqrt{2K/(\rho_m c_p \omega)}$
$\delta_\nu \simeq 0.15 \text{ mm}$	$\delta_\kappa \simeq 0.18 \text{ mm}$

Tableau 3.5: Estimation de l'épaisseur de la couche limite visqueuse et de l'épaisseur de la couche limite thermique dans le résonateur au cours des expérimentations.

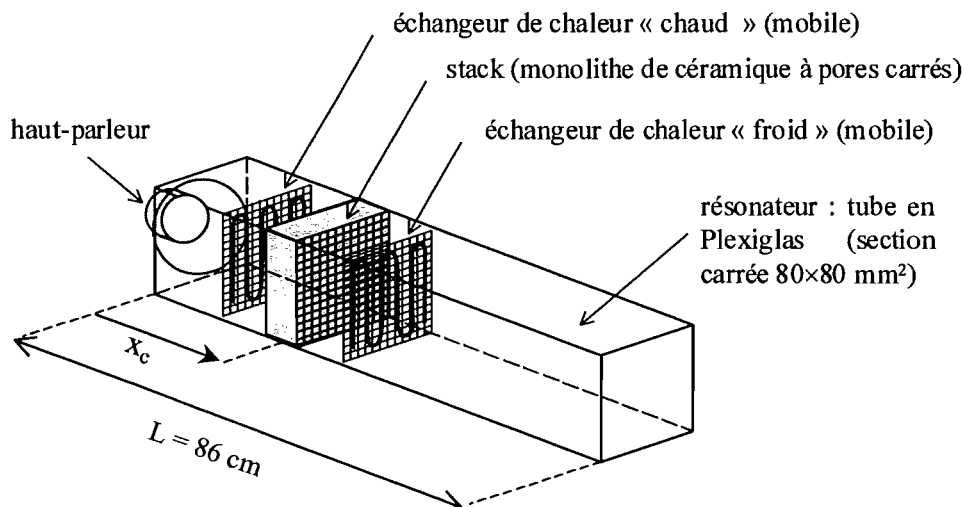


Figure 3.27: Vue schématique du banc expérimental thermoacoustique utilisé pour les mesures du profil axial de température moyenne sur un stack. La position du stack le long de l'axe du résonateur est repérée par l'abscisse  $x_c$  de son centre.

### 3.2.2.2 Capteurs de température et système d'acquisition

Les capteurs de température utilisés sont des thermocouples miniatures<sup>1</sup> commercialisés par la société Omega Engineering, Inc., tous issus du même lot de fabrication. Il s'agit de thermocouples de type K (Chromel Ni-Cr/Alumel Ni-Al) recouverts d'une gaine en Téflon. Le diamètre des fils vaut  $127 \mu\text{m}$  (0.005") sans la gaine et 0.2 mm avec la gaine. Leur temps de réponse est inférieur à 0.3 seconde (donnée du catalogue Omega).

Les signaux analogiques issus des divers thermocouples implantés sur le banc d'expérimentation sont traités au moyen d'un module d'acquisition SR-MINI (RKC Instrument, Inc.) piloté depuis un PC au moyen du logiciel SpecView (SpecView LLC). Il est ainsi possible de visualiser, en temps réel, l'évolution des signaux convertis en température et d'enregistrer ces données sur un disque dur en vue d'un post-traitement.

Ce système autorise l'acquisition simultanée de signaux de thermocouples sur 16 voies à une fréquence de 1 Hz et la précision absolue des mesures est de l'ordre de  $0.5^\circ\text{C}$  (voir annexe C).

### 3.2.2.3 Echangeurs de chaleur

Deux échangeurs de chaleur identiques ont été utilisés lors de certains essais. Ils sont constitués d'une grille en laiton de  $77 \times 65 \text{ mm}^2$  montée sur un petit support magnétique autorisant son déplacement depuis l'extérieur de l'enceinte étanche du résonateur sans nécessité de l'ouvrir (figures 3.28 et F.6). Cette grille est tressée avec du fil de 0.3 mm de diamètre et a une épaisseur moyenne de 0.75 mm. Ses mailles carrées ont un pas de 1.0 mm. Sur cette grille est soudé un tube en cuivre de 1.6 mm de diamètre extérieur et de 0.7 mm de diamètre intérieur. Ce tube serpente de manière régulière et les sections rectilignes sont espacées de 1 cm environ les unes des autres. La longueur totale du tube soudée sur la grille vaut environ 36 cm. Une pompe péristaltique permet de maintenir une circulation d'eau dans le tube avec un débit constant et connu. L'eau injectée à l'entrée des échangeurs de chaleur chaud et froid est pompée dans un

<sup>1</sup> "thermocouples made from special limits of error wire" (catalogue Omega).

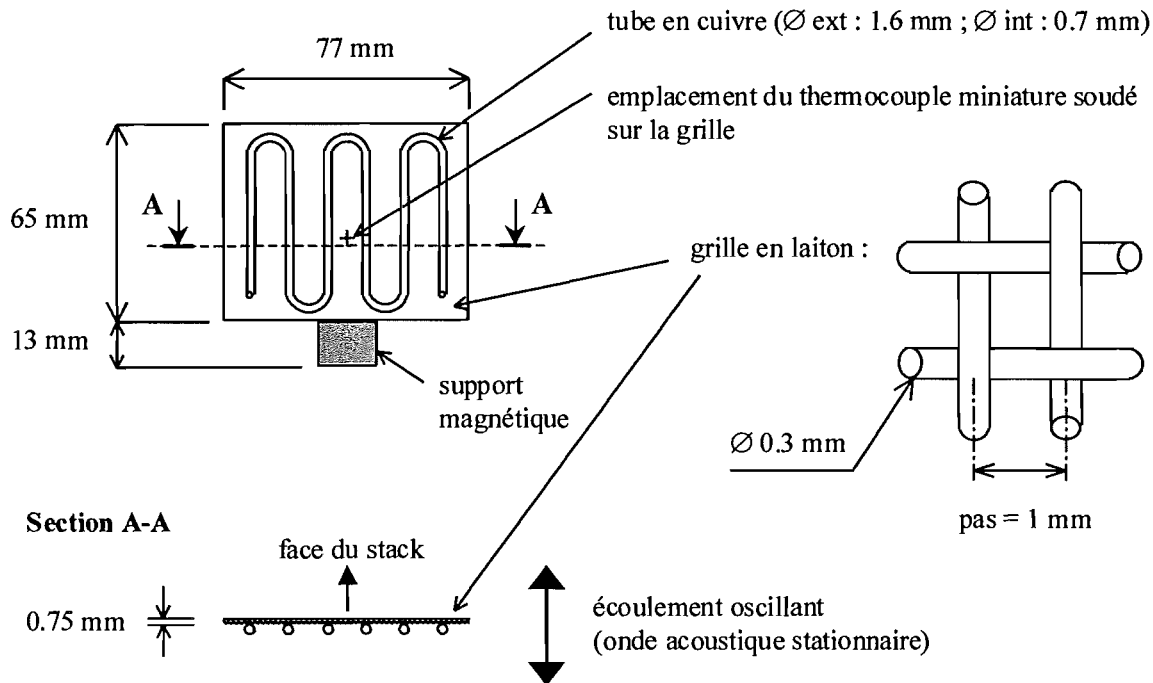


Figure 3.28: Vue schématique d'un échangeur de chaleur utilisé pour les mesures sur le banc thermoacoustique.

réservoir à température ambiante.

La conception de ces échangeurs de chaleur repose avant tout sur un fort empirisme plus que sur des calculs théoriques poussés. En effet, la conception d'échangeurs de chaleur adaptés aux machines thermoacoustiques pose certains problèmes qui ne sont pas encore complètement résolus à l'heure actuelle. Les difficultés sont liées à certaines conditions inhabituelles [35] propres aux dispositifs thermoacoustiques. D'une part nous ne sommes pas en présence d'un écoulement stationnaire orienté dans une seule direction, comme en rencontrent classiquement les thermiciens, mais d'un écoulement en moyenne nul, oscillant à une fréquence élevée (voisine de 200 Hz dans le cas de notre dispositif expérimental). D'autre part, les particules de fluide se déplacent sur une distance qui est très faible au cours d'un demi-cycle acoustique avant de repartir en sens inverse au cours du demi-cycle suivant. Ainsi, le fait d'augmenter la longueur de la surface d'échange suivant l'axe de propagation de l'onde n'améliore pas forcément l'aire de la surface efficace pour le transfert de chaleur [35]. La longueur d'un échangeur suivant cette direction devrait être a priori de l'ordre de grandeur du déplacement particulaire crête à crête, soit  $x_1 = u_1/\omega$  [80]. A cette longueur caractérisant le transport convectif de chaleur par l'onde acoustique, on peut rajouter la distance caractéristique sur laquelle la chaleur peut diffuser par conduction dans le fluide, à savoir  $\delta_\kappa$ , la profondeur de pénétration thermique. Ainsi, la longueur suivant laquelle le transfert de chaleur a lieu n'est probablement pas plus grande que  $2(x_1 + \delta_\kappa)$  [35]. Les conclusions de ce raisonnement sont analogues aux résultats de Worlikar & Knio [98] obtenus par des simulations numériques. Dans ces travaux, les échangeurs de chaleur sont modélisés par des plaques isothermes qui sont en contact thermique parfait avec le stack. Les résultats des calculs montrent que le flux de chaleur transféré du stack vers l'échangeur augmente lorsque la longueur de l'échangeur croît jusqu'à atteindre une valeur voisine de  $2x_1 + \delta_\kappa$ . Ensuite, pour une longueur supérieure de l'échangeur, ce flux de chaleur n'augmente plus. Remarquons

par ailleurs que les pertes par frottements visqueux augmentent en même temps que la longueur, et donc la surface, des échangeurs de chaleur [98], ce qui affecte également les performances.

Dans le cas de notre dispositif expérimental, nous pouvons facilement estimer l'amplitude du déplacement particulaire  $x_1$  associé à l'onde acoustique à partir des conditions de fonctionnement standards, communes aux essais avec des échangeurs de chaleur :  $P_A = 1500$  Pa,  $x_c = 15.5$  cm et  $f = 210$  Hz. Dans l'hypothèse d'une onde stationnaire monochromatique, la vitesse acoustique crête en  $x_c$  au niveau du stack est donnée par :

$$u_1 = P_A / (\rho_m a) \sin(2\pi x_c / \lambda) \simeq 2.0 \text{ m.s}^{-1}.$$

En adoptant une approche lagrangienne du mouvement harmonique des particules de fluide, le déplacement particulaire crête  $x_1$  en  $x_c$  au niveau du stack se déduit de la vitesse  $u_1$  par :

$$x_1 = u_1 / \omega \simeq 1.54 \text{ mm}.$$

Compte-tenu de la valeur de  $x_1$  et de celle calculée précédemment pour  $\delta_\kappa$  (tableau 3.5), la distance effective sur laquelle les transferts thermiques peuvent avoir lieu a pour ordre de grandeur  $2(x_1 + \delta_\kappa) \simeq 3.4$  mm. Cette valeur est bien supérieure à l'épaisseur de la grille en laiton que nous avons utilisée pour confectionner nos échangeurs de chaleur. Cependant, au cours de ses expériences sur une machine thermoacoustique de type moteur [81], Swift a remarqué que le fonctionnement de celle-ci était très peu sensible à la longueur de l'échangeur froid, même lorsque cette longueur devenait inférieure au déplacement particulaire crête-à-crête  $2x_1$  du fait de l'augmentation de l'intensité de l'onde acoustique.

Par conséquent, même si nos échangeurs de chaleur ne sont pas optimisés, ils doivent être à même d'échanger de la chaleur avec le stack, ce que confirment nos mesures présentées plus loin. Notre objectif n'était pas tant de concevoir des prototypes opérationnels d'échangeurs de chaleur, ce qui est une démarche longue et coûteuse, aux résultats parfois décevants, que de disposer rapidement d'un outil d'investigation qui permette de dégager de grandes tendances et de guider ainsi des choix de conception ultérieurs.

Il s'avère en outre que la différence de température mesurée au cours des essais entre l'eau qui entre dans les échangeurs et l'eau qui en sort n'excédait jamais 3 à 4 fois l'erreur de mesure estimée à  $0.5^\circ\text{C}$  (annexe C). Dans ces conditions, il nous est impossible d'effectuer un bilan thermique fiable au niveau des échangeurs de chaleur. Tout calcul de rendement est également exclu pour l'instant. Pour pallier ce problème, et augmenter la précision des mesures, une solution consiste à utiliser un montage différentiel de thermocouples entre l'entrée et la sortie des échangeurs de chaleur. Nous n'avons malheureusement pas eu le temps de mettre en œuvre cette solution. Néanmoins, le dispositif expérimental décrit précédemment permet parfaitement d'étudier, de manière qualitative et quantitative, l'influence du couplage d'un stack à des échangeurs de chaleur sur le gradient de température moyenne qui se développe le long de son axe.

### 3.2.3 Mesures sur un stack non-couplé à des échangeurs de chaleur

Les résultats présentés ici concernent l'établissement du profil de température moyenne sur un stack en l'absence d'échangeurs de chaleur, lorsque ce dernier est placé en différentes positions  $x_c$  le long de l'axe du résonateur.

#### 3.2.3.1 Description du stack et de son instrumentation

Le stack étudié ne consiste pas en un empilement de plaques parallèles, mais en un monolithe de céramique à canaux carrés 600 CPSI (cf. paragraphe 3.2.4.3). La taille du côté des canaux carrés vaut  $h = 0.92$  mm et l'épaisseur des cloisons  $d = 0.12$  mm. Dans le plan médian de ce monolithe, est reproduit un canal plan dont la hauteur correspond à la taille  $h$  d'une cellule carrée (figures 3.29 et F.5). La longueur du monolithe suivant l'axe du tube vaut  $\Delta x = 60$  mm. Une série de 13 thermocouples miniatures de type K, régulièrement répartis le long d'un axe parallèle à celui du résonateur, sont montés de manière affleurante à ce canal plan. On dispose de cette façon d'une mesure ponctuelle de la température tous les 5 mm le long du canal plan, parallèlement à l'axe du résonateur. Afin d'éviter que les mesures en un point ne soient perturbées par d'éventuels effets de sillage dans la couche limite, les thermocouples ne sont pas rigoureusement alignés mais légèrement décalés les uns des autres perpendiculairement à l'axe du résonateur, si bien qu'une ligne parallèle à l'axe de propagation de l'onde acoustique ne passe que par un seul thermocouple et un seul. Le stack ainsi instrumenté est placé dans le résonateur décrit plus haut. Un quatorzième thermocouple placé sur la paroi externe du résonateur, en vis-à-vis du stack, permet de contrôler la stabilité de la température ambiante au cours de l'acquisition des données.

#### 3.2.3.2 Résultats expérimentaux

Quatre séries de mesures, correspondant à quatre positions  $x_c$  du stack, ont été réalisées pour une pression acoustique crête  $P_A = 1000$  Pa (voir figure 3.30 et tableau 3.6).

Stack : monolithe de céramique 600 CPSI ( $\Delta x = 60$ mm)				
position $x_c$ du stack dans le résonateur [cm]	18.5	72.0	62.0	43.0
$\Delta T$ final [°C]	11.2	11.8	7.6	1.2
$T_{\text{ambiante}}$ [°C]	24.7	28.1	27.7	25.2
Figures n°	3.31	3.32	3.34	3.33
	—	3.35(a,b)	3.35(c,b)	3.35(e,f)

Tableau 3.6: Influence de la position  $x_c$  du stack dans le résonateur sur la différence de température finale entre les deux faces ainsi que sur l'évolution temporelle de la distribution axiale de température (voir figures correspondantes). Le résonateur a pour longueur  $L = 86$  cm et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1000$  Pa. La valeur de la température ambiante est donnée à titre purement indicatif.

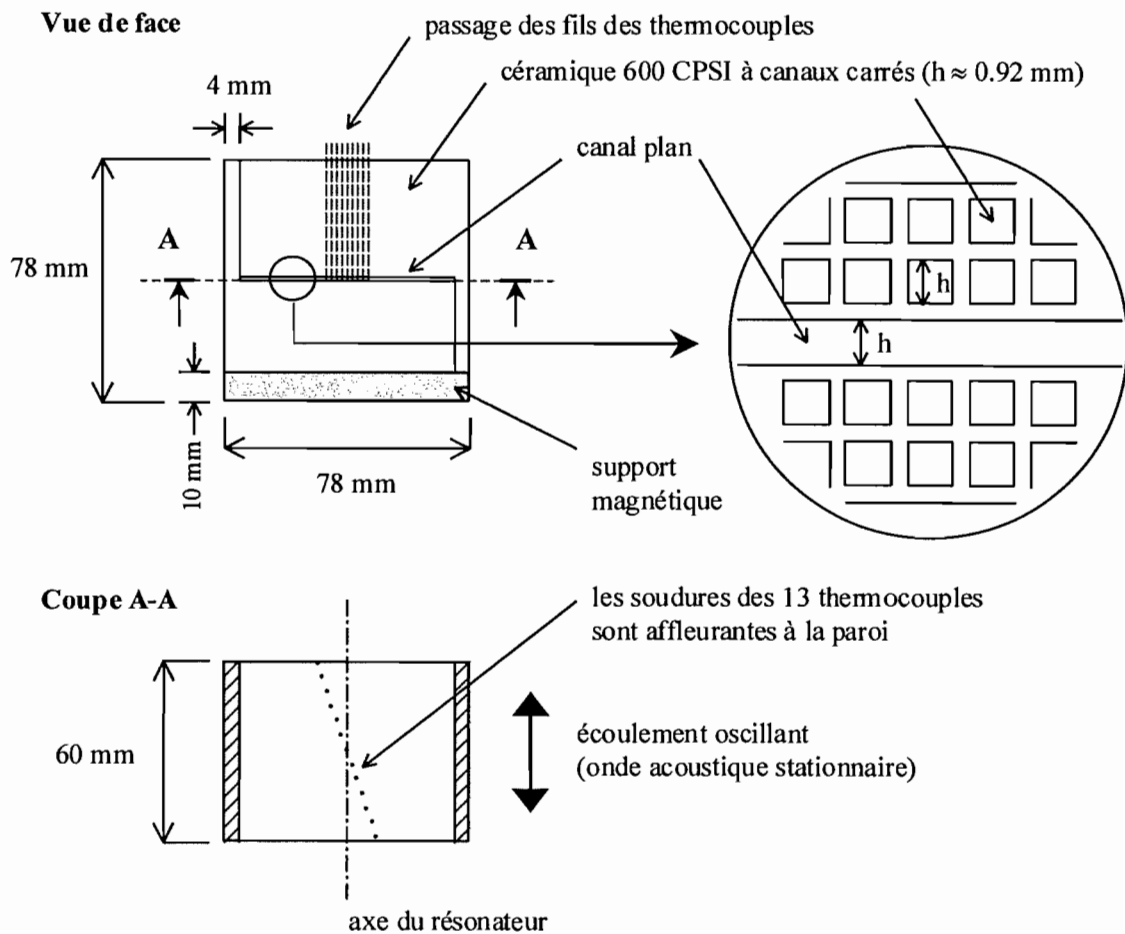


Figure 3.29: Mesure du profil de température moyenne le long de l'axe d'un stack thermoacoustique. Le stack est constitué d'un bloc de céramique poreuse 600 CPSI dans le plan médian duquel est reproduit un canal plan. La paroi supérieure de ce canal est instrumentée l'aide de 13 thermocouples disposés parallèlement à l'axe du résonateur.

Sur les figures 3.31 et 3.32, on peut voir l'établissement du gradient de température sur le stack pour les positions  $x_c = 18.5$  cm et  $x_c = 72.0$  cm. Ces deux cas étant quasiment symétriques l'un de l'autre par rapport au milieu  $L/2$  du résonateur, on observe la même distribution de température à ceci près que les faces chaude et froide du stack sont inversées (comme on l'a vu aux paragraphes 3.1.2.2.1 et 3.1.3.1).

Avant la mise sous tension du haut-parleur, le système est en équilibre thermique et la distribution de température est uniforme sur le stack (instant  $t_1$ ). Dans les premières secondes qui suivent la mise sous tension du haut-parleur, le profil de température est encore uniforme au cœur du stack tandis qu'il s'incurve symétriquement près des faces (instant  $t_2$ ). Puis, le transfert de chaleur d'origine thermoacoustique se poursuivant, la température varie jusqu'au cœur du stack et le profil tend vers une droite (instants  $t_3$  et  $t_4$ ). Finalement, lorsque le régime stationnaire est atteint, on observe un profil linéaire de température entre la face chaude et la face froide du stack (instant  $t_5$ ). On remarque cependant que ce profil n'est pas parfaitement symétrique par rapport au profil initial uniforme : le profil en régime établi se décale légèrement vers le haut. Ce phénomène se retrouve sur les courbes d'évolution temporelle des températures mesurées par les différents capteurs : ces courbes sont toutes sujettes à une lente dérive vers le

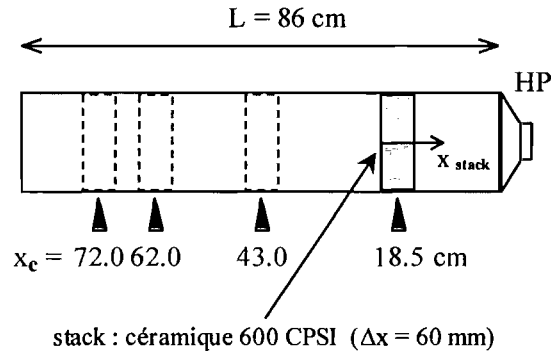


Figure 3.30: Vue schématique des configurations expérimentales utilisées pour la mesure de la distribution axiale de température moyenne sur un stack en l'absence d'échangeurs de chaleur. Les mesures sont réalisées pour 4 positions  $x_c$  du stack le long de l'axe du résonateur.

haut.

Considérons à présent les mesures réalisées lorsque le stack est placé au milieu du résonateur, c'est-à-dire en  $x_c = L/2 = 43.0$  cm (figure 3.33). Dans cette situation, lorsque l'on met le haut-parleur sous tension, la différence de température  $\Delta T$  qui apparaît entre les deux faces du stack est très faible, ce qui est normal puisque pour une telle position, l'effet thermoacoustique est nul en théorie. Le fait que l'on mesure quand même une différence de température  $\Delta T$  de l'ordre de  $1.2^\circ\text{C}$  peut s'expliquer par le fait que le nœud de pression acoustique n'est pas situé exactement en  $x = L/2$  à cause de la présence du stack qui perturbe légèrement le champ d'onde stationnaire. D'où une légère dissymétrie entre les températures respectives des deux faces du stack. Ce qui est intéressant, en revanche, c'est que l'on observe très nettement un échauffement uniforme du stack sur toute sa longueur, ce qui n'est absolument pas prévu par les théories linéaires classiques de la thermoacoustique [75, 93, 80, 7]. Cet échauffement n'est pas négligeable puisqu'il est de l'ordre de  $3.7^\circ\text{C}$  au terme de 13 minutes après la mise sous tension du haut-parleur. L'hypothèse la plus vraisemblable pour expliquer ce phénomène est que cet échauffement est dû à une dissipation d'énergie d'origine visqueuse dans les couches limites. En effet, la position  $x = L/2$  correspond à un ventre de vitesse acoustique et c'est donc à cet endroit dans le résonateur que les phénomènes visqueux sont susceptibles de se manifester avec la plus grande amplitude. La dérive en température des courbes individuelles des capteurs que nous avons remarquée sur les figures 3.31 et 3.32 pourrait s'expliquer par le même phénomène mais d'amplitude moindre, puisque les cas en question correspondent à des positions qui sont plutôt proches d'un nœud de vitesse acoustique. Ainsi, quelle que soit la position du stack dans le résonateur, nous aurions deux phénomènes concomitants susceptibles d'engendrer des variations de température : d'une part le transport de chaleur par effet thermoacoustique, qui est assez bien connu, d'autre part la dissipation d'énergie par viscosité dans les couches limites, qui est rarement évoquée dans la littérature. Sur la figure 3.35, nous avons soustrait aux courbes expérimentales précédentes, la dérive telle qu'elle est mesurée par le thermocouple placé au centre du stack. On constate alors que les températures mesurées en différents points du stack restent stables au cours du temps en régime établi, ce qui étaye l'hypothèse précédente. Il est clair que cette dissipation d'énergie par viscosité est habituellement un phénomène mineur en comparaison du transfert de chaleur thermoacoustique, cependant lorsque ce dernier devient très faible, comme pour la position  $x_c = L/2$ , alors les phénomènes d'origine visqueuse peuvent se manifester de manière notable.



La coexistence de deux phénomènes est bien illustrée sur la figure 3.34, qui correspond à la situation pour laquelle le stack est placé en  $x_c = 62.0$  cm, c'est-à-dire, approximativement à mi-chemin entre un nœud et un ventre de vitesse acoustique (il s'agit d'une situation intermédiaire entre celles présentées sur les figures 3.32 et 3.33). La différence de température  $\Delta T$  observable entre les deux faces du stack en régime établi vaut quasiment  $8^\circ\text{C}$ . Cependant, alors que le quantité  $\Delta T$  a atteint une valeur palier, on remarque que les courbes individuelles des capteurs de température dérivent lentement et continûment vers le haut au fil du temps. Il y a donc un échauffement parasite sur toute la longueur du stack qui vient se superposer à l'effet thermoacoustique (cf. figures 3.35(c) et 3.35(d)). En particulier, sur le graphe 3.35(d), après soustraction de la dérive mesurée par le thermocouple placé au centre du stack, les phénomènes tendent à être symétriques du côté chaud et du côté froid, contrairement à ce que pourrait laisser penser le graphe 3.35(c) (qui reproduit le graphe 3.34(a)). Cet échauffement peut également s'observer au niveau de l'évolution temporelle du profil de température moyenne sur le stack (figure 3.34) : le profil final en régime établi (instant  $t_5$ ) s'est nettement décalé au-dessus du profil uniforme initial (instant  $t_1$ ). Si l'on compare les valeurs de la température du point central ( $x_{\text{stack}} = 30$  mm) entre les instants  $t_1$  et  $t_5$ , on peut noter une dérive de  $2.7^\circ\text{C}$  vers le haut.

Finalement, on peut tirer des essais précédents deux conclusions importantes :

- (i) le gradient de température moyenne qui se développe sur le stack en régime établi, et en l'absence d'échangeurs de chaleur, est linéaire (ce qui est conforme aux théories linéaires classiques de la thermoacoustique) ;
- (ii) il existe un échauffement, vraisemblablement d'origine visqueuse, qui se superpose à l'effet thermoacoustique et qui est rarement évoqué dans la littérature, si ce n'est parfois en une phrase très laconique [66].

Notons, comme nous l'avons déjà vu aux paragraphes 3.1.2.2.1 et 3.1.3.1, que les phénomènes thermiques qui viennent d'être décrits sont identiques pour des positions symétriques du stack par rapport au milieu du tube ( $x_c = L/2 = 43.0$  cm). Les mesures présentées ici concernent principalement un stack placé dans la seconde moitié du tube, du côté opposé au haut-parleur, pour des raisons de commodité expérimentale essentiellement.

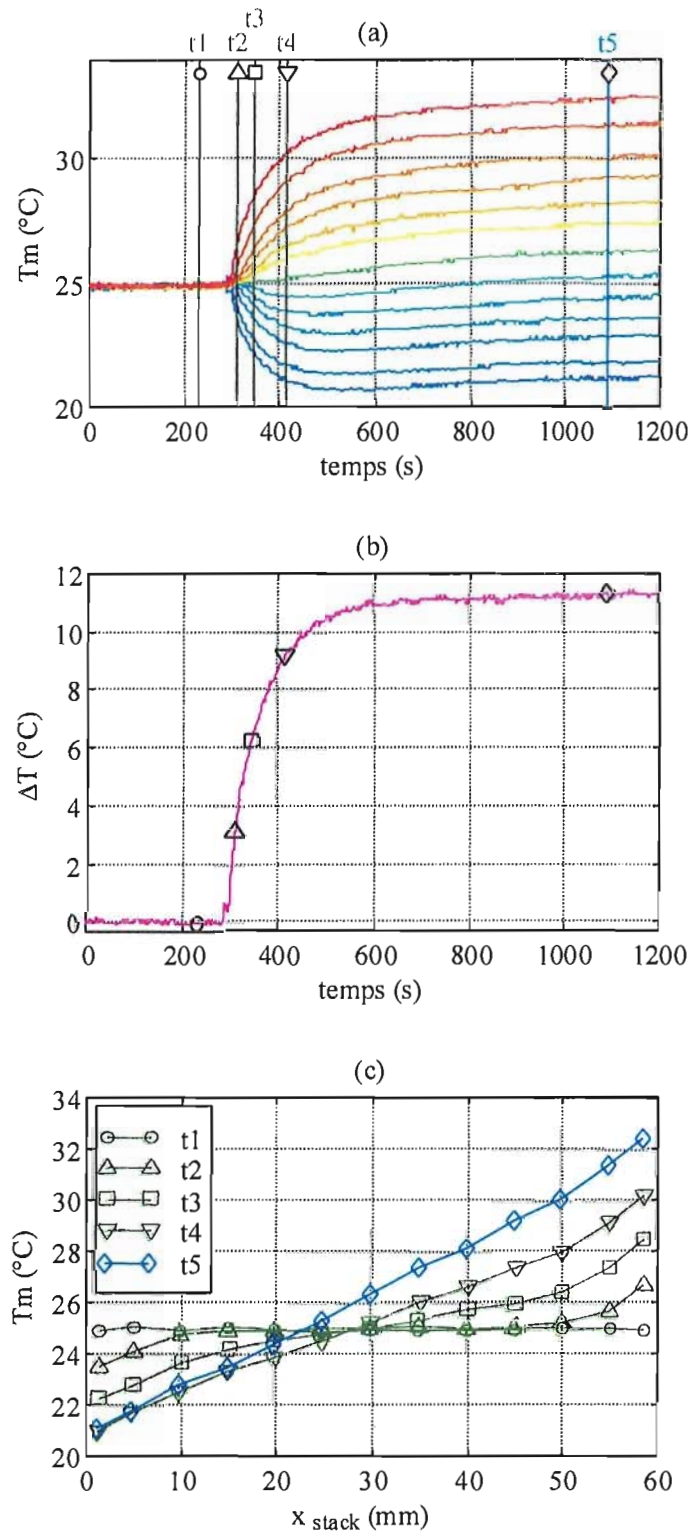


Figure 3.31: Evolution temporelle de la distribution axiale de température moyenne (a), de la différence de température  $\Delta T$  entre les deux faces (b) et du profil de température moyenne le long de l'axe du stack (c). Le stack consiste en un monolithe de céramique à canaux carrés 600 CPSI, d'une longueur  $\Delta x = 60$  mm. Il est positionné en  $x_c = 18.5$  cm dans le résonateur de longueur  $L = 86$  cm. Le haut-parleur est mis sous tension à l'instant  $t \approx 285$  s. Le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1000$  Pa.

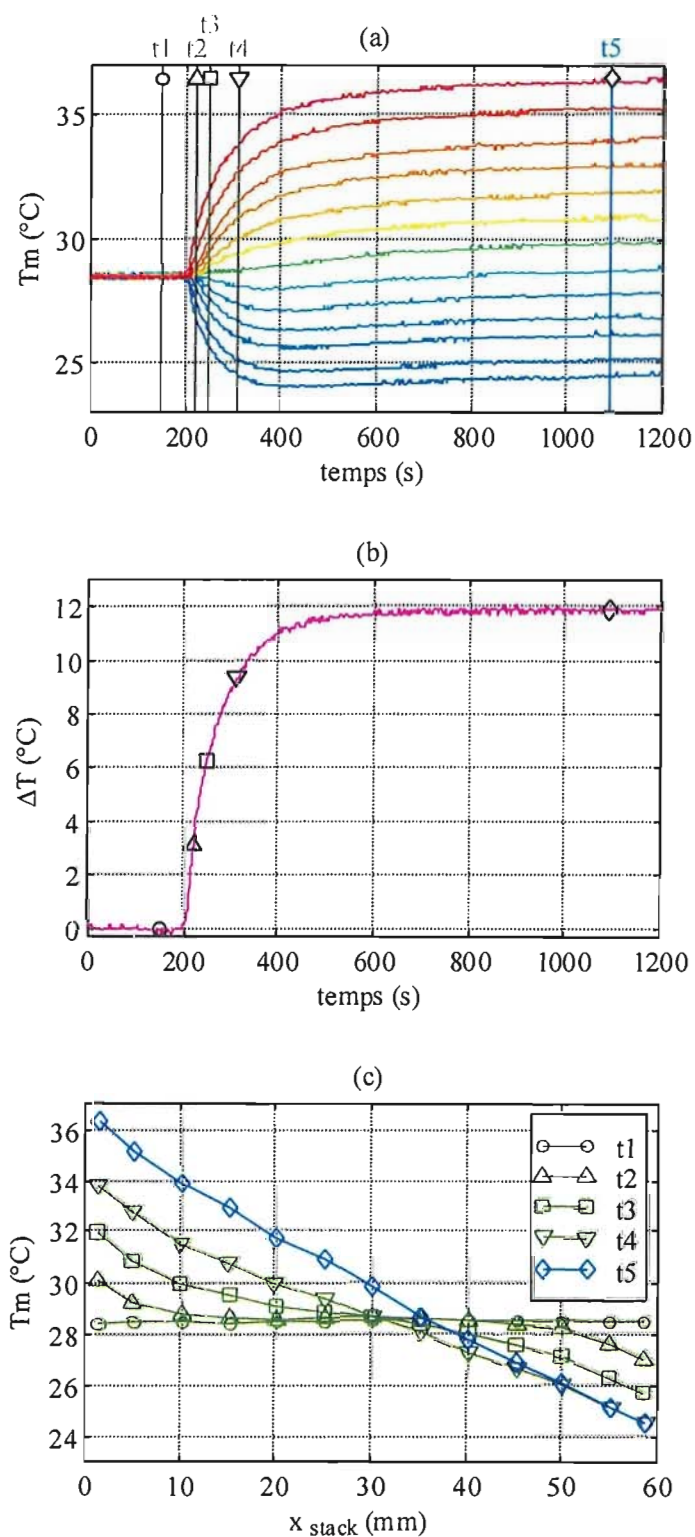


Figure 3.32: Evolution temporelle de la distribution axiale de température moyenne (a), de la différence de température  $\Delta T$  entre les deux faces (b) et du profil de température moyenne le long de l'axe du stack (c). Le stack consiste en un monolithe de céramique à canaux carrés 600 CPSI, d'une longueur  $\Delta x = 60$  mm. Il est positionné en  $x_c = 72.0$  cm dans le résonateur de longueur  $L = 86$  cm. Le haut-parleur est mis sous tension à l'instant  $t \approx 200$  s. Le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1000$  Pa.

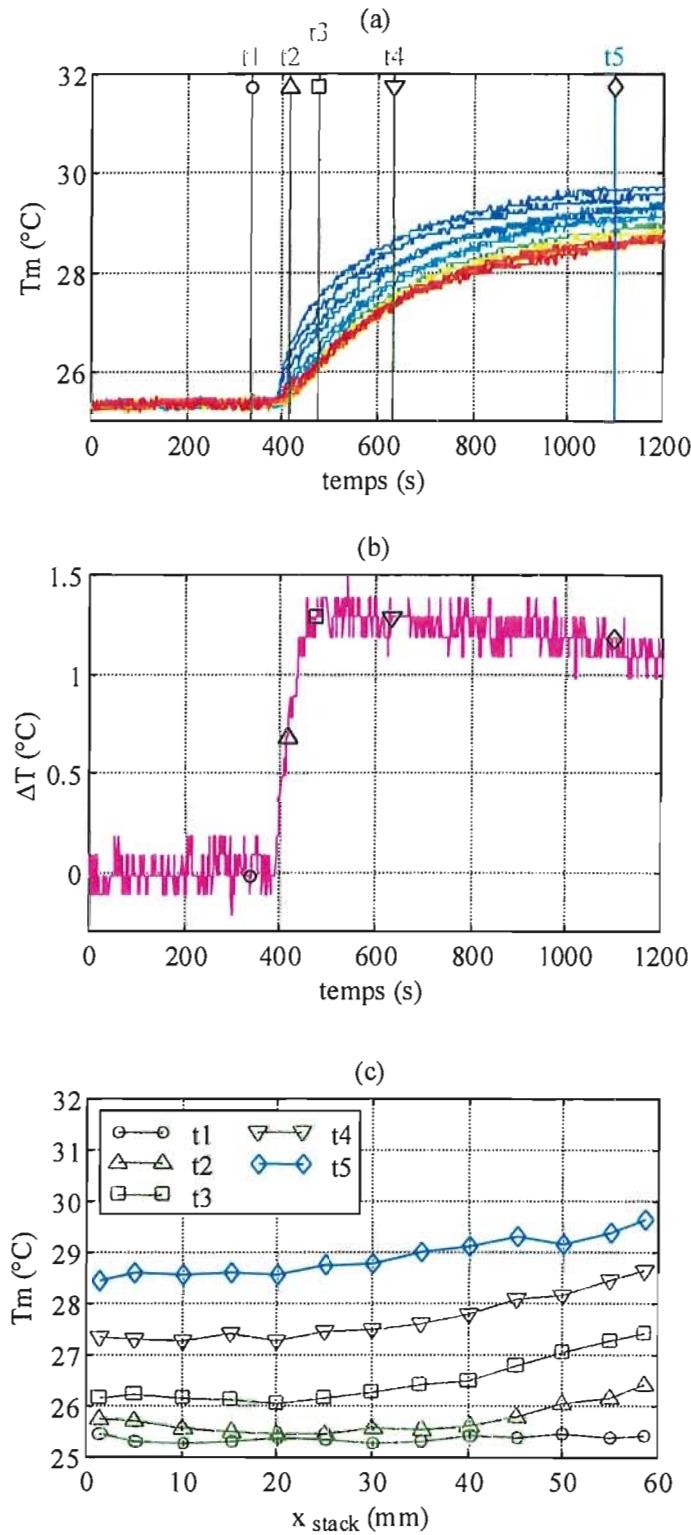


Figure 3.33: Evolution temporelle de la distribution axiale de température moyenne (a), de la différence de température  $\Delta T$  entre les deux faces (b) et du profil de température moyenne le long de l'axe du stack (c). Le stack consiste en un monolithe de céramique à canaux carrés 600 CPSI, d'une longueur  $\Delta x = 60$  mm. Il est positionné en  $x_c = L/2 = 43.0$  cm (la longueur du résonateur valant  $L = 86$  cm). Le haut-parleur est mis sous tension à l'instant  $t \approx 385$  s. Le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1000$  Pa.

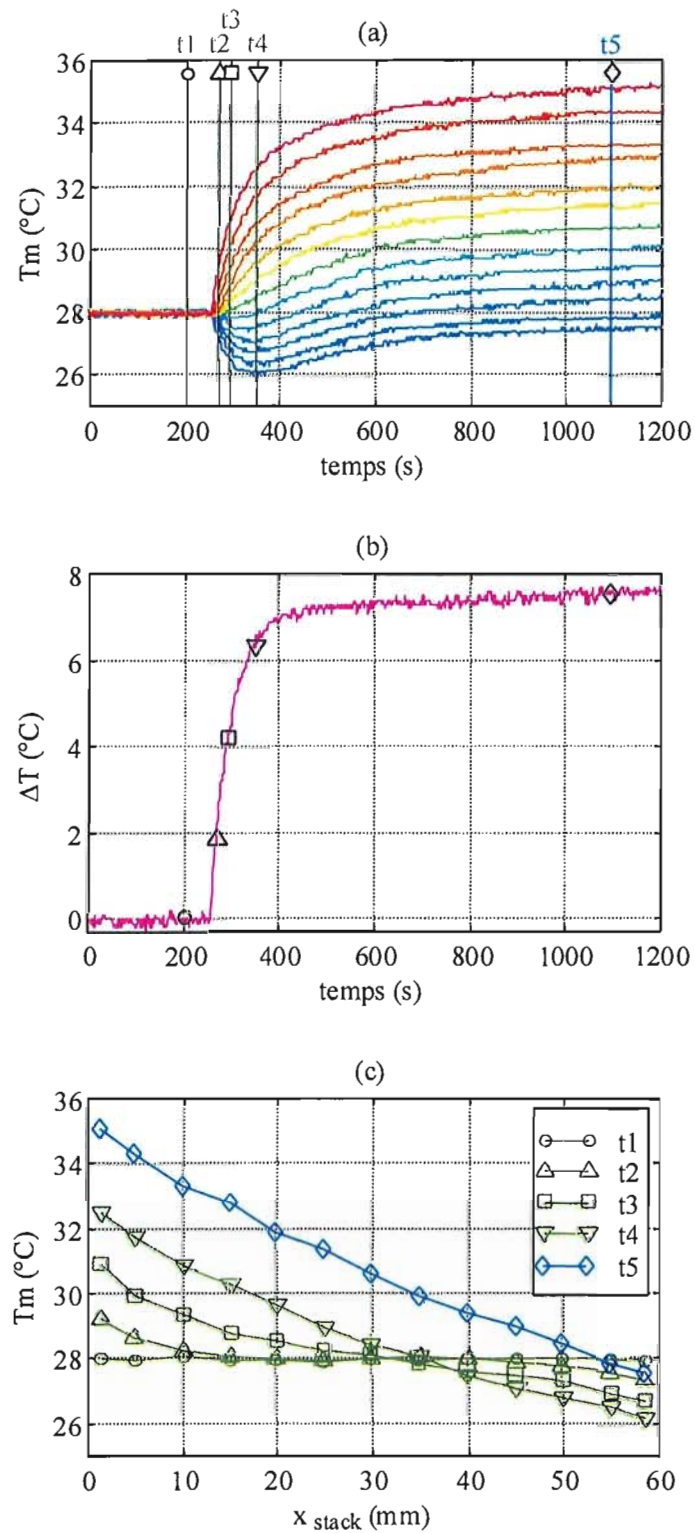


Figure 3.34: Evolution temporelle de la distribution axiale de température moyenne (a), de la différence de température  $\Delta T$  entre les deux faces (b) et du profil de température moyenne le long de l'axe du stack (c). Le stack consiste en un monolithe de céramique à canaux carrés 600 CPSI, d'une longueur  $\Delta x = 60$  mm. Il est positionné en  $x_c = 62.0$  cm dans le résonateur de longueur  $L = 86$  cm. Le haut-parleur est mis sous tension à l'instant  $t \simeq 255$  s. Le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1000$  Pa.

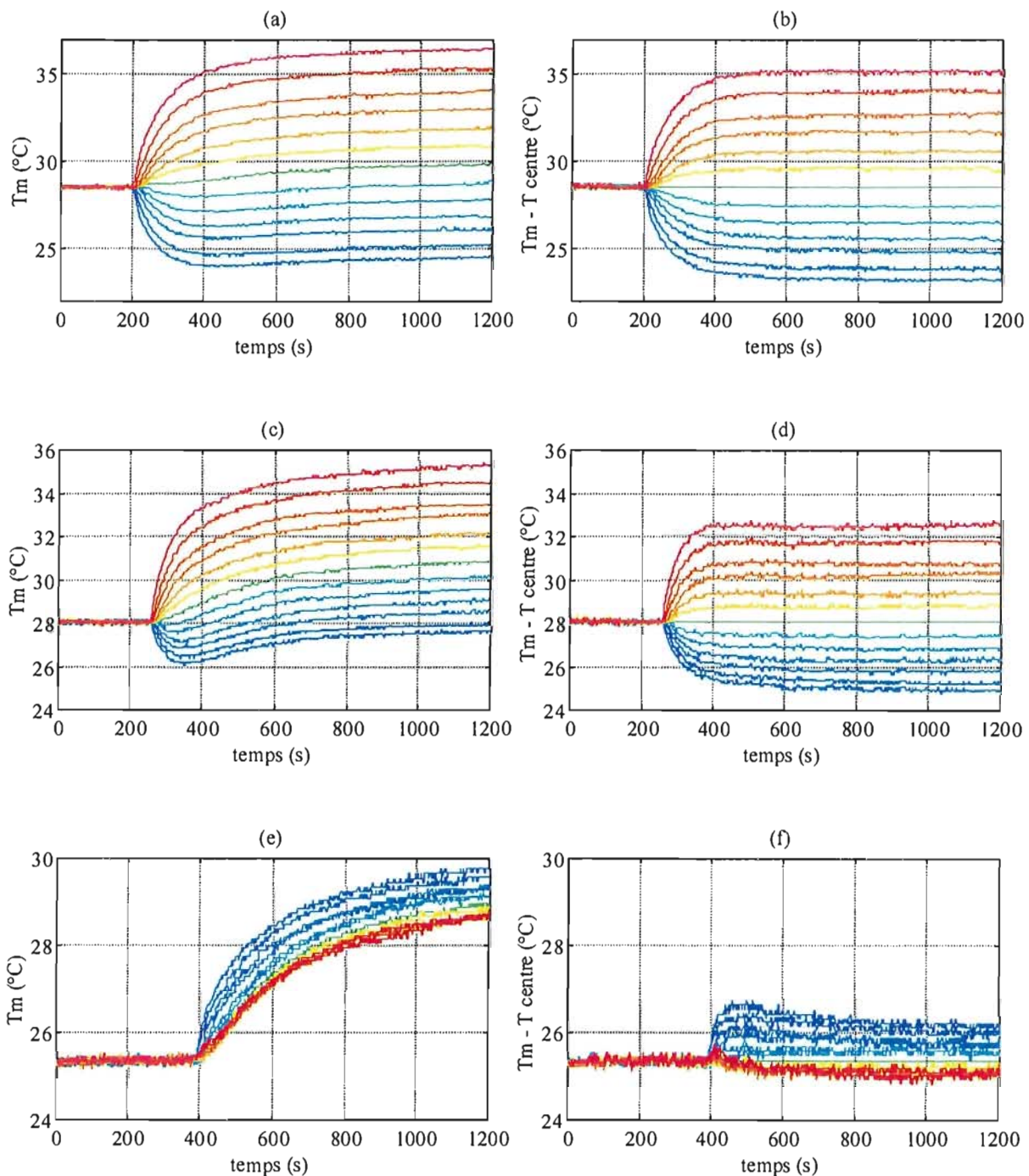


Figure 3.35: Mise en évidence d'un échauffement uniforme du stack qui se superpose au transport de chaleur par effet thermoacoustique. Le stack est positionné successivement en  $x_c = 72.0$  cm (a,b), en  $x_c = 62.0$  cm (c,d) et en  $x_c = 43.0$  cm (e,f). Le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1000$  Pa. Sur le graphe (b), respectivement (d) et (f), la variation de température mesurée au centre du stack (courbe verte) a été soustraite à toutes les autres courbes expérimentales du graphe (a), respectivement (c) et (e). On constate alors que les températures mesurées en différents points du stack restent stables au cours du temps en régime établi. La dérive observée sur les graphes (a,c,e) est donc uniforme le long de l'axe du stack. Le signal du thermocouple placé au centre du stack est représentatif de cette dérive qui est vraisemblablement due à une dissipation d'énergie d'origine visqueuse.

### 3.2.4 Mesures sur un stack couplé à des échangeurs de chaleur

Nous nous intéressons maintenant à la différence de température  $\Delta T$  qui se développe sur un stack couplé à un ou deux échangeur(s) de chaleur, ainsi qu'à l'influence de ce couplage sur le gradient axial de température moyenne dans le stack.

#### 3.2.4.1 Influence du couplage avec des échangeurs de chaleur

Le stack utilisé pour ces essais est identique à celui décrit dans le paragraphe 3.2.3 concernant des mesures en l'absence d'échangeurs de chaleur. Pour mémoire, ce stack consiste en un monolithe de céramique 600 CPSI (à canaux carrés) dans le plan médian duquel est reproduit un canal plan (dont la hauteur correspond la taille d'une cellule carrée du monolithe :  $h = 0.92$  mm). La longueur du monolithe suivant l'axe du tube vaut  $\Delta x = 60$  mm. Il est instrumenté avec les mêmes thermocouples que précédemment, mais qui sont ici au nombre de 9. En effet, comme notre système d'acquisition en température n'a que 16 voies, le fait de réaliser en même temps des mesures sur les échangeurs de chaleur nous a contraints à réduire le nombre de points de mesure sur le stack lui-même.

Tous les essais présentés dans la suite ont été réalisés avec le stack positionné en  $x_c = 15.5$  cm dans le résonateur et pour une pression acoustique crête  $P_A = 1500$  Pa. D'autre part, la distance entre les faces du stack et les grilles en laiton des échangeurs, une fois couplés au stack, vaut 0.6 mm environ. De l'eau à température ambiante circule dans les échangeurs de chaleur avec un débit constant de  $30 \text{ ml} \cdot \text{min}^{-1}$  environ. Cette eau, pompée dans un réservoir à température ambiante au moyen d'une pompe péristaltique, est injectée à l'entrée des échangeurs, puis est rejetée en sortie dans un deuxième réservoir. Ainsi l'eau ne circule pas en boucle fermée. Notons que d'un essai à l'autre, la température de l'eau qui est injectée dans les échangeurs de chaleur est sujette à des variations de température qui sont directement liées aux variations de la température ambiante de la salle où se trouve le banc expérimental.

Les échangeurs de chaleur peuvent être déplacés depuis l'extérieur de l'enceinte étanche du résonateur grâce à un système magnétique (figure F.7). De cette façon nous avons pu observer en temps réel l'effet du couplage du stack avec les échangeurs. Il est possible en effet de commencer une acquisition de données avec les échangeurs de chaleur situés à une distance de plusieurs centimètres du stack. L'échange de chaleur avec le stack est alors inexistant et les phénomènes sur le stack sont identiques à ceux observés sur un stack en l'absence d'échangeurs de chaleur. Lorsque le régime stationnaire est atteint pour cette configuration, on accole brusquement les échangeurs de chaleur en même temps sur chacune des faces du stack et l'on observe alors l'évolution du système vers son nouvel état d'équilibre (cf. figure 3.38). Nous avons également étudié le couplage du stack avec un seul échangeur de chaleur : soit du côté chaud (figure 3.36), soit du côté froid (figure 3.37).

Bien évidemment, il est possible d'observer aussi le comportement du système lorsque le stack est couplé avec les échangeurs de chaleur dès le commencement de l'expérience et la mise sous-tension du haut-parleur (figure 3.39).

Le tableau 3.7 résume les quatre essais expérimentaux qui vont être analysés ci-dessous. On notera la très bonne reproductibilité de la mesure de la différence de température  $\Delta T$  entre les deux faces du stack en l'absence d'échangeurs de chaleur.

La figure 3.36 montre que le fait d'accoler un échangeur de chaleur sur la face chaude du stack a pour effet de décaler toutes les températures mesurées en différents points du stack vers le bas. Dans le même temps, la différence de température  $\Delta T$  entre les deux faces du stack

Stack : monolithe de céramique 600 CPSI ( $\Delta x = 60$ mm)				
	Figure n°	$\Delta T$ final sans échangeur [°C]	$\Delta T$ final avec échangeur(s) [°C]	$T_{\text{ambiante}}$ [°C]
un seul échangeur côté "chaud" (a)	3.36	17.2	7.9	23.0
un seul échangeur côté "froid" (a)	3.37	17.5	16.3	23.0
deux échangeurs sur chaque face du stack (a)	3.38	17.2	3.6	24.2
deux échangeurs sur chaque face du stack (b)	3.39	–	3.8	20.8

(a) Echangeur(s) éloigné(s) du stack lors de la mise sous tension du haut-parleur, puis brusquement couplé(s) au stack une fois le régime stationnaire atteint.

(b) Echangeurs de chaleur couplés au stack dès la mise sous tension du haut-parleur.

Tableau 3.7: Influence du couplage d'un stack thermoacoustique avec des échangeurs de chaleur. Le stack est positionné en  $x_c = 15.5$  cm dans le résonateur et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1500$  Pa. La valeur de la température ambiante est donnée à titre purement indicatif.

subit une diminution importante (tableau 3.7). Ceci paraît logique puisque de l'énergie est extraite du système par l'eau circulant dans les échangeurs de chaleur. De ce fait, le transport de chaleur entre les deux faces du stack par l'effet thermoacoustique (qui reste constant puisque la pression acoustique  $P_A$  est maintenue constante) n'arrive plus à entretenir la même différence de température  $\Delta T$ . Cette dernière diminue donc suite au couplage avec l'échangeur de chaleur.

Sur la figure 3.37, on voit que le fait d'accoler un échangeur de chaleur sur la face froide du stack cette fois-ci a pour conséquence de décaler toutes les températures mesurées en différents points du stack vers le haut. Cependant, contrairement au cas précédent, la différence de température  $\Delta T$  entre les deux faces du stack tend conserver sa valeur après le couplage et diminue très peu (tableau 3.7). L'interprétation est ici plus délicate vu que les échangeurs de chaleur utilisés pour les deux essais précédents sont a priori identiques, et que de l'eau circule à l'intérieur des tubes avec le même débit et à la même température. La même énergie que précédemment est donc drainée à l'extérieur du système ...

Pour les deux essais qui viennent d'être présentés, l'acquisition des données a été arrêtée alors que le système venait tout juste d'atteindre son nouvel état stationnaire après le couplage avec l'échangeur (figures 3.36 et 3.37). On constate que le profil de température moyenne sur le stack, entre la face chaude et la face froide, semble encore linéaire (du moins aux erreurs de mesure près).

La figure 3.38 illustre l'effet du couplage des deux faces du stack en même temps avec deux échangeurs de chaleur. La face chaude est fortement refroidie et la température de la face froide est augmentée, si bien que la différence de température  $\Delta T$  sur le stack se trouve diminuée d'environ 75% (tableau 3.7). On peut vérifier que l'état stationnaire atteint dans cette situation



après le couplage est identique à l'état final qu'atteint le système lorsque les échangeurs de chaleur sont couplés au stack dès le commencement de l'expérience (cf. figure 3.39). Dans cette dernière configuration, dès la mise sous-tension du haut-parleur, l'effet thermoacoustique doit contre-balancer l'extraction d'énergie au niveau de chaque face du stack pour réussir à établir un gradient de température. On remarque que le profil de température moyenne sur le stack en régime établi n'est plus tout à fait linéaire (Fig. 3.39(c)) : la pente du profil diminue un peu lorsque l'on s'approche des faces du stack. La même tendance, estompée par l'effet d'échelle, pouvait déjà être remarquée sur la figure 3.38(c).

Par ailleurs, avant que chacune des faces du stack ne soit couplée en même temps à un échangeur de chaleur (Fig. 3.38), la dérive de la température au centre du stack ( $x_{\text{stack}} = 30$  mm, courbe verte sur le graphe 3.38(a)) atteint  $2.6^{\circ}\text{C}$  au bout de 17 minutes. Mais une fois le couplage réalisé et le nouvel état stationnaire atteint, la température au centre du stack ne dérive plus. En revanche, lorsque le stack est couplé dès le départ aux échangeurs de chaleurs (Fig. 3.39), la dérive des températures continue d'exister et vaut environ  $1.1^{\circ}\text{C}$  au bout de 17 minutes. Cette dérive de la température centrale du stack est représentative de la dérive générale des températures mesurées en différents points du stack, que nous avons déjà évoquée précédemment (cf. paragraphe 3.2.3).

Notons que le fait de changer la position des échangeurs de chaleur à l'intérieur du résonateur au cours de l'acquisition des données ne modifie pas de manière mesurable la fréquence de résonance du système (tube+stack). En effet, les échangeurs sont essentiellement constitués de grilles minces qui sont totalement transparentes d'un point de vue acoustique. La fréquence de résonance du système est sans doute plus sensible au gradient de température qui se développe sur le stack au cours de l'acquisition des données qu'au changement de position des échangeurs.

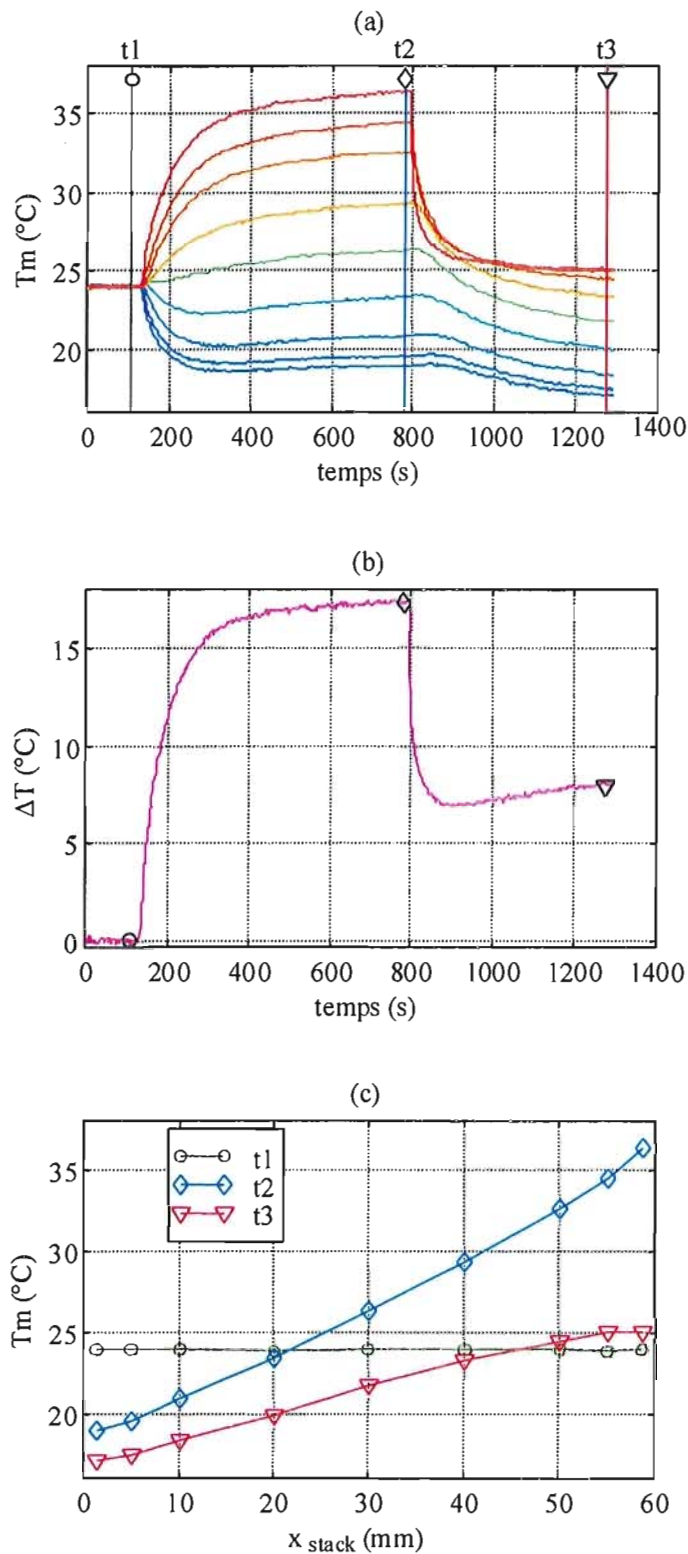


Figure 3.36: Influence du couplage de la face chaude du stack avec un échangeur de chaleur : évolution temporelle de la distribution axiale de température moyenne (a) et de la différence de température  $\Delta T$  entre les deux faces du stack (b). Sur le graphique (c) sont tracés les profils de température moyenne le long de l'axe du stack avant la mise sous tension du haut-parleur ( $t_1$ ), en régime stationnaire sans échangeur de chaleur ( $t_2$ ) et en régime stationnaire avec un échangeur de chaleur couplé à la face chaude ( $t_3$ ). ( $x_c = 15.5$  cm et  $P_A = 1500$  Pa.)

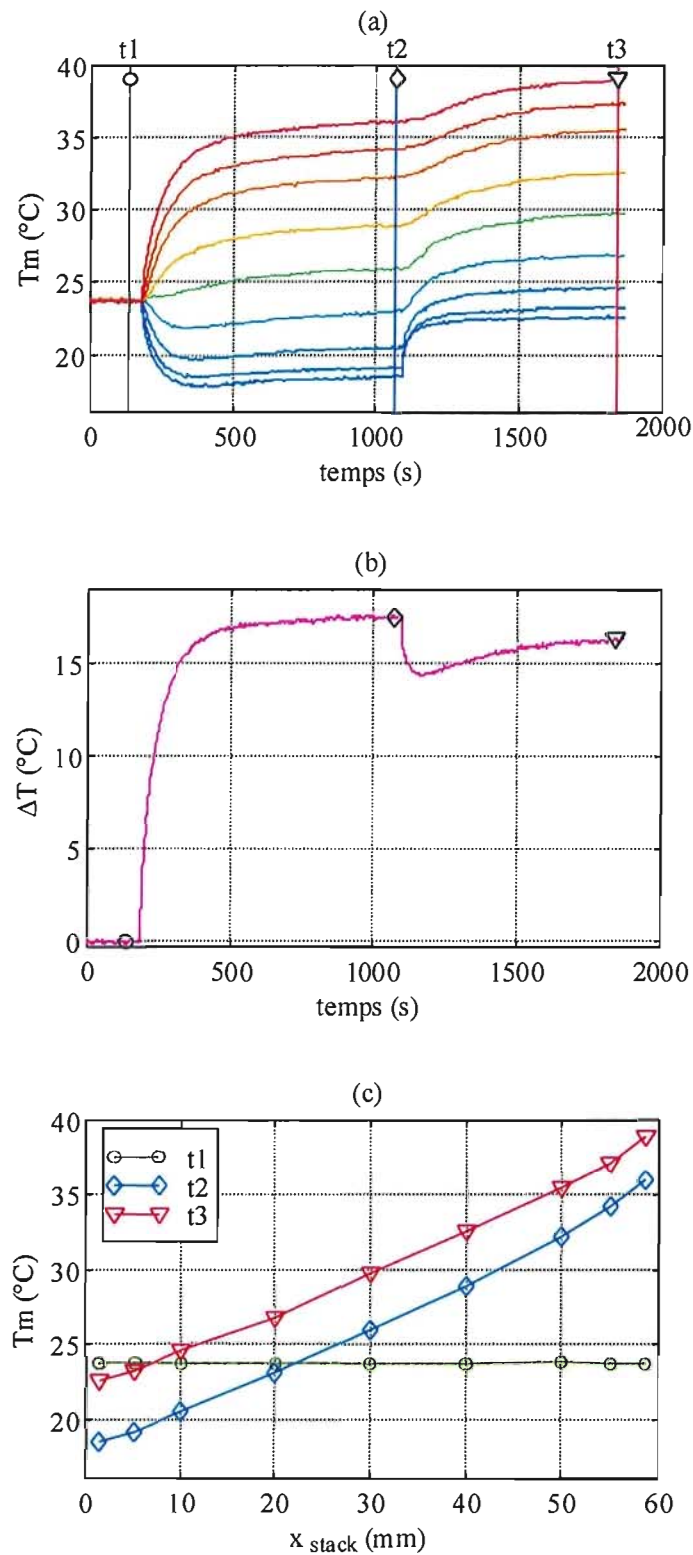


Figure 3.37: Influence du couplage de la face froide du stack avec un échangeur de chaleur : évolution temporelle de la distribution axiale de température moyenne (a) et de la différence de température  $\Delta T$  entre les deux faces du stack (b). Sur le graphique (c) sont tracés les profils de température moyenne le long de l'axe du stack avant la mise sous tension du haut-parleur (t1), en régime stationnaire sans échangeur de chaleur (t2) et en régime stationnaire avec un échangeur de chaleur couplé à la face froide (t3). ( $x_c = 15.5$  cm et  $P_A = 1500$  Pa.)

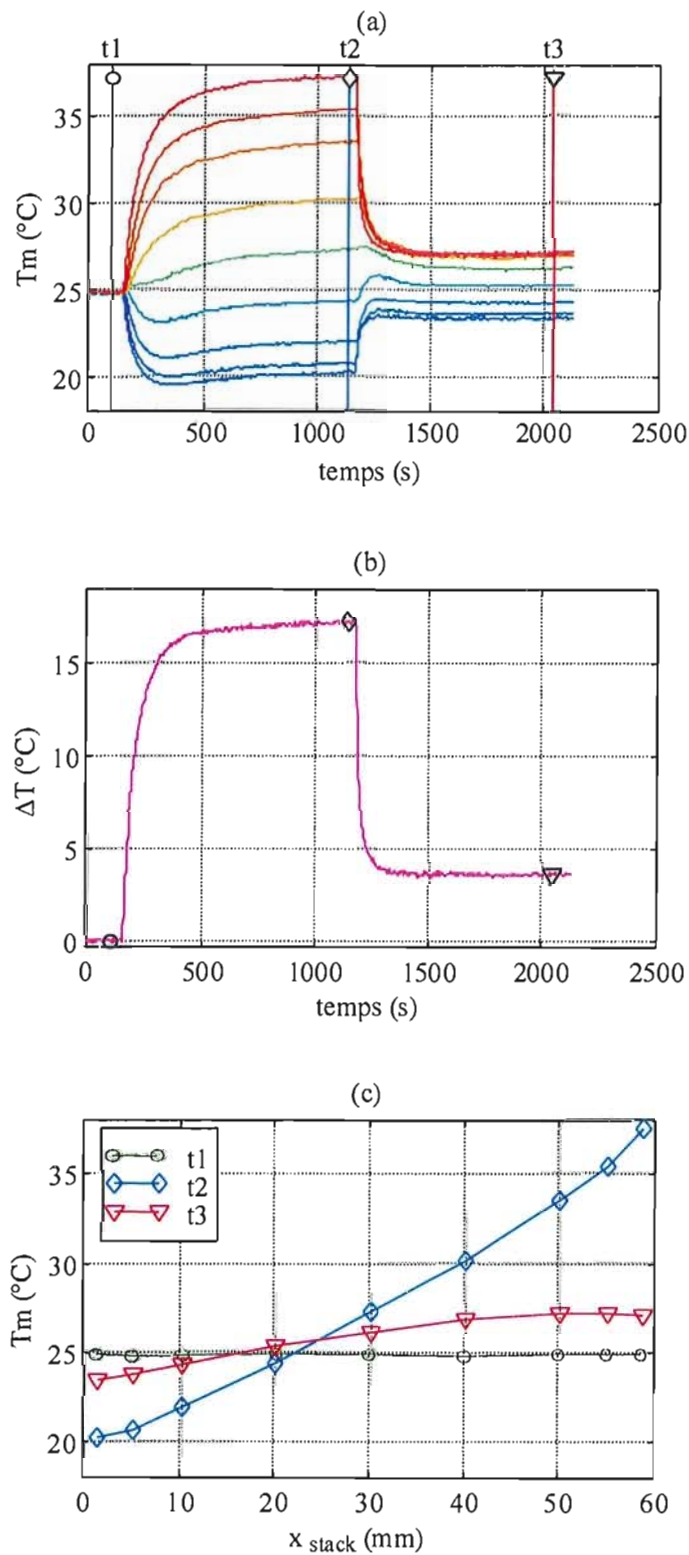


Figure 3.38: Influence du couplage des deux faces du stack avec des échangeurs de chaleur : évolution temporelle de la distribution axiale de température moyenne (a) et de la différence de température  $\Delta T$  entre les deux faces du stack (b). Sur le graphique (c) sont tracés les profils de température moyenne le long de l'axe du stack avant la mise sous tension du haut-parleur ( $t_1$ ), en régime stationnaire sans échangeurs de chaleur ( $t_2$ ) et en régime stationnaire avec deux échangeurs de chaleur couplé au stack ( $t_3$ ). ( $x_c = 15.5$  cm et  $P_A = 1500$  Pa.)

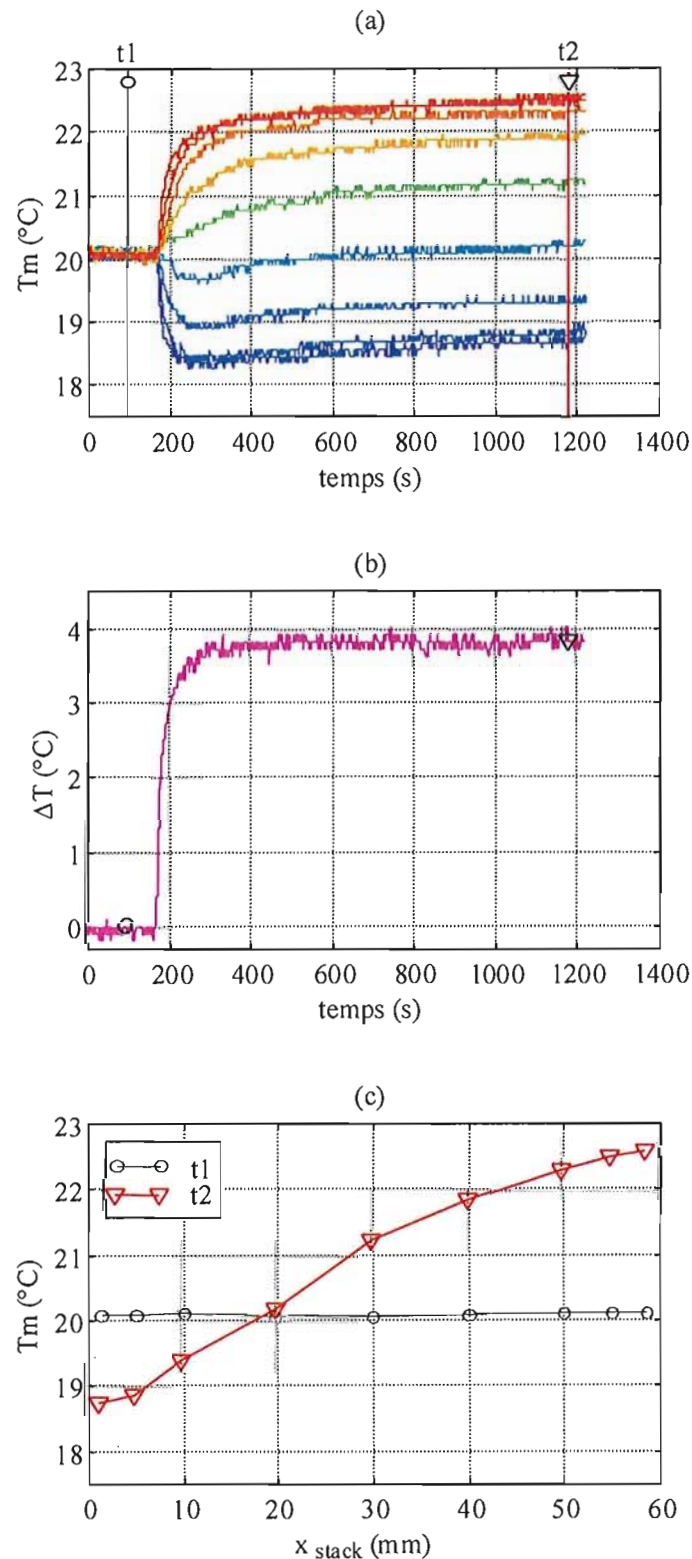


Figure 3.39: Mesures sur un stack couplé à des échangeurs de chaleur *dès la mise sous tension* du haut-parleur : évolution temporelle de la distribution axiale de température moyenne (a) et de la différence de température  $\Delta T$  entre les deux faces du stack (b). Sur le graphique (c) sont tracés les profils de température moyenne le long de l'axe du stack avant la mise sous tension du haut-parleur ( $t_1$ ) et en régime stationnaire ( $t_2$ ). ( $x_c = 15.5$  cm et  $P_A = 1500$  Pa.)

### 3.2.4.2 Influence de la distance entre le stack et les échangeurs de chaleur

Nous nous intéressons ici au couplage thermique entre le stack et les échangeurs de chaleur. Une série de trois essais a été réalisée en faisant varier la distance entre les grilles des échangeurs de chaleur et les faces du stack en regard. Evidemment, pour une distance grande (supérieure à deux ou trois centimètres), on ne mesure aucune variation de température sur les grilles. Nous avons donc étudié des espacements très faibles, à savoir 0.6 mm, 1.7 mm et 3.0 mm. Tous les essais ont été réalisés avec le stack positionné en  $x_c = 15.5$  cm dans le résonateur et pour une pression acoustique crête  $P_A = 1500$  Pa. Compte-tenu de ces conditions, l'amplitude crête du déplacement particulaire lié à l'onde acoustique vaut  $x_1 \simeq 1.5$  mm (cf. paragraphe 3.2.2.3). Ainsi une distance de 3.0 mm entre le stack et les grilles correspond au débattement maximal d'une particule de fluide au cours d'un cycle acoustique.

Le stack utilisé pour ces essais est identique à celui décrit dans le paragraphe 3.2.3 concernant des mesures en l'absence d'échangeurs de chaleur. Pour mémoire, ce stack consiste en un monolithe de céramique 600 CPSI (à canaux carrés) de longueur  $\Delta x = 60$  mm.

La distance entre le stack et la grille en laiton de chacun des échangeurs est contrôlée au moyen de petites cales en matériau plastique, de quelques millimètres carrés, collées aux angles de la grille. La surface minime de la grille masquée par ces cales a bien entendu un impact négligeable sur l'échange de chaleur avec le stack. De l'eau, pompée dans un réservoir à température ambiante, est injectée avec un débit constant d'environ  $30 \text{ ml.min}^{-1}$  à l'entrée des échangeurs de chaleur. L'eau qui ressort des échangeurs est refoulée vers un deuxième réservoir de sorte que l'eau ne circule pas en boucle fermée. Comme précédemment, la température de l'eau qui est injectée dans les échangeurs de chaleur est sujette à des variations de température qui sont directement liées aux variations de la température ambiante de la salle où se trouve le banc expérimental.

Pour chaque essai, on enregistre l'évolution temporelle de la température mesurée en différents points du système : faces du stack, intérieur du stack, grilles des échangeurs de chaleur, eau circulant dans les échangeurs.

Pour caractériser le couplage thermique du stack avec les échangeurs de chaleur, nous nous intéressons d'une part à la différence de température  $\Delta T$  finale entre les deux faces du stack, et d'autre part à la différence de température entre chaque face du stack et la grille de l'échangeur placé en regard (cf. tableau 3.8). Concernant la température des grilles, on retiendra la mesure effectuée à l'aide d'un thermocouple de type K ( $\varnothing 127 \mu\text{m}$ ) soudé directement au centre de chaque grille rectangulaire, à mi-chemin entre deux tubes en cuivre assurant la circulation de l'eau. Comme expliqué au paragraphe 3.2.2.3, la différence de température de l'eau entre l'entrée et la sortie des échangeurs n'est pas mesurée avec une précision suffisante pour autoriser un bilan thermique et estimer la puissance extraite. Les mesures de la température de l'eau ne sont donc pas exploitables ici.

Chaque essai commence par une phase où les échangeurs de chaleur sont tenus à une grande distance du stack. Une fois que le régime stationnaire est atteint pour cette configuration, les échangeurs de chaleur sont brusquement accolés au stack réalisant ainsi le couplage. Les températures des différents éléments du système évoluent alors instantanément et de manière quasi exponentielle (voir figures 3.40 et 3.41). Du côté chaud, la température du stack diminue et tend à s'équilibrer avec la température de la grille qui augmente un peu (figure 3.41). Au contraire, la température du stack du côté froid augmente et tend à s'équilibrer avec celle de la grille qui diminue un peu. Une fois l'équilibre thermique atteint (régime établi après

Stack : monolithe de céramique 600 CPSI ( $\Delta x = 60$ mm)			
distance entre les faces du stack et les grilles des échangeurs [mm]	0.6	1.7	3.0
$\Delta T$ final sans échangeurs [°C]	17.2	17.8	18.2
$\Delta T$ final avec échangeurs [°C]	3.6	6.0	10.3
différence de température entre le stack et la grille côté chaud [°C]	0.8	3.2	7.4
différence de température entre le stack et la grille côté froid [°C]	0.4	0.5	1.5
$T_{\text{ambiante}}$ [°C]	24.2	23.7	23.0
Figures n°	3.40(a,b)	3.40(c,d)	3.40(e,f)
	3.41(a,b)	3.41(c,d)	3.41(e,f)

Tableau 3.8: Influence de la distance entre le stack et les grilles des échangeurs de chaleur sur le couplage thermique entre ces éléments. Le stack est positionné en  $x_c = 15.5$  cm dans le résonateur et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1500$  Pa. La valeur de la température ambiante est donnée à titre purement indicatif.

couplage), on constate qu'une différence de température demeure entre les faces du stack et les grilles correspondantes des échangeurs. Cette différence de température résiduelle peut servir de critère pour caractériser le couplage thermique entre le stack et les échangeurs de chaleur.

Lorsque la distance entre le stack et les grilles des échangeurs augmente, la différence de température  $\Delta T$  entre les deux faces du stack subit une diminution de moins en moins grande suite au couplage (voir figure 3.40 et tableau 3.8). Parallèlement, la différence de température résiduelle, entre les grilles des échangeurs et les faces du stack en regard, tend à augmenter quand la distance entre le stack et les grilles augmente. Ce phénomène est particulièrement net du côté chaud du stack (voir figure 3.41 et tableau 3.8). Pour l'essai correspondant à une distance de 1.7 mm, on peut noter une différence de température au départ, avant la mise sous tension du haut-parleur, entre les grilles (éloignées du stack) et les faces du stack (figures 3.41(c) et 3.41(d)). Ceci est dû au fait que le système n'était pas parfaitement en équilibre thermique lorsque l'essai a commencé. L'hypothèse la plus probable est que la température ambiante de la pièce, et donc la température moyenne du banc de mesure, a augmenté plus vite au cours de la journée que celle de l'eau stockée dans le réservoir alimentant les échangeurs (l'eau étant bien connue pour avoir une inertie thermique plus grande que celle de l'air).

La conclusion qu'on peut tirer de ces trois essais très simples, est que le couplage thermique entre le stack et les échangeurs de chaleur est d'autant meilleur que la distance qui les sépare est faible. Notons qu'on évite cependant de mettre les échangeurs de chaleur directement en contact avec le stack afin de ne pas créer un pont thermique entre eux via le solide (conduction thermique dans le stack). Ainsi les échanges de chaleur entre le stack et les grilles ne peuvent avoir lieu que par convection dans le fluide, ici l'air.

Une étude récente par simulation numérique [18] montre qu'il existe non seulement une longueur optimale pour les échangeurs de chaleur (cf. paragraphe 3.2.2.3), mais aussi une distance optimale entre le stack et les échangeurs pour que le flux de chaleur transféré soit maximal. De plus, ces deux grandeurs géométriques varient l'une en fonction de l'autre, par conséquent elles doivent être optimisées simultanément. Lorsqu'on éloigne le stack de l'échangeur, le flux de chaleur transféré commence par augmenter, atteint un maximum, puis décroît [18]. D'après les résultats présentés, la distance optimale entre le stack et l'échangeur vaudrait approximativement  $1/3$  de l'amplitude du déplacement particulaire crête. Un comportement analogue du flux de chaleur transféré en fonction de l'espacement entre le stack et l'échangeur est prédit de manière analytique par Gusev *et coll.* [42]. Dans cette modélisation analytique, le stack et l'échangeur sont caractérisés par un paramètre  $R$  de relaxation thermique,  $R \ll 1$  correspondant au régime quasi isotherme et  $R \gg 1$  correspondant au régime quasi adiabatique. Le paramètre  $R$  constitue ici un paramètre phénoménologique qu'il convient de mesurer ou de calculer par ailleurs. Le paramètre de relaxation optimal pour le stack, correspondant à un transport de chaleur maximal par effet thermoacoustique dans les canaux, vaut  $R = 1$ . Cette valeur correspond à un régime intermédiaire entre les régimes isotherme et adiabatique (ce qui est en accord avec les théories classiques [80]). L'espace compris entre le stack et l'échangeur est considéré comme une zone adiabatique. Lorsque  $R_{\text{échangeur}} = R_{\text{stack}} = 1$ , la distance optimale entre le stack et l'échangeur vaut  $g = 0$ . Dans le cas où  $R_{\text{stack}} = 1$  et où  $R_{\text{échangeur}}$  est compris entre 0 et 1, alors la distance optimale  $g$  varie entre 0 et 0.5 fois l'amplitude du déplacement particulaire crête. Pour cette distance, le flux de chaleur transféré entre le stack et l'échangeur présente alors un maximum.

Dans les essais expérimentaux décrits plus haut, nous n'avons pas étudié d'espacement entre le stack et les échangeurs inférieur à 0.6 mm, soit 0.4 fois l'amplitude du déplacement particulaire crête lié à l'onde acoustique. En effet, dans le cas d'un espacement inférieur, l'incertitude de mesure, liée aux contraintes de réalisation pratique, aurait été trop grande.



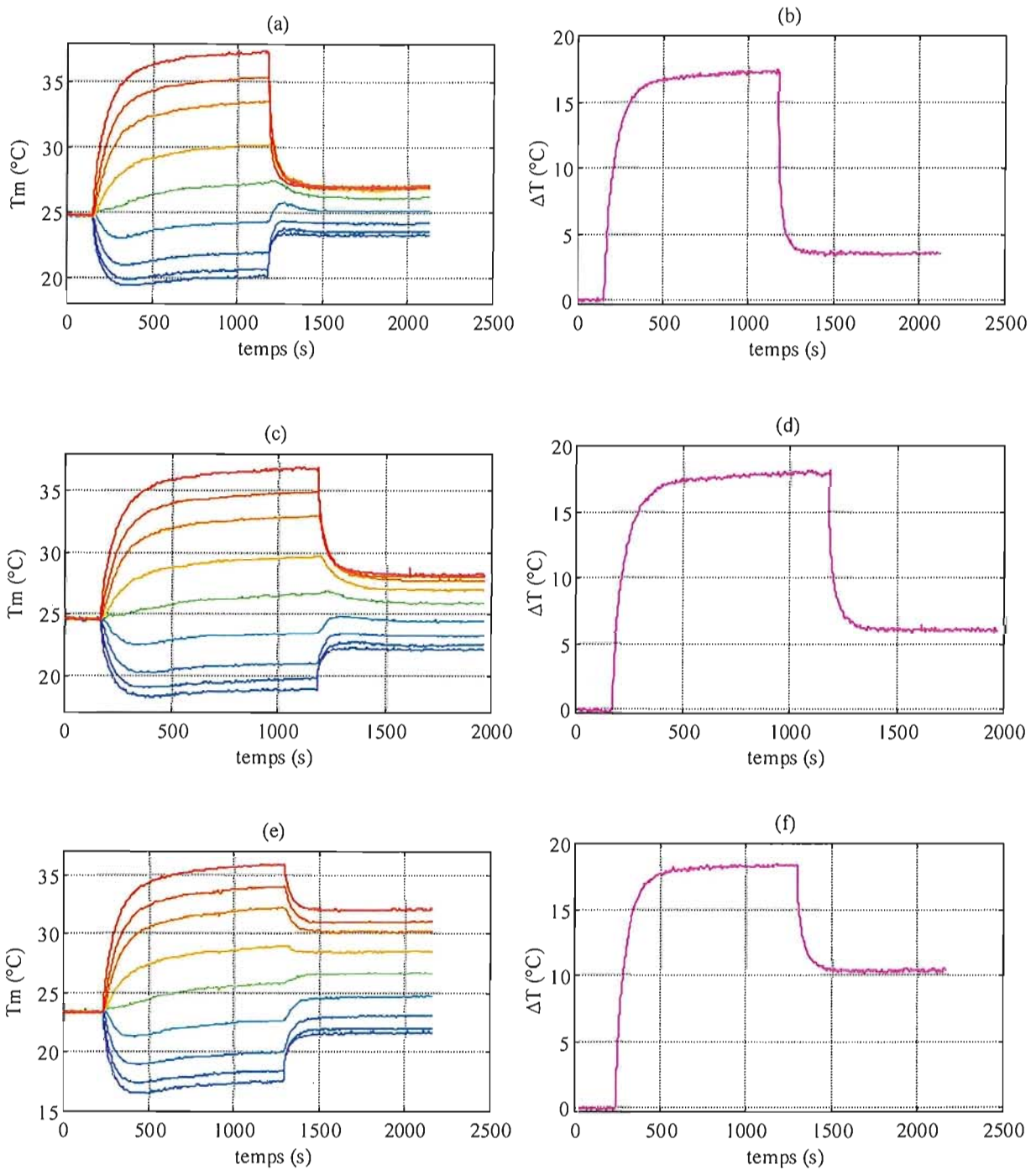


Figure 3.40: Influence de la distance entre le stack et les grilles des échangeurs de chaleur sur : l'évolution temporelle de la distribution axiale de température moyenne sur le stack (a,c,e) et l'évolution temporelle de la différence de température  $\Delta T$  entre les deux faces (b,d,f). La distance entre le stack et les grilles vaut successivement 0.6 mm (graphes a et b), 1.7 mm (graphes c et d) et 3.0 mm (graphes e et f). Pour tous ces essais, le stack est positionné en  $x_c = 15.5$  cm dans le résonateur de longueur  $L = 86$  cm et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1500$  Pa.

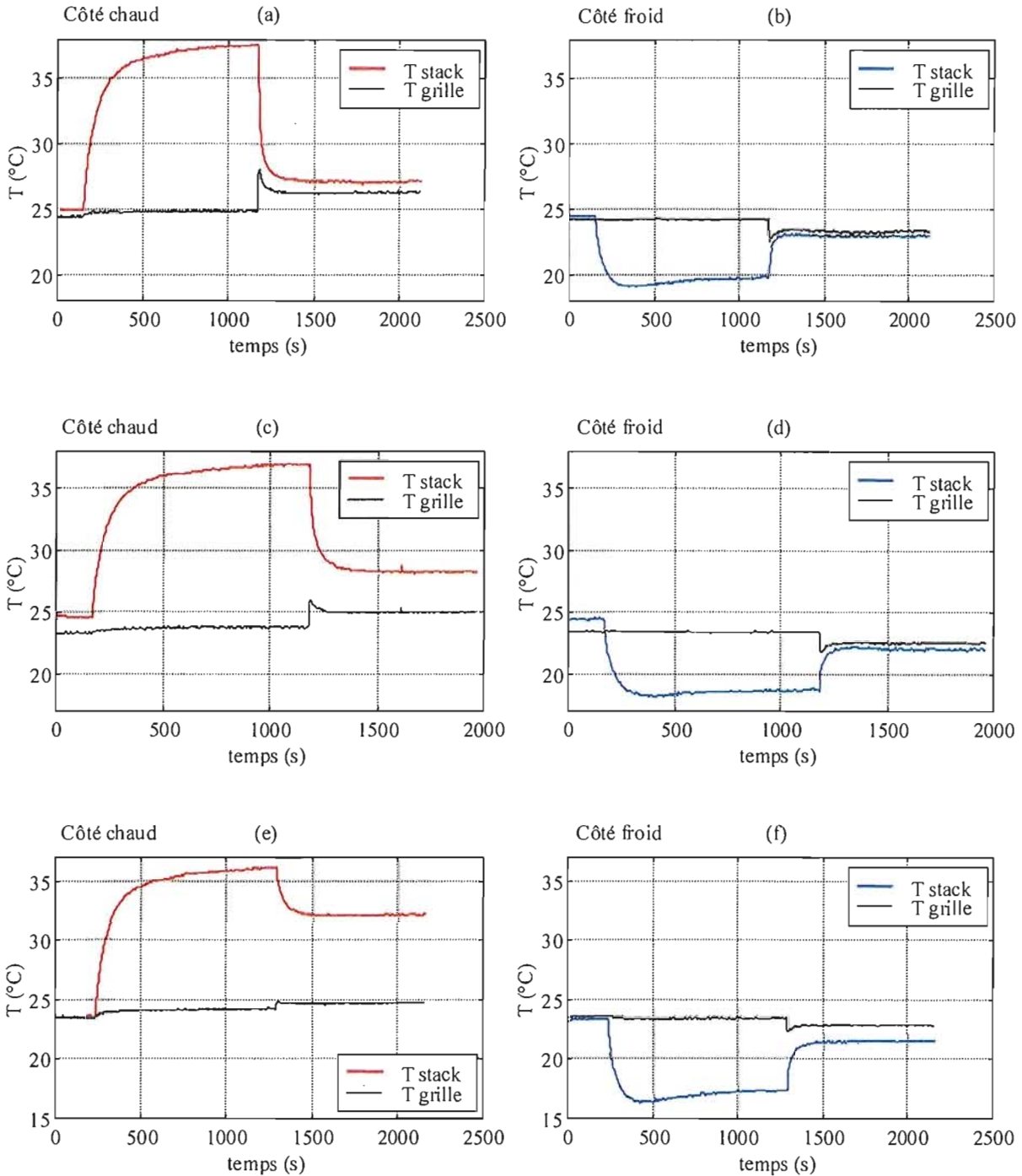


Figure 3.41: Influence de la distance entre le stack et les grilles des échangeurs de chaleur sur la différence de température entre la grille et la face correspondante du stack (côté chaud et côté froid). La distance entre le stack et les grilles vaut successivement 0.6 mm (graphes a et b), 1.7 mm (graphes c et d) et 3.0 mm (graphes e et f). Pour tous ces essais, le stack est positionné en  $x_c = 15.5$  cm dans le résonateur de longueur  $L = 86$  cm et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1500$  Pa.

### 3.2.4.3 Influence de la nature du stack

Dans cette partie, nous nous intéressons à l'influence de la nature du matériau constituant le stack sur la différence de température  $\Delta T$  entre les deux faces en régime établi. Nous observerons également les conséquences sur le profil axial de température moyenne dans le stack. Le fonctionnement du système à la fois avec et sans échangeurs de chaleur sera étudié.

Nous avons testé d'une part des monolithes en céramique offrant une structure régulière de petits canaux carrés parallèles, d'autre part des matériaux poreux.

Concernant les monolithes en céramique, il s'agit de matériaux utilisés classiquement comme substrat de catalyseur dans les pots d'échappement automobiles. Ils ont la propriété de résister aux hautes températures et d'offrir une très grande surface de contact grâce à leur géométrie régulière composée de multiples canaux carrés de faible taille, parallèles entre eux. Ce type de matériau a déjà été utilisé pour confectionner des stacks dans des machines thermoacoustiques, essentiellement de type moteur [6, 99, 24]. Outre le fait qu'il offre une géométrie régulière et qu'il soit parfaitement rigide, ce matériau a l'avantage d'avoir une faible conductivité thermique et d'être peu onéreux [5]. La réalisation d'empilements de plaques parallèles dont l'espacement est submillimétrique est longue et compliquée. De plus, après un certain temps de fonctionnement, la structure de tels empilements peut perdre de sa régularité à cause des contraintes thermiques et des phénomènes de dilatation [84]. Les monolithes de céramique poreuse pour substrats de catalyseur offrent donc une alternative très avantageuse pour réaliser des stacks thermoacoustiques performants.

Nous avons réalisé des mesures sur deux sortes de monolithes qui diffèrent par la taille de leurs canaux carrés (cellules), taille qui est caractérisée par la densité de cellules par unité de surface (cf tableau 3.9). Cette densité des cellules s'exprime usuellement en nombre de cellules par pouce carré ("Cells Per Square Inch" ou "CPSI" en abrégé).

densité des cellules (Cells Per Square Inch)	600 CPSI	900 CPSI
épaisseur des cloisons $d$ (mm)	0.12	0.10
taille du côté d'un canal carré $h$ (mm)	0.92	0.76
nombre adimensionnel $\lambda = \sqrt{2} \times (h/2)/\delta_\nu$	4.3	3.6
nombre adimensionnel $\lambda_T = \sqrt{2} \times (h/2)/\delta_\kappa$	3.6	3.0

Tableau 3.9: Résumé des caractéristiques géométriques des monolithes de céramique à canaux carrés. Nombres adimensionnels  $\lambda$  ("shear wave number") et  $\lambda_T$  ("thermal disturbance number").

La propagation des ondes acoustiques dans des pores carrés a fait l'objet de plusieurs publications [72, 5, 4]. On citera en particulier les développements théoriques de Arnott *et coll.* [4] plus spécialement axés sur la thermoacoustique. La propagation d'une onde acoustique dans un canal carré de faible section peut être caractérisée par le nombre adimensionnel  $\lambda$  proportionnel au rapport entre le demi-côté  $h/2$  du canal et l'épaisseur  $\delta_\nu$  de la couche limite visqueuse :  $\lambda = \sqrt{2}(h/2)/\delta_\nu$  (dimensionless "shear wave number", cf. formalisme de Tijdeman [85] et Attenborough [9] pour les matériaux poreux). De manière analogue [4], les phénomènes de diffusion thermique peuvent être caractérisés par le nombre adimensionnel  $\lambda_T$  proportionnel au rapport entre le demi-côté  $h/2$  du canal et l'épaisseur  $\delta_\kappa$  de la couche limite thermique :

$\lambda_T = \sqrt{2}(h/2)/\delta_\kappa$  (dimensionless “thermal disturbance number” [85, 9]). Les deux nombres précédents sont liés par la relation :  $\lambda_T = \lambda \times \sqrt{\sigma}$ , où  $\sigma$  désigne le nombre de Prandtl du fluide remplissant le canal. Au chapitre 4, nous présenterons des mesures du champ de vitesse acoustique réalisées dans un canal carré d’un monolithe de céramique 600 CPSI.

Les stacks en céramique ont une longueur nominale  $\Delta x = 60$  mm suivant l’axe du tube. D’après la théorie de Wheatley *et coll.* [93], reprise par Atchley *et coll.* [7], la différence de température  $\Delta T$  en régime établi entre les deux faces d’un stack résulte d’un équilibre dynamique entre d’une part le flux de chaleur d’origine thermoacoustique dans le fluide et d’autre part le flux de chaleur antagoniste par conduction dans le solide, qui s’instaure dès qu’une différence de température est créée entre les deux extrémités du stack. On en déduit donc que la différence de température finale  $\Delta T$  entre les faces du stack sera d’autant plus grande que la conductivité thermique dans le solide est faible. Swift [80] recommande également d’avoir une conductivité thermique longitudinale la plus faible possible dans le stack. Nous ne connaissons pas avec exactitude la valeur de la conductivité thermique de la céramique que nous avons utilisée. Néanmoins, en suivant le raisonnement précédent, nous avons réalisé des mesures sur des stacks en céramique d’un seul bloc d’une part, et sur des stacks composés de tranches accolées les unes aux autres perpendiculairement à l’axe du résonateur d’autre part (figure 3.42). Dans ces derniers stacks, il y a une rupture périodique de la conductivité thermique longitudinale. En effet, bien que les tranches soient soigneusement découpées, leur l’état de surface est tel que le contact thermique entre deux tranches plaquées l’une contre l’autre est très médiocre (aspérités microscopiques). Les stacks fabriqués de cette manière sont constitués de 6 tranches de céramique de 10 mm d’épaisseur plaquées les unes contre les autres (figures 3.42 et F.8). Notons que, compte-tenu des imperfections d’usinage, ces stacks ont une longueur  $\Delta x$  comprise entre 61 et 62 mm, soit à peine 1 à 2 mm de plus que les stacks faits d’un seul bloc. La comparaison des résultats ne s’en trouve donc pas compromise.

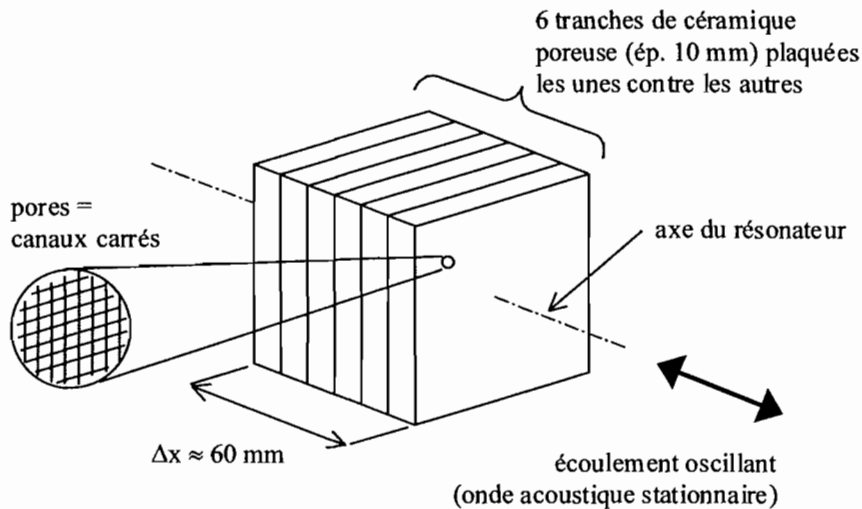


Figure 3.42: Exemple de stack en tranches : au lieu d’être réalisé dans un bloc d’un seul tenant, le stack est un assemblage de tranches de céramique poreuse. De cette façon, il y a une rupture périodique de la conductivité thermique longitudinale dans le solide.

Concernant les matériaux poreux, nous avons testé un stack en mousse de polyester, d’une longueur  $\Delta x = 70$  mm, ainsi qu’un stack en mousse de carbone vitreux, d’une longueur  $\Delta x =$

58 mm. La mousse de polyester est une mousse courante utilisée pour les articles de bricolage. La mousse de carbone vitreux, quant à elle, a une densité brute de  $0.05 \text{ g.cm}^{-3}$  et une porosité de 96.5% (données du catalogue GoodFellow [38]). Sa porosité peut également être caractérisée par le nombre moyen de pores par unité de longueur. Ici elle vaut  $24 \text{ pores.cm}^{-1}$  [38], soit 60 pores par inch linéaire (60-ppi). Des stacks constitués de ce matériau ont déjà été testés avec succès dans des machines thermoacoustiques, aussi bien de type réfrigérateur que moteur [1, 2]. La mousse de carbone vitreux est une structure légère, rigide, cassante et facilement usinable, qui résiste jusqu'à  $300^\circ\text{C}$  dans l'air [1]. Parmi de multiples avantages en rapport avec la thermoacoustique, Adef *et coll.* [1] soulignent le fait que ce matériau présente une faible conductivité thermique et une capacité calorifique assez grande. En outre, de par la nature même de sa structure, il n'y a pas de canaux rectilignes débouchants qui mettraient en communication les deux faces du stack : par conséquent, cela réduit le rayonnement infra-rouge de la face chaude vers la face froide ainsi que les pertes dues au "streaming" acoustique<sup>2</sup> [1]. La mousse de carbone vitreux nous est fournie sous forme de plaques de 6.35 mm d'épaisseur, si bien que nous avons dû accoler 9 tranches pour obtenir le stack testé. Comme ce matériau a une structure de nature alvéolaire isotrope avec des ligaments, le fait d'avoir ici un stack composé de tranches ne doit quasiment pas influencer sur la conductivité thermique longitudinale par rapport au cas d'un stack qui serait constitué d'un seul tenant. Les longueurs respectives des stacks précédents sont dictées principalement par les cotes géométriques des matériaux disponibles. Il n'en demeure pas moins que ces longueurs restent comparables à celles des stacks en céramique décrits plus haut, ce qui autorise une comparaison des différences de température mesurées.

Tous les essais présentés dans la suite ont été réalisés avec les stacks positionnés en  $x_c = 15.5 \text{ cm}$  dans le résonateur et pour une pression acoustique crête  $P_A = 1500 \text{ Pa}$ . La distance entre les faces du stack et les grilles des échangeurs de chaleur, une fois le couplage réalisé, vaut toujours entre 0.25 et 0.5 mm environ. De l'eau pompée dans un réservoir à température ambiante est injectée dans les échangeurs de chaleur avec un débit constant d'environ  $30 \text{ ml.min}^{-1}$ .

Nature du stack		Long. $\Delta x$ [mm]	$\Delta T$ final sans échangeur [ $^\circ\text{C}$ ]	$\Delta T$ final avec échangeurs [ $^\circ\text{C}$ ]	$T_{\text{ambiante}}$ [ $^\circ\text{C}$ ]
céramique 600 CPSI	monobloc	60	17.2	3.6	24.2
	en tranches	62	18.3	3.9	26.0
céramique 900 CPSI	monobloc	60	19.6	4.1	25.1
	en tranches	61	20.4	4.7	25.0
mousse de polyester		70	17.5	3.6	24.9
mousse de carbone vitreux		58	21.4	4.7	26.7

Tableau 3.10: Influence de la nature du stack sur la différence de température  $\Delta T$  entre les faces en régime établi, sans et avec couplage à des échangeurs de chaleur. Tous les stacks testés sont positionnés en  $x_c = 15.5 \text{ cm}$  dans le résonateur et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1500 \text{ Pa}$ . La valeur de la température ambiante est donnée à titre purement indicatif.

<sup>2</sup>écoulement stationnaire du second ordre, qui est à l'origine d'un transfert de masse et qui apparaît dans les machines fonctionnant à de forts niveaux de pression acoustique (il s'agit d'un phénomène non-linéaire).

Le tableau 3.10 résume les résultats obtenus avec les différents types de stack. Concernant les stacks en céramique, le fait de réduire la taille des canaux (passage de 600 CPSI à 900 CPSI) permet d'augmenter d'environ 14% la différence de température  $\Delta T$  en régime établi en l'absence d'échangeurs de chaleur. Si l'on compare maintenant les résultats obtenus avec un stack 600 CPSI monobloc et un stack 600 CPSI en tranches, on constate que le gain apporté par la rupture de la conductivité thermique longitudinale n'est que de 6% environ. Dans le cas de la céramique 900 CPSI, ce gain vaut environ 4%. D'autres essais ont été réalisés, qui ne sont non présentés ici, pour lesquels une fine grille en nylon était intercalée entre les tranches de céramique afin d'avoir la certitude de briser la conductivité thermique longitudinale dans le stack (figure F.9). Les résultats obtenus sont tout à fait comparables à ceux que nous venons de détailler aux erreurs de mesure près. Ainsi, le fait de réduire la conductivité thermique longitudinale n'entraîne pas une augmentation de la différence de température finale sur le stack aussi grande que celle à laquelle on pourrait s'attendre en vertu des considérations théoriques évoquées plus haut [93, 80, 7]. Si l'on observe à présent le profil axial de température moyenne en régime établi sur les différents stacks en céramique (figure 3.43), on constate qu'il est toujours de nature linéaire en l'absence d'échangeurs de chaleur et qu'il tend à s'aplatir au voisinage des faces du stack lors ce dernier est couplé à des échangeurs. Le fait que le stack soit constitué d'un seul bloc ou bien de tranches n'a pas d'influence sur le profil de température.

Examinons à présent les résultats concernant les matériaux poreux. Le stack en mousse de polyester donne sensiblement la même différence de température qu'un stack en céramique 600 CPSI monobloc (tableau 3.10). Le stack en mousse de carbone vitreux est celui qui, parmi tous les stacks testés, permet de créer la plus grande différence de température  $\Delta T$  en régime établi en l'absence d'échangeurs de chaleur (tableau 3.10). Mais une fois couplé à des échangeurs, la différence de température entre ses faces est la même qu'entre les faces d'un stack 900 CPSI en tranches. L'étude du profil axial de température moyenne en régime établi sur ces stacks en matériaux poreux fait ressortir deux phénomènes intéressants (figure 3.43). Premièrement, le profil de température moyenne n'est plus linéaire après le couplage aux échangeurs de chaleur. Dans le cas du stack en mousse de polyester, on voit clairement que ce profil est arrondi et qu'il présente un maximum vers la région centrale du stack. En d'autres termes, la température au centre du stack est plus élevée que celle de la face chaude, et ce en présence d'échangeurs de chaleur. Dans le cas de la mousse de carbone vitreux, le profil ne semble même plus être linéaire sur le stack en l'absence d'échangeurs de chaleur. On remarque en effet une légère bosse sur le profil du côté de la face chaude. Le deuxième phénomène intéressant est que les profils de température moyenne en régime établi sont nettement décalés au-dessus des profils initiaux avant la mise sous tension du haut-parleur (figure 3.43). Comme nous l'avons déjà vu au paragraphe 3.2.3 dans le cas d'un stack en céramique 600 CPSI, ce comportement est l'indice d'un échauffement interne probablement lié à la dissipation visqueuse. Ceci paraît d'autant plus probable que les matériaux poreux, contrairement aux monolithes de céramique, n'offrent pas de canaux rectilignes mettant en communication directe les deux côtés du stack. Les particules d'air, oscillant autour de leur position moyenne sous l'effet de l'onde acoustique, sont donc soumises à des effets de cisaillement beaucoup plus intenses à l'intérieur des matériaux poreux.

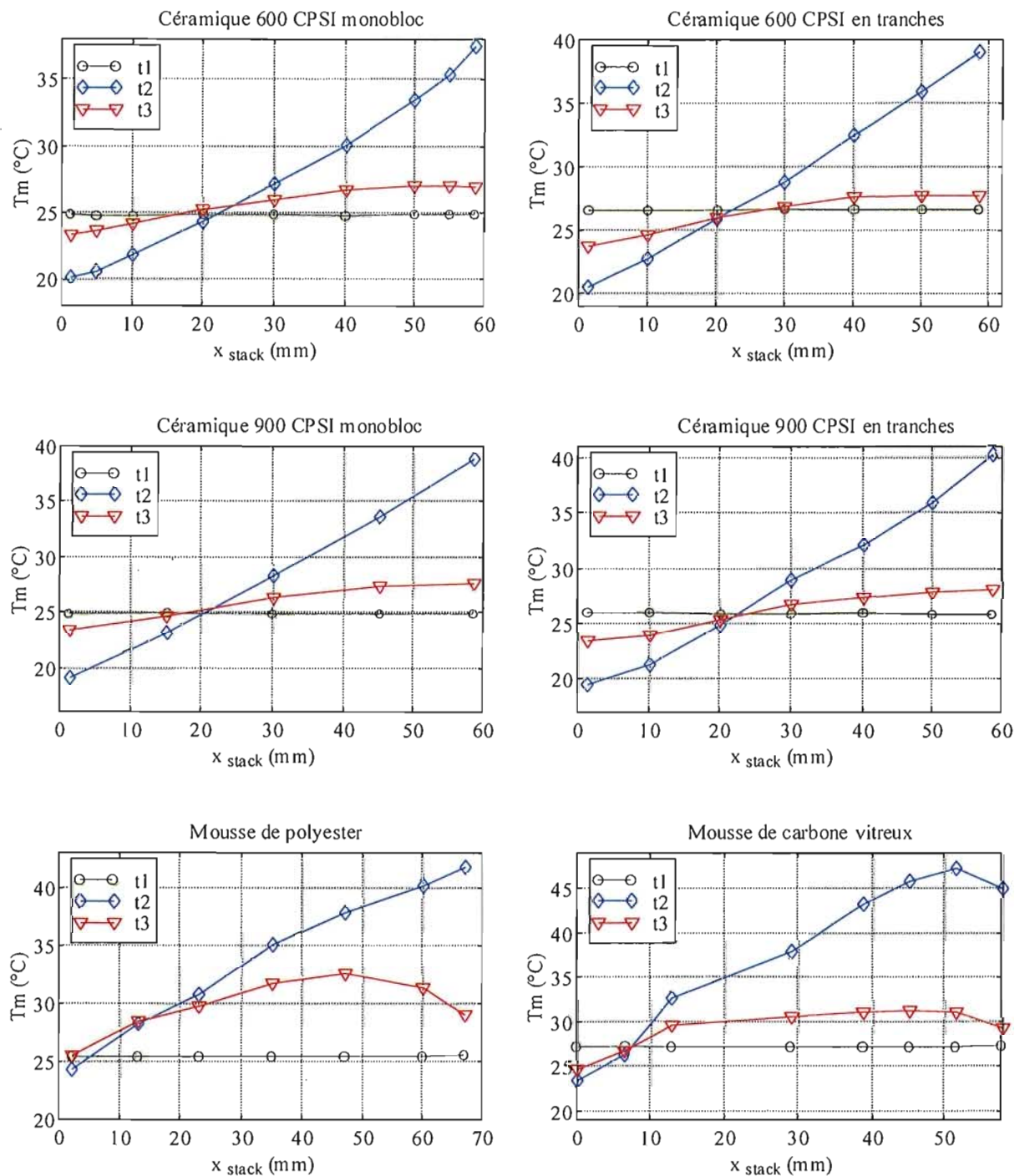


Figure 3.43: Influence de la nature du stack sur le profil axial de température moyenne entre la face chaude et la face froide : ( $t_2$ ) pour le régime établi lorsque le stack n'est pas couplé aux échangeurs de chaleur, ( $t_3$ ) pour le régime établi lorsque le stack est couplé aux deux échangeurs de chaleur. Dans chaque cas, le profil initial de température sur le stack avant la mise sous tension du haut-parleur ( $t_1$ ) est donné à titre de référence. Pour tous ces essais, le stack est positionné en  $x_c = 15.5$  cm et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1500$  Pa.

### 3.2.5 Conclusion

Aux cours des expériences précédentes, nous nous sommes intéressés à l'évolution temporelle de la distribution de température le long de l'axe d'un stack thermoacoustique depuis la mise en marche de la source acoustique jusqu'au régime établi. Les mesures ont été effectuées d'abord sur un stack en l'absence d'échangeurs de chaleur, puis sur un stack couplé à des échangeurs.

En l'absence d'échangeurs de chaleur, le profil final de température moyenne le long de l'axe du stack est linéaire, ce qui est en accord avec les théories classiques de la thermoacoustique [93, 80, 7]. De plus, lorsque l'on fait varier la position  $x_c$  du stack dans le résonateur, on peut mettre en évidence l'existence d'un échauffement uniforme le long de l'axe du stack qui se traduit par une légère dérive des températures mesurées en différents points. Cet échauffement est un phénomène qui se superpose à l'effet thermoacoustique proprement dit et qui tire manifestement son origine de la dissipation d'énergie par viscosité. Il est très rarement évoqué dans la littérature.

Nous avons étudié le couplage du stack avec *un seul* échangeur de chaleur au début, côté chaud et côté froid, puis avec *deux* échangeurs de chaleur. Les comportements observés sont conformes à l'intuition qu'on peut avoir a priori des phénomènes. Le couplage du stack avec des échangeurs de chaleur réduit la différence de température finale  $\Delta T$  entre les faces du fait que l'on extrait de l'énergie au système. Le profil axial de température moyenne n'est plus tout à fait linéaire : il a tendance à s'aplatir près des extrémités du stack.

Une étude paramétrique succincte de l'influence de la distance entre le stack et les échangeurs de chaleur montre que le couplage thermique entre ces éléments est d'autant meilleur que la distance qui les séparent est faible. Il semble que cette distance doit être inférieure typiquement au déplacement particulaire crête lié à l'onde acoustique.

Différents essais portant sur la nature du stack ont été également menés. Le fait de diminuer la conduction thermique longitudinale dans le stack n'entraîne pas une augmentation de la différence de température  $\Delta T$  entre les faces aussi importante que celle à laquelle on pourrait s'attendre d'après la théorie de Wheatley *et coll.* [93], reprise ensuite par Atchley *et coll.* [7]. Les mesures réalisées avec des matériaux poreux montrent que le profil axial de température moyenne n'est plus du tout linéaire sur un stack couplé à des échangeurs de chaleur : le profil s'arrondit et la température est plus élevée au cœur du stack que sur sa face chaude. En outre, les matériaux poreux sont le siège d'un échauffement global assez important qui est vraisemblablement liée à la dissipation d'énergie par viscosité. Des stacks présentant des canaux, qu'ils soient plans ou carrés, faisant communiquer directement les deux côtés du stack semblent donc être préférables en terme de rendement à des stacks constitués de matériaux poreux. Mais la réalisation pratique de tel canaux ne va pas sans poser des difficultés lorsqu'on cherche à miniaturiser un système thermoacoustique.

Tous les essais que nous avons présentés ici sont assez rudimentaires et certains aspects mériteraient des mesures plus approfondies. En particulier, nous n'avons étudié la distribution de température que suivant l'axe central du stack. Il aurait été intéressant d'étudier aussi la distribution de température dans le plan d'une face du stack ainsi que dans une section transversale à l'intérieur du stack. En outre, à cause de certaines carences de notre système d'acquisition et de l'instrumentation, nous n'avons pas été en mesure de faire un bilan thermique sur les échangeurs de chaleur et notamment de quantifier la puissance extraite. Toute estimation de rendement est donc exclue pour l'instant. Enfin, les mesures ont été effectuées pour un niveau de pression acoustique crête  $P_A = 1500$  Pa au maximum, ce qui est déjà assez important. Il serait



intéressant de répéter les mêmes mesures à des niveaux encore plus élevés, c'est-à-dire dans le domaine de l'acoustique non-linéaire. En effet, la plupart des prototypes opérationnels de machines thermoacoustiques fonctionnent avec des niveaux acoustiques particulièrement intenses.

Les remarques précédentes dessinent les futurs axes d'investigation ainsi que les perspectives de ce travail.



## Chapitre 4

# Mesures par la technique de vélocimétrie par images de particules sur un stack thermoacoustique

### 4.1 Introduction

Dans ce travail nous nous proposons d'étudier le champ de vitesse acoustique autour d'un empilement de plaques et dans les canaux carrés d'un monolithe de céramique, placés dans un résonateur thermoacoustique. Le dispositif expérimental est représenté schématiquement sur la figure 4.3. Il se compose d'un tube fermé jouant le rôle de résonateur dans lequel on entretient une onde acoustique stationnaire intense au moyen d'un haut-parleur placé à l'une des extrémités. Un empilement de plaques ou un monolithe de céramique est placé dans ce résonateur et se trouve ainsi soumis à un écoulement oscillant dû à l'onde acoustique stationnaire.

Nous nous intéressons ici uniquement aux caractéristiques aérodynamiques de l'écoulement oscillant et laissons de côté les phénomènes thermiques. Il s'agit d'une part de mettre en évidence les singularités de l'écoulement au niveau du bord des plaques, là où les transferts thermiques sont a priori maximaux [92]. D'autre part on souhaite connaître l'évolution temporelle du profil de vitesse au cours du cycle acoustique dans un canal plan entre deux plaques et dans un canal carré afin de voir les limites d'une théorie linéaire simplifiée [80, 4] et de valider les résultats issus de codes de calcul modélisant ce type d'écoulement [95].

Nous avons pensé au départ mener cette étude au moyen de la technique d'anémométrie à film chaud. Or il s'avère que cette méthode n'est peut-être pas la plus appropriée à la situation qui nous occupe. En effet, il s'agit d'une méthode intrusive pour laquelle le capteur (fil ou film chaud), aussi petit soit-il, risque de perturber le phénomène à mesurer (qui est de toute évidence très sensible puisqu'il s'agit d'un phénomène de couche limite). De plus, le signal électrique du capteur doit être récupéré à l'extérieur de l'enceinte résonnante avec tous les problèmes de connectique que cela suppose (raccordement de fils miniatures sur le capteur, blindage contre les parasites haute-fréquence, etc ...). Compte tenu de toutes les contraintes techniques inhérentes à cette méthode, nous avons préféré explorer la possibilité d'utiliser la technique de vélocimétrie par images de particules ("particle image velocimetry" ou PIV). Cette méthode, dédiée à l'origine aux mesures dans de véritables écoulements [10, 26, 69], n'est utilisée en acoustique que de manière récente. L'intérêt de cette méthode est double : d'une part, il s'agit d'une technique de mesure optique donc *non-intrusive* ; d'autre part, elle permet d'accéder à la mesure *globale d'un champ de vitesse* contrairement à l'anémométrie à film chaud ou à l'anémométrie laser Doppler

(ALD) qui n'autorisent que des mesures ponctuelles. Des mesures du champ acoustique par ALD dans un résonateur thermoacoustique ont déjà été réalisées au Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine et sont présentées dans la thèse de H. Bailliet [13]. La technique de PIV, quant à elle, a déjà été employée pour mesurer la vitesse acoustique dans un résonateur [43] ou dans un tube à impédance [50] ainsi que pour mesurer le streaming acoustique<sup>1</sup> [71, 76]. L'originalité de notre travail par rapport aux études précédentes est d'utiliser une technique de PIV dite "digitale" (voir plus loin) et d'avoir accès à *l'évolution temporelle de l'amplitude* du champ acoustique, aussi bien dans la section du résonateur que dans des canaux très fins.

## 4.2 Rappel de la technique de vélocimétrie par images de particules

Nous ne décrivons ici que le principe de la vélocimétrie par images de particules ("particle image velocimetry") à deux dimensions, utilisant une caméra électronique pour enregistrer les images ("2D- Digital PIV") [69]. Cette technique permet la détermination globale d'un champ de vitesse sur toute une zone d'un écoulement.

Le fluide, dont on veut étudier l'écoulement, estensemencé au moyen de fines particules capables de diffuser la lumière. Ces particules sont supposées se déplacer à la même vitesse que le fluide (figure 4.1). La zone de l'écoulement à étudier est illuminée à l'aide d'une mince nappe lumineuse issue d'un laser à impulsions. Une caméra électronique CCD ("Charge Coupled Device"), placée perpendiculairement au plan lumineux, permet d'enregistrer la position des particules en suspension sous forme d'images numériques. On procède à deux illuminations de la zone de mesure séparées par un intervalle de temps  $\Delta t$  très court, ce qui fournit deux images. L'analyse de ce doublet d'images permet de déterminer le déplacement des particules entre les deux illuminations et d'en déduire leur vitesse. Il est ainsi possible d'avoir une estimation de la vitesse instantanée du fluide en tout point de la zone de mesure.

En pratique, la zone de mesure correspond au champ optique filmé par la caméra CCD équipée d'un objectif adéquat. La taille du champ de mesure peut varier entre quelques millimètres et quelques dizaines de centimètres carrés. Afin d'être analysée, chaque image numérique du champ de mesure est découpée en petites surfaces élémentaires, appelées fenêtres d'interrogation (figure 4.2). L'hypothèse de base est que la vitesse de l'écoulement est uniforme sur chacune de ces surfaces élémentaires ou fenêtres d'interrogations. Pour chaque fenêtre d'interrogation, le déplacement  $(\Delta x, \Delta y)$  des particules entre deux illuminations est évalué grâce à une méthode statistique de corrélation croisée entre les deux images. Cette méthode est implémentée au moyen d'algorithmes FFT utilisant directement les images numériques. Une fois estimés  $\Delta x$  et  $\Delta y$ , et connaissant  $\Delta t$ , on en déduit les coordonnées du vecteur vitesse instantanée pour la fenêtre d'interrogation. (La vitesse, attribuée au centre de la fenêtre, résulte d'une moyenne spatiale sur la fenêtre.) Cette procédure est répétée sur chacune des fenêtres d'interrogation du champ de mesure (figure 4.2). Ainsi, à partir d'un couple d'images numériques, on obtient le champ global des vecteurs vitesse instantanée sur toute l'étendue de la zone de mesure.

L'illumination de la zone de mesure et l'acquisition des images numériques peuvent être synchronisées sur un signal extérieur de référence, ce qui est particulièrement utile dans le cas de phénomènes périodiques, comme une onde acoustique par exemple. On peut ainsi réaliser des moyennes conditionnelles ou moyennes de phase. En faisant varier l'instant de synchronisation,

---

<sup>1</sup>écoulement stationnaire du second ordre qui apparaît près des parois dans un résonateur pour de forts niveaux de pression acoustique à cause de la viscosité (phénomène non-linéaire).

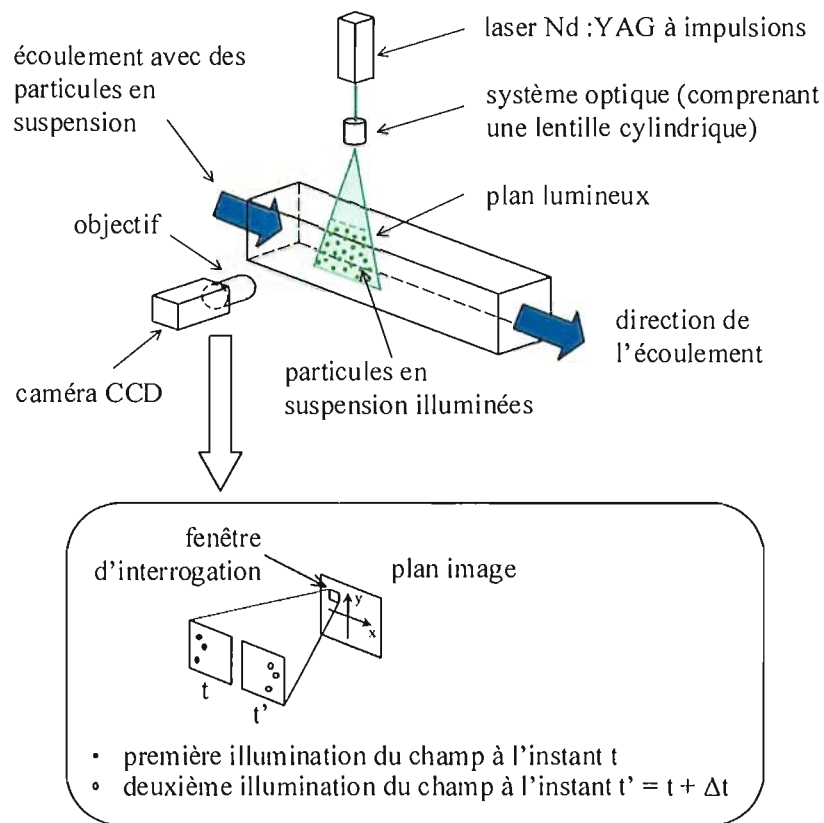


Figure 4.1: Principe de la vélocimétrie par images de particules à deux dimensions (2D-Digital PIV).

il est également possible de réaliser un balayage de phase et de déterminer les champs de vitesse correspondant à différents instants successifs du cycle acoustique. De cette façon, on peut reconstruire l'évolution temporelle du champ de vitesse acoustique au cours d'un cycle.

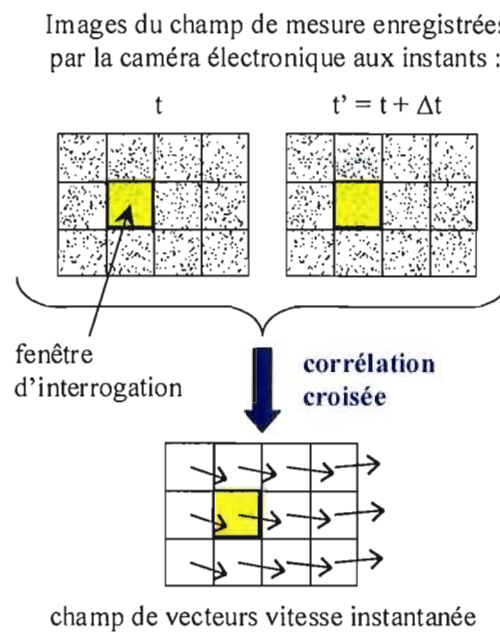


Figure 4.2: Vélométrie par images de particules : notions de fenêtre d'interrogation et de corrélation croisée entre les images afin d'estimer le déplacement (et donc la vitesse) des particules en suspension dans l'écoulement.

## 4.3 Dispositif expérimental

### 4.3.1 Description générale

Le dispositif expérimental est composé d'un tube carré en Plexiglas transparent d'une longueur intérieure  $L = 86$  cm (figures 4.3 et F.12). La section intérieure a pour dimensions  $80 \times 80$  mm<sup>2</sup> et les parois en Plexiglas ont une épaisseur de 15 mm. A l'une des extrémités est raccordé un haut-parleur, tandis que l'autre extrémité est fermée. Le volume intérieur du tube est étanche et rempli d'air à pression et température ambiantes. L'enceinte ainsi réalisée sert de résonateur acoustique que l'on excite sur sa première fréquence de résonance à l'aide du haut-parleur. La fréquence de résonance exacte, dépendant des "objets" introduits dans le résonateur, est déterminée avant chaque mesure par un balayage en sinus. Néanmoins, l'expérience montre qu'elle est toujours comprise entre 200 et 210 Hz. Pendant les mesures, le haut-parleur entretient une onde acoustique plane stationnaire d'intensité constante très élevée. Cette intensité est caractérisée par la valeur de la pression acoustique crête  $P_A$  mesurée au niveau de la membrane du haut-parleur. La position suivant l'axe du tube de l'empilement de plaques (ou du monolithe de céramique poreuse) est repérée par l'abscisse  $x_c$  de son centre comptée à partir de la membrane du haut-parleur (figure 4.3).

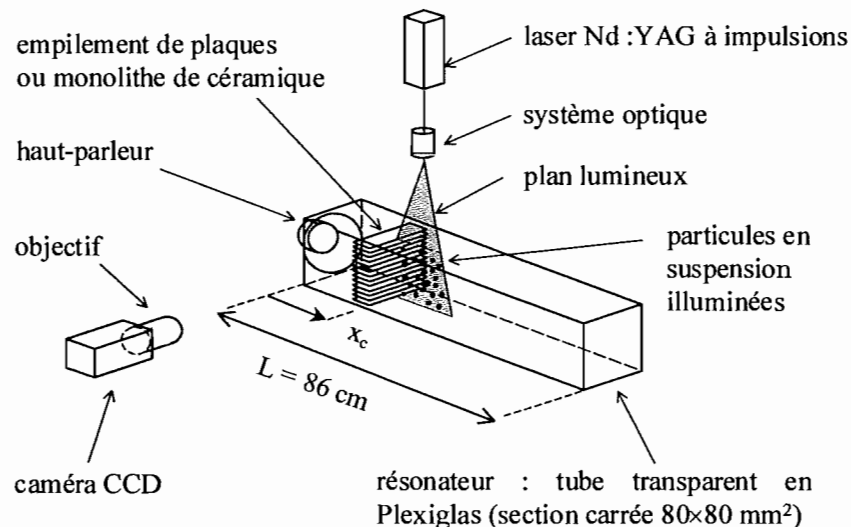


Figure 4.3: Vue schématique du dispositif expérimental de vélocimétrie par images de particules à deux dimensions.

L'ensemencement de l'air dans le tube est assuré par de la fumée à base de particules de paraffine, dont la granulométrie moyenne est comprise entre 1 et 4 micromètres. Les mesures sont réalisées au moyen d'un système commercial Dantec-Flow Map PIV 2000. Ce dernier utilise un laser de type Nd:YAG doublé en fréquence ( $\lambda_{\text{opt}} = 532$  nm), à impulsions déclenchées ("Q-switched"), d'une énergie maximale de 150 mJ par impulsion, et dont la cadence de répétition est de l'ordre de 10 Hz. Afin de contrôler précisément l'intervalle de temps  $\Delta t$  entre deux illuminations, le système possède en fait deux cavités laser parallèles dont les faisceaux sont superposés après émission. La synchronisation de l'illumination du champ de mesure par la nappe laser (dont l'épaisseur est comprise entre 0.5 et 1 mm) et de l'acquisition des images par la caméra électronique (1K  $\times$  1K pixels) fonctionnant en intercorrélacion est entièrement gérée par un processeur externe relié à un ordinateur. Le post-traitement en temps réel des images numériques par le processeur externe (au moyen du logiciel FlowManager v3.12 de Dantec)

permet d'obtenir immédiatement les champs de vecteurs vitesse, qui sont alors stockés dans une mémoire de masse.

L'acquisition des images est synchronisée sur le signal électrique sinusoïdal d'excitation du haut-parleur. A partir de ce signal, on définit arbitrairement un instant de référence  $t_0$  ainsi que 8 ou 16 phases régulièrement réparties au cours du cycle acoustique (cf. figure 4.4). On peut ainsi effectuer un grand nombre de mesures pour une phase donnée du cycle et réaliser une moyenne conditionnelle. En général, une moyenne porte sur 50 ou 100 réalisations pour obtenir un champ de vitesse correspondant à une phase donnée du cycle acoustique (ce qui est amplement suffisant compte tenu de la "reproductibilité" de l'écoulement).

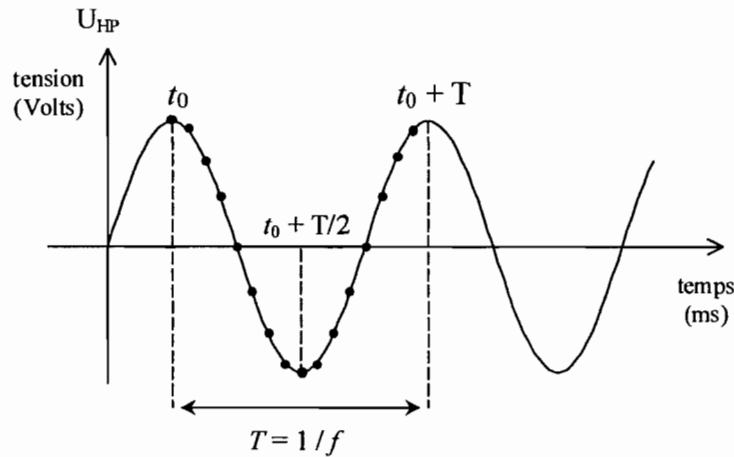


Figure 4.4: Le haut-parleur est alimenté par une tension sinusoïdale dont la fréquence correspond à la fréquence de résonance acoustique du système (tube+empilement). L'instant  $t_0$  qui sert de référence correspond à un maximum du signal électrique d'excitation. De-là on définit les instants  $t_0 + T/16$ ,  $t_0 + T/8$ ,  $T_0 + 3T/16$ , etc ...

### 4.3.2 Mise au point de la technique de mesure

Le rapport signal à bruit des images de la caméra électronique conditionne la qualité et la précision des mesures de la vitesse acoustique. Ce rapport signal à bruit est très sensible à deux paramètres : l'ensemencement de l'air par les particules et les conditions d'éclairage par le plan lumineux du laser. La moindre altération de l'un de ces paramètres entraîne une dégradation immédiate des champs de vecteurs déduits des images numériques.

#### 4.3.2.1 Ensemencement

Concernant, l'ensemencement, une première méthode consiste à introduire au préalable de la fumée dans le tube par un orifice, puis à procéder aux mesures. L'inconvénient est que, pendant les premières secondes, la densité de particules est trop élevée, et parfois inhomogène, pour pouvoir exploiter les images. Ensuite la densité des particules diminue au fur et à mesure qu'elles se déposent sur les parois à l'intérieur du tube jusqu'à devenir trop faible pour réaliser une mesure. On dispose donc d'un laps de temps restreint pendant lequel les mesures sont possibles, tout en sachant que la densité des particules sera en diminution constante au cours de l'acquisition des données.

Une deuxième méthode a permis d'obtenir les meilleurs résultats : elle consiste à injecter de manière continue de la fumée dans le résonateur pendant les mesures au moyen d'un tube



capillaire traversant une paroi. Un second tube capillaire placé à l'autre extrémité du résonateur joue le rôle de fuite et évite toute surpression, même légère, due à l'injection de masse. De cette manière la membrane du haut-parleur, qui est en fonctionnement, ne subit aucun effort. De plus, avant d'être injectée dans le résonateur par le tube capillaire, la fumée à base d'huile de paraffine sortant du générateur (Dantec) est filtrée par plusieurs couches de grilles Nylon afin d'éliminer les gouttes les plus grosses dues à la condensation dans le tuyau d'éjection. Grâce à ce dispositif, il est possible de maintenir à l'intérieur du résonateur un ensemencement en particules constant et homogène, ce qui améliore nettement la qualité des images et la durée continue d'expérimentation. En effet, contrairement à la première méthode, il est inutile d'arrêter régulièrement l'acquisition de données pour ré-ensemencer l'air dans le résonateur. En outre, il s'avère qu'avec la seconde méthode, l'on injecte au total moins de fumée dans le résonateur, ce qui évite d'avoir à nettoyer trop souvent les parois internes pour conserver une bonne transparence optique. En effet, la fumée utilisée, à base d'huile de paraffine, finit par laisser un film gras sur toutes les surfaces à l'intérieur du résonateur, y compris sur les plaques des empilements (possibilité de forte accumulation locale de particules jusqu'à la formation de petites gouttelettes...). Ajoutons enfin que le meilleur ensemencement assuré par cette seconde méthode permet de travailler avec des impulsions laser d'énergie plus faible, ce qui évite de noircir les parois en Plexiglas du résonateur (opacification irréversible du Plexiglas due à un échauffement local au sein même la matière, voir également infra).

#### 4.3.2.2 Eclairage par le plan laser

Concernant l'éclairage par le plan laser, nous avons commencé par illuminer un empilement de plaques en verre par un faisceau dont la direction était normale aux faces des plaques. Premier problème : on constate que le verre absorbe beaucoup la lumière et entraîne une atténuation sensible de l'intensité lumineuse du plan laser, ce qui dégrade le rapport signal à bruit des images pour les zones situées entre les plaques. Ce phénomène s'accroît avec l'encrassement des plaques dû au dépôt d'huile de paraffine. Il est alors nécessaire d'augmenter notablement la puissance du faisceau laser, ce qui n'est pas toujours possible à cause des réflexions sur les arêtes des objets éclairés, qui entraînent une saturation de certains pixels du capteur CCD de la caméra (risque d'endommagement). En outre, lorsque le champ de mesure couvre à la fois une zone entre les plaques et une zone hors de l'empilement, les images sont divisées en deux parties où l'éclairage est très différent pour les raisons évoquées précédemment, ce qui gêne le post-traitement et ne permet pas d'extraire un champ de vecteurs vitesse valides sur toute l'étendue du champ de mesure. Les réflexions sur les arêtes des plaques, qui créent des points de surbrillance sur les images, perturbent également la détermination du champ de vecteurs vitesse dans certaines zones (présence de "trous" dans le champ de mesure).

Afin de pallier ces problèmes, nous avons essayé d'éclairer l'empilement en inclinant la tête laser (éclairage avec incidence). Malgré les quelques améliorations apportées, cette solution n'est pas satisfaisante. En particulier, lorsqu'on filme une zone située à la sortie des canaux inter-plaques, on voit sur les images l'ombre portée du bord des plaques, ce qui se ressent également sur les champs de vecteurs.

Nous sommes arrivés à la conclusion qu'il fallait éclairer l'empilement de plaques parallèlement à l'axe du tube. A cette fin, nous avons placé un miroir incliné à  $45^\circ$  dans une cavité morte à l'extrémité du tube opposée à celle du haut-parleur. Or cette solution ne donne aucun résultat pour plusieurs raisons. D'une part, on traverse deux épaisseurs de 15 mm de Plexiglas, plus une épaisseur minimale de 43 cm de fumée, ce qui dégrade à la fois la qualité et l'intensité du plan laser. Les images réalisées de cette manière sont inexploitable. D'autre part, aucun des deux

miroirs utilisés alors n'a résisté à la forte intensité des impulsions laser, forte intensité nécessaire pour maintenir un éclairage suffisant au niveau du champ de mesure malgré les phénomènes d'atténuation. La dégradation rapide des surfaces réfléchissantes des miroirs nous a conduit à abandonner cette méthode déjà peu prometteuse. Ajoutons que les parois en Plexiglas ont également été noircies par le faisceau laser plus intense qu'à l'accoutumée.

Conservant l'idée qu'il fallait éclairer l'empilement de plaques parallèlement à l'axe du résonateur, et ce, sans traverser trop de parois, ni trop de fumée, nous sommes arrivés à la solution suivante, qui a donné d'excellents résultats lorsqu'elle est associée à un ensemencement continu en particules à l'intérieur du résonateur (voir supra). Cette solution consiste à placer une tranche très étroite de miroir, inclinée à  $45^\circ$ , directement à l'intérieur du résonateur, suffisamment près de la zone de mesure (figures 4.5 et F.13). De cette façon, le plan lumineux issu du laser ne traverse qu'une seule paroi en Plexiglas et une épaisseur réduite de fumée. Afin de minimiser les perturbations du champ de l'onde acoustique, la largeur de la tranche de miroir n'exécède pas 5 mm et celle de son support profilé en Duralumin vaut 4 mm. La tranche de miroir est découpée dans un wafer de silicium ( $Si\{100\}$ ) pour applications électroniques, cette surface de silicium résistant relativement bien aux impacts répétés du faisceau laser et ayant un bon coefficient de réflexion.

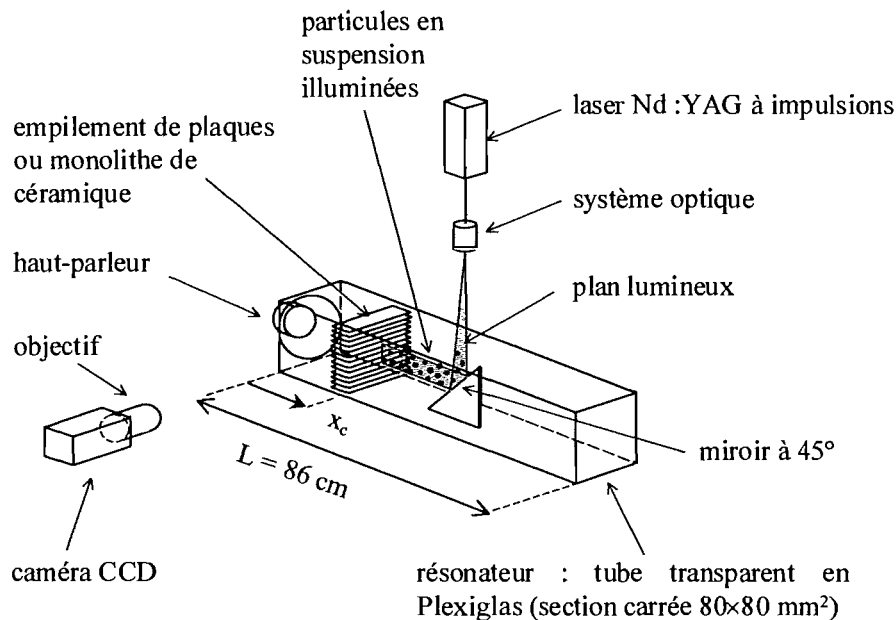


Figure 4.5: Vue schématique du dispositif expérimental de vélocimétrie par images de particules, utilisant un miroir à  $45^\circ$  pour renvoyer la lumière du plan laser parallèlement à l'axe du tube.

#### 4.3.2.3 Champs de petite taille

La réalisation de mesures sur des champs de faible taille (quelques millimètres carrés) ne pose, quant à elle, pas des difficultés particulières dans la mesure où l'on équipe la caméra de l'objectif approprié. Le problème est d'obtenir un grossissement suffisant de l'image tout en conservant une distance minimale entre l'objet et l'objectif. Il faut également rester attentif à la luminosité et à la profondeur de champ du système optique retenu. Une luminosité trop faible oblige à augmenter l'intensité des impulsions laser (avec les inconvénients déjà évoqués que cela implique). Une profondeur de champ trop faible dégrade les champs de vitesse mesurés du fait

que des particules entrent ou sortent du plan objet entre l'acquisition de deux images (d'où une perte de corrélation).

Nous avons obtenus les meilleurs résultats avec un objectif pour microscopie Nikon  $\times 10$  à mise au point fixe. L'idéal serait de disposer d'un zoom macro (à monture C). Il est en outre indispensable de monter tous les éléments (résonateur + caméra + optique laser) sur un système très rigide composé de rails et de crémaillères afin de conserver la parfaite mise au point de la caméra pendant la durée des mesures (en dépit des vibrations de toute nature) et au moment des ajustements en position.

#### 4.4 Validation de la mesure d'un champ acoustique par PIV

Avant de considérer l'écoulement acoustique autour d'un empilement de plaques ou dans des petits canaux, nous avons cherché à voir les limites de validité de la mesure d'une vitesse acoustique par la technique de vélocimétrie par images de particules.

Pour ce faire, nous utilisons le résonateur décrit précédemment, vide de tout empilement de plaques, que nous excitons sur sa première fréquence de résonance ("résonance en  $\lambda/2$ "), c'est-à-dire que  $f \simeq a/(2L)$  de telle sorte que  $L \simeq \lambda/2$ ,  $\lambda$  désignant la longueur d'onde acoustique et  $L$  la longueur du tube. On entretient de cette façon une onde plane stationnaire connue, dont les profils de pression et de vitesse acoustiques peuvent être décrits très simplement de manière analytique. En notation complexe avec une dépendance temporelle en  $e^{+i\omega t}$ , ces profils s'écrivent :

$$p_1(x) = P_A \cos(kx) , \quad (4.1)$$

$$u_1(x) = -i u_A \sin(kx) \quad (4.2)$$

$$\text{avec } u_A = P_A/(\rho_m a) , \quad (4.3)$$

où  $k$  désigne le nombre d'onde acoustique (ici  $k \simeq \pi/L$ ).

Les valeurs physiques réelles s'obtiennent en prenant la partie réelle des quantités complexes  $p_1(x) e^{i\omega t}$  et  $u_1(x) e^{i\omega t}$  :

$$p(x, t) = \text{Re} [p_1(x) e^{i\omega t}] = P_A \cos(kx) \cos(\omega t) , \quad (4.4)$$

$$u(x, t) = \text{Re} [u_1(x) e^{i\omega t}] = u_A \sin(kx) \sin(\omega t) . \quad (4.5)$$

Ainsi les valeurs mesurées pour la vitesse, qui n'a a priori qu'une seule composante suivant l'axe du tube, peuvent être comparées aux prédictions théoriques.

Sur la figure 4.7 sont présentés les champs de vitesse acoustique correspondant à deux instants du cycle séparés par une demi-période. Le champ de mesure, dont la taille vaut  $96.2 \times 77 \text{ mm}^2$  et qui est centré autour de la position  $x = L/4 = 21.5 \text{ cm}$ , couvre quasiment toute la hauteur de la section du tube (voir figure 4.6). On remarque d'une part l'inversion du sens de l'écoulement entre les deux instants du cycle, d'autre part l'uniformité de la vitesse sur toute la hauteur de la section du tube. Cette uniformité de la vitesse dans une section est conforme à la définition d'une onde plane et peut se vérifier de manière rigoureuse en traçant les profils de vitesse sur la hauteur du tube à différents instants du cycle (figure 4.8). Notons tout de suite que des champs de cette taille ne permettent pas une évaluation quantitative précise de la valeur de la vitesse acoustique pour les raisons développées plus loin.

Les difficultés expérimentales pour mesurer la vitesse acoustique sont liées à deux aspects. D'une part, l'onde acoustique se traduit par un écoulement dont la vitesse oscille de manière très rapide autour d'une valeur moyenne nulle. Dans nos essais, la fréquence de l'onde acoustique est voisine de 200 Hz, d'où une période caractéristique d'environ 5 millisecondes pour le phénomène. Ainsi, toutes les 2.5 millisecondes environ l'écoulement change de sens. D'autre part, le déplacement des particules lié à l'intensité de l'onde acoustique, caractérisée par la pression crête  $P_A$ , n'excède pas 3 à 4 millimètres au maximum. Or il est nécessaire que les particules se déplacent suffisamment entre deux images successives si l'on veut une précision acceptable sur les valeurs mesurées (méthode de corrélation croisée). Par conséquent, il faut soit augmenter le temps entre l'acquisition de deux images, soit augmenter le grossissement de l'image. Le phénomène que l'on cherche à mesurer ici varie de manière sinusoïdale au cours du temps, donc une précision acceptable sur la mesure à un instant donné requiert que le temps entre deux images n'excède pas une fraction de la période caractéristique. Dans notre situation, nous sommes donc amenés à jouer sur le grossissement et à travailler avec des champs dont la taille est très réduite : typiquement quelques dizaines de millimètres carrés de côté. Ainsi les champs présentés sur la figure 4.7 ne permettent qu'une approche qualitative du phénomène.

Afin d'étudier le champ acoustique de manière quantitative, nous avons réalisé des mesures sur une zone de  $9.4 \times 7.5 \text{ mm}^2$  situé à  $x = 21.2 \text{ cm} \simeq L/4$  du haut-parleur, au centre de la section du tube donc loin de toute paroi (figure 4.9). Cette position correspond approximativement à  $x \simeq \lambda/8$  dans le champ d'onde stationnaire, donc à mi-chemin entre un nœud et un ventre de vitesse acoustique. Expérimentalement, la fréquence de résonance du tube vide vaut  $f = 209.3 \text{ Hz}$ .

Sur la figure 4.10 sont présentés les champs de vitesse acoustique mesurés pour une pression acoustique crête de 500 Pa et qui correspondent à deux instants du cycle séparés par une demi-période. La figure 4.11 présente les mêmes champs mesurés pour une pression acoustique crête de 1500 Pa. Comme précédemment, on voit très bien l'inversion du sens de l'écoulement entre les deux phases du cycle. On peut réaliser de cette façon des mesures pour 16 instants équirépartis au cours du cycle acoustique et estimer la valeur de la vitesse en  $x = L/4 = 21.5 \text{ cm}$ . Sur la figure 4.12 sont tracées les variations au cours du temps de la vitesse acoustique mesurée pour les deux niveaux de pression acoustique crête :  $P_A = 500 \text{ Pa}$  et  $P_A = 1500 \text{ Pa}$  (respectivement 144.9 dB et 154.5 dB re  $20 \mu\text{Pa}$ ). On constate que les valeurs expérimentales suivent bien une évolution de type sinusoïdal au cours du temps. Nous avons réalisé une interpolation de ces valeurs par un modèle théorique d'onde acoustique plane stationnaire composé du fondamental et des deux premiers harmoniques (figure 4.12), la vitesse acoustique théorique ayant pour expression :

$$u_{\text{théo}} = H_1 \cdot \sin(kx) \cdot \sin(\omega t + \phi) + H_2 \cdot \sin(2kx) \cdot \sin(2 \times (\omega t + \phi)) + H_3 \cdot \sin(3kx) \cdot \sin(3 \times (\omega t + \phi)) , \quad (4.6)$$

où  $H_1$ ,  $H_2$  et  $H_3$  désignent respectivement l'amplitude du fondamental et des deux premiers harmoniques.  $\omega$  est la pulsation de l'onde acoustique ( $\omega = 2\pi f$ ) et  $\phi$  est un déphasage introduit dans l'équation de manière à se caler sur l'évolution temporelle expérimentale de la vitesse. La prise en compte de la contribution des deux premiers harmoniques permet d'améliorer l'interpolation, en particulier pour le cas à 1500 Pa.

Le tableau 4.1 résume les résultats de l'interpolation des données expérimentales par le modèle théorique décrit par l'équation (4.6). On peut noter une importante distorsion harmonique à 1500 Pa, ce qui n'est pas surprenant pour une telle intensité acoustique. Les taux

$P_A$ (Pa)	dB	$u_{\text{crête expé}}/u_{\text{crête théo}}$	$H_2/H_1$	$H_3/H_1$
500	144.9	0.88	2.0 %	0.6 %
1500	154.5	0.93	5.9 %	0.2 %

Tableau 4.1: Interpolation par un modèle théorique de l'évolution temporelle des valeurs expérimentales de la vitesse acoustique.

d'harmoniques relevés ici sont du même ordre de grandeur que ceux qui avaient été mesurés au cours d'autres expériences dans un résonateur cylindrique contenant un empilement de plaques (voir Réf. [29] p 30). Ces résultats montrent qu'on se situe manifestement dans le domaine de l'acoustique faiblement non-linéaire. Par ailleurs, on constate que, pour les deux niveaux de pression, la valeur crête mesurée pour la vitesse acoustique est inférieure à la valeur crête calculée grâce au modèle analytique d'onde plane stationnaire à partir de la valeur de la pression  $P_A$ . Cette légère différence peut s'expliquer d'une part par les erreurs de mesure sur la pression acoustique crête  $P_A$  qui est injectée dans la formule théorique (4.6) et les erreurs de mesure propres à la technique de vélocimétrie par images de particules, d'autre part par d'éventuelles pertes non identifiées dans le résonateur. Toutefois, on peut affirmer que l'accord est relativement bon entre l'expérience et la théorie.

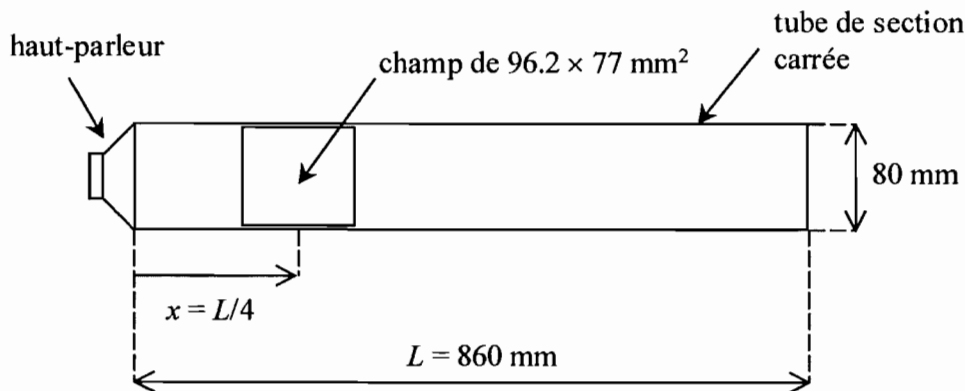


Figure 4.6: Vue schématique de la zone de mesure filmée par la caméra dans le résonateur vide. Le champ de  $96.2 \times 77 \text{ mm}^2$  est centré autour de la position  $x = L/4 = 21.5 \text{ cm}$  et couvre quasiment toute la hauteur du tube.

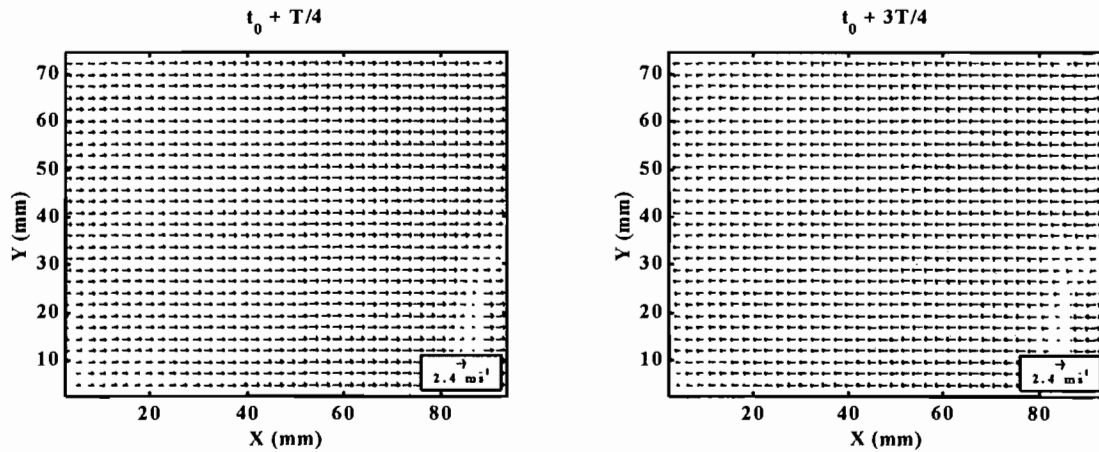


Figure 4.7: Champs de vitesse acoustique mesurés dans le résonateur vide (voir figure 4.6). Le champ est centré autour de la position  $x = L/4 = 21.5$  cm et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1500$  Pa. Les deux champs correspondent aux instants  $t + T/4$  et  $t + 3T/4$ , et sont donc séparés d'une demi-période acoustique dans le temps ( $T$  désignant la période de l'onde acoustique stationnaire). C'est à ces instants que l'amplitude de la vitesse de l'onde se rapproche de son maximum dans un sens puis dans l'autre.

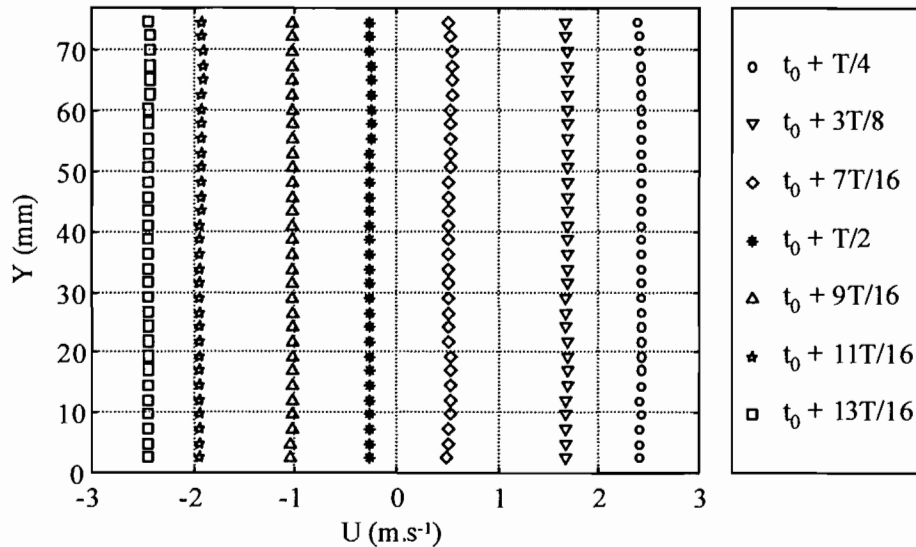


Figure 4.8: Exemples de profils de vitesse acoustique extraits de champs mesurés dans le résonateur vide (voir figure 4.6). Les profils sont extraits suivant la hauteur de la section du tube pour la position  $x = L/4 = 21.5$  cm et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1500$  Pa. Les profils présentés correspondent à différents instants du cycle acoustique. ( $T$  désigne la période de l'onde acoustique stationnaire.)

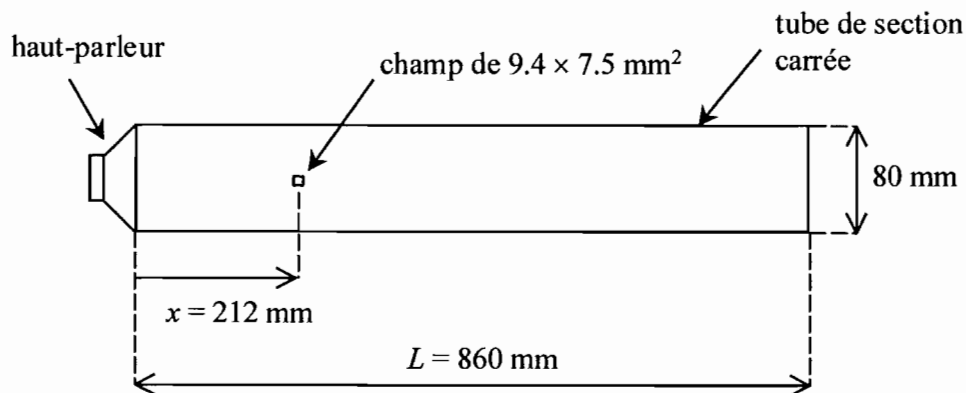


Figure 4.9: Vue schématique de la zone de mesure filmée par la caméra dans le résonateur vide. Le champ de  $9.4 \times 7.5 \text{ mm}^2$  est centré autour de la position  $x = 21.2 \text{ cm} \simeq L/4$ .

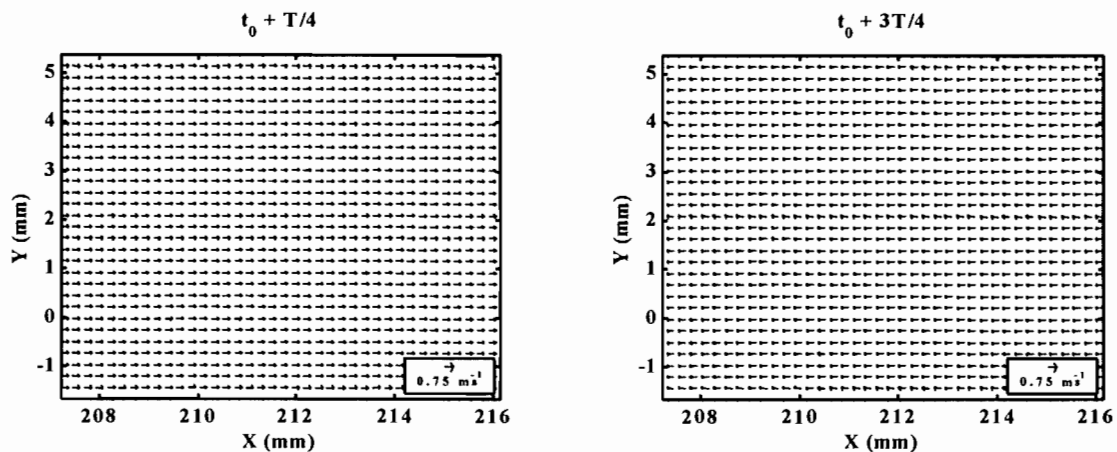


Figure 4.10: Champs de vitesse acoustique mesurés dans le résonateur vide (voir figure 4.9). Le champ est centré autour de la position  $x = 21.2 \text{ cm} \simeq L/4$  et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 500 \text{ Pa}$ . Les deux champs correspondent aux instants  $t + T/4$  et  $t + 3T/4$ , et sont donc séparés d'une demi-période acoustique dans le temps ( $T$  désignant la période de l'onde acoustique stationnaire). C'est à ces instants que l'amplitude de la vitesse de l'onde se rapproche de son maximum dans un sens puis dans l'autre.

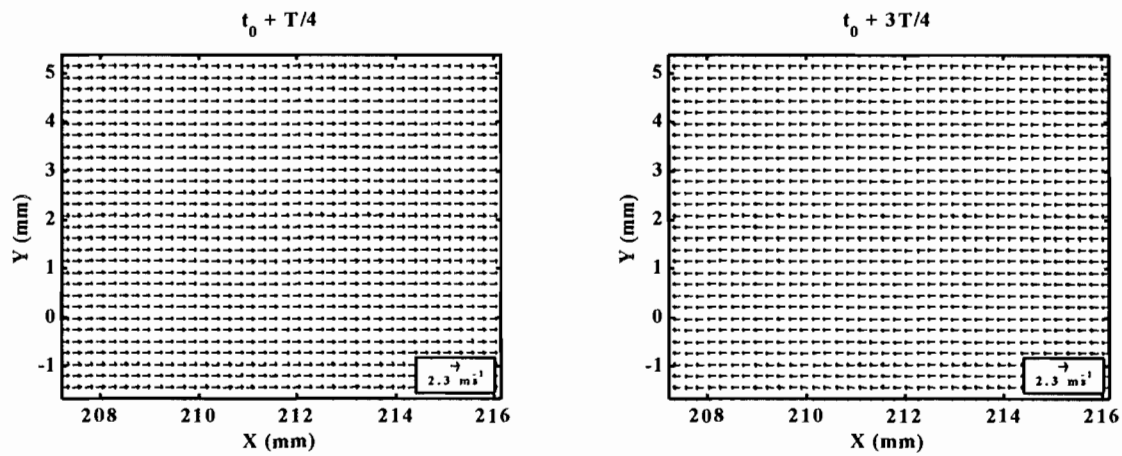


Figure 4.11: Champs de vitesse acoustique mesurés dans le résonateur vide (voir figure 4.9). Le champ est centré autour de la position  $x = 21.2 \text{ cm} \simeq L/4$  et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1500 \text{ Pa}$ . Les deux champs correspondent aux instants  $t + T/4$  et  $t + 3T/4$ , et sont donc séparés d'une demi-période acoustique dans le temps ( $T$  désignant la période de l'onde acoustique stationnaire). C'est à ces instants que l'amplitude de la vitesse de l'onde se rapproche de son maximum dans un sens puis dans l'autre.



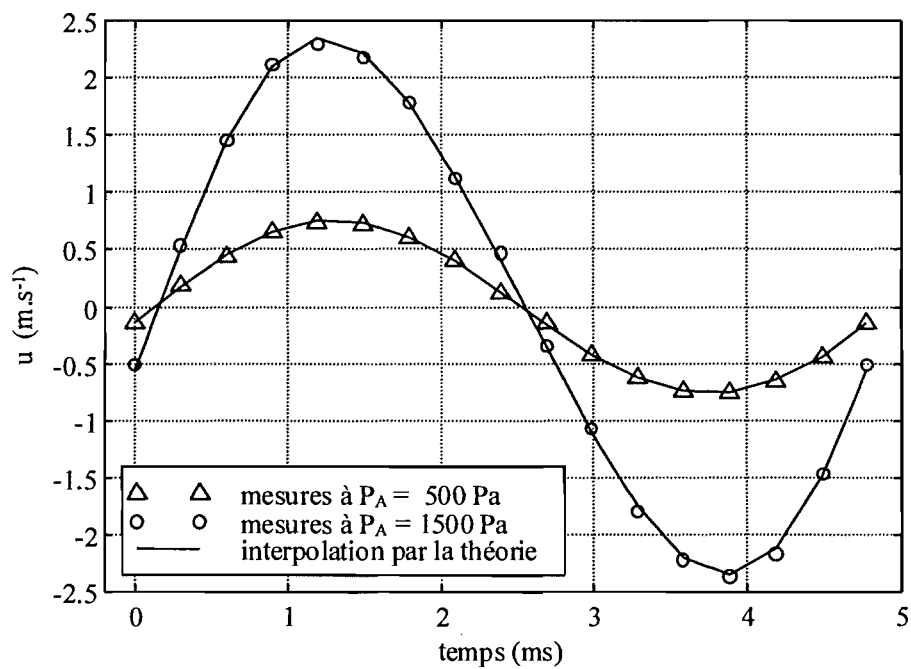


Figure 4.12: Evolution temporelle de la vitesse acoustique au cours d'un cycle en  $x = L/4 = 21.5$  cm : valeurs expérimentales à  $P_A = 500$  Pa et  $P_A = 1500$  Pa, et interpolation par un modèle théorique d'onde plane stationnaire, prenant en compte la contribution du fondamental et des deux premiers harmoniques.

## 4.5 Mesures sur des empilements de plaques

Les empilements de plaques étudiés (voir tableau 4.2) sont constitués d'un assemblage rigide de lames de verre parallèles, régulièrement espacées. Précisons que l'effet thermoacoustique sur ces empilements est négligeable à cause des propriétés physiques défavorables du verre. Cependant, comme nous l'avons déjà précisé, nous ne nous intéressons ici qu'à l'écoulement acoustique autour des plaques et non à des aspects thermiques. D'un point de vue thermoacoustique, les plaques de l'empilement A (voir tableau 4.2) sont relativement épaisses et fortement espacées par rapport à un empilement qu'on trouverait dans un système thermoacoustique réel. Au contraire, l'empilement B (voir tableau 4.2) a des cotes géométriques tout à fait réalistes. Si les plaques de cet empilement étaient constituées par exemple de Mylar au lieu de verre, l'effet thermoacoustique se manifesterait par une différence de température significative entre les deux faces.

	empilement A "plaques épaisses"	empilement B "plaques fines"
épaisseur des plaques $d$ (mm)	1.0	0.15
espacement entre les plaques $h$ (mm)	2.0	1.0
longueur des plaques suivant l'axe du tube (mm)	25.8	24.0

Tableau 4.2: Résumé des caractéristiques géométriques des empilements de plaques.

Dans les systèmes thermoacoustiques, une échelle de longueur caractéristique est l'épaisseur de couche limite visqueuse acoustique définie par  $\delta_\nu = \sqrt{2\nu/\omega}$ , où  $\nu$  est la viscosité cinématique du fluide et  $\omega$  la pulsation de l'onde acoustique ( $\omega = 2\pi f$  avec  $f$  la fréquence de l'onde). Pour l'expérience réalisée ici avec de l'air et une fréquence d'environ 200 Hz, l'épaisseur de couche limite visqueuse vaut  $\delta_\nu \simeq 0.15$  mm. Ainsi si l'on veut caractériser l'espacement  $h$  entre deux plaques, on considère le rapport  $h/\delta_\nu$ . Dans le cas de l'empilement A, le rapport  $h/\delta_\nu$  valant environ 13, le canal entre deux plaques est quasiment assimilable, du point de vue acoustique, à une conduite large. Dans le cas de l'empilement B, le rapport  $h/\delta_\nu$  vaut 6.7 et les effets visqueux vont notablement modifier le profil de vitesse acoustique dans la section du canal.

### 4.5.1 Mesures sur l'empilement A ("plaques épaisses")

La figure F.10 présente une photographie du dispositif expérimental. L'empilement est réalisé à l'aide de lames en verre (lames porte-objet de microscopie) dont les bords sont collés sur des montants latéraux (demi-lames en verre). Ces montants latéraux étant plus étroits que les lames de verre, on dispose d'un accès optique pour observer les phénomènes dans les (5) premiers millimètres des canaux inter-plaques.

Des mesures ont été réalisées sur un champ de dimension restreinte ( $4.2 \times 4.2$  mm<sup>2</sup>) afin de caractériser finement l'écoulement entre deux plaques adjacentes, ainsi que sur un champ plus large ( $15.6 \times 15.5$  mm<sup>2</sup>) afin d'observer la propagation éventuelle de perturbations loin des plaques de l'empilement.

La figure 4.13 montre l'évolution temporelle du champ de vitesse acoustique en sortie de l'empilement de plaques A sur une zone de  $4.2 \times 4.2$  mm<sup>2</sup>. Le cycle acoustique a été décomposé en 8 phases arbitraires équiréparties, auxquelles ont été ajoutées 2 phases intermédiaires jugées intéressantes. On distingue nettement l'inversion du sens de l'écoulement lié à l'oscillation acoustique. De plus, les mesures synchronisées permettent d'analyser, au cours du cycle, le processus de formation et de destruction de structures tourbillonnaires localisées au bord des plaques.

Ce type de structures tourbillonnaires est susceptible de jouer un rôle dans les mécanismes de transferts thermiques entre le fluide et les plaques dans un système thermoacoustique réel.

La figure 4.14 reprend deux champs de vitesse de la figure 4.13, mesurés à deux instants différents du cycle acoustique, auxquels sont superposées des cartographies de la vorticité. Lorsque l'écoulement sort du canal inter-plaques, les effets visqueux génèrent deux tourbillons contrarotatifs, tourbillons qui restent attachés au bord des plaques durant l'intégralité de la phase d'expulsion du fluide. Dans la deuxième moitié du cycle, le sens de l'écoulement oscillant est inversé et le fluide pénètre entre les deux plaques. Dans les conditions de fonctionnement du dispositif, il n'apparaît pas de décollement au contournement des coins situés au bord des plaques.

La figure 4.15 montre le champ de vitesse acoustique, ainsi que le champ de vorticité associé, en sortie de l'empilement de plaques A mesurés à trois instants consécutifs du cycle sur une zone de  $4.2 \times 4.2 \text{ mm}^2$ . Les cartographies de vorticité mettent en évidence la localisation des zones tourbillonnaires. La figure 4.16 montre les mêmes informations mais sur une zone plus large de  $15.6 \times 15.5 \text{ mm}^2$ . Le passage de la figure 4.15 à la figure 4.16 revient à faire un zoom arrière, à ceci près que la figure 4.15 présente des mesures réalisées avec l'empilement positionné en  $x_c = L/4$ , alors que la figure 4.16 présente des mesures lorsque ce dernier est positionné en  $x_c = L/2$ . L'expérience montre que les phénomènes ne changent pas avec la position  $x_c$ , seule leur amplitude varie. Ainsi, la position  $x_c = L/2$  correspondant à un ventre de vitesse, les amplitudes mesurées dans ce cas sont plus élevées que pour  $x_c = L/4$ . On constate que les tourbillons naissant près du bord des plaques restent "attachés" et ne se propagent pas loin de l'empilement. Les sillages tourbillonnaires disparaissent en effet très rapidement lorsqu'on s'éloigne de l'empilement et il n'existe pas de grosses structures tourbillonnaires de la taille de l'espace inter-plaques en dehors de l'empilement. Par conséquent, on peut dire que les perturbations du champ de vitesse acoustique restent localisées au niveau de l'empilement de plaques et n'affectent pas le reste du résonateur.

Notons que Wetzels & Herman [92] ont étudié la structure de l'écoulement et les transferts thermiques autour d'un empilement composé de deux plaques de 3 mm d'épaisseur, espacées de 3 mm. (Dans leur expérience  $f = 337 \text{ Hz}$ , d'où  $\delta_\nu \simeq 0.12 \text{ mm}$  et  $h/\delta_\nu \simeq 25.4$ .) Pour ce faire, ils ont utilisé une méthode d'interférométrie holographique associée à l'enregistrement d'images à haute vitesse (cinéma rapide)<sup>2</sup>. Ils ont ainsi réussi à mettre en évidence la présence de tourbillons au niveau des arêtes des plaques. Wetzels & Herman remarquent que leurs résultats expérimentaux, concernant la visualisation d'écoulement, présentent un bon accord qualitatif avec les simulations numériques de l'écoulement instationnaire autour d'un empilement de plaques réalisées par Worlikar & Knio [95]. Nos observations expérimentales semblent également être en accord avec ces simulations numériques.

L'observation de zones tourbillonnaires près du bord des plaques suscitent plusieurs interrogations. Premièrement quelle est l'amplitude du déplacement particulaire par rapport à l'épaisseur des plaques ? Deuxièment l'écoulement est-il encore laminaire ou bien est-il turbulent ? Ce à quoi nous répondrons en estimant un nombre de Reynolds.

#### Estimation de l'amplitude du déplacement particulaire théorique associé à l'onde acoustique (cf. annexe D)

$$P_A = 1000 \text{ Pa}, x_c = 21.5 \text{ cm}, f = 210 \text{ Hz}$$

$$\Rightarrow u_1 \simeq 1.78 \text{ m.s}^{-1} \text{ (vitesse acoustique crête en } x_c \text{ au niveau de l'empilement),}$$

<sup>2</sup>"holographic interferometry (HI) combined with high-speed cinematography" (Réf. [92] p 9).

$\Rightarrow x_1 \simeq 1.35$  mm (déplacement particulaire crête en  $x_c$  au niveau de l'empilement), sans tenir compte du rétrécissement de section - conservation du débit - dû à la présence des plaques (rapport de contraction = 2/3).

On voit donc que l'amplitude du déplacement particulaire théorique est supérieure à l'épaisseur des plaques ( $d = 1$  mm).

### Estimation du nombre de Reynolds

D'après Merkli & Thomann [60], on peut définir un nombre de Reynolds local, acoustique, basé sur l'épaisseur de couche limite visqueuse  $\delta_\nu$  :

$$Re_{\delta_\nu} = \frac{u_c \cdot \delta_\nu}{\nu}, \quad (4.7)$$

ou bien

$$A = \frac{\sqrt{2} \cdot u_c \cdot \delta_\nu}{\nu}, \quad (4.8)$$

avec :

$u_c$	:	vitesse acoustique crête ( $u_c =  u_1(x_c) $ )	[m.s <sup>-1</sup> ]
$\nu$	:	viscosité cinématique du fluide	[m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\delta_\nu = \sqrt{2\nu/\omega}$	:	épaisseur de couche limite visqueuse	[m]

Le facteur multiplicatif  $\sqrt{2}$  est introduit parfois dans la définition du nombre de Reynolds (Eq. 4.8) par souci de cohérence avec certaines publications antérieures. Ainsi, Atchley *et coll.* [7] utilisent également l'équation (4.8) pour définir leur nombre de Reynolds, tandis que Wetzell & Herman utilisent l'expression (4.7).

Le tableau 4.3 donne la valeur du nombre de Reynolds dans les conditions expérimentales correspondant à la figure 4.15. D'après les travaux expérimentaux de Merkli & Thomann [60], la valeur critique du nombre de Reynolds  $A$  au-delà de laquelle apparaît la transition vers la turbulence vaut environ :  $A_c \approx 400$ . Cependant, d'autres chercheurs ont mesuré des valeurs critiques  $A_c$  du nombre de Reynolds allant de 160 à 800 [60]. Toutes ces valeurs expérimentales ont le même ordre de grandeur, leur dispersion s'expliquant simplement par le fait que la transition vers la turbulence est très sensible à de petites perturbations qui diffèrent d'une expérience à l'autre.

Dans le cas d'une onde acoustique en présence d'un empilement de plaques, on pourrait définir un nombre de Reynolds basé non plus sur l'épaisseur de couche limite visqueuse, mais sur une autre longueur caractéristique géométrique, comme l'espacement  $h$  entre deux plaques de l'empilement ("diamètre" d'un canal plan) ou bien l'épaisseur  $d$  des plaques (hauteur d'une "marche"). Les valeurs du nombre de Reynolds calculées de cette façon sont rassemblées dans les tableaux 4.4 et 4.5.

Finalement, compte tenu des valeurs trouvées, il semblerait qu'il n'existe pas dans notre expérience de turbulence pleinement développée de la couche limite de Stokes, il y aurait tout au plus, au cours du même cycle acoustique, "des bouffées turbulentes" suivies d'une relaminarisation de l'écoulement, comme l'ont observé Merkli & Thomann [60].

	$Re_{\delta_\nu} = \frac{u_c \cdot \delta_\nu}{\nu}$	$A = \frac{\sqrt{2} \cdot u_c \cdot \delta_\nu}{\nu}$
dans l'air, $f = 200$ Hz $\Rightarrow \delta_\nu \simeq 0.15$ mm	18	25

Tableau 4.3: Estimation du nombre de Reynolds local basé sur l'épaisseur de couche limite visqueuse acoustique  $\delta_\nu$ .

	$Re_h = \frac{u_c \cdot h}{\nu}$	$A = \frac{\sqrt{2} \cdot u_c \cdot h}{\nu}$
empilement A ( $h = 2.0$ mm)	237	336
empilement B ( $h = 1.0$ mm)	119	168

Tableau 4.4: Estimation du nombre de Reynolds local basé sur l'espacement  $h$  entre les plaques de l'empilement.

	$Re_d = \frac{u_c \cdot d}{\nu}$	$A = \frac{\sqrt{2} \cdot u_c \cdot d}{\nu}$
empilement A ( $d = 1.0$ mm)	119	168
empilement B ( $d = 0.15$ mm)	18	25

Tableau 4.5: Estimation du nombre de Reynolds local basé sur l'épaisseur  $d$  des plaques de l'empilement.

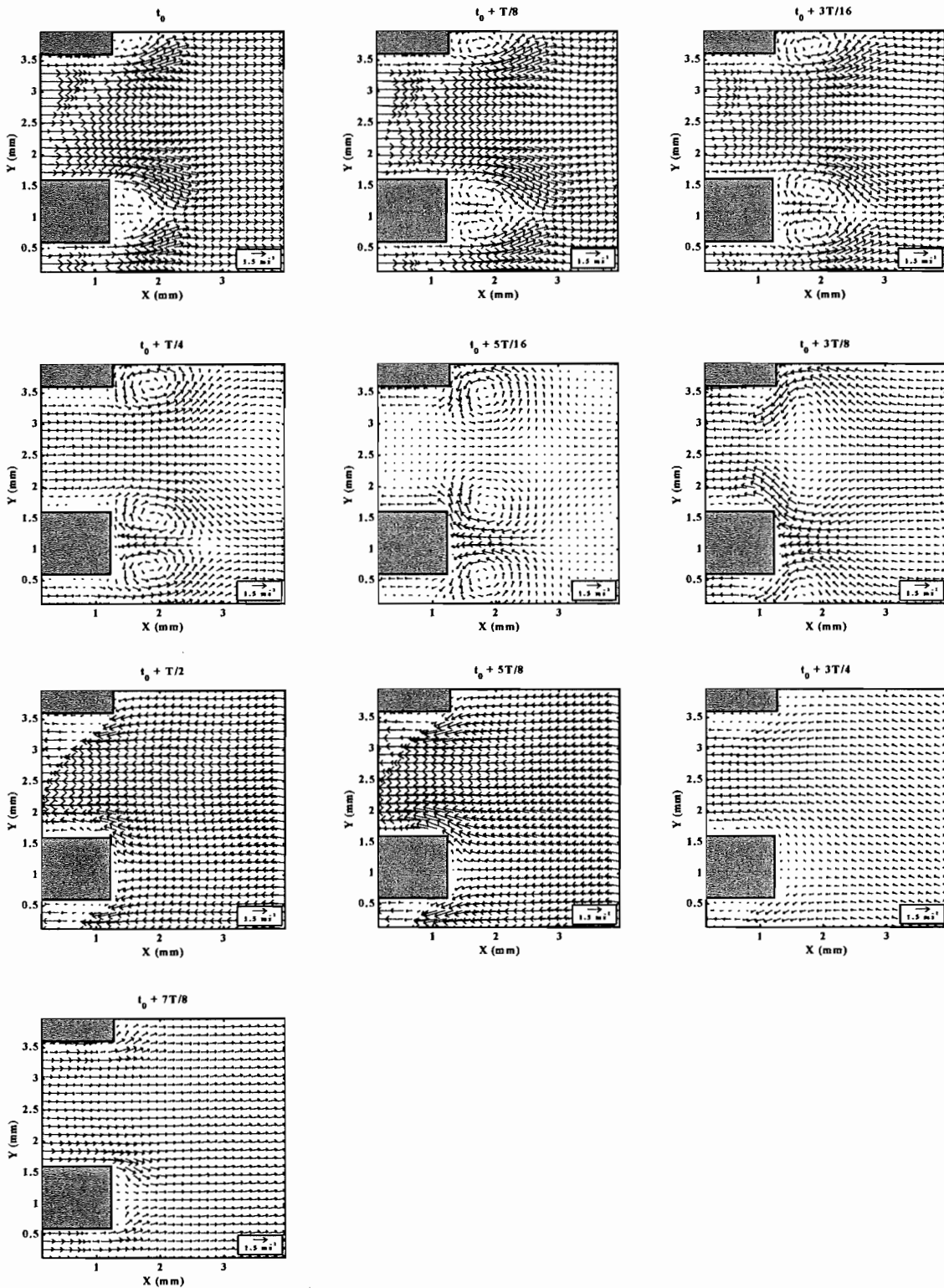


Figure 4.13: Evolution temporelle du champ de vitesse acoustique mesuré en sortie de l'empilement A. La position de l'empilement vaut  $x_c = L/4 = 21.5$  cm et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1000$  Pa. Le cycle acoustique est décomposé arbitrairement en 8 phases équiréparties. La phase  $t_0 + T/4$  est encadrée par les deux phases intermédiaires  $3T/16$  et  $5T/16$ ,  $T$  désignant la période de l'onde acoustique stationnaire. Ici l'empilement est éclairé de manière oblique par le laser, ce qui explique l'effet d'ombre visible à certains instants sous le bord de la plaque supérieure.

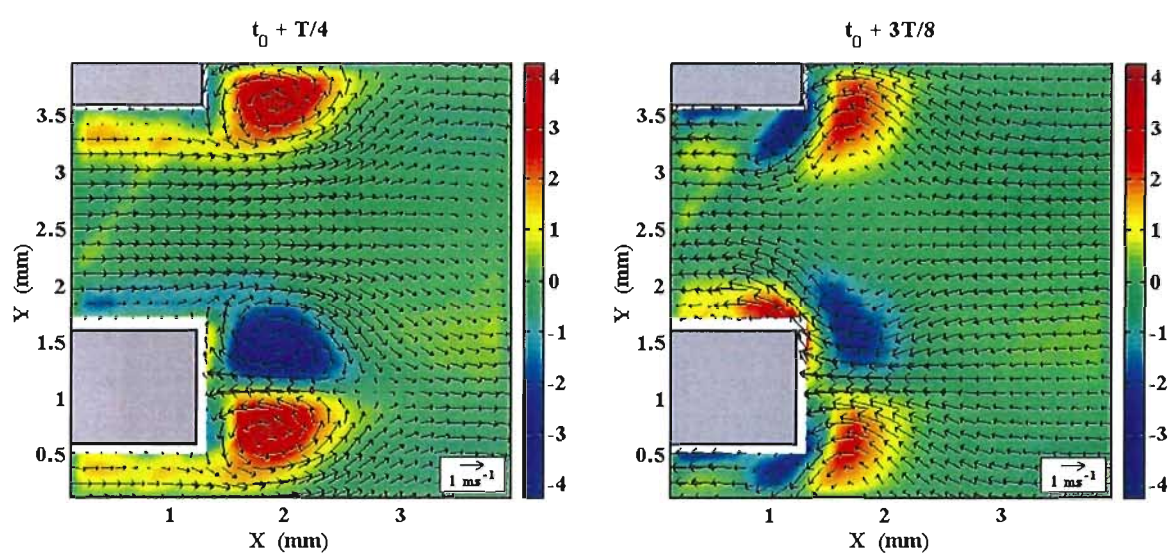


Figure 4.14: Champs de vorticité superposés aux champs de vitesse acoustique mesurés en sortie de l'empilement A. La position de l'empilement vaut  $x_c = L/4 = 21.5$  cm et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1000$  Pa. Les deux champs correspondent aux instants  $t_0 + T/4$  et  $t_0 + 3T/8$ , et sont donc séparées d'un huitième de période acoustique dans le temps ( $T$  désignant la période de l'onde acoustique stationnaire).

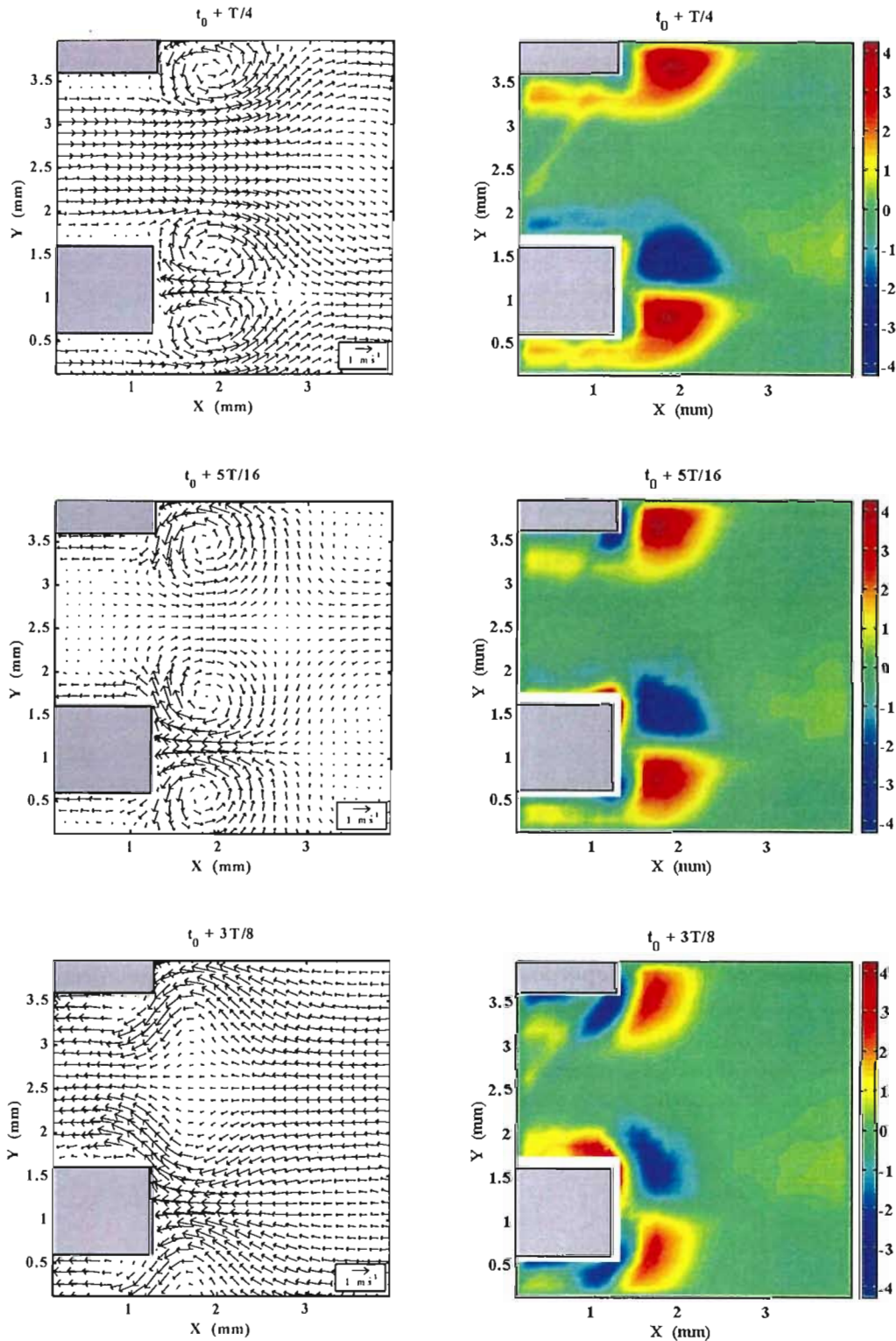


Figure 4.15: Champs de vitesse acoustique (à gauche) et champs de vorticité correspondants (à droite) mesurés en sortie de l'empilement A. La position de l'empilement vaut  $x_c = L/4 = 21.5$  cm et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1000$  Pa. Les trois champs correspondent à trois instants consécutifs séparés d'un seizième de période acoustique  $T/16$  dans le temps ( $T$  désignant la période de l'onde acoustique stationnaire).



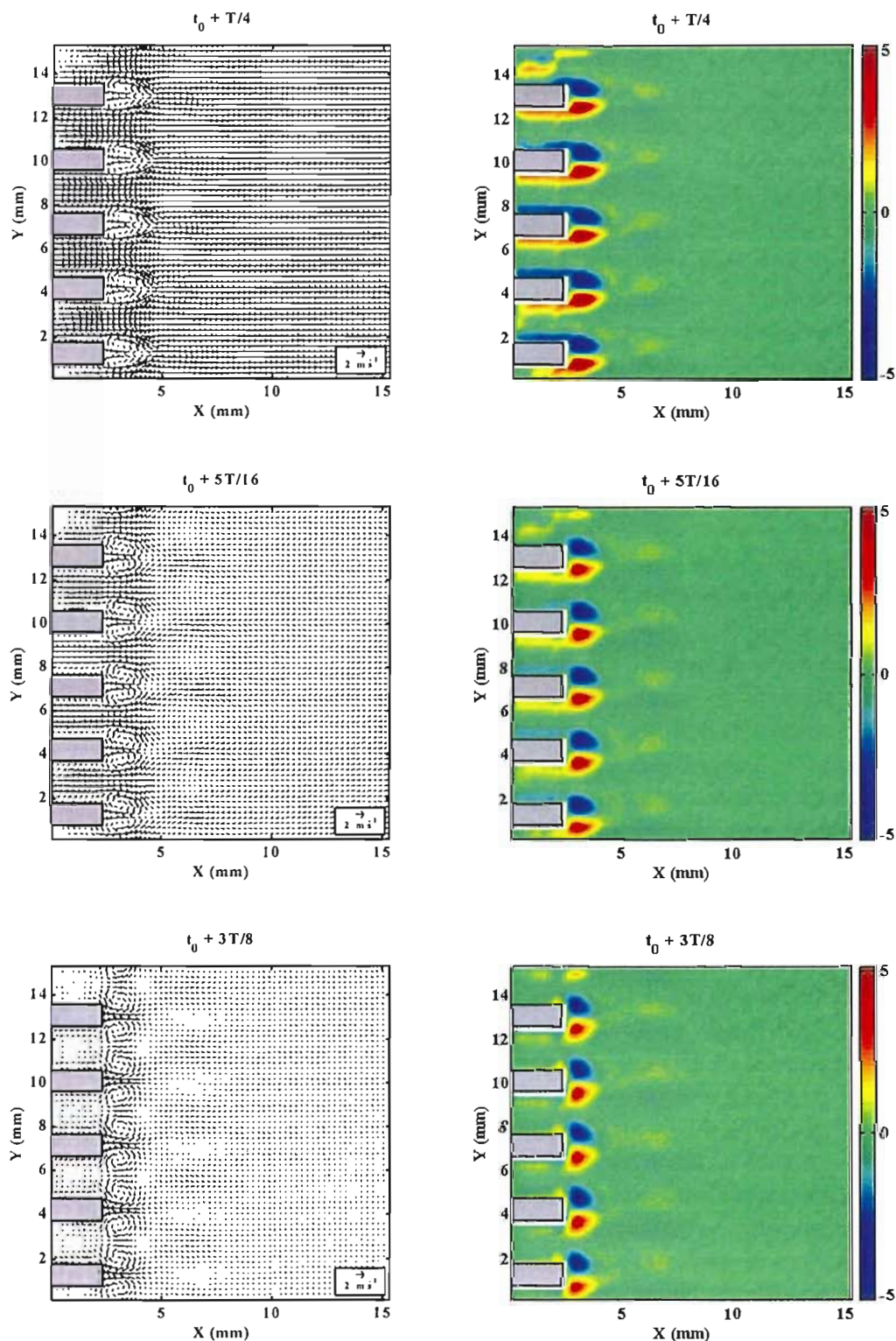


Figure 4.16: Champs de vitesse acoustique (à gauche) et champs de vorticité correspondants (  droite) mesurés en sortie de l'empilement A. La position de l'empilement vaut  $x_c = L/2 = 43$  cm et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1000$  Pa. Les trois champs correspondent à trois instants consécutifs séparés d'un seizième de période acoustique  $T/16$  dans le temps ( $T$  désignant la période de l'onde acoustique stationnaire).

### 4.5.2 Mesures sur l'empilement B ("plaques fines")

La figure F.11 présente une photographie du dispositif expérimental. L'empilement est réalisé à l'aide de lamelles en verre (lamelles couvre-objet de microscopie) séparées par des entretoises en matière plastique. Comme ces entretoises sont plus étroites que les lamelles en verre, on dispose d'un accès optique pour observer les phénomènes dans les (5) premiers millimètres des canaux inter-plaques.

Des mesures sont réalisées sur un champ de  $2.9 \times 2.3 \text{ mm}^2$  qui couvre un canal inter-plaques. La figure 4.17 précise la zone filmée par la caméra électronique.

Sur la figure 4.18 sont présentés deux champs de vitesse acoustique mesurés à une demi-période acoustique d'intervalle, pour une pression acoustique crête  $P_A = 500 \text{ Pa}$ . Aux instants en question, l'amplitude de l'écoulement dans les canaux atteint son maximum dans un sens puis dans l'autre. La figure 4.20 présentent les mêmes champs de vitesse mesurés à  $P_A = 1500 \text{ Pa}$ .

Sur la figure 4.19 sont présentés deux autres champs de vitesse acoustique mesurés à une demi-période acoustique d'intervalle, précisément aux instants où il y a coexistence de deux écoulements de sens opposé dans les canaux, et ce pour une pression acoustique crête  $P_A = 500 \text{ Pa}$ . On peut voir, en effet, que l'écoulement au voisinage des parois va dans un sens, alors que l'écoulement au centre des canaux va dans l'autre sens. La figure 4.21 présentent les mêmes champs de vitesse mesurés à  $P_A = 1500 \text{ Pa}$ .

Le phénomène qui vient d'être décrit peut s'observer de manière plus nette si l'on extrait le profil de vitesse dans un canal pour différentes phases du cycle acoustique. Sur la figure 4.17 est précisée la position de l'axe suivant lequel est extrait le profil de vitesse dans un des canaux. La figure 4.22 montre l'évolution temporelle de ce profil au cours d'un cycle pour une pression acoustique crête  $P_A = 500 \text{ Pa}$ . La figure 4.23 montre la même évolution temporelle de ce profil mesurée pour une pression acoustique crête  $P_A = 1500 \text{ Pa}$ . On constate que sur la hauteur du canal inter-plaques le profil de vitesse acoustique n'est pas uniforme : en effet, les effets visqueux influencent l'écoulement non seulement près des plaques mais jusque dans la région centrale du canal. A certains instants du cycle ( $t_0 + T/16$  et  $t_0 + 9T/16$ ), on observe la situation paradoxale suivante : au voisinage des plaques l'écoulement va dans un sens, alors qu'au centre du canal inter-plaques, l'écoulement va en sens inverse. Ce type de phénomène est prédit par la théorie linéaire de Swift [80] décrivant la propagation d'une onde acoustique dans un canal plan de faible hauteur. La formulation analytique de Swift est strictement équivalente à celle de Arnott *et coll.* [4] dans le cas d'un canal plan, en dépit des différences de notations (voir annexe E). Ici, la hauteur  $h$  d'un canal inter-plaques vaut environ 6.7 fois l'épaisseur  $\delta_\nu$  de couche limite visqueuse. Sur les figures 4.22 et 4.23, on peut voir une interpolation des données expérimentales par les profils calculés à partir de la théorie de Arnott *et coll.* (cf. annexe E). On constate un très bon accord qualitatif entre théorie et expérience. En particulier, les déformations au cours du temps du profil de vitesse acoustique sont parfaitement décrites. Au niveau quantitatif, l'amplitude des valeurs expérimentales est supérieure à celle prédite par le calcul (rapport 1.5), ce qui peut en partie s'expliquer par les erreurs de mesure ainsi que par un rétrécissement de section du conduit dû à la présence des entretoises entre les lamelles de verre.

Les figures 4.24 et 4.25 montrent trois champs de vitesse mesurés à trois instants différents du cycle acoustique, à côté desquels sont juxtaposées les cartographies de vorticités correspondantes, respectivement à  $P_A = 500 \text{ Pa}$  et  $P_A = 1500 \text{ Pa}$ . Les champs de vorticités mettent en évidence la localisation des zones tourbillonnaires ou de cisaillement dans l'écoulement. A 500 Pa, ces zones s'étirent au maximum à un millimètre des plaques, tandis qu'à 1500 Pa, elles peuvent s'étirer jusqu'à plus de deux millimètres des plaques. Ces visualisations apportent de précieuses

informations sur les modalités de transferts de chaleur, via le fluide, entre l'empilement de plaques et un éventuel échangeur de chaleur placé à proximité.

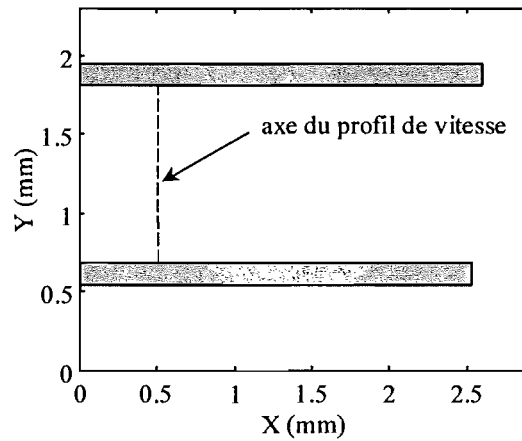


Figure 4.17: Vue schématique du champ de mesure dans un canal inter-plaques de l'empilement B. L'axe suivant lequel sont mesurés les profils de vitesse acoustique est matérialisé par un trait interrompu.

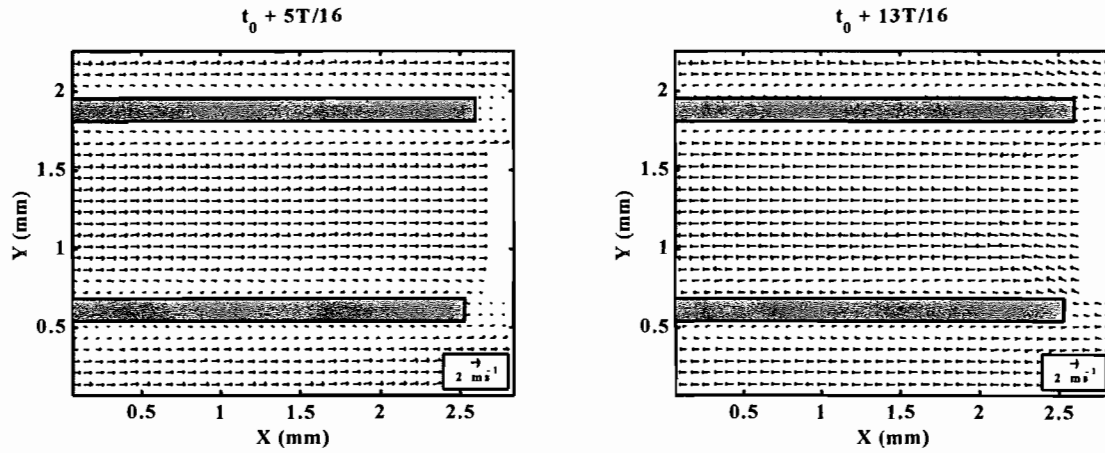


Figure 4.18: Champs de vitesse acoustique mesurés entre les plaques de l'empilement B. La position de l'empilement vaut  $x_c = L/4 = 21.5$  cm et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 500$  Pa. Les deux champs correspondent aux instants  $t_0 + 5T/16$  et  $t_0 + 13T/16$ , et sont donc séparées d'une demi-période acoustique dans le temps ( $T$  désignant la période de l'onde acoustique stationnaire). C'est à ces instants que l'écoulement dans les canaux inter-plaques atteint son maximum d'amplitude dans un sens puis dans l'autre.

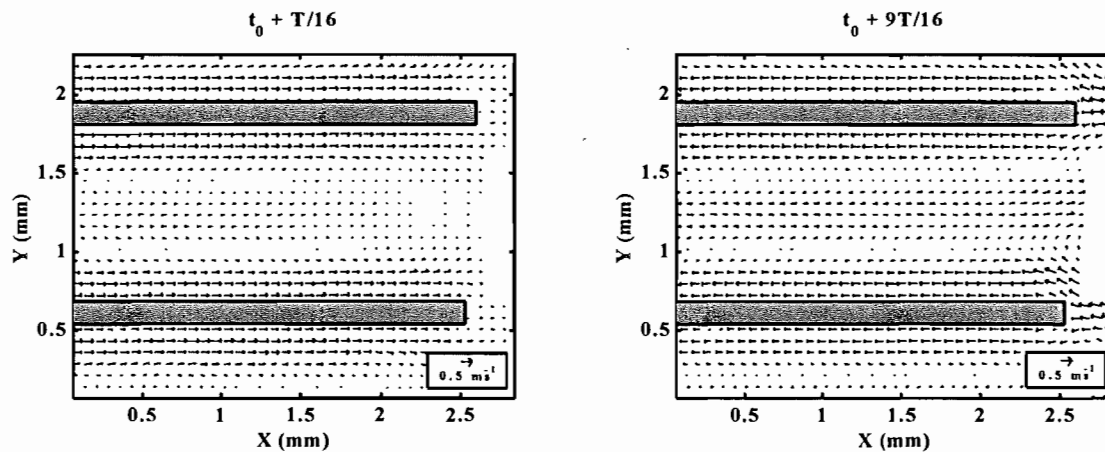


Figure 4.19: Champs de vitesse acoustique mesurés entre les plaques de l'empilement B. La position de l'empilement vaut  $x_c = L/4 = 21.5$  cm et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 500$  Pa. Les deux champs correspondent aux instants  $t_0 + T/16$  et  $t_0 + 9T/16$ , et sont donc séparées d'une demi-période acoustique dans le temps ( $T$  désignant la période de l'onde acoustique stationnaire). C'est à ces instants que l'on peut observer la coexistence de deux écoulements de sens opposé dans la zone au voisinage des plaques d'une part et dans la zone au centre des canaux inter-plaques d'autre part.

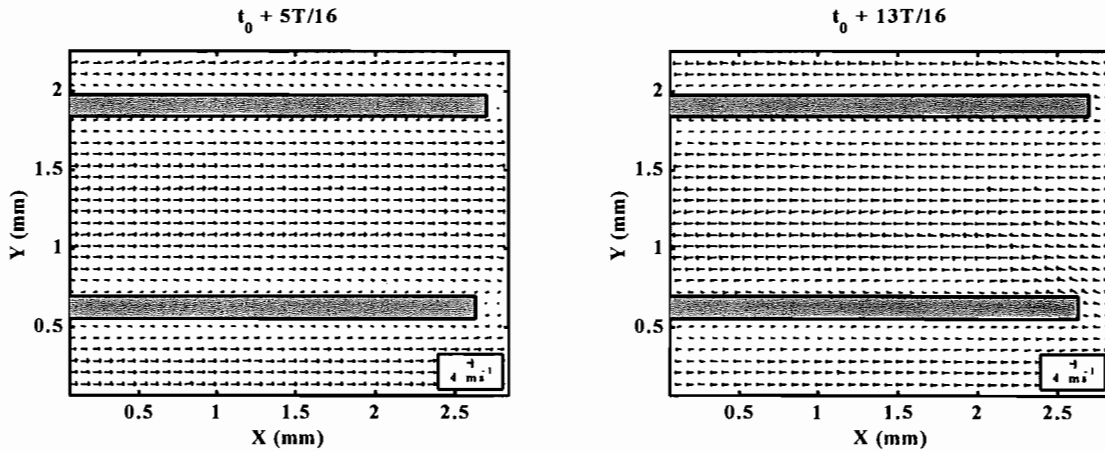


Figure 4.20: Champs de vitesse acoustique mesurés entre les plaques de l'empilement B. La position de l'empilement vaut  $x_c = L/4 = 21.5$  cm et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1500$  Pa. Les deux champs correspondent aux instants  $t_0 + 5T/16$  et  $t_0 + 13T/16$ , et sont donc séparées d'une demi-période acoustique dans le temps ( $T$  désignant la période de l'onde acoustique stationnaire). C'est à ces instants que l'écoulement dans les canaux inter-plaques atteint son maximum d'amplitude dans un sens puis dans l'autre.

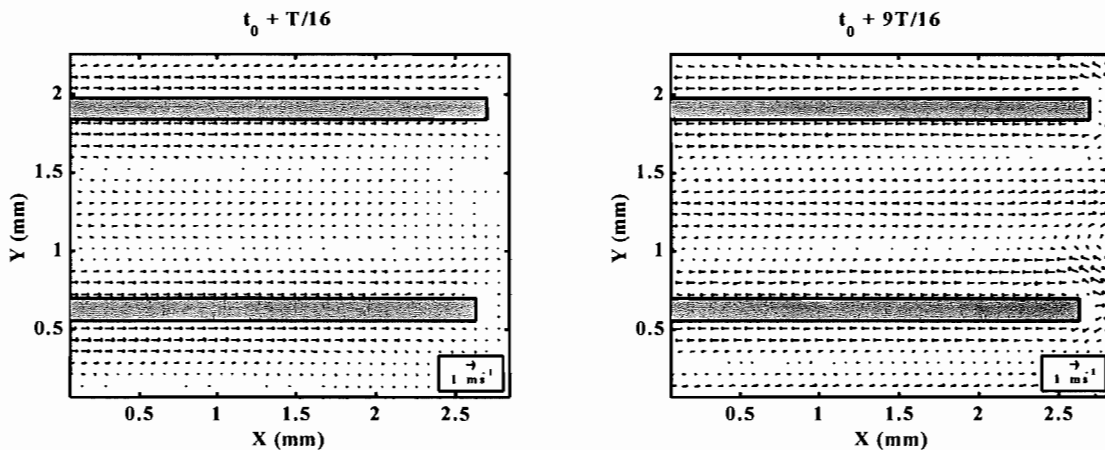


Figure 4.21: Champs de vitesse acoustique mesurés entre les plaques de l'empilement B. La position de l'empilement vaut  $x_c = L/4 = 21.5$  cm et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1500$  Pa. Les deux champs correspondent aux instants  $t_0 + T/16$  et  $t_0 + 9T/16$ , et sont donc séparées d'une demi-période acoustique dans le temps ( $T$  désignant la période de l'onde acoustique stationnaire). C'est à ces instants que l'on peut observer la coexistence de deux écoulements de sens opposé dans la zone au voisinage des plaques d'une part et dans la zone au centre des canaux inter-plaques d'autre part.

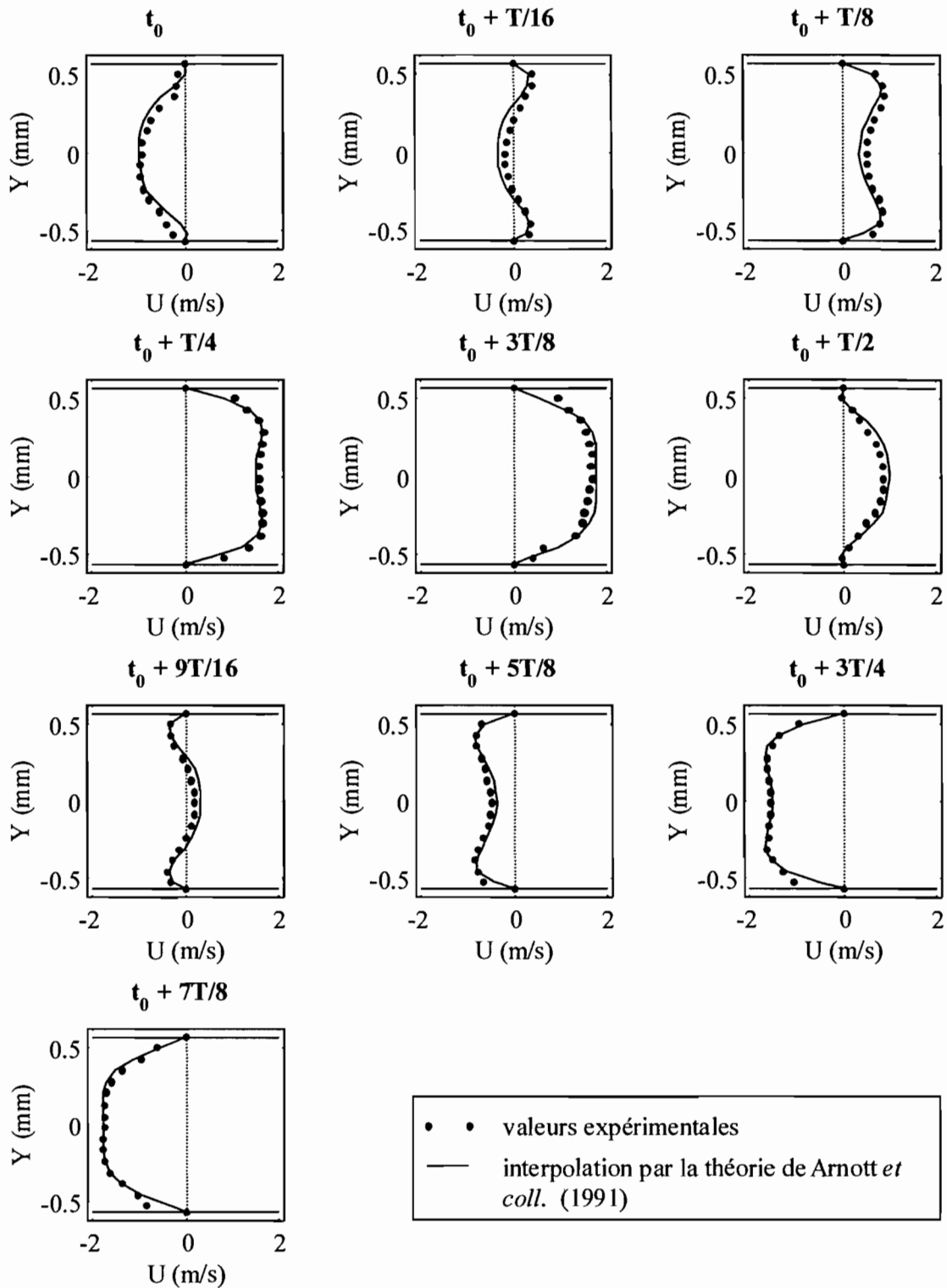


Figure 4.22: Evolution temporelle du profil de vitesse acoustique au cours d'un cycle dans un canal inter-plaques de l'empilement B. La position de l'empilement vaut  $x_c = L/4 = 21.5$  cm et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 500$  Pa. Le cycle acoustique est décomposé arbitrairement en 8 phases équiréparties, auxquelles s'ajoutent les deux phases intermédiaires  $t_0 + T/16$  et  $t_0 + 9T/16$  ( $T$  désignant la période de l'onde acoustique stationnaire).

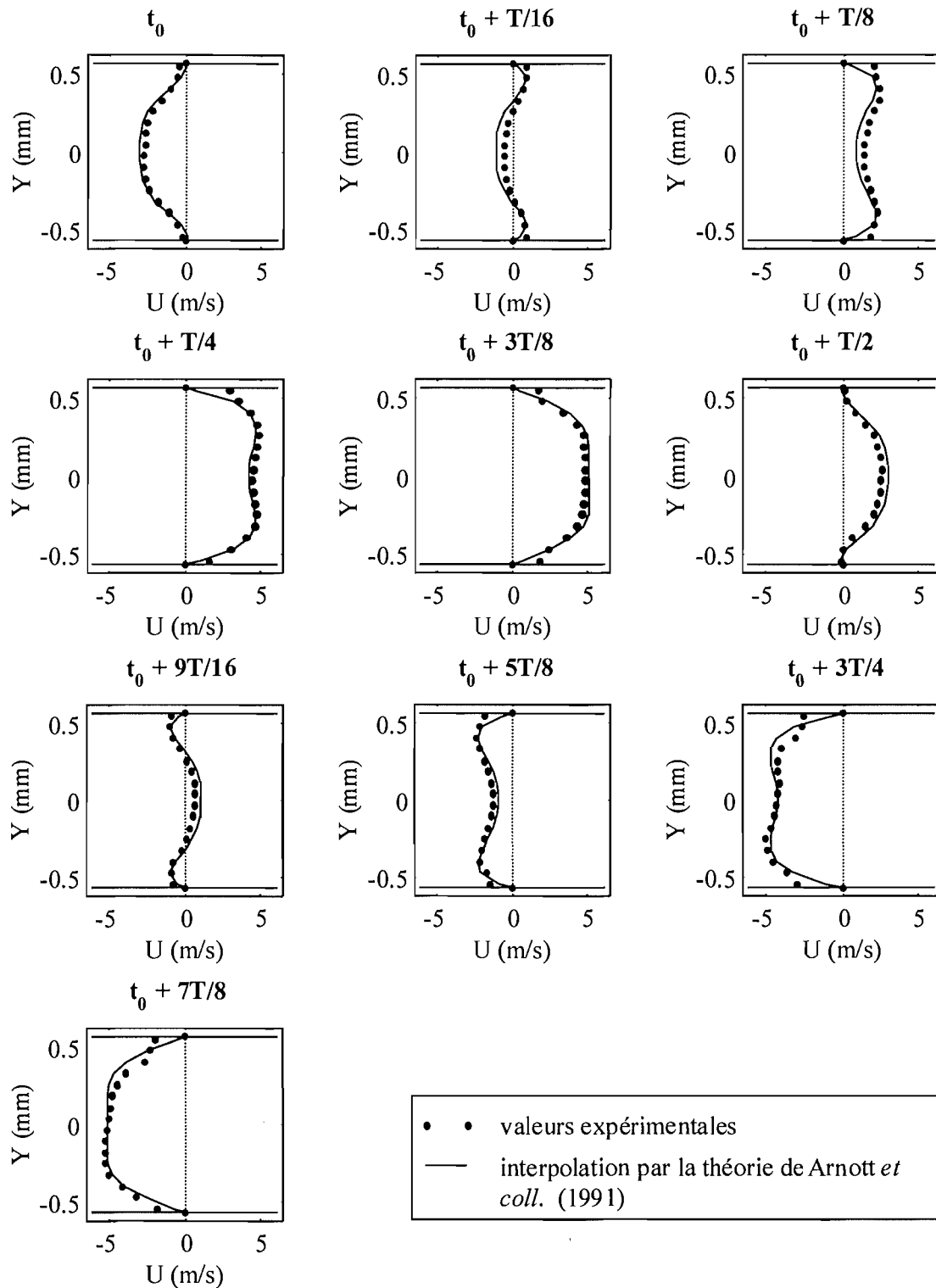


Figure 4.23: Evolution temporelle du profil de vitesse acoustique au cours d'un cycle dans un canal inter-plaques de l'empilement B. La position de l'empilement vaut  $x_c = L/4 = 21.5$  cm et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1500$  Pa. Le cycle acoustique est décomposé arbitrairement en 8 phases équiréparties, auxquelles s'ajoutent les deux phases intermédiaires  $t_0 + T/16$  et  $t_0 + 9T/16$  ( $T$  désignant la période de l'onde acoustique stationnaire).

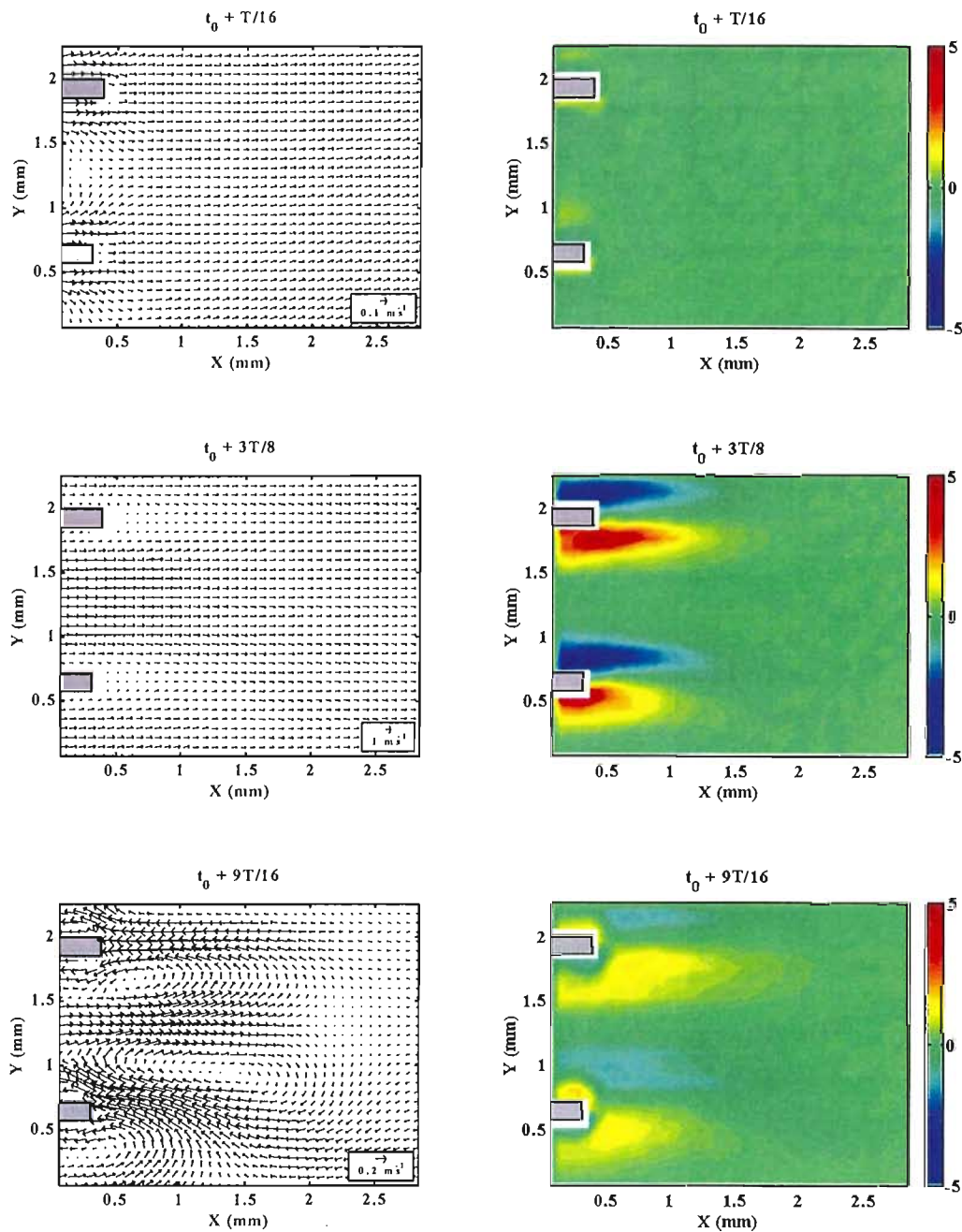


Figure 4.24: Champs de vitesse acoustique (à gauche) et champs de vorticité correspondants (à droite) mesurés en sortie de l'empilement B. La position de l'empilement vaut  $x_c = L/4 = 21.5$  cm et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 500$  Pa. Les trois champs correspondent aux instants  $T/16$ ,  $3T/8$  et  $9T/16$ ,  $T$  désignant la période de l'onde acoustique stationnaire. L'instant  $3T/8$  correspond au maximum observable de vorticité au cours du cycle. Les instants  $T/16$  et  $9T/16$  correspondent aux phases du cycle pour lesquelles il y a coexistence de deux écoulements de sens opposé dans les canaux inter-plaques. Les trois champs de vorticité sont représentés avec la même échelle, tandis que l'échelle des vecteurs vitesse est adaptée dans les trois situations de façon à faire ressortir l'écoulement.



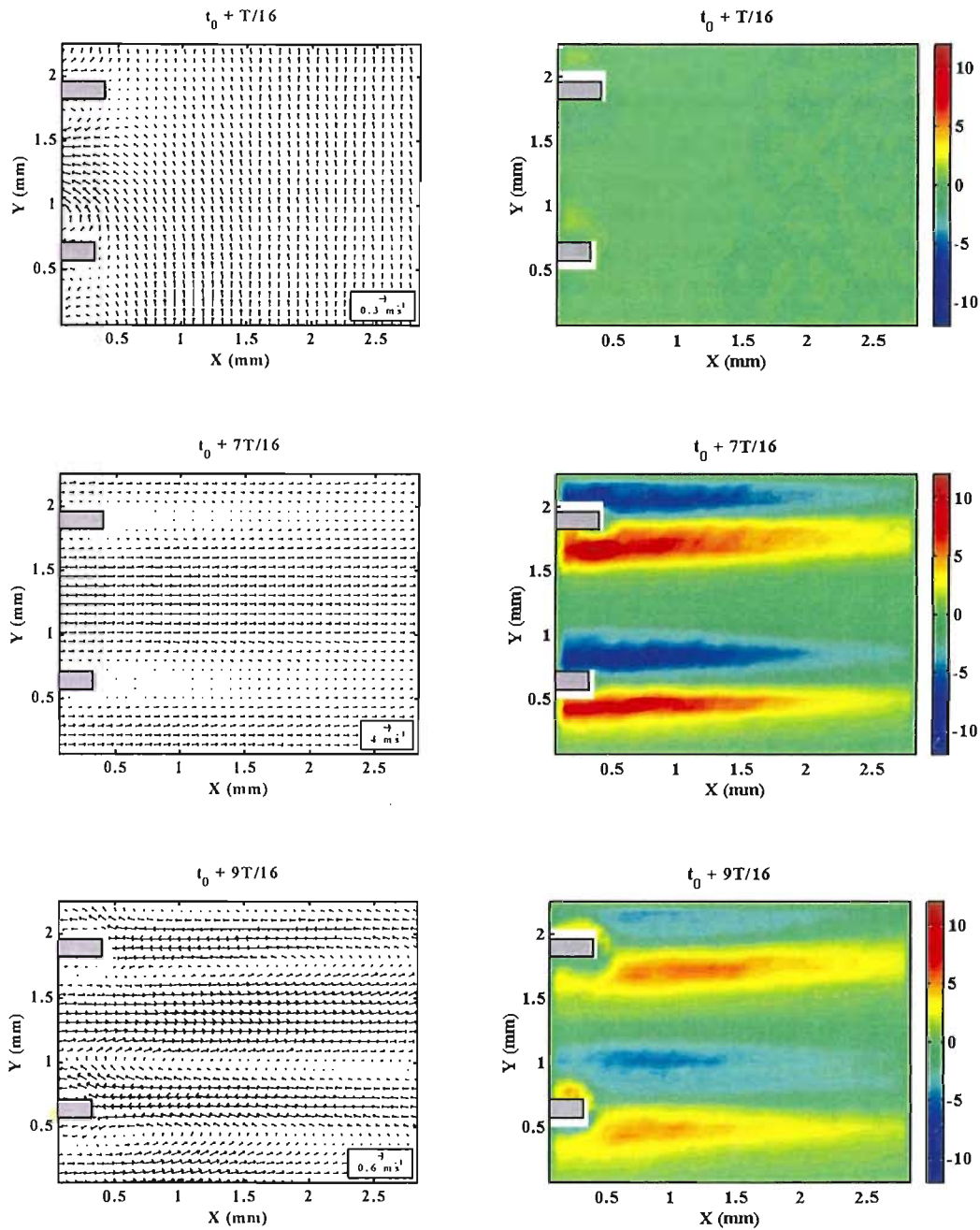


Figure 4.25: Champs de vitesse acoustique (à gauche) et champs de vorticité correspondants (à droite) mesurés en sortie de l'empilement B. La position de l'empilement vaut  $x_c = L/4 = 21.5$  cm et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1500$  Pa. Les trois champs correspondent aux instants  $T/16$ ,  $7T/16$  et  $9T/16$ ,  $T$  désignant la période de l'onde acoustique stationnaire. L'instant  $7T/16$  correspond au maximum observable de vorticité au cours du cycle. Les instants  $T/16$  et  $9T/16$  correspondent aux phases du cycle pour lesquelles il y a coexistence de deux écoulements de sens opposé dans les canaux inter-plaques. Les trois champs de vorticité sont représentés avec la même échelle; tandis que l'échelle des vecteurs vitesse est adaptée dans les trois situations de façon à faire ressortir l'écoulement.

## 4.6 Mesures sur un monolithe de céramique à canaux carrés

### 4.6.1 Généralités

Dans la plupart des systèmes thermoacoustiques réels, l'empilement de plaques est remplacé par un monolithe de céramique à canaux carrés. Ce type de matériau est couramment utilisé comme substrat de catalyseur à l'intérieur des pots catalytiques dans l'industrie automobile. Du point de vue thermoacoustique, il offre l'avantage de constituer une structure rigide et régulière de petits canaux parallèles, multipliant ainsi la surface offerte au développement des couches limites. En outre ce matériau est apte à résister à de forts gradients de température, ce qui permet son utilisation dans les machines thermoacoustiques de type moteur [6, 99, 24].

La taille des canaux carrés (ou cellules) du monolithe de céramique est liée à leur densité par unité de surface. La densité des cellules est habituellement exprimée en nombre de cellules par pouce carré ("Cells Per Square Inch" ou "CPSI" en abrégé). Les résultats de mesures PIV présentés ici concernent un monolithe 600 CPSI (voir tableau 4.6). Notons que la distribution de température sur un stack constitué de cette céramique a été étudiée en détail au paragraphe 3.2.

densité des cellules (Cells Per Square Inch)	600 CPSI
épaisseur des cloisons $d$ (mm)	0.12
taille du côté d'un canal carré $h$ (mm)	0.92
longueur du monolithe suivant l'axe du tube (mm)	40

Tableau 4.6: Résumé des caractéristiques géométriques du monolithe de céramique à canaux carrés 600 CPSI.

Lorsque l'on étudie l'écoulement acoustique dans des canaux carrés, le paramètre caractéristique est le rapport entre le demi-côté  $h/2$  d'un canal et l'épaisseur  $\delta_\nu$  de la couche limite visqueuse [4]. Dans le cas d'un monolithe 600 CPSI, ce rapport vaut  $(h/2)/\delta_\nu \simeq 3$ , ce qui implique que les effets visqueux vont influencer la forme du profil de vitesse dans les canaux.

### 4.6.2 Résultats expérimentaux

La figure F.14 présente une photographie du dispositif expérimental. Une cloison verticale de céramique est remplacée par une lamelle en verre (lamelle couvre-objet de microscopie) et une rainure est usinée horizontalement dans le monolithe afin de disposer d'un accès optique pour les mesures à l'intérieur des canaux carrés.

Des mesures sont réalisées sur un champ de  $3.7 \times 3.0 \text{ mm}^2$  qui couvre pratiquement trois canaux. La figure 4.26 précise la zone filmée par la caméra électronique. Sur la figure 4.27 sont présentés deux champs de vitesse acoustique mesurés à une demi-période acoustique d'intervalle. Aux instants en question, l'amplitude de l'écoulement dans les canaux atteint son maximum dans un sens puis dans l'autre. Sur la figure 4.28 sont présentés deux autres champs de vitesse acoustique, mesurés à une demi-période acoustique d'intervalle, précisément aux instants où il y a coexistence de deux écoulements de sens opposé dans les canaux. En effet, on peut voir que l'écoulement au voisinage des parois va dans un sens, alors que l'écoulement au centre des canaux va dans l'autre sens.

Le phénomène qui vient d'être décrit peut s'observer de manière plus nette si l'on extrait le profil de vitesse dans un canal pour différentes phases du cycle acoustique. Sur la figure 4.26 est précisée la position de l'axe suivant lequel est extrait le profil de vitesse dans un des canaux.

La figure 4.29 montre l'évolution temporelle de ce profil au cours d'un cycle acoustique. On constate que sur la hauteur du canal le profil de vitesse acoustique n'est pas uniforme : en effet, les effets visqueux influencent l'écoulement non seulement près des parois mais jusque dans la région centrale du canal. A certains instants du cycle ( $t_0 + T/16$  et  $t_0 + 9T/16$ ), on observe la situation paradoxale suivante : au voisinage des parois l'écoulement va dans un sens, alors qu'au centre du canal, l'écoulement va en sens inverse. Ce type de phénomène est prédit par la théorie linéaire de Arnott *et coll.* [4], décrivant la propagation d'une onde acoustique dans un canal de faible section. Ici, le demi-côté  $h/2$  d'un canal carré vaut environ 3 fois l'épaisseur  $\delta_\nu$  de couche limite visqueuse. Sur la figure 4.29, on peut voir une interpolation des données expérimentales par les profils calculés à partir de cette théorie (voir annexe E). On constate un très bon accord qualitatif entre la théorie et l'expérience. En particulier, les déformations au cours du temps du profil de vitesse acoustique sont parfaitement décrites. Au niveau quantitatif, l'amplitude des valeurs expérimentales est légèrement inférieure à celle prédites par le calcul (rapport 0.93), ce qui peut très bien s'expliquer par les erreurs de mesure.

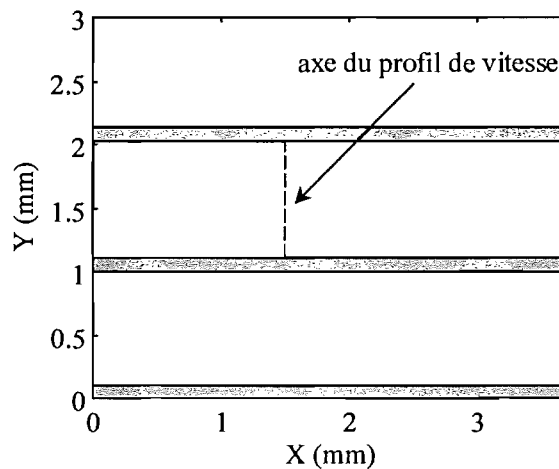


Figure 4.26: Vue schématique du champ de mesure dans les canaux carrés du monolithe de céramique 600 CPSI. L'axe suivant lequel sont mesurés les profils de vitesse acoustique est matérialisé par un trait interrompu.

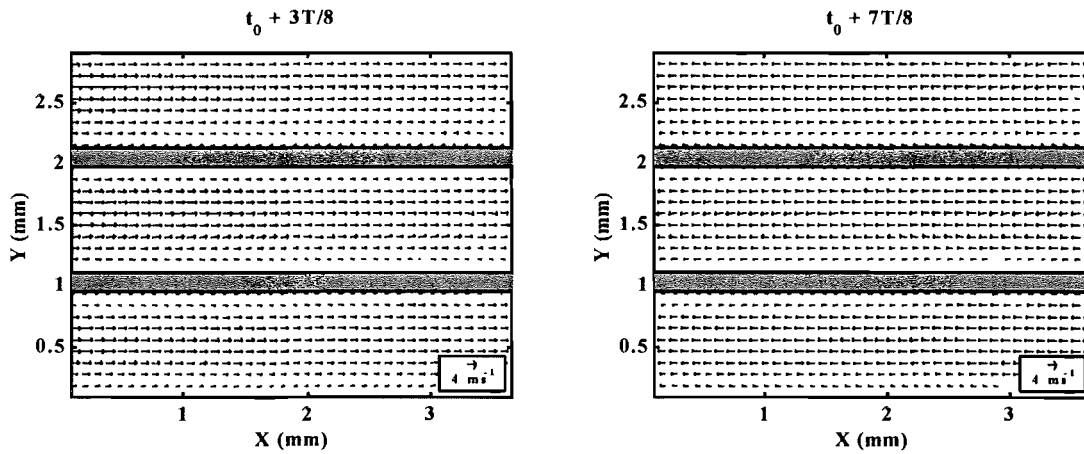


Figure 4.27: Champs de vitesse acoustique mesurés dans les canaux carrés du monolithe de céramique 600 CPSI. La position du monolithe vaut  $x_c = L/4 = 21.5$  cm et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1000$  Pa. Les deux champs correspondent aux instants  $t_0 + 3T/8$  et  $t_0 + 7T/8$ , et sont donc séparées d'une demi-période acoustique dans le temps ( $T$  désignant la période de l'onde acoustique stationnaire). C'est à ces instants que l'écoulement dans les canaux atteint son maximum d'amplitude dans un sens puis dans l'autre.

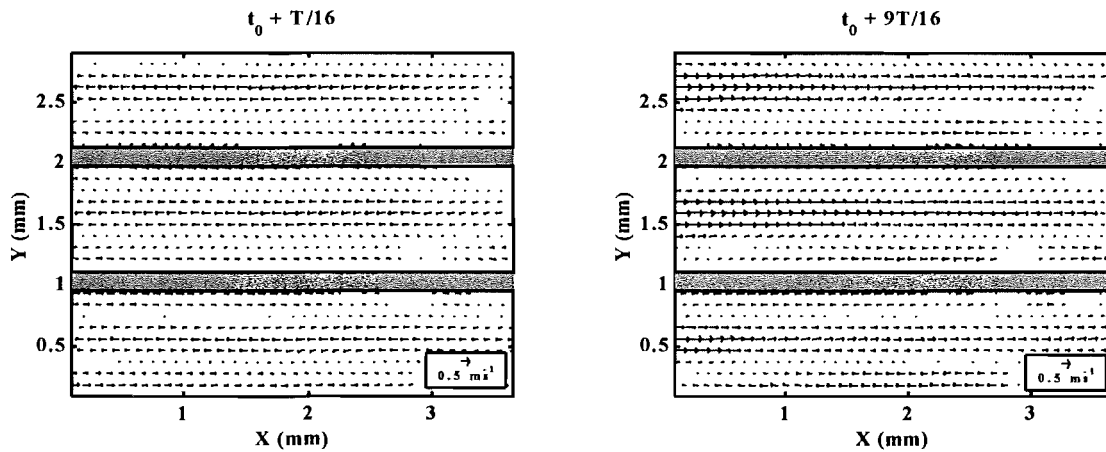


Figure 4.28: Champs de vitesse acoustique mesurés dans les canaux carrés du monolithe de céramique 600 CPSI. La position du monolithe vaut  $x_c = L/4 = 21.5$  cm et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1000$  Pa. Les deux champs correspondent aux instants  $t_0 + T/16$  et  $t_0 + 9T/16$ , et sont donc séparées d'une demi-période acoustique dans le temps ( $T$  désignant la période de l'onde acoustique stationnaire). C'est à ces instants que l'on peut observer la coexistence de deux écoulements de sens opposé dans la zone au voisinage des parois d'une part et dans la zone au centre des canaux d'autre part.

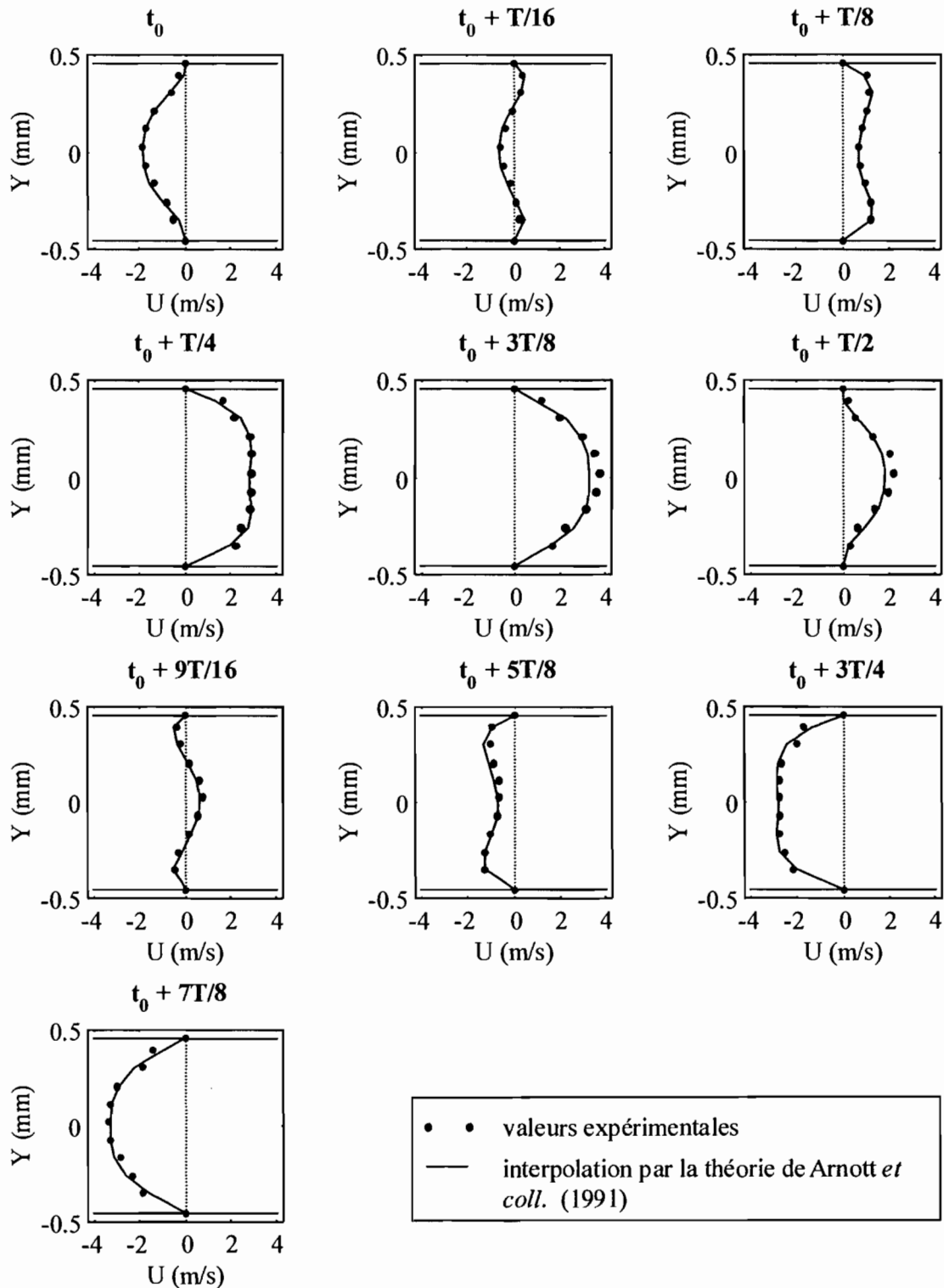


Figure 4.29: Evolution temporelle du profil de vitesse acoustique au cours d'un cycle dans un canal carré du monolithe de céramique 600 CPSI. La position du monolithe vaut  $x_c = L/4 = 21.5$  cm et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1000$  Pa. Le cycle acoustique est décomposé arbitrairement en 8 phases équiréparties, auxquelles s'ajoutent les deux phases intermédiaires  $t_0 + T/16$  et  $t_0 + 9T/16$  ( $T$  désignant la période de l'onde acoustique stationnaire).

## 4.7 Champ acoustique et turbulence

### 4.7.1 Cas du résonateur vide

On s'intéresse ici au champ de vitesse dans le résonateur en l'absence de tout empilement de plaques (situation analogue au paragraphe 4.4). L'étude porte sur un champ de mesure de  $96.2 \times 77 \text{ mm}^2$ , centré en  $x = L/4 = 21.5 \text{ cm}$ , qui couvre quasiment toute la hauteur du tube (voir figure 4.6). L'écoulement oscillant acoustique étant a priori parfaitement sinusoïdal, si le temps  $\Delta t$  entre l'enregistrement de deux images est strictement égal à un nombre entier de périodes acoustiques, les particules doivent avoir retrouvé leur position initiale à l'instant où la deuxième image du champ est enregistrée. La position des particules étant "gelée", la méthode de corrélation croisée devrait alors donner un champ de vitesse nul aux erreurs de mesure près. En se livrant à cette expérience, nous avons constaté que tel n'était pas le cas. Les champs de vitesse ainsi obtenus font apparaître un écoulement marginal dont la structure semble tridimensionnelle (cf. figure 4.31). Ces champs de vitesse n'ont plus rien à voir avec le champ acoustique mesuré par ailleurs dans le résonateur (figure 4.30).

Ainsi le fait de changer l'intervalle de temps  $\Delta t$  entre l'enregistrement des deux images du champ de particules modifie complètement la nature du phénomène mesuré. En résumé, la première image du champ est toujours réalisée au même instant du cycle acoustique grâce à la synchronisation sur le signal d'alimentation du haut-parleur. En l'occurrence, nous avons choisi l'instant  $t_0 + T/4$  qui correspond empiriquement à l'instant où la vitesse acoustique atteint son maximum en amplitude au cours du cycle. Cet instant est par conséquent loin de toute phase d'inversion de l'écoulement.

(i) Dans le premier cas (cf. paragraphe 4.4), la deuxième image du champ est enregistrée après un temps  $\Delta t$  égal à une fraction de la période acoustique. La méthode de corrélation croisée entre les deux images fournit alors un champ de vitesse qui est de nature acoustique (conformément à ce que l'on pouvait prévoir). Ce champ est très uniforme : en tout point, la vitesse est dirigée parallèlement à l'axe du tube et vaut quelques mètres par seconde (figure 4.30).

(ii) Dans le deuxième cas, la deuxième image des particules est enregistrée après un temps exactement égal à une (ou deux, voire trois, quatre) période(s) acoustique(s). La méthode de corrélation croisée exhibe alors un champ de vitesse qui est manifestement tourbillonnaire et tridimensionnel (cf. figure 4.31). Des moyennes de phase sur une centaine de réalisations montrent la stabilité du phénomène au cours du temps. Les vitesses ont un module environ 100 fois inférieur à celui des vitesses acoustiques précédemment mesurées.

Au champ de vitesse acoustique (phénomène dominant en amplitude) se trouve donc superposé un champ de vitesse tourbillonnaire d'intensité beaucoup plus faible, dont l'existence peut passer inaperçue. Notre motivation première lorsque nous avons entrepris ce type de mesures était de mettre en évidence le phénomène connu sous le nom d'"acoustic streaming" (écoulement acoustique). Il s'agit d'un phénomène qui se manifeste du fait des non-linéarités pour les forts niveaux de pression acoustique : on observe alors, en plus de l'onde acoustique, l'apparition d'un écoulement stationnaire qui est du second ordre en amplitude (les oscillations acoustiques étant du premier ordre). Ce phénomène d'acoustic streaming entraîne toujours une diminution du rendement des machines thermoacoustiques réelles et constitue donc un facteur de toute première importance à comprendre et à contrôler (ref streaming). Le caractère quelque peu désordonné et tridimensionnel des champs de vitesse que nous avons mis en évidence dans notre expérience ne nous permet pas de les assimiler à un véritable acoustic streaming.

A cet égard, les développements théoriques de Landau & Lifshitz prévoient l'existence d'écoulements tourbillonnaires permanents dans les champs acoustiques stationnaires limités par des parois solides à cause de la viscosité (Réf. [56], Chap. VIII, Sec. 80 "Acoustic streaming"). Ces écoulements apparaissent en seconde approximation par rapport à l'amplitude de l'onde. En particulier, entre deux parois planes parallèles en présence d'une onde acoustique stationnaire, la théorie précédente [56] prévoit un écoulement secondaire composé de deux rangées de tourbillons disposés symétriquement par rapport au plan médian entre les deux parois. En outre, ces tourbillons sont périodiques suivant l'axe du canal plan avec une période  $\lambda/2$  ( $\lambda$  étant la longueur d'onde acoustique). Or ce que nous avons observé dans notre expérience ne correspond pas à cette description du phénomène. En particulier, la périodicité spatiale prédite par la théorie correspondrait à la longueur totale  $L$  du tube (puisque  $L = \lambda/2$  dans notre expérience). De surcroît, les champs tourbillonnaires que nous avons mis en évidence ne sont pas du tout organisés en rangées symétriques.

Notons enfin que Merkli & Thomann ont également observé au cours de leurs expériences [60] des groupes de tourbillons ("vortex patterns") qui se superposaient au champ acoustique laminaire normal.

#### 4.7.2 Cas du résonateur contenant un empilement de plaques

Les mêmes mesures que précédemment dans le résonateur vide ont été répétées en présence de l'empilement de plaques B (voir figure 4.32). La figure 4.33 synthétise les résultats que l'on obtient lorsque l'intervalle de temps  $\Delta t$  entre l'enregistrement de deux images du champ de particules passe d'une valeur égale à une fraction de la période acoustique  $T$  à une valeur égale exactement à  $T$ . Dans le premier cas, on mesure un champ de vitesse de nature acoustique tandis que dans le deuxième cas, on obtient un champ de vitesse tourbillonnaire (et peut-être tridimensionnel), qui n'est manifestement pas de nature acoustique. On retrouve également un rapport environ égal à 100 entre l'ordre de grandeur de la vitesse acoustique et l'ordre de grandeur des vitesses du champ tourbillonnaire.

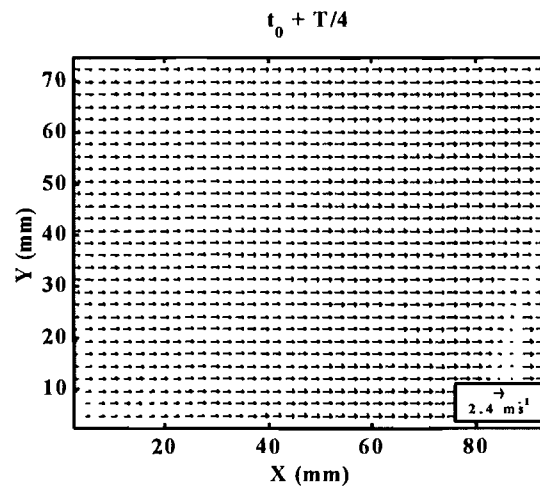


Figure 4.30: Champ de vitesse acoustique mesuré dans le résonateur vide (voir figure 4.6). Le champ est centré autour de la position  $x = L/4 = 21.5$  cm et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1500$  Pa. Ce champ correspond à l'instant  $t_0 + T/4$  ( $T$  désignant la période de l'onde acoustique stationnaire). A cet instant l'onde atteint son maximum d'amplitude de vitesse vers la droite. ( $T = 1/209.3 = 4.778 \cdot 10^{-3}$  s et  $\Delta t = 400 \cdot 10^{-6}$  s  $\simeq 0.0837$  T.)



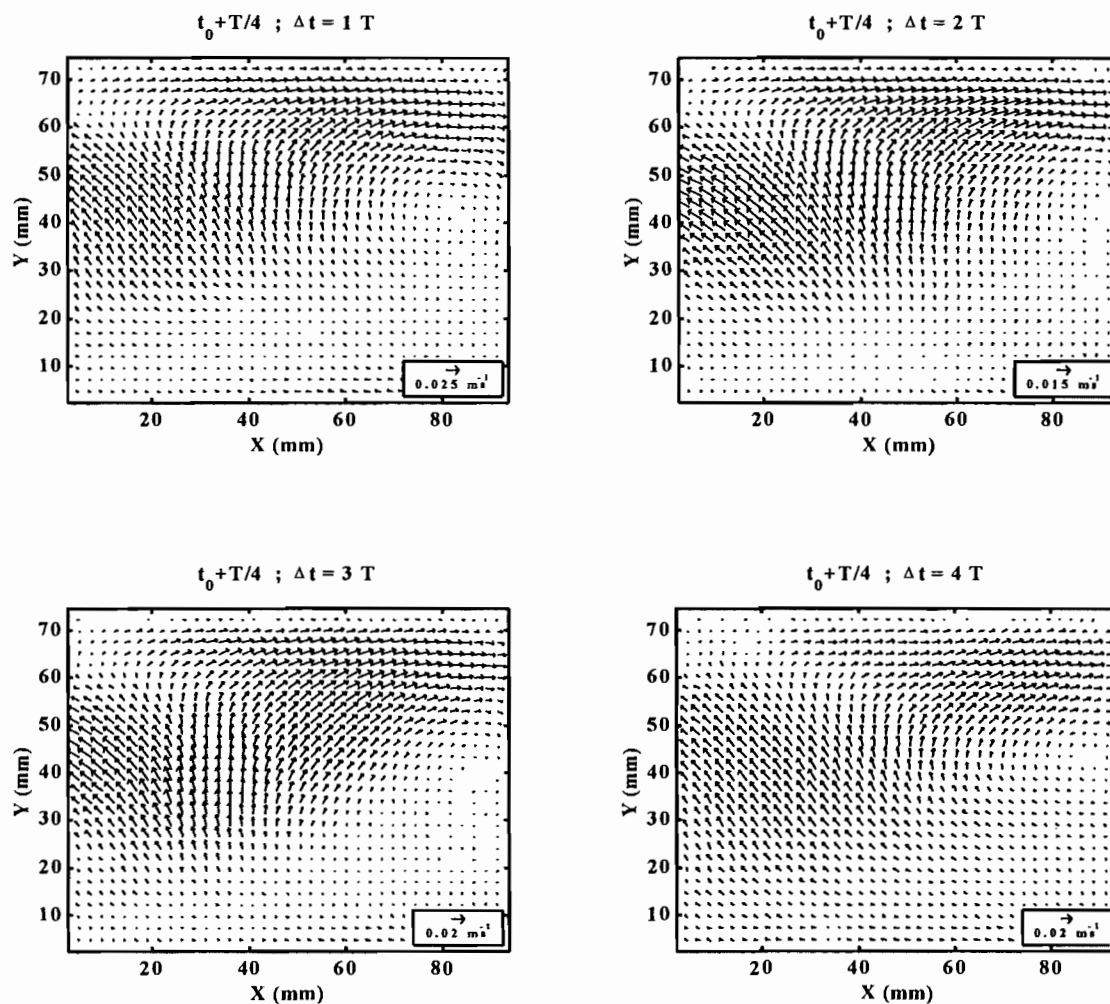


Figure 4.31: Champs de vitesse mesurés dans le résonateur vide (voir figure 4.6). Le champ est centré autour de la position  $x = L/4 = 21.5 \text{ cm}$  et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1500 \text{ Pa}$ . A partir de l'instant  $t_0 + T/4$ , le temps  $\Delta t$  entre l'acquisition de deux images du champ de particules est pris successivement égal à 1, 2, 3 puis 4 périodes acoustiques. Par conséquent, les champs de vitesse mesurés de cette manière ne sont plus de nature acoustique.

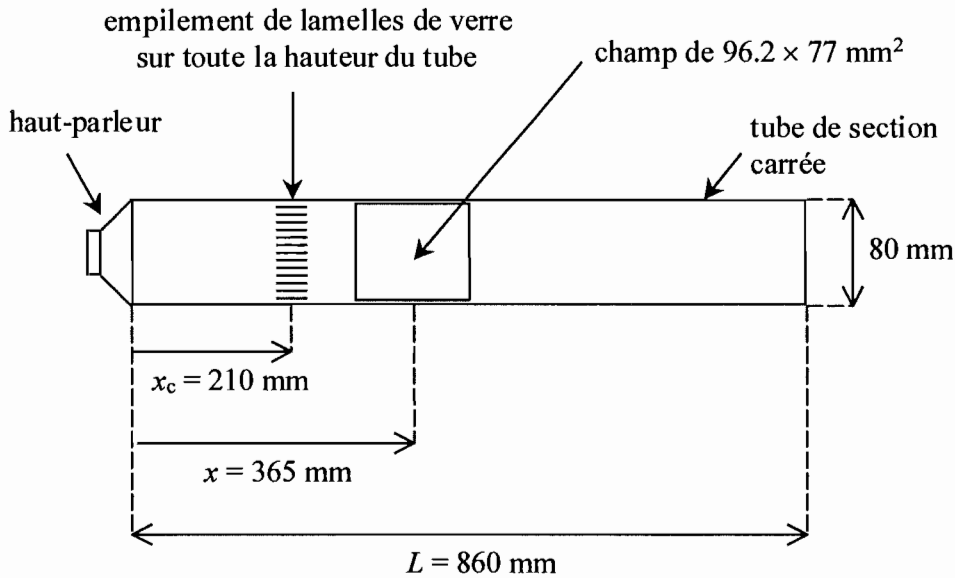


Figure 4.32: Vue schématique de la zone de mesure filmée par la caméra dans le résonateur en présence de l'empilement B placé en  $x_c = 21.0 \text{ cm} \simeq L/4$ . Le champ de  $96.2 \times 77 \text{ mm}^2$  est centré autour de la position  $x = 36.5 \text{ cm}$  et couvre quasiment toute la hauteur du tube.

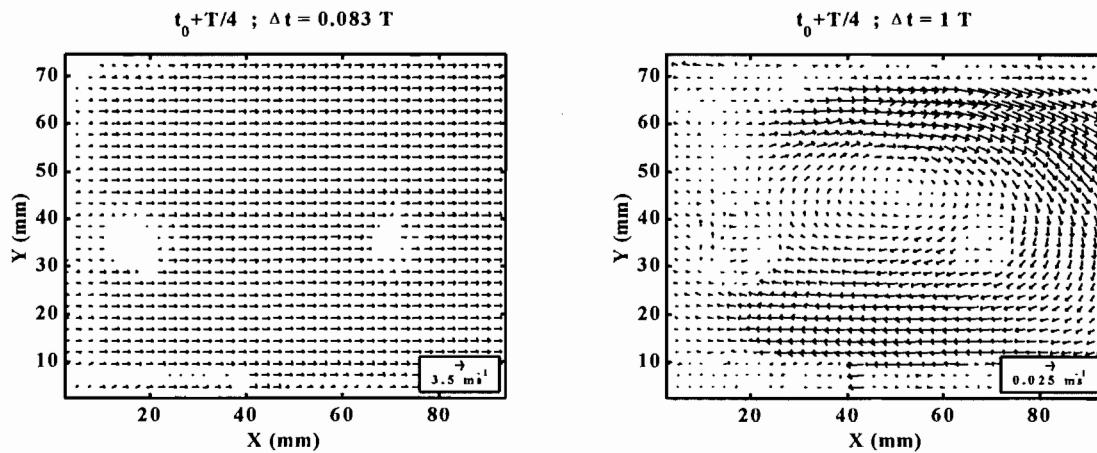


Figure 4.33: Champs de vitesse mesurés dans le résonateur en présence de l'empilement B placé en  $x_c = 21.0 \text{ cm} \simeq L/4$  (voir figure 4.32). Le champ est centré autour de la position  $x = 36.5 \text{ cm}$  et le niveau de pression acoustique crête vaut  $P_A = 1500 \text{ Pa}$ . Les deux champs sont synchronisés sur l'instant  $t_0 + T/4$  du cycle acoustique. À gauche, le temps  $\Delta t$  entre l'acquisition de deux images du champ de particules vaut une fraction de la période acoustique  $T$  : le champ de vitesse obtenu est de nature acoustique. À droite, le temps  $\Delta t$  entre l'acquisition de deux images vaut exactement une période acoustique  $T$  : le champ de vitesse obtenu n'est plus de nature acoustique. Les "trous" apparaissant dans les champs correspondent à des zones non exploitables sur les images numériques brutes.

## 4.8 Conclusion

Les résultats obtenus dans cette étude montrent qu'il est possible, grâce à la technique de vélocimétrie par images de particules (PIV), de mesurer un champ de vitesse de nature acoustique, c'est-à-dire un champ de vitesse dont la composante moyenne est nulle et dont la composante fluctuante oscille sinusoidalement à une fréquence élevée avec une faible amplitude. Les mesures synchronisées permettent en outre d'analyser l'évolution des phénomènes au cours d'un cycle acoustique en autorisant des moyennes de phase.

De surcroît, nous avons démontré la possibilité d'effectuer des mesures de bonne qualité sur des champs de très petite taille : seulement quelques millimètres carrés. Le champ le plus petit sur lequel nous avons travaillé, compte tenu de nos moyens matériels, avait pour taille  $2.9 \times 2.3 \text{ mm}^2$ .

Grâce à la PIV, on peut aussi bien caractériser le champ acoustique loin de tout obstacle ou de toute paroi dans le résonateur, que les perturbations apportées au champ de vitesse à proximité des parois, voire dans un canal de très faibles dimensions. En particulier, nous avons réalisé des mesures dans un canal plan de 1.0 mm de hauteur (empilement B de lamelles de verre) ainsi que dans un canal carré de 0.92 mm de côté (monolithe de céramique 600 CPSI). Nos résultats expérimentaux confirment la validité de certaines modélisations linéaires [80, 4], essentiellement en ce qui concerne la propagation d'une onde acoustique dans des canaux très fins où la viscosité de l'air a une influence.

Enfin, nous avons mis en évidence l'existence de zones tourbillonnaires au voisinage des extrémités des plaques d'un empilement, ce qui confirme de façon qualitative les observations expérimentales de Wetzler & Herman par interférométrie holographique [92] ainsi que les résultats des simulations numériques de Worlikar & Knio [95].



# Conclusion et perspectives

Nous avons construit un premier banc de mesure de l'effet thermoacoustique qui nous a permis de faire une étude paramétrique sur différents empilements de plaques. Ce système fonctionne avec de l'air à pression ambiante et est instrumenté à l'aide de thermocouples miniatures ( $\varnothing 127 \mu\text{m}$ ). Nous avons déterminé l'influence des paramètres géométriques des plaques sur la différence de température qu'on peut créer entre les deux faces d'un empilement. Nous avons également caractérisé l'influence de la position de l'empilement dans le résonateur ainsi que l'influence du niveau de pression acoustique sur la différence de température créée et nous avons comparé nos résultats avec la théorie linéaire de Atchley *et coll.* [7]. Les essais précédents, en régime stationnaire, ont été complétés par une étude de l'évolution temporelle des températures aux extrémités des plaques.

Grâce à un deuxième système expérimental construit au laboratoire, nous avons complété l'étude précédente en mesurant l'évolution temporelle de la distribution de température le long de l'axe d'un stack thermoacoustique depuis la mise en marche de la source acoustique jusqu'au régime établi. Ces mesures ont été effectuées à la fois sur un stack en l'absence d'échangeurs de chaleur et sur un stack couplé à des échangeurs. En l'absence d'échangeurs de chaleur, le profil final de température moyenne le long de l'axe du stack est linéaire, ce qui est en accord avec les théories classiques de la thermoacoustique [93, 80, 7]. Nous avons également mis en évidence l'existence d'un échauffement uniforme le long de l'axe du stack qui se traduit par une légère dérive des températures mesurées en différents points. Cet échauffement, très rarement évoqué dans la littérature, est un phénomène qui se superpose à l'effet thermoacoustique proprement dit et qui tire manifestement son origine de la dissipation d'énergie par viscosité. Le couplage du stack avec des échangeurs de chaleur réduit la différence de température finale entre ses faces du fait que l'on extrait de l'énergie au système. Après couplage, le profil axial de température moyenne n'est plus tout à fait linéaire : il a tendance à s'aplatir près des extrémités du stack. Différents essais portant sur la nature du stack ont été également effectués. Le fait de diminuer la conduction thermique longitudinale dans le stack n'entraîne pas une augmentation de la différence de température  $\Delta T$  entre les faces aussi importante que celle à laquelle on pourrait s'attendre d'après la théorie de Wheatley *et coll.* [93], reprise ensuite par Atchley *et coll.* [7]. Des mesures réalisées avec des matériaux poreux montrent que le profil axial de température moyenne n'est plus du tout linéaire sur un stack couplé à des échangeurs de chaleur : le profil s'arrondit et la température est plus élevée au cœur du stack que sur sa face chaude. En outre, les matériaux poreux sont le siège d'un échauffement global assez important qui est vraisemblablement lié à la dissipation d'énergie par viscosité.

Par ailleurs, grâce à la technique de vélocimétrie par images de particules, nous avons étudié l'évolution temporelle du champ de vitesse acoustique autour d'un stack thermoacoustique,

ainsi que dans ses canaux. En particulier, nous avons réalisé des mesures dans un canal plan de 1.0 mm de hauteur ainsi que dans un canal carré de 0.92 mm de côté. Les profils de vitesse obtenus confirment la validité de certaines modélisations linéaires [80, 4], essentiellement en ce qui concerne la propagation d'une onde acoustique dans des canaux très fins où la viscosité de l'air a une influence. D'autre part, nous avons mis en évidence l'existence de zones tourbillonnaires au voisinage des extrémités des plaques d'un empilement, ce qui confirme de façon qualitative les observations expérimentales de Wetzler & Herman par interférométrie holographique [92] ainsi que les résultats des simulations numériques de Worlikar & Knio [95].

La plupart de nos mesures ont été effectuées pour un niveau de pression acoustique crête ne dépassant pas  $P_A = 1500$  Pa au maximum, ce qui est déjà assez important. Il serait intéressant de répéter les mêmes mesures à des niveaux encore plus élevés, c'est-à-dire dans le domaine de l'acoustique non-linéaire. En effet, la plupart des prototypes opérationnels de machines thermoacoustiques fonctionnent avec des niveaux acoustiques particulièrement intenses. En outre, en améliorant le système expérimental existant, il est prévu d'effectuer un bilan thermique sur les échangeurs de chaleur afin de quantifier la puissance extraite et d'avoir une estimation du rendement de la maquette.

Comme nous l'avons déjà dit, la finalité de ce travail est d'explorer la faisabilité d'un système de refroidissement miniature à effet thermoacoustique. Sur la base des résultats expérimentaux déjà acquis, nous sommes en train de construire une maquette dont la longueur du résonateur est de 20 cm environ, ce qui constitue une diminution d'un facteur 1/5 par rapport aux dimensions des systèmes que nous avons construits auparavant. Les principales difficultés concernent la source acoustique, qui doit être suffisamment puissante malgré sa petite taille, ainsi que le choix du stack. A cet égard, un stack présentant des canaux, qu'ils soient plans ou carrés, faisant communiquer directement ses deux faces nous semble préférable en terme de rendement à un stack fait d'un matériau poreux. Il semblerait que ce dernier type de stack soit le siège d'une dissipation visqueuse plus importante et qu'il amortit d'avantage l'onde acoustique.

# Bibliographie

- [1] ADEFF, J. A., HOFLE, T. J., ATCHLEY, A. A. & MOSS, W. C., 1998, "Measurements with reticulated vitreous carbon stacks in thermoacoustic prime movers and refrigerators," *J. Acoust. Soc. Am.* **104** (1), 32-38.
- [2] ADEFF, J. A. & HOFLE, T. J., 2000, "Design and construction of a solar-powered, thermoacoustically driven, thermoacoustic refrigerator," *J. Acoust. Soc. Am.* **107** (6), L37-L42.
- [3] ADEFF, J. A. & HOFLE, T. J., 2000, "Performance improvements for the solar powered, thermoacoustically driven, thermoacoustic refrigerator," *J. Acoust. Soc. Am.* **108** (5), Pt. 2, 2554-2555.
- [4] ARNOTT, W. P., BASS, H. E. & RASPET, R., 1991, "General formulation of thermoacoustics for stacks having arbitrarily shaped pore cross sections," *J. Acoust. Soc. Am.* **90** (6), 3228-3237.
- [5] ARNOTT, W. P., SABATIER, J. M. & RASPET, R., 1991, "Sound propagation in capillary-tube-type porous media with small pores in the capillary walls," *J. Acoust. Soc. Am.* **90** (6), 3299-3306.
- [6] ARNOTT, W. P., BELCHER, J. R., RASPET R. & BASS, E. B., 1994, "Stability analysis of a helium-filled thermoacoustic engine," *J. Acoust. Soc. Am.* **96** (1), 370-375.
- [7] ATCHLEY, A. A., HOFLE, T. J., MUZZERALL, M. L., KITE, M. D. & AO, C., 1990, "Acoustically generated temperature gradients in short plates," *J. Acoust. Soc. Am.* **88** (1), 251-263.
- [8] ATCHLEY, A. A., BASS, H. E., HOFLE, T. J. & LIN, H.-T., 1992, "Study of a thermoacoustic prime mover below onset of self-oscillation," *J. Acoust. Soc. Am.* **91** (2), 734-743.
- [9] ATTENBOROUGH, K., 1982, "Acoustical characteristics of porous materials," *Phys. Rep.* **82**, 179-227.
- [10] AYRAULT, M., BALINT, J.-L. & SCHON, J.-P., 1980, "Measurements of Lagrangian velocities in free convection flow by means of a laser visualization system," EUROMECH 132, Lyon, France, July 2-4, École Centrale de Lyon.  
COURCIER, CH., 1984, "Développement d'une méthode de mesure des champs de vitesse et de concentration dans des écoulements turbulents à l'aide d'un laser à double impulsion associé à un système d'analyse numérique d'images," Thèse de Docteur-Ingénieur, École Centrale de Lyon, France.  
SCHON, J.-P., COURCIER, C., LEE, C., PRABEL, F., MEJEAN, P. & GRANIER, J.-P., 1984, "Visualisation quantitative d'écoulements. Définition de nouveaux paramètres

caractérisant les écoulements turbulents," XXI<sup>ème</sup> Colloque d'Aérodynamique Appliquée AAAF, Ecully, France, 7-9 Novembre, École Centrale de Lyon.

- [11] BACKHAUS, S. & SWIFT, G. W., 1999, "A thermoacoustic Stirling heat engine," *Nature* **399**, 335-338.
- [12] BACKHAUS, S. & SWIFT, G. W., 2000, "A thermoacoustic-Stirling heat engine: Detailed study," *J. Acoust. Soc. Am.* **107** (6), 3148-3166.
- [13] BAILLIET, H., 1998, "Machines thermoacoustiques : Etudes analytiques et expérimentales de couplages et d'effets non linéaires acoustiques," Thèse de doctorat, Université du Maine, France.
- [14] BAILLY, Y. & THIERY, L., 1999, "Analyse simultanée des fluctuations acoustiques de température et de pression dans un tuyau sonore," Actes du Congrès Annuel de la Société Française des Thermiciens, 17-19 Mai, Arcachon.
- [15] BAUWENS, L., 1996, "Oscillating flow of a heat-conducting fluid in a narrow tube," *J. Fluid Mech.* **324**, 135-161.
- [16] BAUWENS, L., 1998, "Thermoacoustics : transient regimes and singular temperature profiles," *Phys. Fluids* **10** (4), 807-818.
- [17] BELCHER, J. R., SLATON, W. V., RASPET, R., BASS, H. E. & LIGHTFOOT, J., 1999, "Working gases in thermoacoustic engines," *J. Acoust. Soc. Am.* **105** (5), 2677-2684.
- [18] BESNOIN, E. & KNIO, O., 2000, "Computational study of a thermoacoustic refrigerator in the thin plate limit," Actes du 5<sup>e</sup> Congrès Français d'Acoustique, EPFL, Lausanne, Suisse, 3-6 Septembre, publié par les Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 234-237.
- [19] BÖSEL, J., TREPP, CH. & FOURIE, J. G., 1999, "An alternative stack arrangement for thermoacoustic heat pumps and refrigerators," *J. Acoust. Soc. Am.* **106** (2), 707-715.
- [20] BROUILLAT, M., 1996, "Design of a thermoacoustic refrigerator model," DEA d'Acoustique, Ecole Centrale de Lyon (France) in cooperation with The Johns Hopkins University (USA).
- [21] CAO, N., OLSON, J. R., SWIFT, G. W. & CHEN, S., 1996, "Energy flux density in a thermoacoustic couple," *J. Acoust. Soc. Am.* **99** (6), 3456-3464.
- [22] CEPERLEY, P. H., 1979, "A pistonless Stirling engine - The traveling wave heat engine," *J. Acoust. Soc. Am.* **66** (5), 1508-1513.
- [23] CEPERLEY, P. H., 1985, "Gain and efficiency of a short traveling wave heat engine," *J. Acoust. Soc. Am.* **77** (3), 1239-1244.
- [24] CHEN, R.-L. & GARRETT, S. L., 1998, "Solar/heat driven thermoacoustic engine," *Proceedings of the 16th International Congress on Acoustics* 2:813-814, eds. P. K. Kuhl and L. A. Crum. Woodbury, New York: Acoustical Society of America.
- [25] CHEN, R.-L. & GARRETT, S. L., 2000, "A large solar/heat-driven thermoacoustic cooler," *J. Acoust. Soc. Am.* **108** (5), Pt. 2, 2554.



- [26] COMTE-BELLOT, G., CHARNAY, G. & SABOT, J., 1981, "Hot-wire and hot-film anemometry and conditional measurements : A report on Euromech 132," *J. Fluid Mech.* **110**, 115-128.
- [27] DUFFOURD, S., JOB, S. & BLANC-BENON PH., 1998, "Application de la thermoacoustique aux micro-systèmes réfrigérants," contrat DGA/DSP n° 97-2532 (lot 1).
- [28] DUFFOURD, S. & BLANC-BENON, PH., 1999, "Caractérisation d'un système thermoacoustique : régimes établi et transitoire," 14<sup>e</sup> Congrès Français de Mécanique, Toulouse, France, 30 Août-3 Septembre, CD-ROM ISBN 2-84088-040.
- [29] DUFFOURD, S., BLANC-BENON, PH. & NICOT, C., 1999, "Application de la thermoacoustique aux micro-systèmes réfrigérants," contrat DGA/DSP n° 97-2532 (Rapport de synthèse finale).
- [30] DUFFOURD, S., BLANC-BENON, PH. & NICOT, C., 2000, "Etudes expérimentales d'un système réfrigérant thermoacoustique," Actes du 5<sup>e</sup> Congrès Français d'Acoustique, EPFL, Lausanne, Suisse, 3-6 Septembre, publié par les Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 208-211.
- [31] DUFFOURD, S., BLANC-BENON, PH., LOTTON, P., BRUNEAU, M. & GUSEV, V., 2000, "Etude temporelle de l'établissement du gradient de température dans un réfrigérateur thermoacoustique : expériences et modèle," Actes du 5<sup>e</sup> Congrès Français d'Acoustique, EPFL, Lausanne, Suisse, 3-6 Septembre, publié par les Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 226-229.
- [32] DUFFOURD, S., NICOT, CH. & BLANC-BENON, PH., 2001, "Measurements of the temperature gradient build-up in a thermoacoustic stack with and without heat-exchangers," Proceedings of the First International Workshop on Thermoacoustics, 's-Hertogenbosch, The Netherlands, April 22-25, A5.
- [33] DUFFOURD, S. & BLANC-BENON, PH., 2001, "Etudes expérimentales d'un stack de réfrigérateur thermoacoustique : mesures de vitesse acoustique par PIV et évolution temporelle du gradient de température," XV<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, Nancy, France, 3-7 Septembre.
- [34] GARRETT, S. L., ADEFF, J. A. & HOFER, T. J., 1993, "Thermoacoustic refrigerator for space applications," *J. Thermophysics and Heat Transfer* **7** (4), 595-599.
- [35] GARRET, S. L., PERKINS, D. K. & GOPINATH, A., 1994, "Thermoacoustic refrigerator heat exchangers : design, analysis and fabrication," Proc. 10th International Heat Transfer Conference, Brighton, UK, 9-HE-9, August 14-18, 375-380.
- [36] GARRETT, S. L., 1999, "Reinventing the engine," *Nature* **399**, 303-305.
- [37] GARRETT, S. L. & BACKHAUS, S., 2000, "The power of sound," *Am. Sci.* **88** (6), 516-525.
- [38] GOODFELLOW Catalogue 2000/2001, Métaux & Alliages - Céramiques - Polymères - Composés - Composites. Goodfellow Cambridge Limited, Ermine Business Park, Huntingdon, PE29 6WR, England. Réf. VC003827.
- [39] GOPINATH, A., TAIT, N. L. & GARRETT, S. L., 1998, "Thermoacoustic streaming in a resonant channel : The time-averaged temperature distribution," *J. Acoust. Soc. Am.* **103** (3), 1388-1405.

- [40] GUSEV, V., BAILLIET, H., LOTTON, P. & BRUNEAU, M., 2000, "Asymptotic theory of nonlinear acoustic waves in a thermoacoustic prime-mover," *Acustica - Acta acustica* **86**, 25-38.
- [41] GUSEV, V., JOB, S., BAILLIET, H., LOTTON, P. & BRUNEAU, M., 2000, "Acoustic streaming in annular thermoacoustic prime-movers," *J. Acoust. Soc. Am.* **108** (3), Pt. 1, 934-945.
- [42] GUSEV, V., LOTTON, P., BAILLIET, H., JOB, S. & BRUNEAU, M., 2000, "Relaxation-time approximation for analytical evaluation of temperature field in thermoacoustic stack," *J. Sound Vib.* **235** (5), 711-726.
- [43] HANN, D. B. & GREATED, C. A., 1997, "Measurement of acoustic particle velocity using particle image velocimetry techniques," *Acustica - Acta acustica* **83**, 354-358.
- [44] HAYDEN, M. E. & SWIFT, G. W., 1997, "Thermoacoustic relaxation in a pin-array stack," *J. Acoust. Soc. Am.* **102** (5), 2714-2722.
- [45] HOFLENER, T. J., 1986, "Thermoacoustic refrigerator design and performance," Ph. D. thesis, Physics Department, University of California at San Diego.
- [46] HOFLENER, T. J. & REED, M. S., 1996, "Measurements with wire mesh stacks in thermoacoustic prime movers," *J. Acoust. Soc. Am.* **99** (4), Pt. 2, 2559.
- [47] HOFLENER, T. J. & ADEFF, J. A., 2000, "Development of a miniature thermoacoustic refrigerator," *J. Acoust. Soc. Am.* **108** (5), Pt. 2, 2554.
- [48] HOFLENER, T. J., 2000, "A graphical software application for design and simulation in thermoacoustic research (DSTAR)," *J. Acoust. Soc. Am.* **108** (5), Pt. 2, 2554.
- [49] HUELSZ, G. & RAMOS, E., 1998, "Temperature measurements inside the oscillatory boundary layer produced by acoustic waves," *J. Acoust. Soc. Am.* **103** (3), 1532-1537.
- [50] HUMPHREYS, W. M., Jr., BARTRAM, S. M., PARROTT, T. L. & JONES, M. G., 1998, "Digital PIV measurements of acoustic particle displacements in a normal incidence impedance tube," AIAA Paper 98-2611, 20th AIAA Advanced Measurement and Ground Testing Technology Conference, June 15-18, Albuquerque, NM.
- [51] ILINSKII, Y. A., LIPKENS, B., LUCAS, T. S., VAN DOREN, T. W. & ZABOLOTSKAYA, E. A., 1998, "Nonlinear standing waves in an acoustical resonator," *J. Acoust. Soc. Am.* **104** (5), 2664-2674.
- [52] JOHNSON, R. A., GARRETT, S. L. & KEOLIAN, R. M., 2000, "Thermoacoustic cooling for surface combatants," *Naval Engineers Journal* **112** (4), 335-345.
- [53] KARPOV, S. & PROSPERETTI, A., 1998, "Linear thermoacoustic instability in the time domain," *J. Acoust. Soc. Am.* **103** (6), 3309-3317.
- [54] KARPOV, S. & PROSPERETTI, A., 2000, "Nonlinear saturation of the thermoacoustic instability," *J. Acoust. Soc. Am.* **107** (6), 3130-3147.
- [55] KIM, Y. T., SUH, S. J. & KIM, M. G., 1998, "Linear resonant duct thermoacoustic refrigerator having regenerator stacks," Proc. 16th International Congress on Acoustics and 135th Meeting Acoustical Society of America, Seattle, Washington, USA, 20-26 June.

- [56] LANDAU, L. D. & LIFSHITZ, E. M., *Fluid Mechanics* (Pergamon Press, Oxford, 1987).
- [57] LAWRENSON, C. C., LIPKENS, B., LUCAS, T. S., PERKINS, D. K. & VAN DOREN, T. W., 1998, "Measurements of macrosonic standing waves in oscillating closed cavities," *J. Acoust. Soc. Am.* **104** (2), Pt. 1, 623-636.
- [58] LOTTON, P., DUFFOURD, S., BLANC-BENON, PH., BRUNEAU, M. & GUSEV., V., 2001, "Transient temperature gradient in a thermoacoustic stack : experience and model," Proceedings of the First International Workshop on Thermoacoustics, 's-Hertogenbosch, The Netherlands, April 22-25, 3.
- [59] MERKLI, P. & THOMANN, H., 1975, "Thermoacoustic effects in a resonance tube," *J. Fluid Mech.* **70** (1), 161-177.
- [60] MERKLI, P. & THOMANN, H., 1975, "Transition to turbulence in oscillating pipe flow," *J. Fluid Mech.* **68** (3), 567-575.
- [61] MICHARD, M., DUFFOURD, S., BLANC-BENON, PH., GROSJEAN, N. & NICOT, CH., 2000, "Vélocimétrie par image de particules autour d'un empilement de plaques placé dans un résonateur thermoacoustique," Actes du 7ème Congrès Francophone de Vélocimétrie Laser, Marseille, France, 19-22 Septembre, Association Francophone de Vélocimétrie Laser, 407-413.
- [62] MOZURKEWICH, G., 1995, "Heat transfer from a cylinder in an acoustic standing wave," *J. Acoust. Soc. Am.* **98** (4), 2209-2216.
- [63] MOZURKEWICH, G., 1998, "Time-average temperature distribution in a thermoacoustic stack," *J. Acoust. Soc. Am.* **103** (1), 380-388.
- [64] MOZURKEWICH, G., 1998, "A model for transverse heat transfer in thermoacoustics," *J. Acoust. Soc. Am.* **103** (6), 3318-3326.
- [65] MUEHLEISEN, R. T., ATCHLEY, A. A., HEBERT, D. D. & SALINDONG, A. R., 1997, "Measurements and Empirical Model of Temperature Evolution in a Short Stack", ASME/AiChE Heat Transfer Conference, Baltimore, MD, August 10-12.
- [66] MUEHLEISEN, R. T. & ATCHLEY, A. A., 1998, "Simple model for temperature gradient formation in a short stack," Proc. 16th International Congress on Acoustics and 135th Meeting Acoustical Society of America, Seattle, Washington, USA, 20-26 June.
- [67] MUEHLEISEN, R. T. & BEAMER, C. W., 2000, "Thermoviscous functions of wire mesh and RVC stacks," *J. Acoust. Soc. Am.* **108** (5), Pt. 2, 2555.
- [68] POESE, M. E. & GARRETT, S. L., 2000, "Performance measurements on a thermoacoustic refrigerator driven at high amplitudes," *J. Acoust. Soc. Am.* **107** (5), Pt. 1, 2480-2486.
- [69] RAFFEL, M., WILLERT, C. & KOMPENHANS, J., *Particle Image Velocimetry, A practical guide* (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1998).
- [70] REID, R. S. & SWIFT, G. W., 2000, "Experiments with a flow-through thermoacoustic refrigerator," *J. Acoust. Soc. Am.* **108** (6), 2835-2842.

- [71] ROCKLIFF, D., CAMPBELL, D. M. & GREATED, C. A., 2000, "PIV experimental study on acoustic streaming in cylindrical air-filled tubes using high intensity sound fields," Proc. 5th French Congress on Acoustics, EPFL, Lausanne, Switzerland, September 3-6, edited by Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 199-202.
- [72] ROH, H.-S., ARNOTT, W. P., SABATIER, J. M. & RASPET, R., 1991, "Measurement and calculation of acoustic propagation constants in arrays of small air-filled rectangular tubes," *J. Acoust. Soc. Am.* **89** (6), 2617-2624.
- [73] ROTT, N., 1969, "Damped and thermally driven acoustic oscillations in wide and narrow tubes," *Z. Angew. Math. Phys.* **20**, 230-243.
- [74] ROTT, N., 1975, "Thermally driven acoustic oscillations, Part III : Second-order heat flux," *Z. Angew. Math. Phys.* **26**, 43-49.
- [75] ROTT, N., 1980, "Thermoacoustics," *Adv. Appl. Mech.* **20**, 135-175, Academic Press.
- [76] SHARPE, J. P., GREATED, C. A., GRAY, C. & CAMPBELL, D. M., 1989, "The measurement of acoustic streaming using particle image velocimetry," *Acustica* **68**, 168-172.
- [77] SLATON, W. V. & RASPET, R., 2000, "Wet-walled thermoacoustics," *J. Acoust. Soc. Am.* **108** (5), Pt. 2, 2569.
- [78] SMITH, R. W. M., KEOLIAN, R. M., GARRETT, S. & COREY, J., 1999, "High-efficiency 2-kW thermoacoustic driver," *J. Acoust. Soc. Am.* **105** (2), Pt. 2, 1072.
- [79] STINSON, M. R., 1991, "The propagation of plane sound waves in narrow and wide circular tubes, and the generalization to uniform tubes of arbitrary cross-sectional shape," *J. Acoust. Soc. Am.* **89** (2), 550-558.
- [80] SWIFT, G. W., 1988, "Thermoacoustic engines," *J. Acoust. Soc. Am.* **84** (4), 1145-1180.
- [81] SWIFT, G. W., 1992, "Analysis and performance of a large thermoacoustic engine," *J. Acoust. Soc. Am.* **92** (3), 1551-1563.
- [82] SWIFT, G. W. & KEOLIAN, R. M., 1993, "Thermoacoustics in pin-array stacks," *J. Acoust. Soc. Am.* **94** (2), 941-943.
- [83] SWIFT, G. W., 1995, "Thermoacoustic engines and refrigerators," *Physics today* **48** (7), 22-28.
- [84] SWIFT, G. W., *Thermoacoustics : A unifying perspective for some engines and refrigerators* (1999, une version provisoire est disponible sur Internet à l'adresse <http://www.lanl.gov/thermoacoustics/>).
- [85] TIJDEMAN, H., 1975, "On the propagation of sound waves in cylindrical tubes," *J. Sound Vib.* **39** (1), 1-33.
- [86] UNDERWOOD, T. S., SMITH, D. M. & MUEHLEISEN, R. T., 1999, "Design and construction of a small thermoacoustic refrigerator," *J. Acoust. Soc. Am.* **106** (4), Pt. 2, 2264.
- [87] WAKELAND, R. S. & KEOLIAN, R. M., 2000, "Nostack thermoacoustics," *J. Acoust. Soc. Am.* **108** (5), Pt. 2, 2569.

- [88] WARD, W. C. & SWIFT, G. W., 1994, "Design environment for low-amplitude thermoacoustic engines," *J. Acoust. Soc. Am.* **95** (6), 3671-3672.
- [89] WATANABE, M., PROSPERETTI, A. & YUAN, H., 1997, "A simplified model for linear and nonlinear processes in thermoacoustic prime movers. Part I. Model and linear theory," *J. Acoust. Soc. Am.* **102** (6), 3484-3496.
- [90] WAXLER, R., 1999, "Second-order thermoacoustics," *J. Acoust. Soc. Am.* **105** (2), Pt. 2, 1072.
- [91] WETZEL, M. & HERMAN, C., 1997, "Design optimization of thermoacoustic refrigerators," *Int J. Refrig.* **20** (1), 3-21.
- [92] WETZEL, M. & HERMAN, C., 2000, "Experimental study of thermoacoustic effects on a single plate. Part I: Temperature fields," *Heat and Mass Transfer* **36**, 7-20.
- [93] WHEATLEY, J., HOFER, T., SWIFT, G. W. & MIGLIORI, A., 1983, "An intrinsically irreversible thermoacoustic heat engine," *J. Acoust. Soc. Am.* **74** (1), 153-170.
- [94] WILEN, L. A., 1998, "Measurements of thermoacoustic functions for single pores," *J. Acoust. Soc. Am.* **103** (3), 1406-1412.
- [95] WORLIKAR, A. S. & KNIO, O. M., 1996, "Numerical simulation of a thermoacoustic refrigerator. Part I : Unsteady adiabatic flow around the stack," *J. Comput. Phys.* **127**, 424-451.
- [96] WORLIKAR, A. S.; 1997, "Numerical simulation of thermoacoustic refrigerators," Ph. D. thesis, Johns Hopkins University, Baltimore, Maryland (USA).
- [97] WORLIKAR, A. S., KNIO, O. M. & KLEIN, R., 1998, "Numerical simulation of a thermoacoustic refrigerator. Part II : Stratified flow around the stack," *J. Comput. Phys.* **144**, 299-324.
- [98] WORLIKAR, A. S. & KNIO, O. M., 1999, "Numerical study of oscillatory flow and heat transfer in a loaded thermoacoustic stack," *Numerical Heat Transfer, Part. A, Vol.* **35**, 49-65.
- [99] YAZAKI, T., IWATA, A., MAEKAWA, T. & TOMINAGA, A., 1998, "Traveling wave thermoacoustic engine in a looped tube," *Physical Review Letters* **81** (15), 3128-3131.
- [100] YUAN, H., KARPOV, S. & PROSPERETTI, A., 1997, "A simplified model for linear and nonlinear processes in thermoacoustic prime movers. Part II. Nonlinear oscillations," *J. Acoust. Soc. Am.* **102** (6), 3497-3506.
- [101] ZWIKKER, C. & KOSTEN, C., *Sound Absorbing Materials* (Elsevier, Amsterdam, 1949).



# Annexe A

## Principales notations utilisées

$a$	célérité du son	[m.s <sup>-1</sup> ]
$c_p$	capacité calorifique du fluide à pression constante	[J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$c_s$	capacité calorifique du matériau du stack	[J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$d$	épaisseur d'une plaque d'un empilement ou d'une cloison dans un monolithe de céramique	[m]
$DR$	"drive ratio" : rapport des pressions acoustique/statique ( $DR = P_A/p_m$ )	[-]
$f$	fréquence de l'onde acoustique stationnaire	[Hz]
$f_\kappa$	fonction thermoacoustique de Rott pour les phénomènes thermiques ( $f_\kappa = 1 - \tilde{F}(\lambda_T)$ )	[-]
$f_\nu$	fonction thermoacoustique de Rott pour les phénomènes visqueux ( $f_\nu = 1 - \tilde{F}(\lambda)$ )	[-]
$F$	fonction de forme ou thermovisqueuse de Arnott <i>et coll.</i>	[-]
$h$	espacement entre deux plaques d'un empilement ou côté d'un pore carré	[m]
$\dot{H}_2$	flux total d'énergie (flux d'enthalpie + pertes par conduction) dans le stack	[W]
$k$	nombre d'onde acoustique ( $k = \omega/a$ )	[m <sup>-1</sup> ]
$K$	conductivité thermique du fluide	[W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$K_s$	conductivité thermique du matériau du stack	[W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$l$	moitié de l'épaisseur d'une plaque d'un empilement	[m]
$L$	longueur du tube constituant le résonateur	[m]
$p_1$	amplitude de la pression acoustique en $x$ ou $x_c$ dans le fluide	[Pa]
$P_A$	pression acoustique crête dans le fluide	[Pa]
$p_m$	pression statique moyenne du fluide	[Pa]
$\dot{Q}_2$	flux de chaleur thermoacoustique (flux d'entropie) dans le fluide au niveau du stack	[W]
$R$	dimension transversale caractéristique d'un pore dans le formalisme de Arnott <i>et coll.</i>	[m]
$t_0$	instant de référence pour la synchronisation des mesures par PIV	[s]
$T$	période de l'onde acoustique stationnaire ( $T = 1/f$ ) ou température	[s] [K]
$T_1$	fluctuation de la température du fluide	[K]
$T_c$	température froide ("cold") sur le stack	[K]
$T_h$	température chaude ("hot") sur le stack	[K]
$T_m$	température moyenne dans le fluide ou sur le stack (fonction de $x$ )	[K]
$u_1$	vitesse acoustique en $x$ ou $x_c$ dans le fluide	[m.s <sup>-1</sup> ]
$u_A$	vitesse acoustique crête dans le fluide	[m.s <sup>-1</sup> ]
$\dot{W}_2$	flux de travail (= flux de l'intensité acoustique) dans le fluide au niveau du stack	[W]
$x$	coordonnée selon l'axe du tube (résonateur)	[m]
$x_c$	coordonnée du centre du stack selon l'axe du tube	[m]
$x_1$	déplacement particulaire crête en $x$ ou $x_c$	[m]
$y_0$	moitié de l'espacement entre deux plaques d'un empilement	[m]

$\beta$	coefficient de dilatation thermique	[K <sup>-1</sup> ]
$\gamma$	rapport des chaleurs spécifiques du fluide ( $\gamma = c_p/c_v$ )	[-]
$\Gamma$	gradient normalisé de température moyenne sur le stack ( $\Gamma = \nabla T_m / \nabla T_{\text{crit}}$ )	[-]
$\delta_\kappa$	profondeur de pénétration thermique dans le fluide	[m]
$\delta_\nu$	profondeur de pénétration visqueuse dans le fluide	[m]
$\delta_s$	profondeur de pénétration thermique dans le matériau du stack	[m]
$\Delta t$	intervalle de temps entre deux illuminations par une impulsion laser (mesures PIV)	[s]
$\Delta T$	différence de température entre les deux faces du stack	[K]
$\Delta x$	longueur du stack suivant l'axe du résonateur	[m]
$\epsilon_s$	facteur de correction de capacité calorifique des parois du stack	[-]
$\lambda$	longueur d'onde de l'onde acoustique stationnaire ou "dimensionless shear wave number" dans le formalisme de Arnott <i>et coll.</i> ( $\lambda = \sqrt{2}R/\delta_\nu$ )	[m] [-]
$\lambda_T$	"dimensionless thermal disturbance number" dans le formalisme de Arnott <i>et coll.</i> ( $\lambda_T = \sqrt{2}R/\delta_\kappa$ )	[-]
$\mu$	viscosité dynamique du fluide	[kg.m <sup>-1</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\nu$	viscosité cinématique du fluide	[m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\Pi$	périmètre de la section transversale d'une plaque en contact avec le fluide ("périmètre mouillé")	[m]
$\rho_1$	fluctuation de la masse volumique du fluide	[kg.m <sup>-3</sup> ]
$\rho_m$	masse volumique moyenne du fluide	[kg.m <sup>-3</sup> ]
$\rho_s$	masse volumique du matériau du stack	[kg.m <sup>-3</sup> ]
$\sigma$	nombre de Prandtl du fluide	[-]
$\omega$	pulsation de l'onde acoustique stationnaire ( $\omega = 2\pi f$ )	[rad.s <sup>-1</sup> ]



## Annexe B

# Algorithme de conception et d'optimisation de Wetzel & Hermann pour un réfrigérateur thermoacoustique

### B.1 Introduction

Les modèles disponibles dans la littérature ont comme point de départ une linéarisation des équations de Navier-Stokes [75, 80] et ont le plus souvent trait à la mise au point de logiciels du type DeltaE (Los Alamos National Laboratory [88]). Ils permettent de prédire la différence de température à partir de la géométrie du système et des propriétés physiques du fluide utilisé.

Cependant ce type de modélisation n'est pas très bien adaptée à la conception et à l'optimisation de réfrigérateurs thermoacoustiques car les performances attendues du système ne peuvent pas servir de variables d'entrée dans les calculs. Au contraire, l'algorithme d'optimisation proposé en 1997 par Wetzel et Herman [91] permet de définir d'une part la géométrie du tube de résonance et du système d'empilement de plaques, d'autre part la nature du fluide en fonction de la différence de température désirée, de la quantité de chaleur que doit extraire le noyau thermoacoustique et du niveau moyen de pression acoustique.

### B.2 Hypothèses

L'algorithme pour l'optimisation de la conception d'un réfrigérateur thermoacoustique, développé par Wetzel & Herman [91], repose sur la description du réfrigérateur thermoacoustique en tant que *système thermodynamique*, ce système étant divisé en quatre modules principaux (cf. figure B.1) :

- le noyau thermoacoustique (c'est-à-dire l'empilement de plaques ainsi que la portion du tube de résonance qui l'entoure)
- le tube de résonance
- les échangeurs de chaleur
- la source acoustique (haut-parleur)

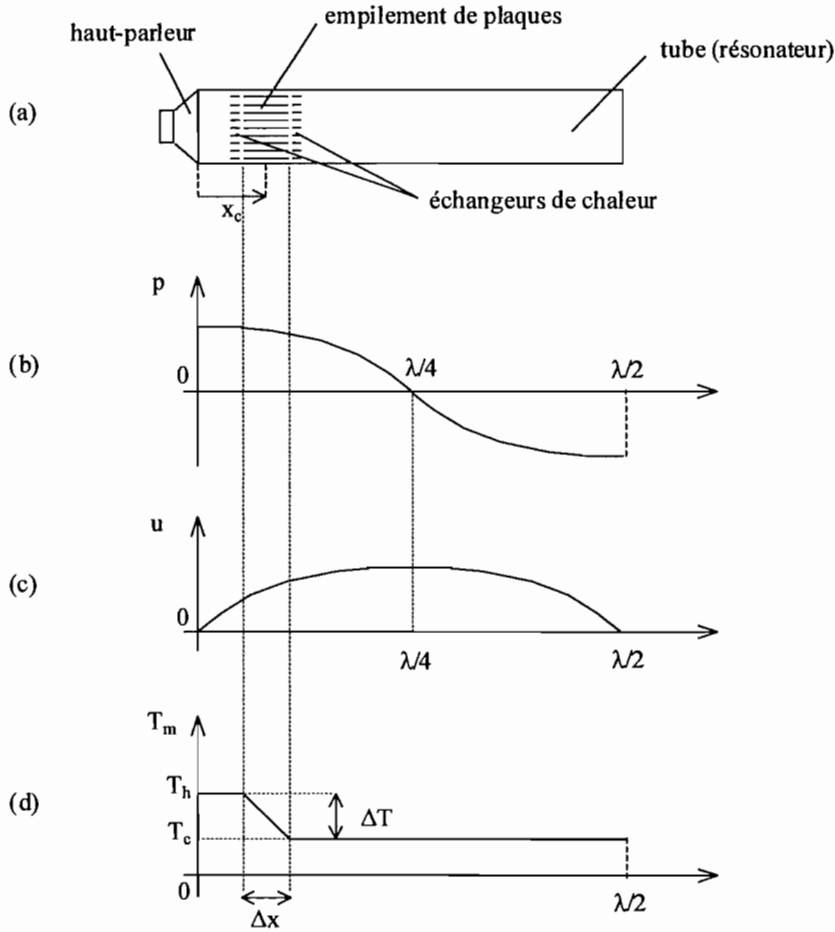


Figure B.1: (a) schéma simplifié d'un réfrigérateur thermoacoustique, (b) profil de la pression acoustique, (c) profil de la vitesse acoustique particulière, (d) profil de température moyenne dans le fluide selon l'axe du tube. (D'après Wetzel & Herman, *Int J. Refrig.* **20** (1), 1997.)

L'algorithme d'optimisation de Wetzel & Herman concerne uniquement le module appelé noyau thermoacoustique, dont le rendement est décrit par le coefficient  $COP_{tc}$  :

$$COP_{tc} = \frac{Q_c}{W_{tc}}, \quad (\text{B.1})$$

avec :

$Q_c$  : flux de chaleur qui sort de l'échangeur de chaleur froid à la température  $T_c$  et qui entre dans le noyau thermoacoustique ;

$W_{tc}$  : flux de travail consommé par le noyau thermoacoustique.

### B.3 Modèle linéaire d'un réfrigérateur thermoacoustique

Le  $COP_{tc}$  peut être estimé en appliquant le modèle linéaire décrivant le processus thermoacoustique connu sous le nom de "approximation de la couche limite sur un empilement court" ("short stack boundary layer approximation") [80]. On va voir plus loin que le  $COP_{tc}$  dépend de nombreux paramètres, et tout l'intérêt de l'algorithme de Wetzel & Herman réside dans le

fait qu'il propose une démarche systématique pour déterminer les valeurs des paramètres qui permettent d'atteindre des performances données.

L'approximation de la couche limite sur un empilement court conduit aux expressions suivantes [91] pour le flux d'enthalpie  $H$  et le flux de travail  $W$  d'origine thermoacoustique :

$$H = \frac{-1}{4} \Pi \delta_\kappa \frac{T_m \beta p_c u_c}{(1 + \epsilon_s)(1 + \sigma)(1 - \delta_\nu/y_0 + \delta_\nu^2/2y_0^2)} \times \left[ \frac{1 + \sqrt{\sigma} + \sigma(1 + \epsilon_s)}{1 + \sqrt{\sigma}} \Gamma - (1 + \sqrt{\sigma} - \delta_\nu/y_0) \right] - \Pi (y_0 K + l K_s) \frac{dT_m}{dx}, \quad (\text{B.2})$$

$$W = \frac{\Pi \Delta x}{4} \left\{ \frac{\delta_\kappa (\gamma - 1) \omega p_c^2}{\rho_m a^2 (1 + \epsilon_s)} \times \left[ \frac{\Gamma}{(1 + \sqrt{\sigma})(1 - \delta_\nu/y_0 + \delta_\nu^2/2y_0^2)} - 1 \right] - \frac{\delta_\nu \omega \rho_m u_c^2}{(1 - \delta_\nu/y_0 + \delta_\nu^2/2y_0^2)} \right\}. \quad (\text{B.3})$$

Ici, les grandeurs  $p_c$  et  $u_c$  désignent respectivement l'amplitude acoustique crête et la vitesse acoustique particulière crête dans le fluide au niveau du centre des plaques de l'empilement (l'indice  $c$  faisant référence à "(stack) center"). On trouvera une vue d'ensemble des notations utilisées dans les tableaux B.1 et B.2, ainsi que dans la nomenclature de la page 179.

Pour un réfrigérateur thermoacoustique, on peut utiliser les expressions (B.2) et (B.3) pour estimer le  $COP$  du noyau thermoacoustique :

$$COP_{tc} = \frac{|H| - |W|}{|W|} = \frac{Q_c}{W_{tc}}. \quad (\text{B.4})$$

En examinant les expressions (B.2) et (B.3), on voit clairement que le rendement  $COP_{tc}$  (B.4) dépend d'un ensemble de paramètres variés, tels que la longueur  $\Delta x$  de l'empilement de plaques, la moitié  $y_0$  de l'espace inter-plaques, les caractéristiques  $\rho_m$  et  $\sigma$  du fluide de travail, la pulsation  $\omega$ , la pression moyenne  $p_m$ , etc ... A partir de ces équations, on peut identifier 19 paramètres de conception indépendants, qui constituent un espace multidimensionnel de paramètres présentés dans le tableau B.1. Cet espace multidimensionnel de paramètres est divisé en trois sous-espaces :

- les données du cahier des charges qui spécifient les conditions de fonctionnement du noyau thermoacoustique ;
- les paramètres caractéristiques des matériaux décrivant les propriétés thermophysiques du fluide de travail et du matériau des plaques ;
- les paramètres caractéristiques géométriques illustrés sur la figure B.2.

Si l'on considère seulement des gaz parfaits ou des liquides près de leur point critique comme fluides de travail potentiels, comme le suggère Swift [80], on peut faire l'approximation que

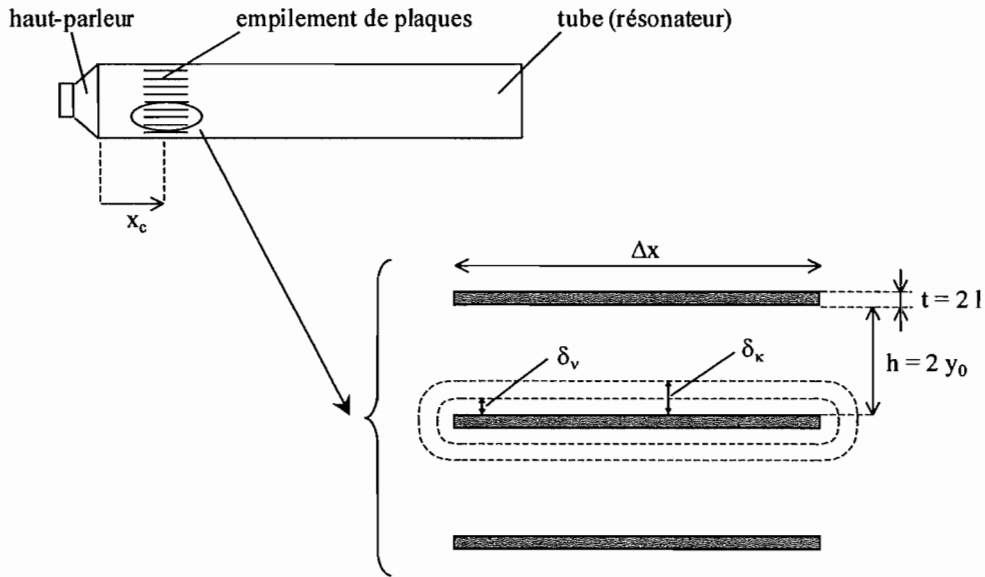


Figure B.2: Schéma simplifié d'un réfrigérateur thermoacoustique avec une vue agrandie de la zone au sein de l'empilement des plaques (*noyau thermoacoustique*). La profondeur de pénétration visqueuse  $\delta_v$  et la profondeur de pénétration thermique  $\delta_\kappa$ , dans le fluide environnant, sont matérialisées de manière symbolique.

$T_m\beta = 1$  et retirer le coefficient de dilatation thermique  $\beta$  de la liste des paramètres caractéristiques des matériaux. Ainsi le nombre de paramètres de conception indépendants se réduit à 18.

Données du cahier des charges	Paramètres caractéristiques des matériaux	Paramètres caractéristiques géométriques
$Q_c$ : charge de refroidissement du noyau thermoacoustique $( H  -  W ) > Q_{load}$ $\Delta T$ : différence de température souhaitée $T_m$ : température moyenne de fonctionnement $p_m$ : pression moyenne du fluide $P_A$ : valeur crête de la pression acoustique $f$ : fréquence de résonance	<b>Fluide de travail :</b> $K$ : conductivité thermique $a$ : célérité du son $\mu$ : viscosité dynamique $\gamma$ : rapport des chaleurs spécifiques $\beta$ : coefficient de dilatation thermique  <b>Matériau de l'empilement :</b> $\rho_s$ : masse volumique moyenne $c_s$ : chaleur spécifique $K_s$ : conductivité thermique	$\Delta x$ : longueur de l'empilement $x_c$ : position du centre de l'empilement $h = 2y_0$ : espacement entre deux plaques $t = 2l$ : épaisseur d'une plaque $A$ : aire de la section transversale du tube (résonateur)

Tableau B.1: Espace multidimensionnel des paramètres de conception caractéristiques du noyau thermoacoustique. (D'après Wetzels & Herman, *Int J. Refrig.* **20** (1), 1997.)

Données du cahier des charges	Paramètres caractéristiques des matériaux	Paramètres caractéristiques géométriques
charge de refroidissement normalisée du noyau thermoacoustique : $\Phi_c = \frac{Q_c}{Ap_m a} = \frac{ H  -  W }{Ap_m a}$  différence de température normalisée : $\theta = \frac{\Delta T}{T_m} = \frac{T_h - T_c}{T_m}$  rapport des pressions ("drive ratio") : $DR = \frac{P_A}{p_m}$	<b>Fluide de travail :</b>  nombre de Prandtl : $\sigma = \frac{\mu c_p}{K}$ $\sigma \ll 1$  rapport des chaleurs spécifiques : $\gamma$ $\gamma = 1.667$ pour les gaz monoatomiques  <b>Matériau de l'empilement :</b>  facteur de correction de capacité calorifique des plaques : $\epsilon_s = \sqrt{\frac{\rho_m c_p K}{\rho_s c_s K_s}}$ $\epsilon_s \ll 1$	longueur normalisée de l'empilement : $\xi = \frac{2\pi \Delta x}{\lambda} = \frac{2\pi f \Delta x}{a}$  position normalisée du centre de l'empilement : $\xi_c = \frac{2\pi x_c}{\lambda} = \frac{2\pi f x_c}{a}$ $0 < \xi_c < 0.78$  espacement normalisé entre deux plaques : $\delta_{\kappa h} = \frac{\delta_{\kappa}}{h}$ $0.25 < \delta_{\kappa h} < 0.5$  coefficient d'obstruction ("blockage ratio") : $BR = \frac{h}{h + t}$ $BR \sim 0.8$

Tableau B.2: Espace multidimensionnel des paramètres normalisés décrivant le noyau thermoacoustique. (D'après Wetzels & Herman, *Int J. Refrig.* **20** (1), 1997.)

## B.4 Adimensionnalisation des paramètres de conception

Une procédure d'adimensionnalisation permet de réduire le nombre de paramètres indépendants à manipuler en formant des variables adimensionnelles à partir des paramètres de conception listés dans le tableau B.1. Ces variables adimensionnelles forment un espace multidimensionnel de paramètres normalisés qui est décrit dans le tableau B.2.

A présent, si l'on substitue les expressions des paramètres normalisés, définis dans le tableau B.2, dans les équations (B.2) et (B.3), on peut exprimer le flux normalisé d'enthalpie  $\Phi_H$  et le flux normalisé de travail  $\Phi_W$  sous la forme suivante :

$$\Phi_H = \frac{H}{A p_m a} \quad (\text{B.5})$$

$$= \frac{-\delta_{\kappa h} DR^2}{2\gamma} \times \frac{\cos(\xi_c) \sin(\xi_c)}{(1+\sigma)(1+\epsilon_s)(1-2\sqrt{\sigma}\delta_{\kappa h}+2\sigma\delta_{\kappa h}^2)} \times \left[ \frac{1+\sqrt{\sigma}+\sigma(1+\epsilon_s)}{1+\sqrt{\sigma}} \times \frac{\xi_{crit}(\theta)}{\xi} - (1+\sqrt{\sigma}(1-2\delta_{\kappa h})) \right], \quad (\text{B.6})$$

$$\Phi_W = \frac{W}{A p_m a} \quad (\text{B.7})$$

$$= \frac{\delta_{\kappa h} DR^2}{2\gamma} \times \left[ \frac{BR(\gamma-1) \cos^2(\xi_c)}{(1+\sqrt{\sigma})(1+\epsilon_s)(1-2\sqrt{\sigma}\delta_{\kappa h}+2\sigma\delta_{\kappa h}^2)} \times \xi_{crit}(\theta) - \left( \frac{BR(\gamma-1) \cos^2(\xi_c)}{(1+\epsilon_s)} + \frac{\sqrt{\sigma} \sin^2(\xi_c)}{BR(1-2\sqrt{\sigma}\delta_{\kappa h}+2\sigma\delta_{\kappa h}^2)} \right) \times \xi \right], \quad (\text{B.8})$$

où  $\xi_{crit}$  est la longueur critique de l'empilement définie par :

$$\xi_{crit} = \frac{\theta}{BR(\gamma-1) \cot(\xi_c)}. \quad (\text{B.9})$$

D'où :

$$COP_{tc} = \frac{|\Phi_H| - |\Phi_W|}{|\Phi_W|}. \quad (\text{B.10})$$

L'avantage de la procédure de normalisation précédente est qu'elle permet d'exprimer le flux d'enthalpie et le flux de travail dans le noyau thermoacoustique comme des fonctions de deux paramètres de conception indépendants, à savoir la différence de température normalisée  $\theta$  et la longueur normalisée de l'empilement  $\xi$ .

De cette manière, on peut commencer par se fixer la différence de température  $\Delta T$ , que l'on souhaite atteindre, et optimiser ensuite la longueur de l'empilement  $\Delta x$ . Cette façon de faire est logique du point de vue de la démarche de conception étant donné que  $\Delta T$  est une donnée du cahier des charges.

## B.5 Principe de l'algorithme

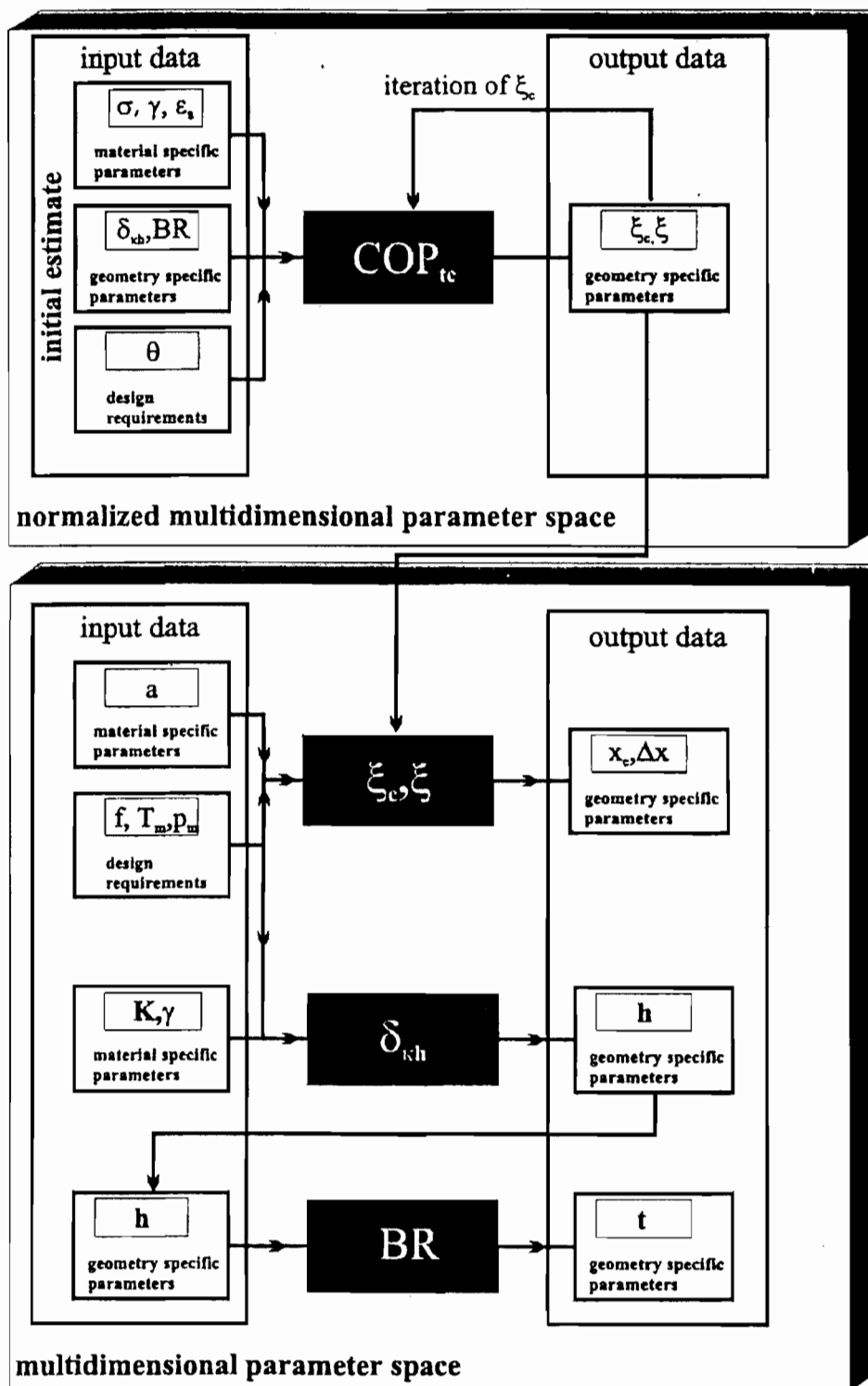


Figure B.3: Algorithme de conception pour l'optimisation du rendement du noyau thermoacoustique. (D'après Wetzels & Herman, *Int J. Refrig.* **20** (1), 1997.)

A partir des considérations précédentes, on peut construire un algorithme qui permet d'estimer et d'optimiser le rendement du noyau thermoacoustique en utilisant le  $COP$  comme critère.

La première étape de l'optimisation est menée à bien dans l'espace multidimensionnel des paramètres normalisés, comme on le voit dans la partie supérieure de la figure B.3. Dans le cadre d'une estimation initiale, on commence par sélectionner un fluide de travail et un matériau pour les plaques de l'empilement. De cette façon, les paramètres caractéristiques de conception *des matériaux* dans l'espace multidimensionnel normalisé, ainsi que dans l'espace multidimensionnel des paramètres apparaissant dans la partie inférieure de la figure B.3, sont déterminés.

Grâce aux équations (B.6) et (B.8), le coefficient  $COP_{tc}$  (B.10) peut être optimisé en jouant sur la longueur normalisée  $\xi$  de l'empilement. Ainsi, dans le cadre de cet algorithme, la longueur normalisée optimale de l'empilement  $\xi_{opt}$ , qui correspond à la valeur maximale du  $COP_{tc}$  sur la courbe  $COP_{tc} = f(\xi)$ , peut être évaluée pour différentes positions normalisées  $\xi_c$  du centre de l'empilement. La partie supérieure de la figure B.3 montre que cette procédure d'optimisation est un processus itératif réalisé dans l'espace multidimensionnel des paramètres normalisés.

Ensuite, en utilisant les paramètres caractéristiques de conception des matériaux ainsi que les spécifications du cahier des charges de l'espace multidimensionnel des paramètres, donnés au départ, on peut calculer la longueur optimale de l'empilement  $\Delta x$  ainsi que la position  $x_c$  du centre de l'empilement. Pour mener à bien cette étape, on utilise les valeurs déterminées précédemment pour la longueur normalisée optimale de l'empilement  $\xi_{opt}$  et la position normalisée du centre de l'empilement  $\xi_c$ , comme on le voit dans la partie inférieure de la figure B.3.

Enfin, les paramètres caractéristiques géométriques de conception, l'espacement inter-plaques  $h$  et l'épaisseur des plaques  $t$ , peuvent être calculés en utilisant respectivement l'espacement inter-plaques normalisé  $\delta_{\kappa h}$  et le coefficient d'obstruction  $BR$  (voir la partie inférieure de la figure B.3).

### En résumé :

L'algorithme proposé par Wetzel et Herman consiste à évaluer le coefficient de performance  $COP_{tc}$  optimal pour une configuration donnée du système thermoacoustique. Les arguments utilisés dans les équations sont des paramètres sans dimension réduisant ainsi le nombre de variables indépendantes. Ensuite, dans la seconde partie de l'algorithme, le problème est redimensionné pour déterminer les caractéristiques géométriques optimales.

L'intérêt de la méthode réside dans une étape préliminaire où certaines variables adimensionnelles sont imposées comme des paramètres d'entrée (choix du gaz, du matériau des plaques, de la configuration). Ces six paramètres d'entrée sont :

- $\sigma$  : nombre de Prandtl du gaz sélectionné,
- $\gamma$  : coefficient polytropique du gaz sélectionné,
- $\epsilon_s$  : facteur de correction due à la capacité calorifique des plaques,
- $\delta_{\kappa h}$  : épaisseur de couche limite thermique normalisée par l'espace interplaques,
- $BR$  : coefficient d'obstruction due à la présence des plaques,
- $\theta$  : différence de température souhaitée entre les deux extrémités du noyau thermoacoustique, normalisée par la température moyenne du gaz.

Une fois ces six paramètres fixés, l'optimisation du  $COP_{tc}$  ne dépend plus que de deux variables indépendantes qui sont la position normalisée  $\xi_c$  et la longueur normalisée  $\xi$  du noyau thermoacoustique.

Au terme d'un processus itératif qui permet de déterminer les valeurs de  $\xi_c$  et de  $\xi$  donnant le



meilleur  $COP_{tc}$ , l'étape finale de dimensionnement peut être effectuée en choisissant les valeurs des trois grandeurs suivantes :

- $f$  : fréquence d'excitation,
- $T_m$  : température moyenne,
- $p_m$  : pression statique du gaz.

Le résultat de l'optimisation aboutit à la détermination géométrique optimale du noyau thermoacoustique :

- $x_c$  : position du noyau thermoacoustique dans le tube,
- $\Delta x$  : longueur du noyau thermoacoustique,
- $h$  : espace interplaques,
- $t$  : épaisseur des plaques.

## B.6 Implémentation de l'algorithme sous Matlab et exemples

L'implémentation sous Matlab de l'algorithme d'optimisation précédent a été réalisée par Stéphane Job [27].

L'écran de l'interface graphique principale, conçue pour faciliter la saisie des paramètres d'entrée et la visualisation simultanée des résultats, est présenté dans la partie supérieure des figures B.4, B.5, B.6 et B.7. Les entrées sont disposées dans la colonne de gauche et les sorties dans celle de droite. Un écran de représentation graphique est également disponible (voir partie inférieure des mêmes figures). Il permet à l'utilisateur d'anticiper les modifications apportées lorsqu'il fait varier les valeurs de  $\xi$  et  $\xi_c$ .

Une explication plus détaillée est fournie dans le rapport d'avancement [27] constituant le lot 1 du contrat DGA/DSP n° 97-2532.

A titre d'exemple, nous donnons ci-dessous les valeurs des différents paramètres utilisés dans l'algorithme de Wetzal & Herman pour étudier les quatre empilements de plaques testés au paragraphe 3.1 (figures B.4, B.5, B.6 et B.7).

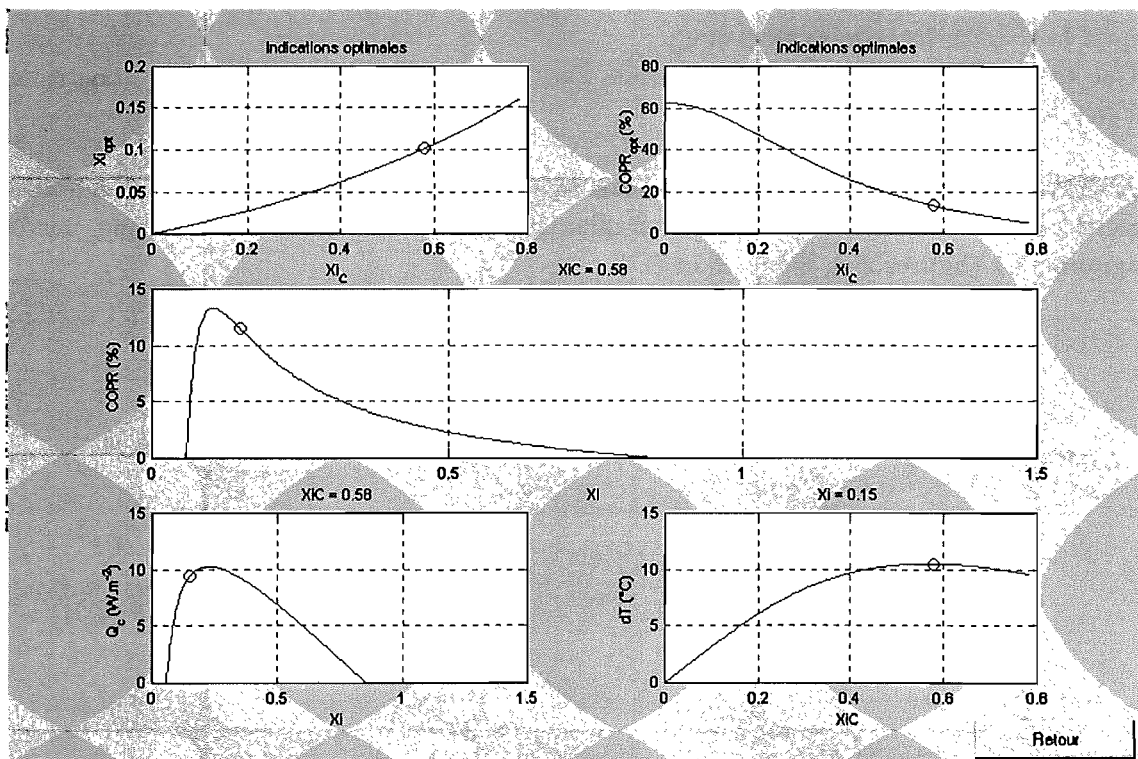
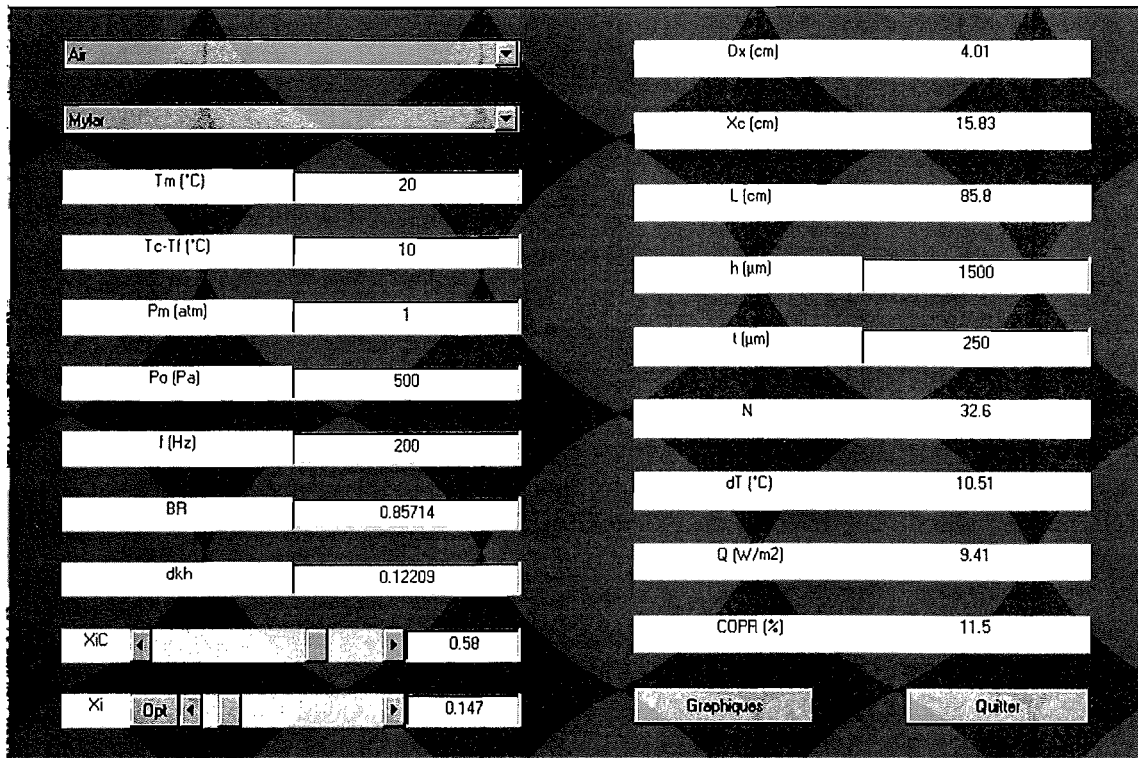


Figure B.4: Valeurs des paramètres pour la maquette munie de l'empilement 1 dans le cadre de l'algorithme de conception de Wetzel & Herman.

Air		Dx (cm)	4.01
Mylar		Xc (cm)	15.83
Tm (°C)	20	L (cm)	85.8
Tc-Tf (°C)	10	h (µm)	1000
Pm (atm)	1	t (µm)	250
Po (Pa)	500	N	30.4
f (Hz)	200	dT (°C)	11.96
BR	0.8	Q (W/m <sup>2</sup> )	12.76
dkh	0.18314	COPR (%)	9.6
XiC	0.58	Graphiques	Quitter
Xi	0.147		

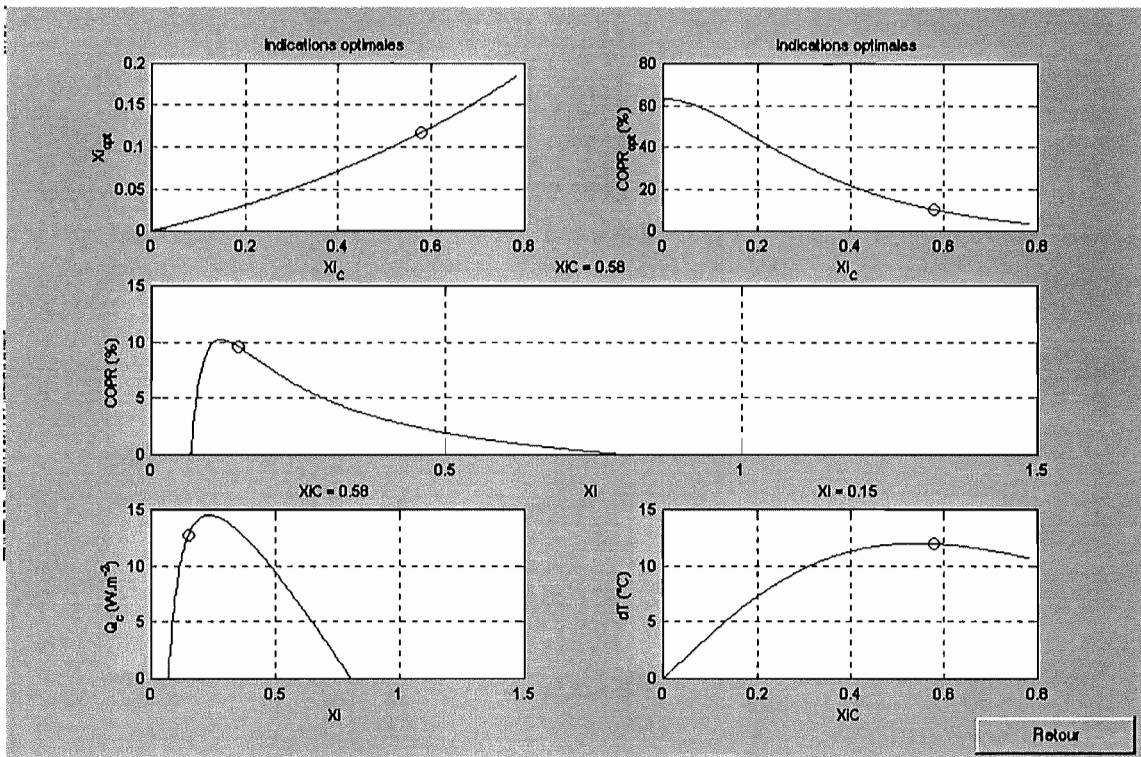


Figure B.5: Valeurs des paramètres pour la maquette munie de l'empilement 2 dans le cadre de l'algorithme de conception de Wetzel & Herman.

Air	Dx (cm)	4.01
PVC	Xc (cm)	15.83
Tm (°C)	L (cm)	85.8
Tc-Tl (°C)	h (µm)	1000
Pm (atm)	t (µm)	100
Po (Pa)	N	34.6
f (Hz)	dT (°C)	14.49
BR	Q (W/m <sup>2</sup> )	14.54
dkh	COPR (%)	11.3
XIC	Graphiques	Quitter
XI		

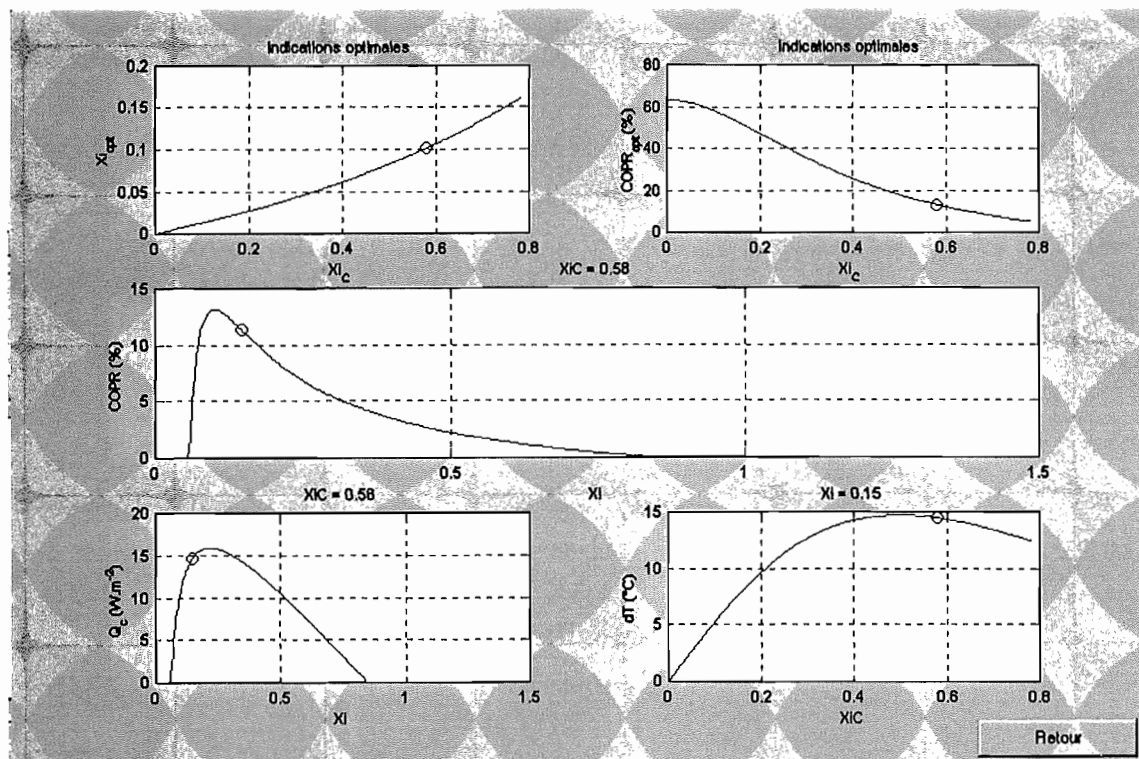


Figure B.6: Valeurs des paramètres pour la maquette munie de l'empilement 3 dans le cadre de l'algorithme de conception de Wetzel & Herman.

Air	Dx (cm)	2.01
PVC	Xc (cm)	15.83
Tm (°C)	L (cm)	85.8
Tc-Tf (°C)	h (µm)	1000
Pm (atm)	l (µm)	100
Po (Pa)	N	17.3
f (Hz)	dT (°C)	7.24
BR	Q (W/m2)	5.52
dkh	COPR (%)	10
Xic	Graphiques	Quitter
Xi		

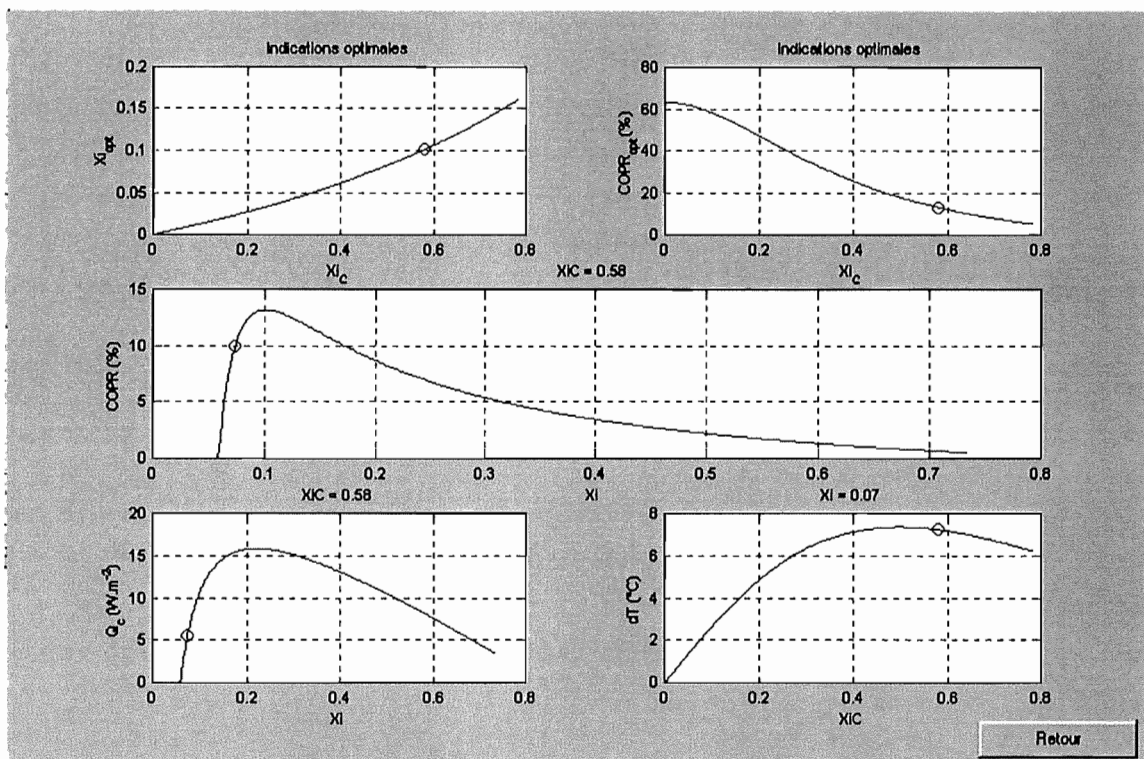


Figure B.7: Valeurs des paramètres pour la maquette munie de l'empilement 4 dans le cadre de l'algorithme de conception de Wetzel & Herman.

## B.7 Conclusion

Wetzel & Herman ont élaboré une démarche systématique de conception qui fournit des estimations rapides, de type ingénieur, pour le rendement d'un réfrigérateur thermoacoustique. Cette méthode s'appuie sur une analyse simple impliquant une optimisation séparée des quatre modules principaux d'un réfrigérateur thermoacoustique : (i) le noyau thermoacoustique, (ii) le tube de résonance, (iii) les échangeurs de chaleur et (iv) la source acoustique. Le rendement propre du noyau thermoacoustique, où s'effectue le pompage de la chaleur, fixe la limite supérieure pour le rendement global du réfrigérateur thermoacoustique.

Pour évaluer et optimiser le rendement du noyau thermoacoustique, Wetzel & Herman utilisent les résultats de la théorie linéaire avec les hypothèses simplificatrices de la couche limite et de l'empilement court ("short stack boundary layer approximation"). Leur algorithme constitue une application intéressante de ce modèle linéaire de la thermoacoustique, qui n'est pas directement utilisable sous sa forme d'origine pour la conception et l'optimisation d'un système. L'intérêt de l'algorithme de Wetzel & Herman réside dans la présentation ordonnée et sans dimension des divers paramètres et équations régissant le modèle du réfrigérateur thermoacoustique, ce qui permet une meilleure interprétation des équations descriptives.

Nous avons implémenté cet algorithme sous l'environnement MATLAB afin de disposer d'un outil de conception approprié à nos besoins. Ainsi nous pouvons optimiser les performances d'un système en jouant sur l'espacement entre les plaques, leur longueur et leur position selon l'axe du tube. On peut également prévoir la puissance acoustique que doit délivrer le haut-parleur pour que le système atteigne une performance donnée.

## B.8 Propriétés thermophysiques de quelques gaz et solides

On trouvera ci-dessous les valeurs des propriétés thermophysiques de quelques gaz et de quelques matériaux solides pouvant être utilisés respectivement comme fluide de travail et comme matériau pour les plaques de l'empilement dans un réfrigérateur thermoacoustique. Toutes ces valeurs sont données à température ambiante.

Ces données numériques sont celles utilisées par la bibliothèque de gaz et de matériaux de plaques du logiciel de conception et d'optimisation implémenté sous Matlab.

Propriétés de quelques gaz				
Nom	$K$ ( $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ )	$c_p$ ( $\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ )	$\sigma$	$\gamma$
Air	$2,55.10^{-2}$	1004	0,702	1,400
He-Xe (62%-38%)	$5,50.10^{-2}$	397	0,18	1,667
He	$1,50.10^{-1}$	5187	0,69	1,667
Xe	$5,85.10^{-3}$	159	0,62	1,667
CO <sub>2</sub>	$1,61.10^{-2}$	843	0,77	1,297
O <sub>2</sub>	$2,62.10^{-2}$	920	0,73	1,396
Ar	$1,74.10^{-2}$	519	0,67	1,676

Propriétés de quelques solides			
Nom	$\rho_s$ ( $\text{kg.m}^{-3}$ )	$K_s$ ( $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ )	$c_s$ ( $\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ )
Mylar (PET)	$1,35.10^3$	0,13 – 0,15	1300
Al	$2,70.10^3$	237	900
Fe	$7,87.10^3$	80,4	444
Teflon	$2,20.10^3$	0,25	1000
Kevlar	$1,44.10^3$	0,04	1400
Pb	$1,13.10^4$	159	35,3
Ag	$1,05.10^4$	429	237
acier inox (AISI 302)	$7,92.10^3$	16,3	460
PVC	$1,4.10^3$	0,19	1400
verre	$2,5.10^3$	1,0	800
Plexiglas (PMMA)	$1,18.10^3$	0,208	1450





## Annexe C

# Étalonnage du système d'acquisition en température

Le système d'acquisition utilisé pour les thermocouples est un système commercial, SR-MINI (RKC Instrument, Inc.), conçu à l'origine pour des applications industrielles (mesure et régulation automatique de process). Il se compose de modules inter-connectables contenant des circuits électroniques de conversion en température, distincts pour chaque voie de mesure. Notre système comportait quatre modules (TI-C) de quatre voies chacun, soit 16 voies au total. Sur un module, chaque voie est configurable séparément en terme de type de thermocouple (K, J, S, E, T, etc ...) et d'échelle de mesure, voire de correction. Les valeurs mesurées pour la température sont numérisées avant d'être envoyées vers un PC par une liaison de type RS 232. Un logiciel de supervision (SpecView) permet de visualiser les données en temps réel et de les stocker sur un disque dur. Le système ne permet pas d'acquérir les données au-delà d'une fréquence de 1 Hz.

D'après la notice du distributeur de ce système (TC S.A.), la précision des mesures vaut  $\pm 0.3 \%$  de l'échelle d'entrée + 1 digit. Pour nos différentes expérimentations, nous avons adopté la gamme de mesure la plus faible, 0.0-400.0°C, ce qui donne une précision de  $\pm 1.3^\circ\text{C}$ . En outre, la compensation de soudure chaude est inférieure à  $\pm 1.0^\circ\text{C}$  si l'électronique se trouve à une température comprise de 0 à 50°C. Dans le cas le plus défavorable, l'erreur de mesure totale vaut donc 2.3°C, ce qui n'est pas très bon. Néanmoins, nous avons conservé ce système pour son caractère modulaire évolutif, son ergonomie, sa souplesse et sa facilité d'utilisation. Afin d'améliorer la précision, nous avons procédé à un étalonnage de chaque voie qui nous garantit une erreur de mesure finale inférieure ou égale à 0.5°C. Toutefois, il est à noter que l'incertitude porte plus sur la mesure absolue de la température que sur la quantification des variations de température enregistrées par un capteur (thermocouple).

L'étalonnage des 16 voies de mesure du système d'acquisition SR-MINI a été réalisé de la façon suivante. Sur les voies sont branchés 16 thermocouples<sup>1</sup> de type K, tous identiques et tirés du même lot de fabrication (marque Omega), qui plongent dans un bain d'eau thermostaté (Polystat 5hp-86521, Bioblock). L'homogénéité de la température du bain est assurée par un brassage permanent de l'eau. La température de l'eau est contrôlée d'une part à l'aide d'un thermomètre interne à l'appareil, d'autre part à l'aide d'un thermocouple de type K, identique aux seize autres, branché sur un indicateur de température de précision (DP41, Omega). Les valeurs de la température du bain d'eau mesurées de cette façon, dont l'écart n'excède jamais 0.2°C, nous servent de référence pour notre étalonnage. Lorsque les signaux temporels recueillis sur les 16 voies du système d'acquisition sont stables, c'est-à-dire que leurs variations sont

<sup>1</sup> "thermocouples made from special limits of error wire" (catalogue Omega).

seulement dues à la numérisation avec une résolution de  $0.1^{\circ}\text{C}$ , ils sont enregistrés sur une durée de 10 minutes, puis moyennés. Pour chaque voie, on déduit ainsi le décalage qui existe entre la valeur de la température à mesurer et la valeur fournie par le système d'acquisition. Cette expérience est répétée pour plusieurs températures du bain :  $25^{\circ}\text{C}$ ,  $30^{\circ}\text{C}$ ,  $35^{\circ}\text{C}$  et  $40^{\circ}\text{C}$ . On constate ainsi qu'il existe un décalage intrinsèque propre à chacune des voies (figure C.1). La moyenne de ces décalages pour différentes températures de référence fournit une correction que l'on pourra appliquer ensuite aux valeurs mesurées sur le banc expérimental thermoacoustique. Compte-tenu de la dispersion des points (figure C.1), on peut estimer que l'erreur de mesure finale après correction reste inférieure ou égale à  $0.5^{\circ}\text{C}$  toutes voies confondues.

Nous avons soupçonné pendant un temps qu'une non-uniformité de l'aération des modules du système d'acquisition SR-MINI par l'air ambiant était à l'origine des décalages observés entre les mesures fournies par chaque voie. En effet, chaque module possède sa propre compensation de soudure chaude et subit un échauffement au cours du temps lié au fonctionnement des circuits électroniques qu'il contient. Le premier étalonnage à  $25^{\circ}\text{C}$  (repéré par  $(*)$  sur la figure C.1) a été réalisé alors que le bloc de modules du système d'acquisition SR-MINI était placé dans un coffret disposant d'ouvertures, ce qui modifiait la circulation naturelle de l'air ambiant autour de ces modules. En revanche, tous les autres étalonnages, dont un deuxième à  $25^{\circ}\text{C}$ , ont été réalisés avec le bloc de modules posé à l'air libre sur une table. On constate que les valeurs des décalages sont assez peu sensibles à ce paramètre même si son influence est observable.

Nous nous sommes ensuite livrés à la comparaison suivante. Tous les fichiers de données contiennent l'enregistrement des signaux des thermocouples pendant les deux ou trois minutes qui précèdent la mise sous tension du haut-parleur, lorsque le banc expérimental thermoacoustique est au repos et que les différents éléments peuvent être considérés en équilibre thermique. En particulier, lorsque les thermocouples connectés sur les 13 premières voies du système d'acquisition SR-MINI sont implantés dans un stack, on peut faire l'hypothèse qu'ils mesurent tous à ce moment la même température. En faisant la moyenne temporelle de ces signaux, il est possible d'estimer ainsi le décalage moyen relatif entre ces 13 premières voies. Evidemment le décalage estimé de cette manière n'est que relatif et ne permet aucun recalage absolu des mesures (figure C.2(a)). Néanmoins, lorsque l'on ajuste la moyenne de ces points sur la moyenne du décalage déterminé par étalonnage pour ces 13 voies, on constate qu'il existe un très bon accord entre ces différents décalages (figure C.2(b)). L'intérêt des décalages déterminés ainsi à partir des premières minutes de chaque expérience est qu'ils permettent de lisser les profils axiaux de température moyenne mesurés sur un stack sans nuire à la précision des mesures. C'est cette solution qui a été retenue le plus souvent pour tracer les différents résultats expérimentaux présentés dans ce document.

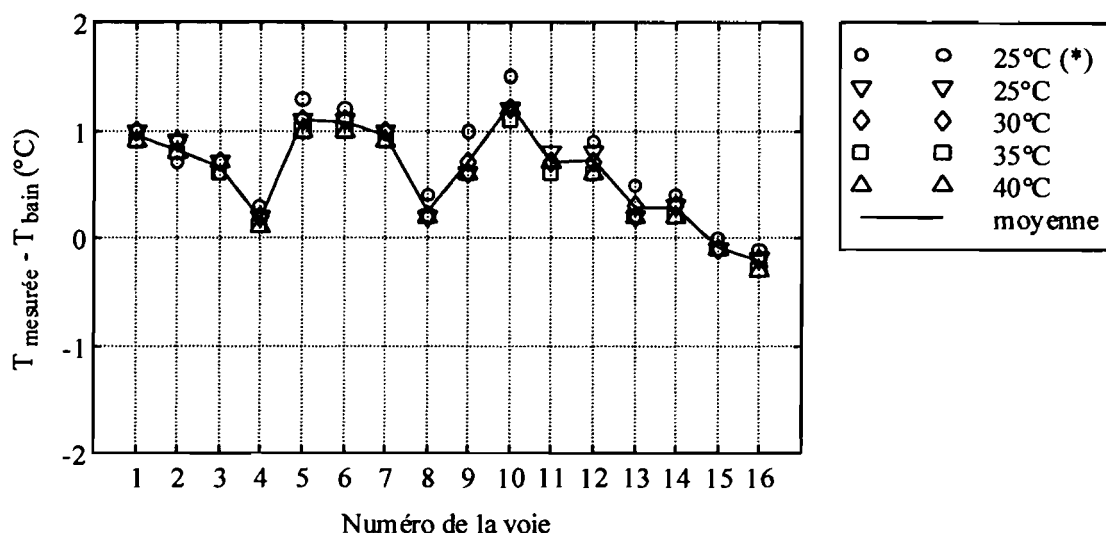


Figure C.1: Etalonnage des 16 voies de mesure du système d'acquisition en température SR-MINI. Sur ces voies sont branchés 16 thermocouples de type K, tous identiques et tirés du même lot de fabrication, plongeant dans un bain d'eau thermostaté. Cette expérience est répétée pour plusieurs températures du bain : 25°C, 30°C, 35°C et 40°C (symboles). Pour chaque voie, on déduit ainsi le décalage qui existe entre la valeur de la température à mesurer et la valeur fournie par le système de mesure. La moyenne de ces décalages pour différentes températures de référence (trait continu) fournit une correction que l'on pourra appliquer ensuite aux valeurs mesurées sur le banc expérimental thermoacoustique. Compte-tenu de la dispersion des points, on peut estimer que l'erreur de mesure finale après correction reste inférieure ou égale à 0.5°C toutes voies confondues. (\*) Pour le premier étalonnage à 25°C, le bloc de modules du système d'acquisition SR-MINI est placé dans un coffret disposant d'ouvertures ce qui modifie la circulation naturelle de l'air ambiant autour de ces modules. Tous les autres étalonnages ont été réalisés avec le bloc de modules posé à l'air libre sur une table.

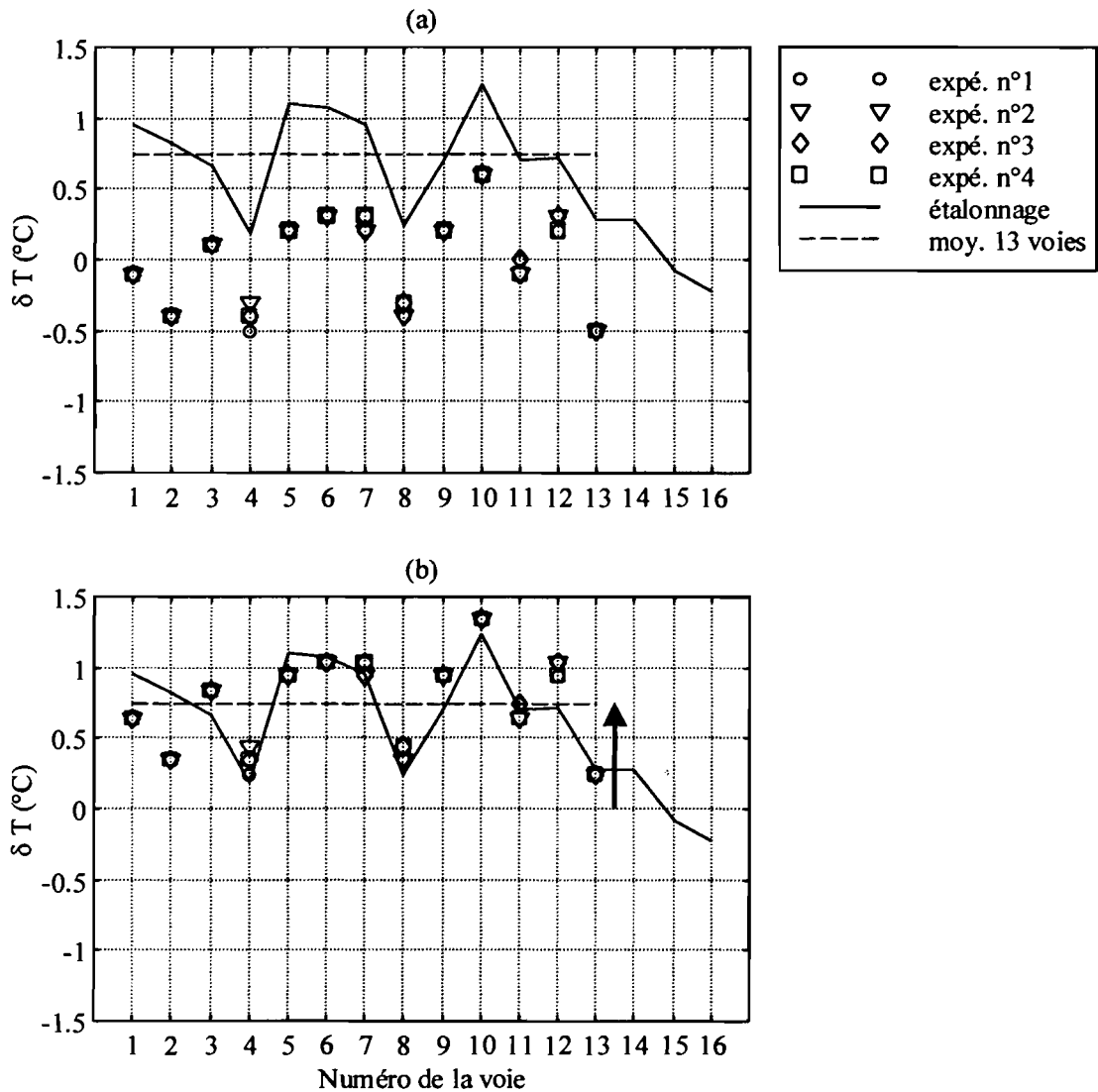


Figure C.2: Décalages relatifs entre les 13 premières voies de mesure du système d'acquisition SR-MINI déduits d'une moyenne temporelle des signaux des thermocouples implantés sur un stack alors que le banc expérimental est au repos. Les symboles correspondent aux valeurs déduites de quatre expériences différentes pendant les minutes qui précèdent la mise sous tension du haut-parleur. On n'obtient de cette façon qu'un décalage relatif des voies les unes par rapport aux autres qu'on a tracé sur le graphe (a) en centrant les points autour de la valeur zéro. En trait continu est tracé le décalage moyen tel qu'il a été déduit des étalonnages à différentes températures (cf. Fig. C.1). Sur le graphe (b), les points ont été translattés de manière à être centrés autour de la moyenne du décalage de l'étalonnage pour les 13 voies en question. On constate alors que l'accord entre ces différents décalages est très bon. L'intérêt des décalages déterminés ainsi à partir des premières minutes de chaque expérience est qu'ils permettent de lisser les profils axiaux de température moyenne mesurés sur le stack sans nuire à la précision des mesures.

## Annexe D

# Estimation des ordres de grandeur de la pression, de la vitesse et du déplacement particulaire acoustiques dans le résonateur

On considère que le système expérimental (tube+haut-parleur) utilisé est un résonateur parfait, c'est-à-dire que l'on assimile le fond du tube ainsi que la membrane du haut-parleur à des parois rigides (impédance infinie). Dans ces conditions, les fréquences de résonance acoustique du système sont données par :

$$f_{\text{res}}^{(n)} = n \times \left( \frac{a}{2L} \right) \quad \text{avec } n = 1, 2, 3 \dots \quad (\text{D.1})$$

où  $L$  désigne la longueur du tube et  $a$  la célérité du son dans le fluide remplissant le tube. Dans un tel résonateur, excité sur l'une de ses résonances, l'onde acoustique stationnaire engendrée présente toujours un ventre de pression à chacune des extrémités du tube.

Dans le cadre des mesures par vélocimétrie par images de particules, le résonateur thermo-acoustique est toujours excité sur sa première fréquence de résonance  $f_{\text{res}}^{(1)} = a/(2L)$ , c'est-à-dire que le tube se comporte comme un résonateur en  $\lambda/2$ , ce qui signifie que la longueur  $L$  du tube coïncide avec une demi-longueur d'onde acoustique  $\lambda$  (cf. figure D.1). Dans tout le reste du document, la fréquence  $f_{\text{res}}^{(1)}$  est simplement notée  $f$  et l'on utilise l'expression "la fréquence de résonance du système" pour la désigner.

Compte-tenu de ces hypothèses de résonateur en  $\lambda/2$ , il est facile de calculer analytiquement le profil de pression acoustique  $p_1(x)$  et le profil de vitesse acoustique  $u_1(x)$  le long de l'axe du tube. Si l'on utilise la notation complexe avec une dépendance temporelle en  $e^{+i\omega t}$ , ces profils décrivant l'onde stationnaire ont pour expressions :

$$p_1(x) = P_A \cos(kx) , \quad (\text{D.2})$$

$$u_1(x) = -i \frac{P_A}{\rho_m a} \sin(kx) , \quad (\text{D.3})$$

où  $k$  désigne le nombre d'onde acoustique ( $k = \omega/a$ ) et  $\omega$  la pulsation de l'onde ( $\omega = 2\pi f$ ). Ici, puisque  $f = f_{\text{res}}^{(1)}$ , on a la relation :  $k = \pi/L$ .

En adoptant une approche lagrangienne du mouvement harmonique des particules de fluide, le déplacement particulaire crête en  $x_1$  à la position  $x$  se déduit de la vitesse  $u_1(x)$  par :  $x_1 = u_1/\omega$ .

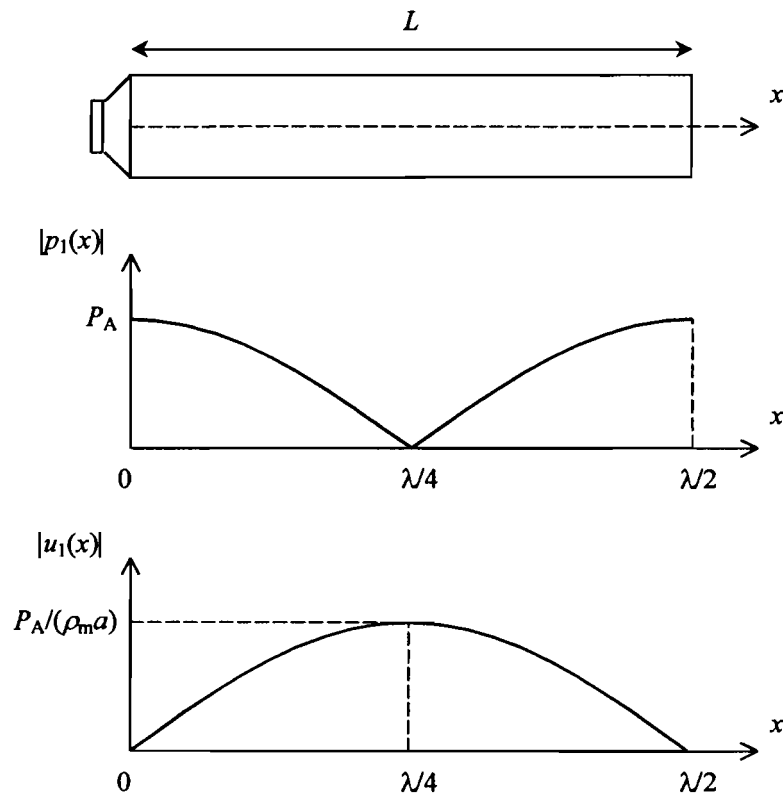


Figure D.1: Schéma d'un résonateur parfait en  $\lambda/2$  : profils de pression acoustique et de vitesse acoustique le long de l'axe du tube.

En outre, on considère que l'introduction d'un empilement de plaques dans le résonateur ne perturbe pas le champ acoustique ou très peu. Cela se justifie tant que la longueur  $\Delta x$  de l'empilement reste très faible devant la longueur d'onde réduite :  $\Delta x \ll \lambda/2\pi$ . Il s'agit d'une des hypothèses de base des modèles linéaires en thermoacoustique (hypothèse appelée "short-stack approximation"). Les profils de pression, vitesse et déplacement particulaire, définis précédemment le long de l'axe du tube, sont donc supposés rester valables même en présence d'un empilement de plaques (ou d'un monolithe de céramique poreuse).

Comme le résonateur thermoacoustique a une longueur  $L = 86$  cm, il vient  $f_{\text{res}}^{(1)} = 199.44$  Hz. C'est cette valeur de la fréquence qui est utilisée dans la suite pour estimer les ordres de grandeur de  $p_1(x)$ ,  $u_1(x)$  et  $x_1(x)$ . En pratique, la fréquence de résonance du système varie entre 200 et 210 Hz en fonction des caractéristiques de l'empilement de plaques (ou du monolithe de céramique poreuse) introduit dans le résonateur, et en fonction également de sa position  $x_c$  le long de l'axe du tube.

vitesse acoustique crête [m.s <sup>-1</sup> ] : $ u_1(x) $			
	$x = L/4 = 21.5 \text{ cm}$	$x = L/2 = 43.0 \text{ cm}$	$x = 36.5 \text{ cm}$
$P_A = 500 \text{ Pa}$	0.86	1.21	1.18
$P_A = 1000 \text{ Pa}$	1.71	2.42	2.35
$P_A = 1500 \text{ Pa}$	2.57	3.63	3.53

déplacement particulaire crête [mm] : $ x_1(x) $			
	$x = L/4 = 21.5 \text{ cm}$	$x = L/2 = 43.0 \text{ cm}$	$x = 36.5 \text{ cm}$
$P_A = 500 \text{ Pa}$	0.7	1.0	0.9
$P_A = 1000 \text{ Pa}$	1.4	1.9	1.9
$P_A = 1500 \text{ Pa}$	2.1	2.9	2.8

pression acoustique crête [Pa] : $ p_1(x) $			
	$x = L/4 = 21.5 \text{ cm}$	$x = L/2 = 43.0 \text{ cm}$	$x = 36.5 \text{ cm}$
$P_A = 500 \text{ Pa}$	354	0	118
$P_A = 1000 \text{ Pa}$	707	0	235
$P_A = 1500 \text{ Pa}$	1061	0	353

Tableau D.1: Estimation des ordres de grandeur de la vitesse, du déplacement particulaire et de la pression acoustiques dans un résonateur parfait en  $\lambda/2$  de longueur  $L = 86 \text{ cm}$  (cf. figure D.1).





## Annexe E

# Modélisation analytique d'une onde acoustique se propageant dans un pore

### E.1 Cas d'un canal plan entre deux plaques

#### E.1.1 Formulation de Swift (1988)

Le profil de vitesse acoustique d'une onde se propageant dans un canal plan limité par deux plaques a été calculé par Swift [80], qui reprenait les travaux de Rott.

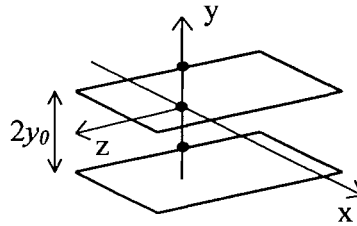


Figure E.1: Vue schématique d'un canal plan entre deux plaques parallèles et du système de coordonnées associé.

On considère une onde acoustique plane se propageant suivant la direction de l'axe  $x$  entre deux plaques parallèles qui constituent un canal plan (figure E.1). Les frontières du canal correspondent aux plans  $y = y_0$  et  $y = -y_0$ . Le problème est supposé bi-dimensionnel suivant les coordonnées  $(x, y)$ . Dans le cadre de l'acoustique linéaire, le champ de vitesse peut s'écrire (en notation complexe) :

$$\vec{v}(x, y, t) = u_1(x, y)e^{i\omega t} \vec{x} + v_1(x, y)e^{i\omega t} \vec{y}. \quad (\text{E.1})$$

Le profil de vitesse acoustique dans le canal plan est donné par :

$$u(x, y, t) = \text{Re} \left[ \langle u_1 \rangle \frac{1}{(1 - f_\nu)} \left( 1 - \frac{\cosh\left(\frac{(1+i)y}{\delta_\nu}\right)}{\cosh\left(\frac{(1+i)y_0}{\delta_\nu}\right)} \right) e^{+i\omega t} \right], \quad (\text{E.2})$$

avec :

$$f_\nu = \frac{\tanh\left(\frac{(1+i)}{\delta_\nu} y_0\right)}{\left(\frac{(1+i)}{\delta_\nu} y_0\right)}, \quad (\text{E.3})$$

$$\langle u_1 \rangle = \frac{1}{y_0} \int_0^{y_0} u_1(x, y) dy = \frac{i}{\omega \rho_m} (1 - f_\nu) \frac{dp_1(x)}{dx}, \quad (\text{E.4})$$

où  $\delta_\nu$  est l'épaisseur de couche limite visqueuse et  $\langle u_1 \rangle$  est la moyenne sur la section du canal de la vitesse acoustique complexe  $u_1(x, y)$ .

L'expression (E.2) pour le profil de vitesse acoustique est identique à celle de la théorie de Arnott *et coll.* [4] avec des notations différentes.

### E.1.2 Formulation de Arnott *et coll.* (1991)

Arnott *et coll.* [4] ont établi des expressions analytiques générales qui décrivent les profils de la vitesse acoustique et de la fluctuation de température associée dans la section d'un pore d'un "stack" thermoacoustique. Ces expressions sont valables pour différentes géométries de pore.

En particulier, en reprenant les mêmes notations que précédemment (figure E.1), le profil de vitesse acoustique d'une onde se propageant dans un canal plan limité par deux plaques parallèles peut s'écrire :

$$u(x, y, t) = \text{Re} \left[ \langle u_1 \rangle \frac{F(y, \lambda)}{\langle F \rangle(\lambda)} e^{-i\omega t} \right], \quad (\text{E.5})$$

avec :

$$\lambda = \frac{\sqrt{2} R}{\delta_\nu} \text{ et } R = 2 y_0, \quad (\text{E.6})$$

$$F(y, \lambda) = 1 - \frac{\cosh\left(\sqrt{-i} \frac{\lambda}{2} \frac{y}{y_0}\right)}{\cosh\left(\sqrt{-i} \frac{\lambda}{2}\right)}, \quad (\text{E.7})$$

$$\langle F \rangle(\lambda) = \frac{1}{(2y_0)} \int_{-y_0}^{+y_0} F(y, \lambda) dy = 1 - \frac{\tanh\left(\sqrt{-i} \lambda/2\right)}{\left(\sqrt{-i} \lambda/2\right)}, \quad (\text{E.8})$$

$$\langle u_1 \rangle = \frac{1}{(2y_0)} \int_{-y_0}^{+y_0} u_1(x, y) dy = \frac{1}{i \omega \rho_m} \langle F \rangle(\lambda) \frac{dp_1(x)}{dx}, \quad (\text{E.9})$$

où  $\delta_\nu$  est l'épaisseur de couche limite visqueuse,  $\lambda$  est un nombre sans dimension caractérisant l'influence des effets visqueux ("dimensionless shear wave number"),  $R$  vaut deux fois le rayon hydraulique du pore,  $F(y, \lambda)$  est une fonction de forme propre à la géométrie du pore,  $\langle F \rangle(\lambda)$  est la moyenne de  $F(y, \lambda)$  sur la section du pore et  $\langle u_1 \rangle$  est la moyenne de la vitesse acoustique complexe  $u_1(x, y)$  sur la section du pore.

L'expression (E.5) pour le profil de vitesse acoustique est identique à celle de la théorie de Swift [80] avec des notations différentes.

#### Remarque :

Swift [80] utilise une convention en  $e^{+i\omega t}$  alors que Arnott *et coll.* [4] utilisent une convention en  $e^{-i\omega t}$ . De ce fait, pour comparer terme à terme les expressions (E.2) et (E.5), il faut veiller à prendre le conjugué du profil complexe de la vitesse acoustique de l'une des formules pour retrouver l'autre.

## E.2 Cas d'un canal rectangulaire

Arnott *et coll.* [4] ont établi des expressions analytiques générales qui décrivent les profils de la vitesse acoustique et de la fluctuation de température associée dans la section d'un pore d'un "stack" thermoacoustique. Ces expressions sont valables pour différentes géométries de pore, en particulier pour des pores de section rectangulaire.

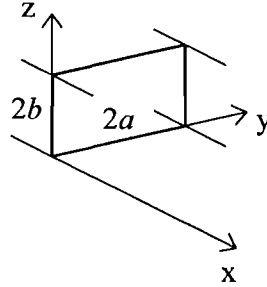


Figure E.2: Vue schématique d'un canal de section rectangulaire et du système de coordonnées associé.

On considère une onde acoustique plane se propageant suivant la direction de l'axe  $x$  dans un canal de section rectangulaire (figure E.2). Les parois du canal correspondent aux plans  $y = 0$ ,  $y = 2a$ ,  $z = 0$  et  $z = 2b$ . Dans le cadre de l'acoustique linéaire, le champ de vitesse peut s'écrire (en notation complexe) :

$$\vec{v}(x, y, z, t) = u_1(x, y, z)e^{-i\omega t} \vec{x} + [v_1(x, y, z) \vec{y} + w_1(x, y, z) \vec{z}] e^{-i\omega t}. \quad (\text{E.10})$$

Le profil de vitesse acoustique dans le canal rectangulaire est donné par :

$$u(x, y, z, t) = \text{Re} \left[ \langle u_1 \rangle \frac{F(y, z, \lambda)}{\langle F \rangle(\lambda)} e^{-i\omega t} \right], \quad (\text{E.11})$$

avec :

$$\lambda = \frac{\sqrt{2} R}{\delta_\nu} \quad \text{et} \quad R = \frac{2ab}{(a+b)}, \quad (\text{E.12})$$

$$F(y, z, \lambda) = \frac{16}{\pi^2} \sum_{\substack{m=1,3,5\dots \\ n=1,3,5\dots}} \frac{\sin(m\pi y/2a) \sin(n\pi z/2b)}{m \cdot n \cdot Y_{mn}(\lambda)}, \quad (\text{E.13})$$

$$\text{avec } Y_{mn}(\lambda) = 1 + \left( \frac{i\pi^2}{\lambda^2} \right) \cdot \frac{(b^2 m^2 + a^2 n^2)}{(a+b)^2}, \quad (\text{E.14})$$

$$\langle F \rangle(\lambda) = \frac{1}{\mathcal{A}} \int_{\mathcal{A}} F(y, z, \lambda) dy dz = \frac{64}{\pi^4} \sum_{\substack{m=1,3,5\dots \\ n=1,3,5\dots}} \frac{1}{m^2 n^2 Y_{mn}(\lambda)}, \quad (\text{E.15})$$

$$\langle u_1 \rangle = \frac{1}{\mathcal{A}} \int_{\mathcal{A}} u_1(x, y, z) dy dz = \frac{1}{i\omega\rho_m} \langle F \rangle(\lambda) \frac{dp_1(x)}{dx}, \quad (\text{E.16})$$

où  $\delta_\nu$  est l'épaisseur de couche limite visqueuse,  $\lambda$  est un nombre sans dimension caractérisant l'influence des effets visqueux ("dimensionless shear wave number"),  $R$  vaut deux fois le rayon hydraulique du pore,  $F(y, z, \lambda)$  est une fonction de forme propre à la géométrie du pore,  $\langle F \rangle(\lambda)$  est la moyenne de  $F(y, z, \lambda)$  sur la section  $\mathcal{A}$  du pore ( $\mathcal{A} = 4ab$ ) et  $\langle u_1 \rangle$  est la moyenne de la vitesse acoustique complexe  $u_1(x, y, z)$  sur la section  $\mathcal{A}$  du pore.



## Annexe F

# Photographies des dispositifs expérimentaux



Figure F.1: Vue générale du premier système thermoacoustique étudié. A l'extrémité droite du tube, on peut voir le capot qui entoure le haut-parleur. A l'extrémité gauche du tube se trouve le bouchon rigide. Dans la première partie du tube, en partant de la droite, on distingue la présence de l'empilement de plaques.

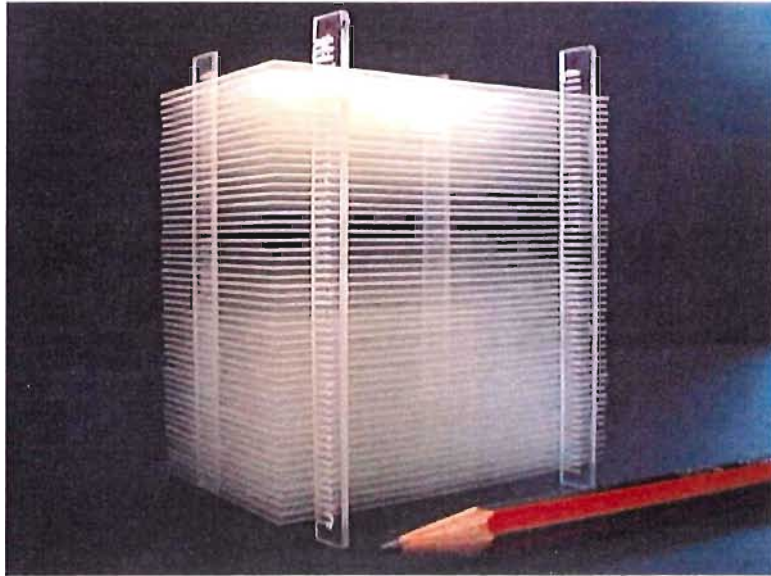


Figure F.2: Vue en gros plan d'un empilement de plaques. Chaque plaque a une épaisseur de 0,25 mm. L'espacement entre les plaques vaut 1 mm. Il s'agit de l'empilement de plaques n°2 décrit dans le tableau 3.1.

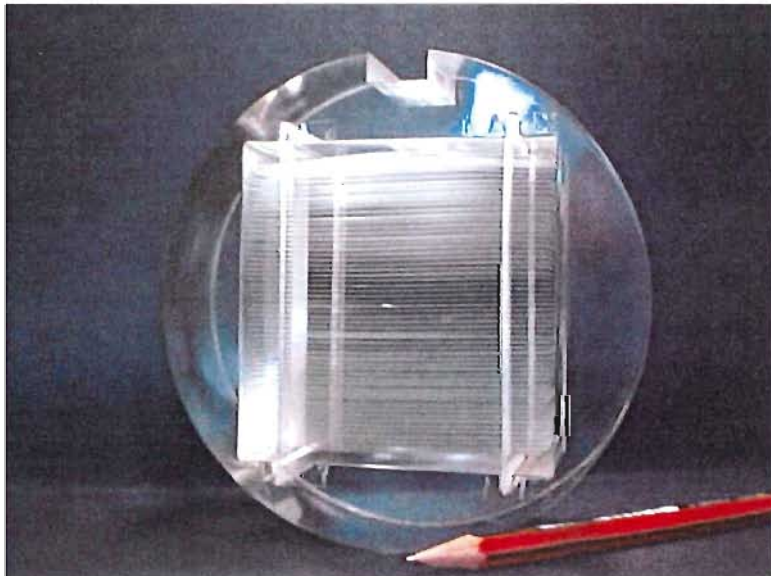


Figure F.3: Vue en gros plan de la pièce-support munie de l'empilement de plaques n°3 décrit dans le tableau 3.1.



Figure F.4: Photographies du résonateur de section carrée constituant l'élément principal du banc de mesure thermoacoustique. Sur le cliché de droite, on peut voir un stack en céramique à pores carrés placé à l'intérieur du résonateur. Ce stack est instrumenté à l'aide de thermocouples miniatures dont on peut distinguer les fils traversant une des parois en Plexiglas.

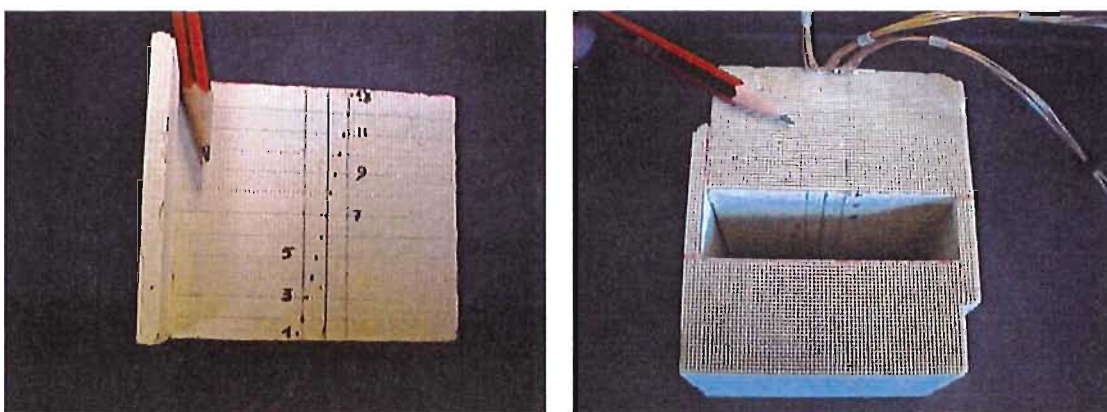


Figure F.5: Photographies du montage du stack en céramique 600 CPSI à pores carrés utilisé pour les mesures du profil axial de température moyenne. A gauche : implantation des 13 thermocouples affleurants à la paroi. A droite : assemblage des deux blocs de céramique pour reproduire un canal plan.

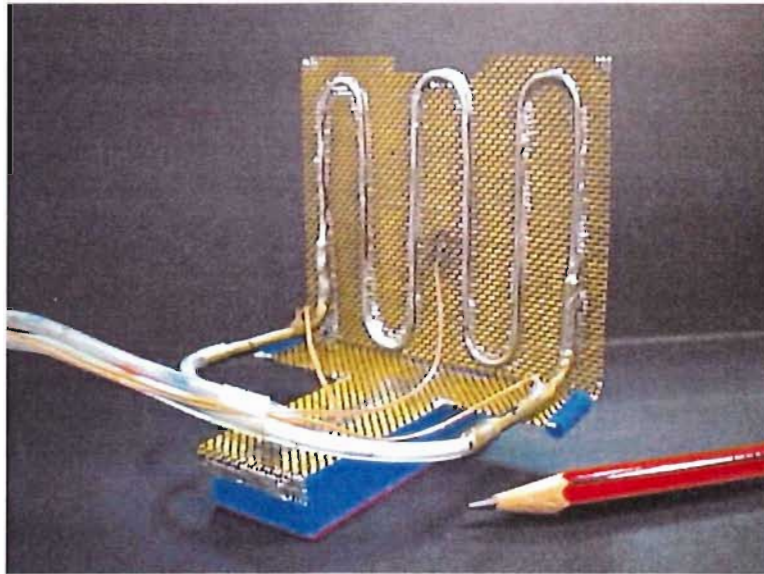


Figure F.6: Photographie d'un des deux échangeurs de chaleur identiques utilisés pour les mesures sur le banc thermoacoustique. On voit ici la face arrière de l'échangeur, la face opposée étant celle placée en regard du stack. Un tube en cuivre de faible diamètre serpente de manière régulière sur la surface de la grille en laiton. Le tout est monté sur un petit support magnétique. On distingue également les fins tuyaux souples en silicone permettant de faire circuler de l'eau dans le tube en cuivre.

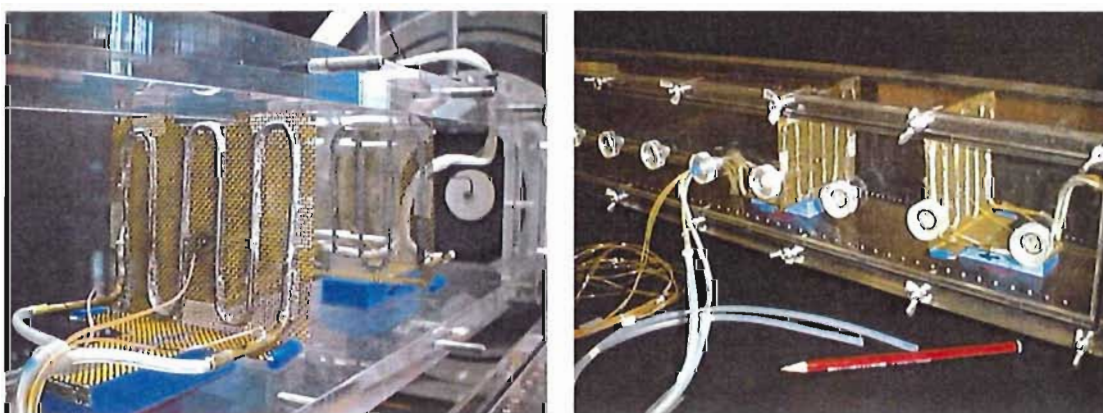


Figure F.7: Photographies des échangeurs de chaleur implantés à l'intérieur du résonateur. Le stack, normalement placé entre les deux échangeurs, a été retiré pour plus de clarté.



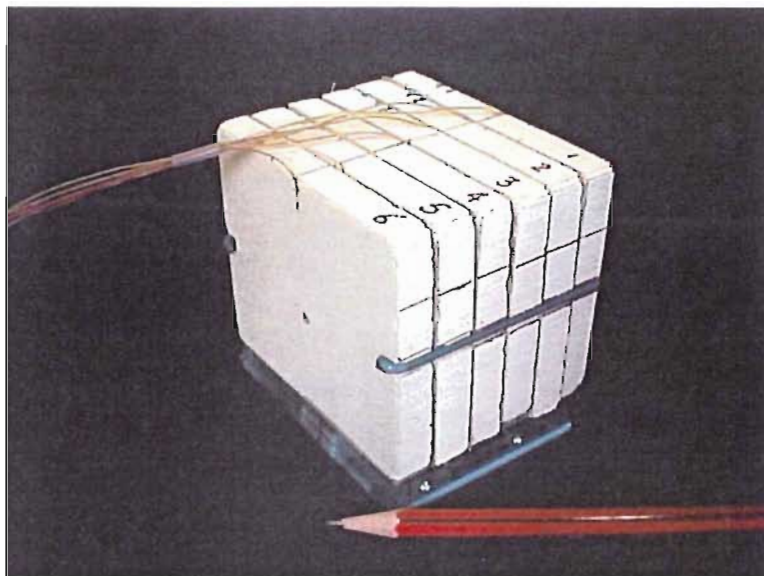


Figure F.8: Photographie d'un stack constitué d'un assemblage de tranches en céramique 600 CPSI à pores carrés. Les tranches sont placées perpendiculairement à l'axe du résonateur. Dans ce type de stack, il y a une rupture périodique de la conductivité thermique longitudinale dans le solide.

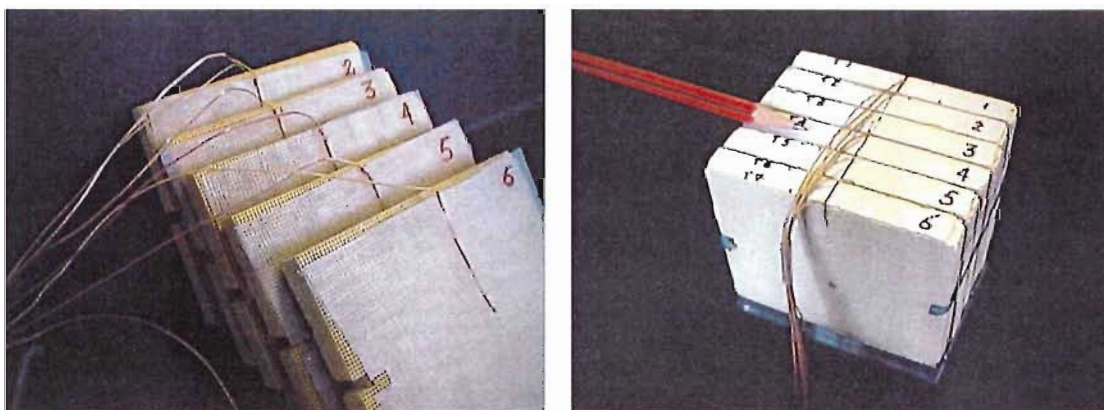


Figure F.9: Photographies d'un stack constitué de tranches en céramique poreuse 600 CPSI entre lesquelles sont intercalées de fines grilles en nylon. Sur le cliché de gauche, on distingue les thermocouples permettant de mesurer le profil axial de température moyenne. Sur le cliché de droite, on peut voir le stack une fois l'assemblage terminé : les différentes tranches sont maintenues plaquées les unes contre les autres. Dans ce type de stack, il y a une rupture périodique de la conductivité thermique longitudinale dans le solide.

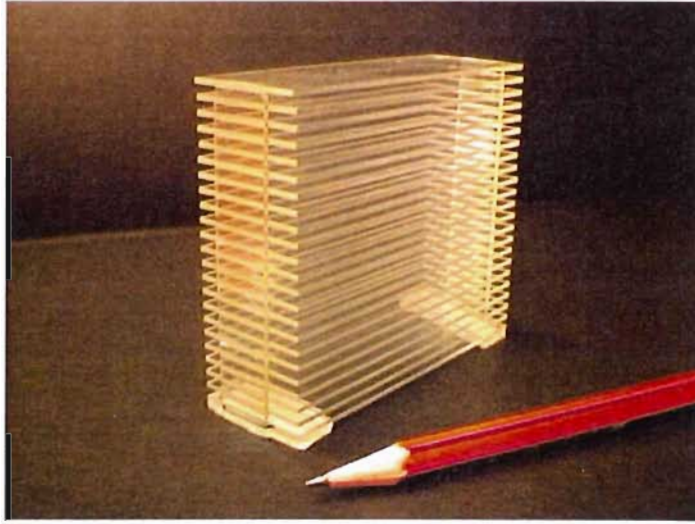


Figure F.10: Photographie de l'empilement A (empilement de plaques épaisses en verre).

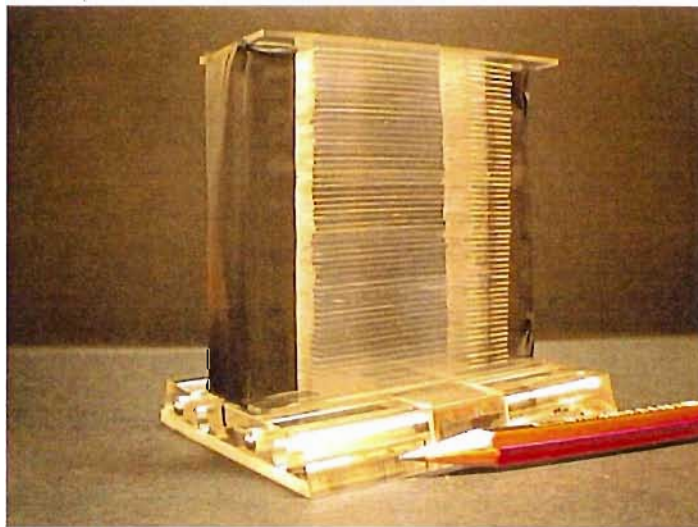


Figure F.11: Photographie de l'empilement B (empilement de plaques fines en verre). L'empilement est fixé sur un petit socle permettant de le déplacer à l'intérieur du résonateur.

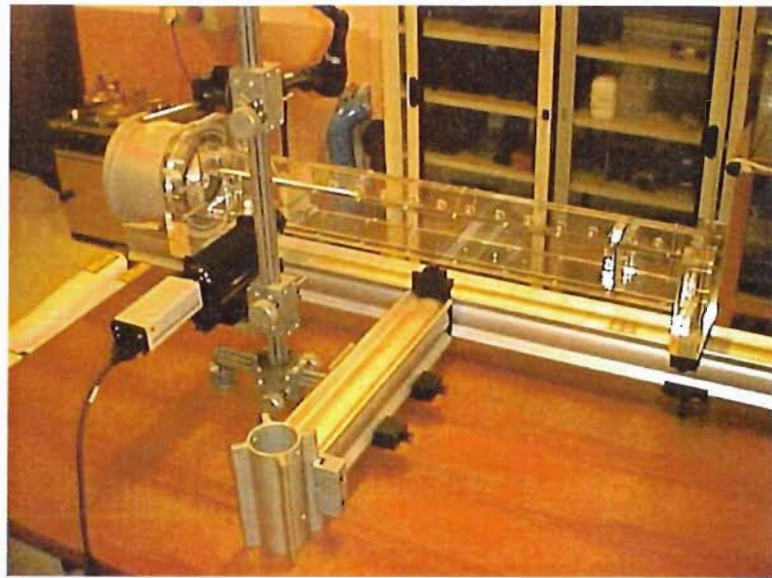


Figure F.12: Photographie du banc de mesure servant à la vélocimétrie par images de particules (cf. figure 4.3). A l'extrémité gauche du tube, on peut voir le caisson entourant le haut-parleur. Tous les éléments (le résonateur, la caméra électronique et l'optique laser servant à créer le plan lumineux) sont montés sur un système rigide composés de rails et de crémaillères.



Figure F.13: Photographie du banc de mesure servant à la vélocimétrie par images de particules, où un miroir à  $45^\circ$  permet de renvoyer la lumière du plan laser parallèlement à l'axe du tube (cf. figure 4.5). Au premier plan, on distingue le support triangulaire du miroir étroit, illuminé verticalement par le système optique laser. A gauche, on peut voir la caméra électronique équipée d'un objectif spécial pour microscopie. A l'arrière plan, on distingue le caisson entourant le haut-parleur, sur la membrane duquel est collé un accéléromètre au milieu d'un petit disque blanc en plastique.

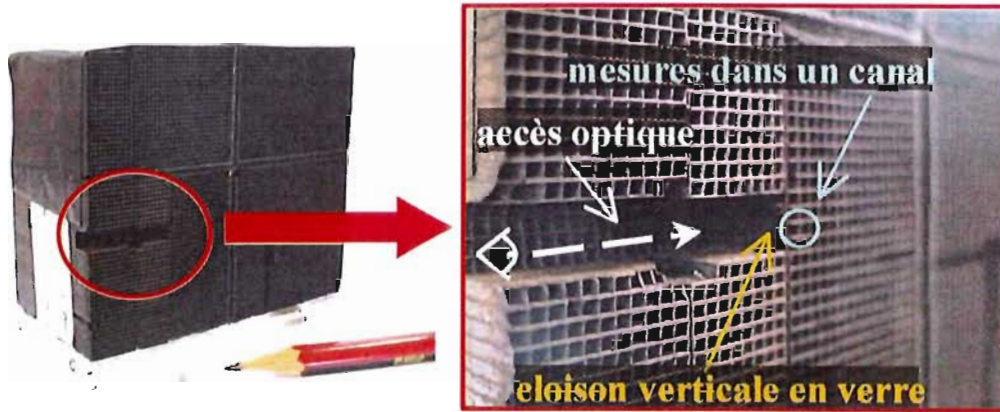


Figure F.14: Photographies du monolithe de céramique 600 CPSI utilisé pour les mesures par la technique de vélocimétrie par images de particules.

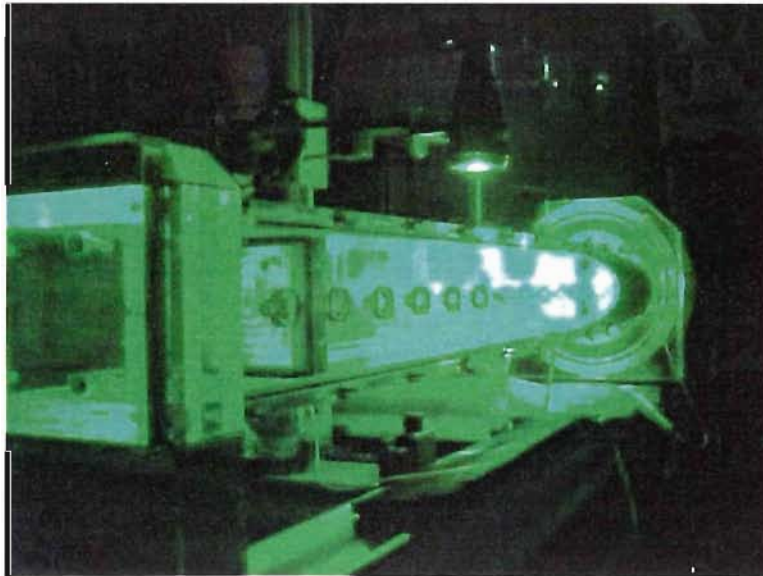


Figure F.15: Banc de mesure pour la vélocimétrie par images de particules : éclairage de la zone de mesure dans le résonateur thermoacoustique par une impulsion laser.

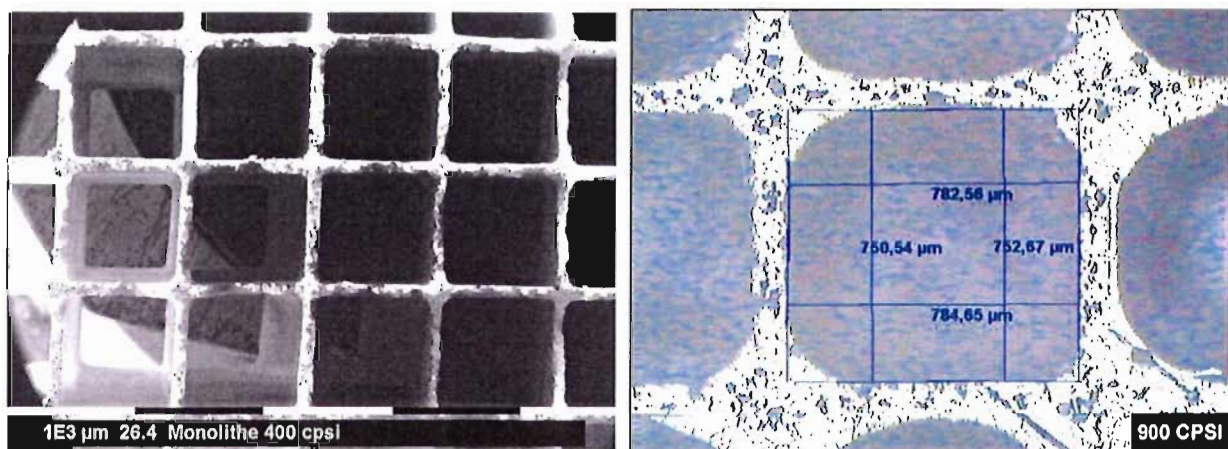


Figure F.16: Photographies des cellules carrées d'un monolithe de céramique : à gauche la densité des cellules vaut 400 CPSI (nombre de cellules par pouce carré), à droite elle vaut 900 CPSI. Ces photographies ont été réalisées par le Département Sciences et Techniques des Matériaux et des Surfaces de l'Ecole Centrale de Lyon.



## **AUTORISATION DE SOUTENANCE**

Vu les dispositions de l'arrêté du 30 Mars 1992,

Vu la demande du Directeur de Thèse

Monsieur Ph. BLANC-BENON

et les rapports de

Monsieur M. BRUNEAU

Professeur - Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine - UMR CNRS 6613 - Faculté des Sciences - Avenue Olivier Messiaen - 72085 LE MANS Cedex 09

et de

Monsieur J.P. SCHON

Professeur - Laboratoire Traitement du Signal et Instrumentation - UMR CNRS 5516 - Université JEAN Monnet - 23, rue du Docteur Paul Michelon - 42023 SAINT ETIENNE Cedex 2

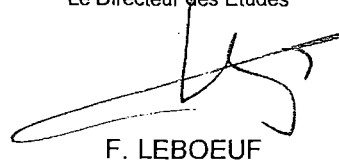
**Monsieur DUFFOURD Serge**

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

**Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL et ACOUSTIQUE (MEGA)**

Fait à Ecully, le 15 mars 2001

P/Le Directeur de l'E.C.L.  
Le Directeur des Etudes



F. LEBOEUF

## Abstract

The thermoacoustic effect stems from the interaction between a strong acoustic wave and a solid boundary (plate) and results in a heat transport in the thermal boundary layer along the plate. In a thermoacoustic refrigerator, one can take advantage of this phenomenon by using a densely spaced stack of thin plates that is introduced into a resonant tube. The thermoacoustic effect causes a temperature difference across the stack that can amount to several tens of degrees Celsius and that can be made useful using heat exchangers. In the United States research on this topic has been carried out for about twenty years and several devices with large dimensions have been built. Nevertheless when it comes to optimizing the design of such devices, one reaches rapidly the limits of existing theoretical models. A deeper understanding of the basic physics of the thermoacoustic phenomena involved is needed, especially if one wants to build a miniature system, which is the goal of this work in the long run.

A first experimental setup was built to perform measurements of the thermoacoustic effect on different stacks of plates. The influence of the geometrical parameters of the plates, the stack location in the resonator and the amplitude of the standing wave on the temperature difference across the stack was investigated and compared to the predictions of the linear theory proposed by Atchley *et al.* (1990). A second experimental setup allowed the measurement of the time evolution of the mean temperature distribution along the stack axis (parallel to the acoustic-oscillation direction) from the acoustic driver being switched on until steady state was reached. These measurements were first performed on a stack without heat exchangers and were then repeated with a stack thermally coupled with heat exchangers. Without heat exchangers, the final mean temperature profile along the stack is linear, which agrees with the classical linear theory of thermoacoustics, whereas this profile flattens near the edges of a stack coupled with heat exchangers. Measurements also show the existence of a uniform heating in the stack, besides the thermoacoustic effect, which is likely to be due to viscous dissipation. It was noticed that a decrease of the longitudinal thermal conductivity in the stack does not involve a rise in the temperature difference across the stack as great as that could be expected following the theory presented by Wheatley *et al.* (1983). It was observed that the axial mean temperature profile measured along a stack made of porous materials and thermally coupled with heat exchangers is no longer linear: the temperature is higher in the core of the stack than on the hot side of the stack.

Moreover the particle image velocimetry (PIV) technique was used to measure the time evolution of the acoustic particle velocity field around the stack as well as in the stack pores. Instantaneous velocity maps were successfully recorded in a slit channel 1.0 mm high and in a 0.92 mm square pore. The experimental transverse velocity profiles in a channel agree with the linear theory of the propagation of an acoustic wave in a narrow pore where the air viscosity has to be taken into account. PIV measurements also show vortex patterns located near the edges of the plates that are in good qualitative agreement with the flow visualizations reported by Wetzels & Herman (2000) using holographic interferometry and with the unsteady, two-dimensional, thermally stratified flow around a stack computed by Wetzels & Kruis (1996).

